

局部荷重を受けるプレートガーダーパネルの弾性座屈荷重

Elastic buckling Behavior of Plate Girder Panels
subject to Bending Moment, Shearing Force and Patch Loading

渡邊秀貴*、高橋実**、増田陳紀***、西脇威夫****

Hideki WATANABE, Minoru TAKAHASHI, Nobutoshi MASUDA and Takeo NISHIWAKI

*武蔵工業大学大学院工学研究科 (〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

**工修 建設省土木研究所 (研究当時 武蔵工業大学大学院) (〒305 茨城県つくば市旭 1)

***工博 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

****工博 武蔵工業大学名誉教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

Investigated are the influences of stiffeners and the effects of torsion rigidities of flange plates and stiffeners on the elastic buckling loads of plate girder panels. Combined loads including patch loading are considered in order to deal with cantilever type erection stage loads. A numerical eigenvalue analysis method is proposed to evaluate buckling loads and modes. The evaluating process can be considered to be derived from direct application of the inverse iterative method to nonlinear finite element method analysis. Its validity is verified by numerical results compared with theoretical ones.

Key Words : Elastic buckling strength, Torsion rigidity of flange and stiffener, Patch loads, Plate girder webs

1. はじめに

プレートガーダー橋、箱桁橋などは桁下の空間利用が制限される場合にしばしば送り出し工法により架設される。この場合の送り出し架設装置上の腹板には曲げ、せん断、局部荷重による複合荷重が作用する。その場合の腹板の座屈照査、補強方法が問題となる。この種の問題はドイツにて比較的多く検討されており、腹板の座屈安全度照査基準として、DASi 指針 012¹⁾、DIN18800 第 3 部²⁾などが挙げられる。また、日本国内においても文献^{4), 5), 6)}にて照査方法が提案されている。しかし、これらの研究および設計基準では、フランジや補剛材のねじり剛性については無視され、腹板パネルの周辺は単純支持として評価されている。

このように、従来の線形座屈理論および設計においては、補剛材の補剛効果として曲げ剛性のみを考慮し、ねじり剛性については無視されることが多く、ねじり剛性の効果は設計には反映されていない。さらにねじり剛性を無視した場合でも局部荷重を受ける板の弾性座屈に関する研究は、理論解析的には、板内部の応力が複雑であることから厳密解を得ることは困難である。そのような状況の中で八巻⁷⁾は 1954 年に対向局部荷重を受ける長方形板に関して Ritz の方法を用いて固有値問題に帰着させ、Timoshenko⁸⁾や Leggett¹⁰⁾にくらべてより厳密に弾性座屈荷重を導いた。数値解析的には有限要素法の固

有値解析法を用いて、1970 年に Rocky ら¹¹⁾が、1972 年に Khan ら¹²⁾が、局部荷重とせん断を受ける板の弾性座屈解析を行った。しかし曲げ荷重との組み合わせは考慮されていない。以上のような研究の状況を反映して、我が国の設計基準書における、局部荷重に関する記述としては、鋼鉄道橋設計標準¹³⁾にて、枕木を直接受ける桁の腹板の幅厚比規定に、Crippling も考慮したとの表現がなされているだけである。道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編¹⁴⁾にはこれに類似する規定すらない。

本研究では局部荷重と曲げ、せん断を受けるプレートガーダーパネルの弾性座屈強度に及ぼす、フランジおよび補剛材のねじり剛性の効果および補剛材の配置の影響を明らかにする事を目的としている。

世界的趨勢である限界状態設計法においては最終耐力が重要な指標でありこれについての検討が重要であるのは当然である。しかし、耐力は初期不整の影響を受けた、その算定にはより煩雑な複合非線形解析が要求される。一方、完全系の弾性座屈荷重は実際の初期不整を有する不完全系の耐力に対する明瞭な下界を与えると考えられるとともに、これもまた 1 つの限界状態でもあると考えられる。最終的性能照査以前の設計段階においてはこのような弾性座屈荷重に関する情報は非常に重要であり、弾性座屈荷重を研究対象として取り上げた。研究目的を達成するために、まず安定した解が得ら

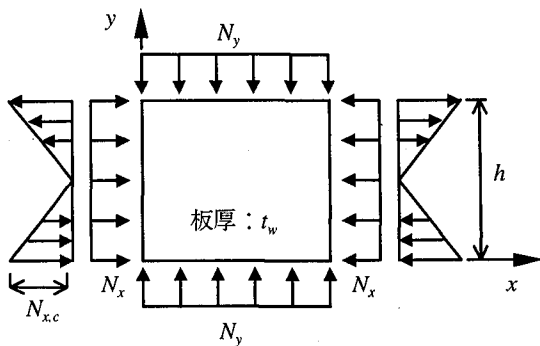


図-1 一様圧縮及び純曲げ

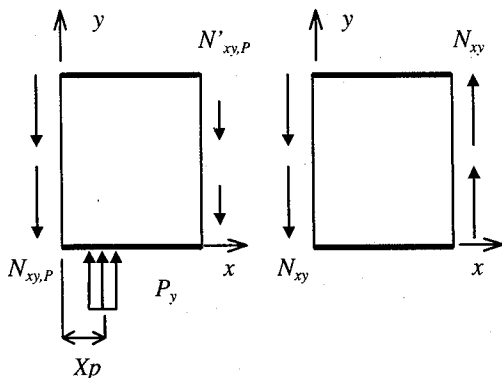


図-2 局部荷重

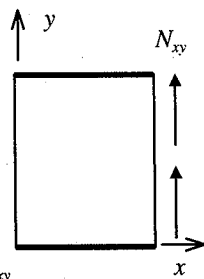


図-3 せん断

れ、しかも通常の幾何学的非線形解析の繰り返しのみで簡単に弾性座屈解析を行える方法を提案し、具体的にこの方法を用いて幾つかの数値計算を行い、その有用性を示す。次いで局部荷重載荷位置および垂直補剛材の配置の影響を検討する。最後に、複合荷重が作用する腹板を対象に、フランジ、補剛材のねじり剛性が腹板の弾性座屈荷重に及ぼす影響を検討するべく2.3の計算例を示す。以下、本論文では弾性座屈荷重を単に座屈荷重と称する。

2. 無次元化座屈荷重（座屈係数）の定義

図-1 から図-3 に示す各荷重に対し無次元化座屈荷重（座屈係数）を以下の式で定義する

$$k_b : (N_{x,c})_{cr} h = k_b \frac{\pi^2 D}{h} \quad \dots (1)$$

$$k_x : (N_x)_{cr} h = k_x \frac{\pi^2 D}{h} \quad \dots (2)$$

$$k_y : (N_y)_{cr} h = k_y \frac{\pi^2 D}{h} \quad \dots (3)$$

$$k_p : (P_y)_{cr} = k_p \frac{\pi^2 D}{h} \quad \dots (4)$$

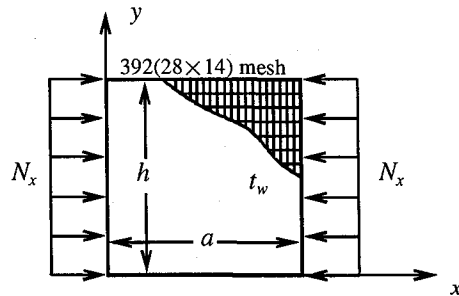


図-4 \$x\$方向に一様な圧縮力を受ける
4辺単純支持無補剛板

$$k_\tau : (N_{xy})_{cr} h = k_\tau \frac{\pi^2 D}{h} \quad \dots (5)$$

$N_{x,c}$, N_x , N_y , N_{xy} , $N_{xy,P}$: 単位幅あたりの荷重
 P_y : 局部荷重

$$D = \frac{Et_w}{12(1-\nu^2)} \quad \nu : \text{ポアソン比}$$

添え字の cr は座屈荷重（単位幅あたりの座屈荷重）を表す。本論文において、局部荷重とは図-2 に示すように局部荷重とそれに釣り合うせん断力も含めて局部荷重と称する。よって、図-3 に示すせん断力は図-2 のせん断力とは無関係に考える。

3. 提案する座屈荷重計算方法¹⁵⁾

ここで提案する手法では、固有値の数値解析における逆反復法の計算過程のアナロジーを直接物理的な荷重-たわみ関係に利用しており、座屈モードを収束させた後の座屈荷重評価は Southwell の方法を利用する。

3.1 座屈モード計算過程

3.2 の座屈荷重計算過程で使用する正確な座屈モードを求めるための過程であり、座屈モードは座屈モードを含む初期変形のある板の幾何学的非線形 FEM 解析によって求める。載荷する荷重を十分に座屈荷重に近づけなくても、載荷計算を繰り返すことによって変形モードが座屈モードに収束することを利用する。この利点は、座屈荷重があらかじめ全く予想できない場合に載荷荷重を十分小さくすればよい点、座屈後変形が求めようとする座屈モードに影響を及ぼさない点などである。簡単のために図-4 に示される一様圧縮を受ける 4 辺単純支持無補剛板を例に取り、載荷計算を繰り返すことにより、変形モードが座屈モードに収束することを示す。板の初期たわみ $w_0^{(1)}$ が板厚に対して十分小さい場合、追加たわみ $w_1^{(1)}$ は式(6)の微分方程式から定められる。

$$\frac{\partial^4 w_1^{(1)}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w_1^{(1)}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_1^{(1)}}{\partial y^4} = \frac{N_x}{D} \cdot \frac{\partial^2 (w_0^{(1)} + w_1^{(1)})}{\partial x^2} \quad (6)$$

$w_0^{(r)}$: 繰り返し載荷計算 r 回目の初期たわみ

$w_1^{(r)}$: 繰り返し載荷計算 r 回目の追加たわみ

初期たわみ $w_0^{(1)}$ が式(7a)であるとする、追加たわみ $w_1^{(1)}$ は式(1)より式(7b)のようになる。

$$w_0^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{h} \quad (7a)$$

$$w_1^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{h} \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{h} \quad (7b)$$

$$\text{ここで } C_{mn} = \frac{\alpha}{\beta_{mn} - \alpha} \quad \alpha = \frac{N_x}{(N_x)_{cr}}$$

$$\beta_{mn} = \left(m \frac{h}{a} + \frac{n^2}{m} \frac{a}{h} \right)^2 \left/ \left(M \frac{h}{a} + \frac{1}{M} \frac{a}{h} \right)^2 \right.$$

$(N_x)_{cr}$ は次式に示される単位幅あたりの座屈荷重であり、 M は座屈モード x 方向半波数である

$$(N_x)_{cr} = \left(M \frac{h}{a} + \frac{1}{M} \frac{a}{h} \right)^2 \frac{\pi^2 D}{h^2} \\ \sqrt{(M-1)M} \leq \frac{a}{h} \leq \sqrt{M(M+1)}$$

$(N_x)_{cr}$: 単位幅あたりの座屈荷重

$(m, n, M \text{ は自然数})$

$0 \leq \alpha < 1$ に対して式(7b)の係数 C_{mn} のうち最大のものは C_{M1} となる。式(7b)を C_{M1} で除し、これを新たに初期たわみ $w_0^{(2)}$ と置き、同様に追加たわみ $w_1^{(2)}$ を求める。この操作を $r-1$ 回繰り返した後の初期たわみ $w_0^{(r)}$ は式(8)のようになる。

$$w_0^{(r)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_{mn}}{C_{M1}} \right)^{r-1} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{h} \quad (8)$$

C_{M1} は他のどの C_{mn} よりも大きいので $C_{mn}/C_{M1} \leq 1$ となり、載荷を r 回繰り返すならば α を十分に 1 に近づけなくても、 $(m, n) = (M, 1)$ の項がそのほかのどの項よりも一番有力な項となり、式(8)は式(9)に近づく。

$$w_0^{(r)} \cong A_{M1} \sin \frac{M\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{h} \quad (9)$$

式(9)の右边がこの板の座屈モードを表している。具体的には、幾何学的非線形 FEM 解析によって荷重を座屈荷重に近づけながら変形を求め、その変形モードを初期変形モードとし、再度、載荷計算を実施して再び変形モードを求める。すなわち、前段階の最終変形モードを次の座屈モード計算の初期変形モードに持ち越して載荷計算を繰り返すことによって収束変形モードを求める。この変形モードが座屈モードとなる。式(10)で定義される $\Delta \bar{w}_M$ が十分小さくなったときに、変形モードが収束したと判定する。

$$\Delta \bar{w}_M = \sum_{i=1}^{N_{w, norest}} \left| \text{pre } W_{i,M} - W_{i,M} \right| / N_{w, norest} \quad (10)$$

$$\Delta \bar{w}_M \leq \varepsilon_M \quad (11)$$

$\Delta \bar{w}_M$: 面外方向平均正規化変位の変化量

$W_{i,M}$: 第 i 節点の面外方向正規化変位

$\text{pre } W_{i,M}$: 1 つ前の第 i 節点の面外方向正規化変位

$$\max \{ W_{i,M} | i=1, \dots, \text{node} \} = 1$$

$$\max \{ \text{pre } W_{i,M} | i=1, \dots, \text{node} \} = 1$$

$N_{w, norest}$: 面外方向非拘束点自由度数

ε_M : 座屈モード解析の収束判定基準

なお、本報告で用いる幾何学的非線形 FEM 解析法は、応力仮定のハイブリッド法に基づいて定式化された 1 節点 6 自由度の三角形薄板要素を用いた座標表示による大変位離散化要素解析法の増分型であり、増分制御方法は荷重制御法（強制変位制御も含む）を用いる。

3.2 座屈荷重計算過程

Southwell は柱に作用する軸方向荷重が座屈荷重以下で、座屈荷重近傍における荷重-たわみ関係の線形域の挙動を用いて座屈荷重を計算する方法を示した¹⁰⁾。初期変形のある板の幾何学的非線形 FEM 解析によって求められる荷重-たわみ関係に、この方法を応用する。座屈荷重の近傍では追加たわみ式(7b)は式(12)となる。

$$w_1 \cong C_{M1} A_{M1} \sin \frac{M\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{h} \quad (12)$$

よって、最大たわみは式(13)となる。

$$(w_1)_{\max} = C_{M1} A_{M1} = \frac{\alpha}{1-\alpha} A_{M1} \quad (13)$$

便宜上 $(w_1)_{\max}$ を w_1 と記し、式(13)を書き直すと式(14)が得られる。

$$\frac{w_1}{N_x} = \frac{1}{(N_x)_{cr}} w_1 + \frac{A_{M1}}{(N_x)_{cr}} \quad (14)$$

また、Southwell が示した式を変形すると同様に(14)式が得られる。式(12)から式(14)より、もし正確な座屈モードを初期たわみに用いるならば荷重が座屈荷重より十分低く、変形が微少な範囲においても式(14)が成立できると考察できる。具体的に、座屈荷重は式(15)より求める。

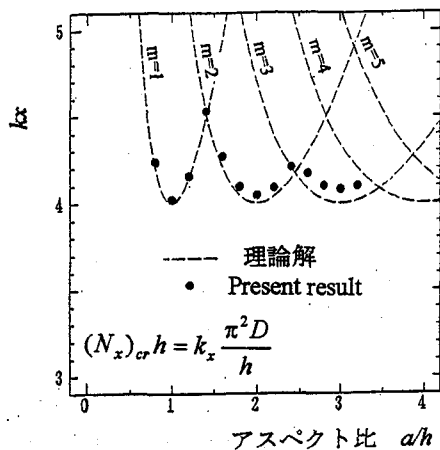
$$\frac{1}{(N_x)_{cr}} = \frac{\left(\frac{w_1''}{N_x''} \right) - \left(\frac{w_1'}{N_x'} \right)}{w_1'' - w_1'} \quad (15)$$

N_x' : あるステップでの単位幅あたりの荷重

N_x'' : 次のステップでの単位幅あたりの荷重

w_1' : 荷重値 N_x' のときの追加たわみ

w_1'' : 荷重値 N_x'' のときの追加たわみ



m : x 軸方向の座屈モード半波数
図-5 アスペクト比と座屈係数の関係

4. 提案する手法の妥当性の検討

4.1 一様圧縮を受ける無補剛板

理論解の存在する問題として、一様圧縮を受ける 4 辺単純支持無補剛板を取り上げ、1 軸載荷時におけるアスペクト比と座屈荷重および座屈モードの関係と 2 軸載荷時における荷重比と座屈荷重および座屈モードの関係を理論解と比較して示す。

(1) 1 軸載荷時におけるアスペクト比と座屈荷重および座屈モードの関係

解析対象は、図-4 に示すような 1 方向に一樣な圧縮力を受ける 4 辺単純支持無補剛板である。アスペクト比 a/h としては 0.8~3.2 を考える。 a/h が 0.8 から計算を開始し、 a/h が増加する方向に順次計算する。すべてのアスペクト比に対して、最初の座屈モード計算における初期たわみモードを、式(16)で与える。

$$w_0/t_w = A_0 \sum_{m=1}^5 \sum_{n=1}^5 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{h} \quad (16)$$

$$A_0 = 6.418 \times 10^{-5}$$

式(16)に示される A_0 は、初期たわみの最大の大きさが板厚 t_w に対して 1/1000 となるようにするための定数である。 a/h が 0.8 の無補剛板の座屈モード計算過程における載荷の大きさは、変形モードの収束を速めるために、理論座屈荷重の 90% まで行う。変形モードが収束したのならば、それを座屈モードとする。そして、その座屈モードを初期たわみモードとし、座屈荷重計算を行い、座屈荷重を求める。 $a/h=0.8$ より大きなアスペクト比の無補剛板の座屈モード計算における載荷の大きさには、その一つ前のアスペクト比での無補剛板の座屈荷重計算において計算された座屈荷重の 90% を順次用いる。図-5 に計算された座屈係数を示す。一連の計算において、精度よく座屈荷重を計算していることが分かる。なお、

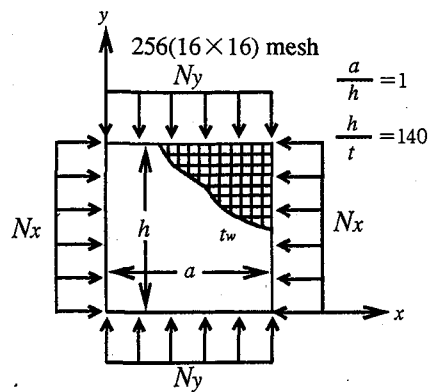
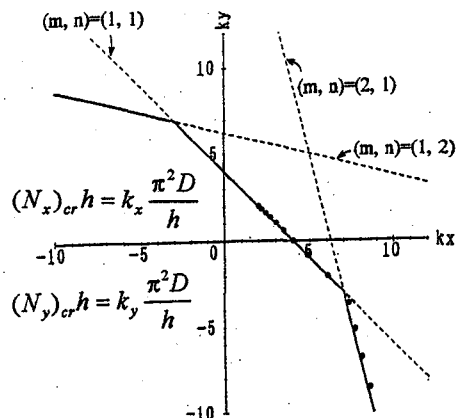


図-6 2軸一様圧縮を受ける4辺単純支持無補剛板



m : 座屈モード x 方向半波数
 n : 座屈モード y 方向半波数

図-7 2軸一様圧縮を受ける板の座屈係数

a/h が 1 の場合の理論解に対する相対誤差は約 0.5% であり、 a/h が 3 の場合の理論解に対する相対誤差は約 2% であった。アスペクト比が大きくなると相対的に誤差が増す理由は、一律の要素数で計算しているため、要素のアスペクト比が 1 に比べて相対的に小さくなり、また座屈波形の半波あたりの要素分割数が少なくなるためである。

(2) 2 軸載荷時における荷重比と座屈荷重および座屈モードの関係

解析対象は、図-6 に示すような 2 軸一様圧縮を受ける 4 辺単純支持無補剛板である。荷重比 N_y/N_x は 1~-1 を考え、アスペクト比 a/h としては 1 のみを考える。 N_y/N_x が 1 の無補剛板から計算を開始し、 N_y/N_x が減少する方向に順次計算する。図-7 に計算された座屈係数を示す。一連の計算において、精度よく座屈荷重を計算していることが分かる。なお、 N_y/N_x が 1 の場合の座屈荷重の理論解に対する相対誤差は約 0.7% であり、-1 の場合の理論解に対する相対誤差は約 2% であった。後者の誤差が相対的に大きい理由は、一律の要素分割で計算するため座

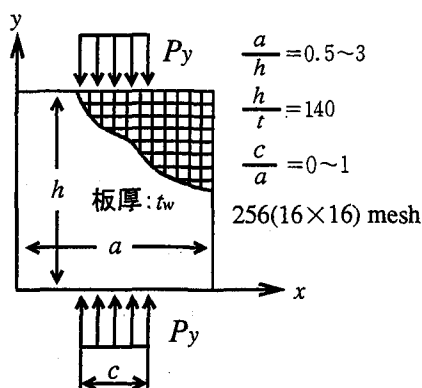


図-8 局部的に対向圧縮荷重を受ける板

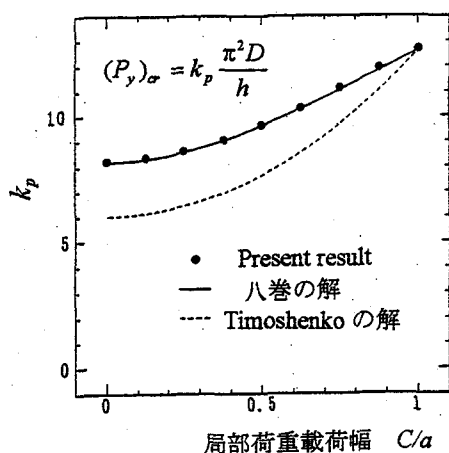


図-9 荷重載荷幅の影響

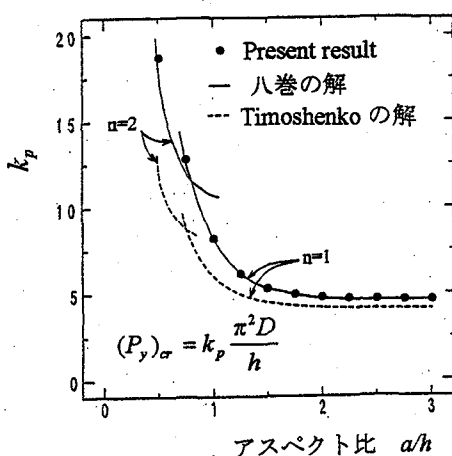


図-10 アスペクト比の影響

屈モードが1波 (\$m=2\$) となると1半波あたりの要素分割が少なくなるためである。

4.2 板幅の中心に局部荷重を受ける

4 辺単純支持無補剛板

局部荷重を受ける4辺単純支持無補剛板を考える。局部荷重としては、図-8に示される対向圧縮荷重の場合と図-11に示される部分的な等分布荷重の場合を考える。

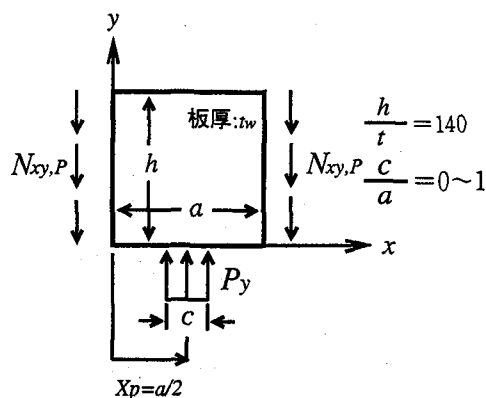


図-11 局部荷重を受ける4辺単純支持長方形板

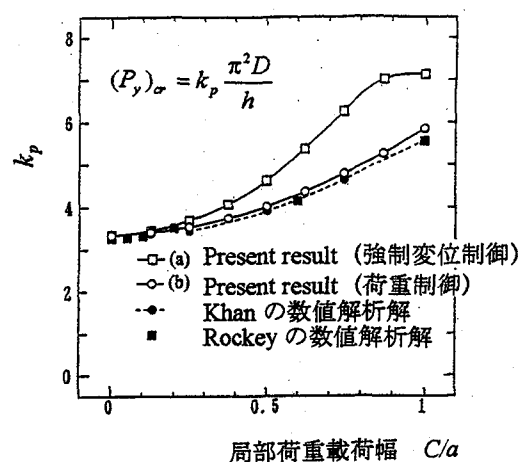


図-12 荷重載荷幅の影響

これらに対して、それぞれアスペクト比と座屈荷重および座屈モードの関係、また、荷重比と座屈荷重および座屈モードの関係を示す。

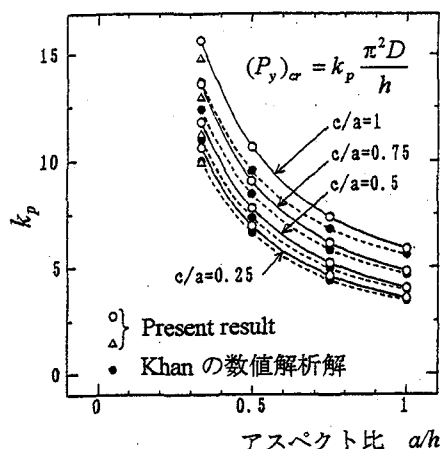
(1) 載荷幅と座屈荷重の関係

アスペクト比 \$a/h\$ は1とし、載荷幅比 \$c/a\$ としては0~1を考える。\$c/a\$ が0 (集中荷重として載荷) の無補剛板から計算を開始し、\$c/a\$ が増加する方向に順次計算する。図-9に計算された座屈係数を示す。一連の計算において、理論解^{7), 8)}とよく一致した座屈荷重が得られていることが分かる。なお、すべての \$c/a\$ に対して八巻の理論解^{7), 8)}に対する相対誤差は最大でも約0.8%であった。なお、図-10は \$c/a=0\$ としてアスペクト比を \$a/h=0.5 \sim 3.0\$ の間で変えた場合の結果である。

(2) 部分的な等分布荷重 (とせん断) を受ける場合

1) 載荷幅と座屈荷重の関係

解析対象を図-11に示す。計算方法は前項と同様である。図-12に計算された座屈係数を示す。一連の計算において荷重制御で計算を行う場合、すべての計算に対して、Rockey¹¹⁾とKhan¹²⁾の数値解析による座屈荷重とほぼ等しい座屈荷重を求めていることが分かる。Rockey¹¹⁾



○：全要素のアスペクト比 a/h
 △：全要素のアスペクト比 1
 図-13 アスペクト比と荷重載荷幅の影響

と Khan¹²⁾の数値解析による座屈荷重に対する本解析手法による解の相対誤差は最大でも約5%であった。なお、図中の□印は部分荷重を一樣強制変位として与えた場合の結果である。

2) アスペクト比および載荷幅比と座屈荷重の関係
 載荷幅比 c/a は 0.25~1 を、アスペクト比 a/h としては 1/3~1 を考える。各 a/h に対して c/a が 1 の無補剛板から計算を開始し、 c/a が減少する方向に順次計算する。図-13 に計算された座屈係数を示す。すべてのアスペクト比に対して、Khan¹²⁾の数値解析による座屈荷重とはほぼ等しい座屈荷重を計算していることが分かる。

Khan¹²⁾の数値解析による座屈荷重に対する相対誤差は、 a/h が 0 に近く、 c/a が 1 に近いほど大きい。その相対誤差は、 $a/h=1/3$ 、 $c/a=1$ において、○印の解析では約14%であり、△印の解析では約8%であった。この理由は、単に要素分割数および要素のアスペクト比の影響であると考えられる。以上のように本計算手法により座屈荷重、座屈モードが精度よく得られることが確認された。また本解析手法を用いれば、構造系のパラメータを順次連続的に変化させた場合の一連の計算を行うような場合には前段階の計算結果を次段階計算の初期値として用いることができるため、効率的に計算を行うことができる。なお、本計算方法は、数値解析手法としての固有値解析における反復法に相当する計算過程を疑似物理的に行っていると解釈する事ができる。

5. 局部荷重載荷位置、垂直補剛材長が腹板の座屈荷重に与える影響

5.1 フランジと垂直補剛材のねじり剛性が座屈荷重、および座屈荷重相関に及ぼす影響¹⁷⁾

局部荷重および曲げとせん断からなる複合荷重を

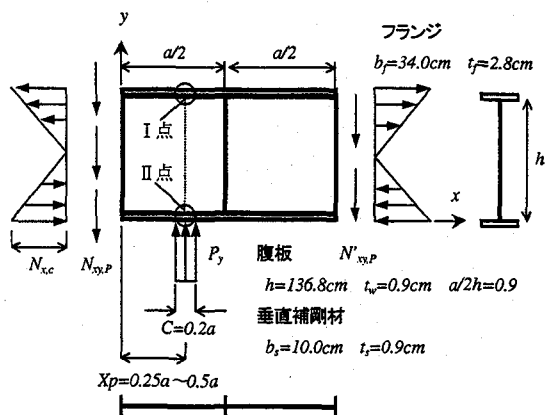
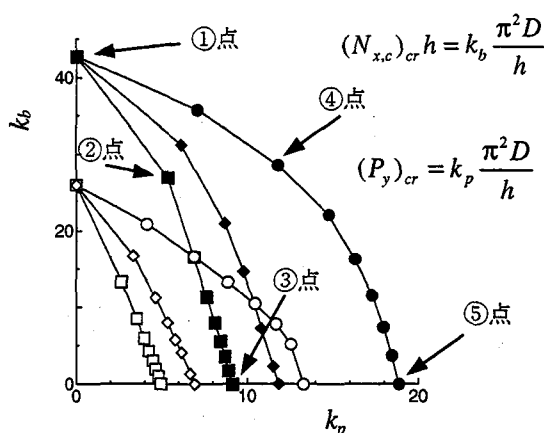


図-14 曲げと局部荷重を受けるプレートガーダー



○, ● : $Xp/a=0.5$ ◇, ◆ : $Xp/a=0.375$ □, ■ : $Xp/a=0.25$
 ○, ◇, □ : フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性無視
 ●, ◆, ■ : フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性考慮

図-15 フランジ、垂直補剛材のねじり剛性が腹板の座屈荷重に及ぼす影響

受ける補剛板に対し、局部荷重載荷位置と曲げと局部荷重の荷重比を変化させ解析を行った。解析対象を図-14に示す。腹板のアスペクト比は、片側パネルで $a/2h=0.9$ とし、垂直補剛材は純曲げ載荷辺と板幅の中央に計3本腹板の全高に配置させた。フランジと補剛材は棒要素でモデル化し断面積、曲げ剛性、ねじり剛性を考慮した。板はフランジと垂直補剛材で補剛されているとし、境界条件はI点で x, y, z の変位をそれぞれ拘束した (I点とII点は図-14に示すような局部荷重中央点とその真上の上フランジの点である)。ここでは、局部荷重載荷位置が $Xp/a=0.25, 0.325, 0.5$ の場合において、荷重比を変化させ計算を行った。曲げと局部荷重の座屈荷重相関曲線を図-15に示す。黒印で示す点はフランジ、補剛材のねじり剛性を考慮した場合であり、白印で示した点はねじり剛性を無視した場合の計算結果である。フランジと垂直補剛材のねじり剛性を考慮するとそれを無視した場合と比べ座屈荷重は純曲げを載荷した場合で約1.6倍、局部荷重のみを載荷した場合で約1.3

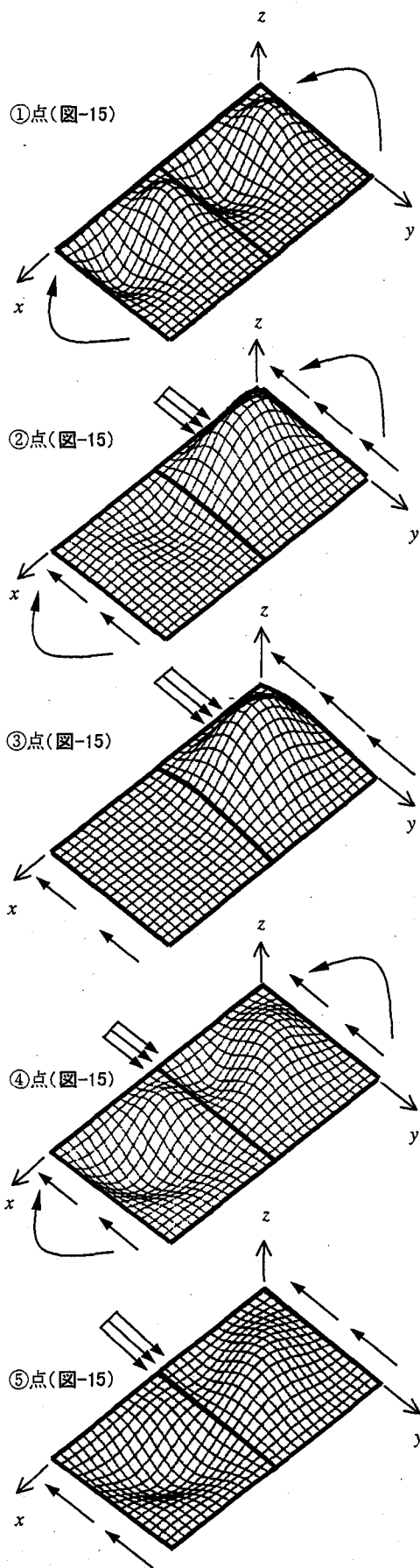


図-16 ①点から⑤点(図-15)の座屈モード

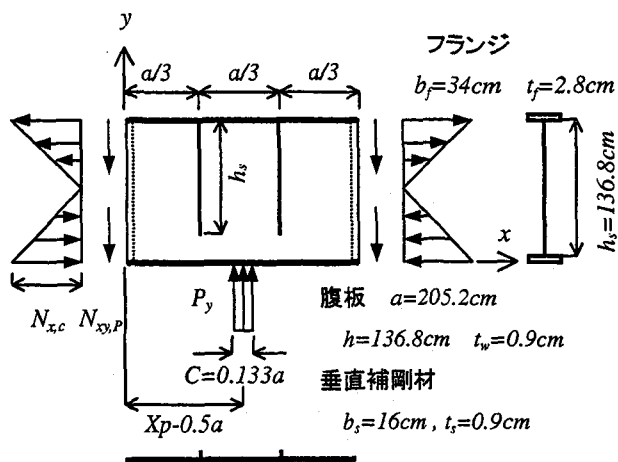


図-17 曲げと局部荷重の複合荷重が作用する垂直補剛材が全高に配置されていないプレートガーダー

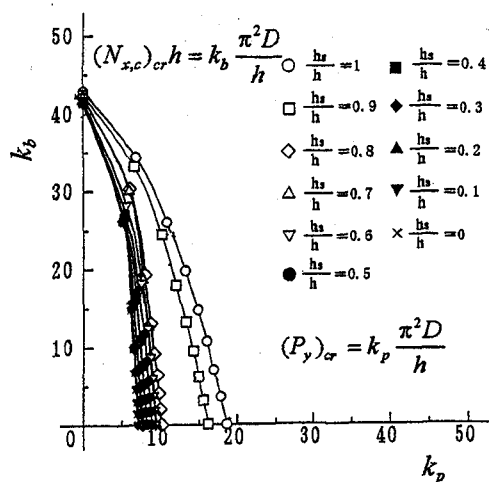


図-18 無次元化座屈荷重相関関係

から 1.4 倍になる。また、座屈荷重は局部荷重載荷位置が中央の垂直補剛材から離れるにしたがって低下する。局部荷重のみを垂直補剛材間の中央に載荷させたときの座屈荷重は、それを中央の垂直補剛材位置に載荷したときと比べ半減している。①点～⑤点の座屈モードを図-16に示す。①点の座屈モードは1パネル内で1波となり、フランジ付近のたわみはフランジのねじり剛性によりいくらか拘束されている様子が分かる。また、①点から⑤点までの座屈モードの移り変わりはゆるやかであり、すべての座屈モードについて中央の垂直補剛材が節となり、右左のパネルの座屈モードが逆対称となっている。②点、③点の座屈モードより、局部荷重が垂直補剛材間の中央付近に載荷されたとき、ほとんど片側のパネルだけで座屈を起こしていることが分かる。またこのときが一番フランジのねじり剛性の効果による座屈荷重の上昇率が大きかった。

5.2 垂直補剛材長が座屈荷重に及ぼす影響¹⁸⁾

図-17に示すようなI型断面のプレートガーダーを

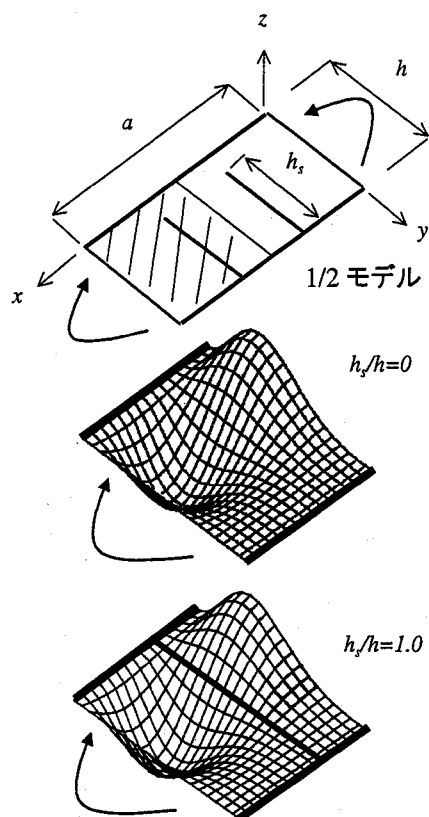


図-19 純曲げ載荷時(図-18)の座屈モード

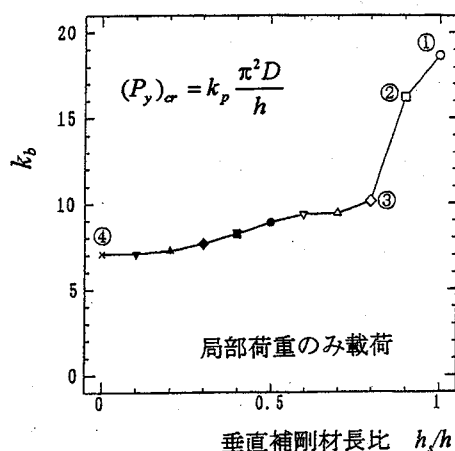


図-19 垂直補剛材長が腹板の座屈荷重に及ぼす影響

考える。ここでもフランジと垂直補剛材は棒要素でモデル化を行い、腹板は $x=0, a$ の曲げ載荷辺を単純支持した。フランジと垂直補剛材は、断面積、曲げ剛性、ねじり剛性を考慮した。垂直補剛材長比 h_s/h をパラメータにして曲げと局部荷重の荷重比を変化させる一連の計算を行う。 h_s/h はこのような部分的な補剛材を有する問題に対する計算方法の妥当性の確認をすることとし、一応 $h_s/h=0 \sim 1$ を考える。図-18 に座屈荷重相関曲線を示す。図-18 より、 $a/h=1.5$ の場合に純曲げの座屈強度は、 h_s/h が変化しても、ほとんど変化していないことが分かる。

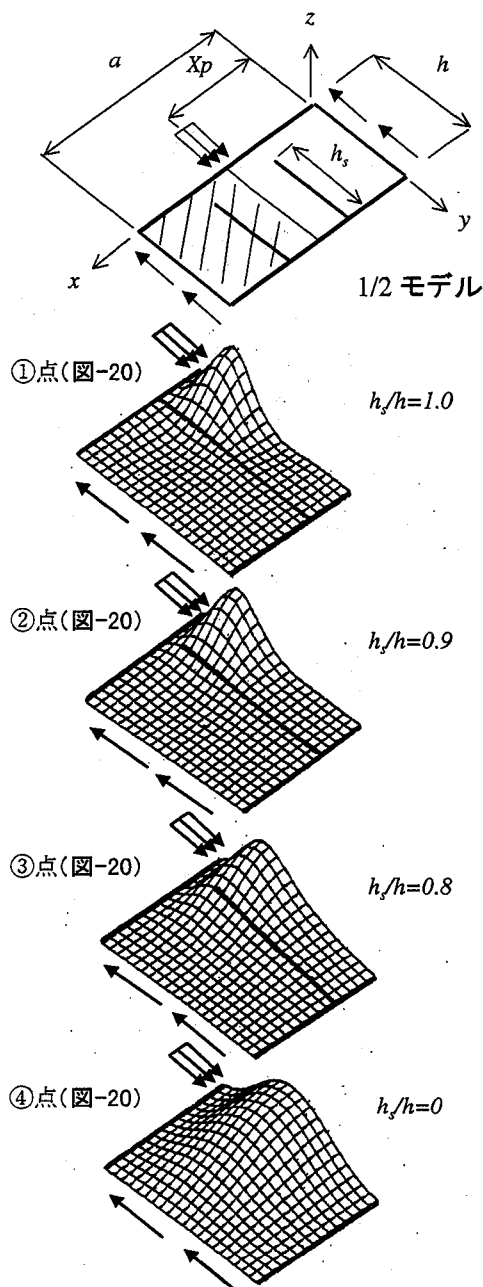


図-20 座屈モード(図-19)

これは、偶然 $h_s/h=0$ の時も座屈モードは垂直補剛材の位置で節となり垂直補剛材の長さに関係なくほとんど同じモードとなるからである。一方、局部荷重のみの場合には、 h_s/h が 0.8 以下の座屈荷重は、 h_s/h が 1 の場合の座屈強度に比べ大幅に低下し、およそ h_s/h が 1 の場合の $1/2 \sim 1/3$ になることが分かる。局部荷重のみを載荷した場合の垂直補剛材長と座屈係数の関係を表したグラフを図-20 に示す。また、そのグラフ中に示した①点から④点までの座屈モードを図-21 に示す。垂直補剛材が腹板の全高に配置されている場合には、座屈モードの面外変形はほとんど垂直補剛材間の中央の板パネルのみに生じており、2本の垂直補剛材はほとんど変形していない。しかし、 h_s/h が 0.8 を下まわると座屈モードが2本

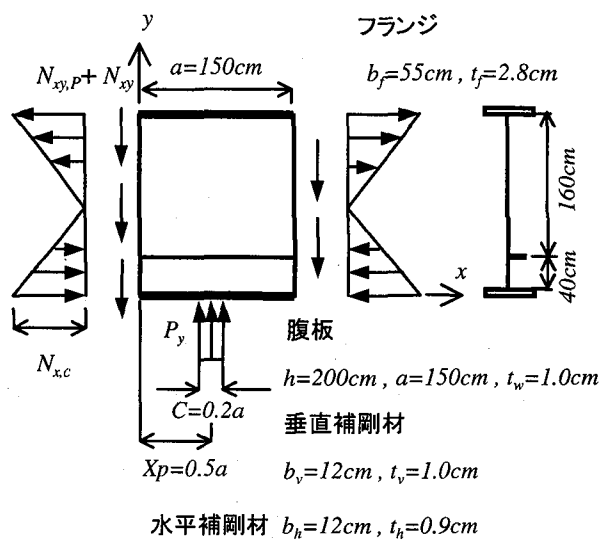
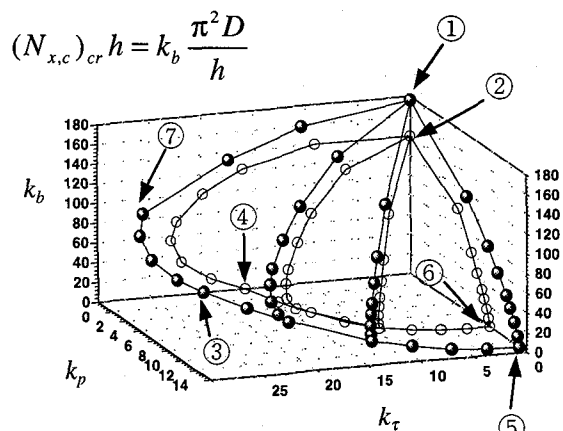


図-25 曲げ, せん断, 局部荷重による複合荷重が作用する部分パネル(水平補剛材一段配置)



$$(P_y)_{cr} = k_p \frac{\pi^2 D}{h} \quad (N_{xy})_{cr} h = k_\tau \frac{\pi^2 D}{h}$$

○：フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性無視

●：フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性考慮

図-26 フランジと垂直補剛材のねじり剛性が腹板の座屈荷重に及ぼす影響 (水平補剛材一段配置)

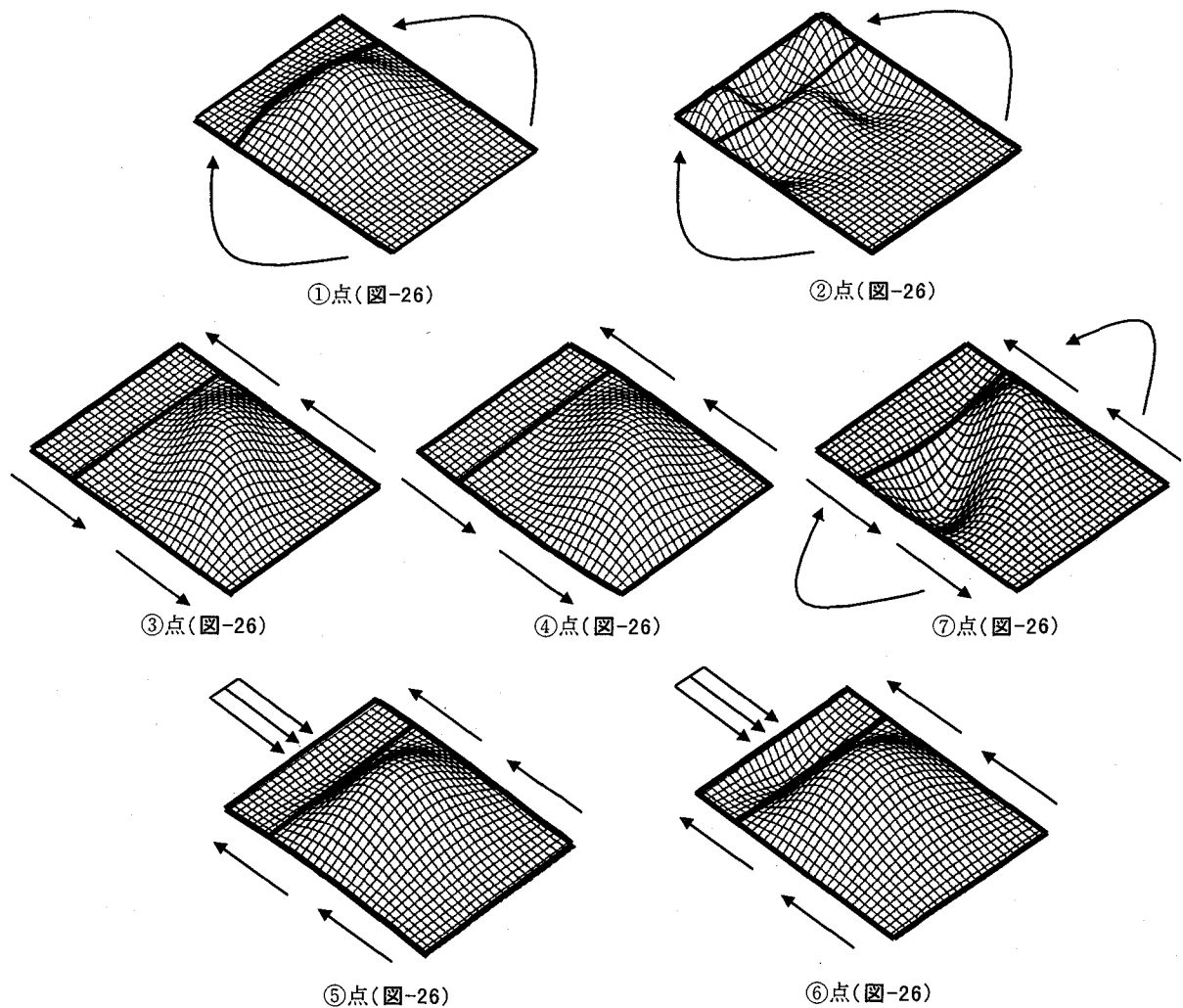


図-27 ①点から⑦点の座屈モード(図-26)

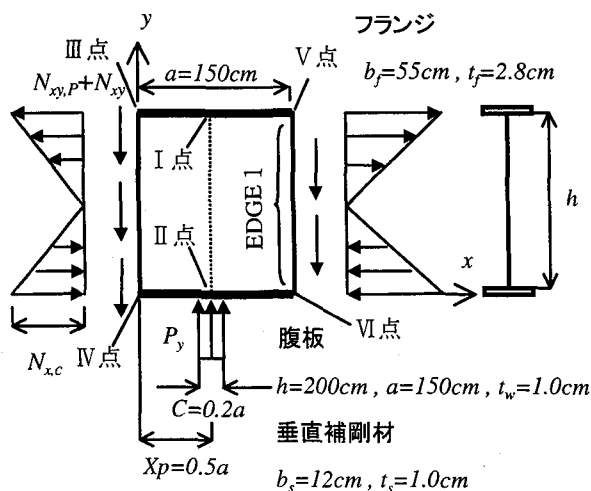
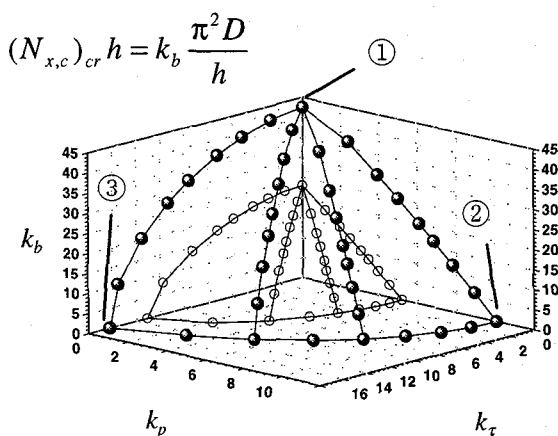


図-22 曲げ, せん断, 局部荷重による複合荷重が作用する部分パネル(水平補剛材なし)



$$(N_{x,c})_{cr} h = k_b \frac{\pi^2 D}{h}$$

$$(P_y)_{cr} = k_p \frac{\pi^2 D}{h} \quad (N_{xy})_{cr} h = k_t \frac{\pi^2 D}{h}$$

- : フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性無視
- : フランジ, 垂直補剛材のねじり剛性考慮

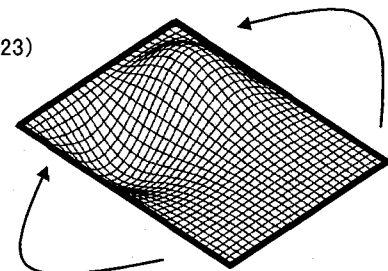
図-23 フランジと垂直補剛材のねじり剛性が腹板の座屈荷重に及ぼす影響 (水平補剛材なし)

の垂直補剛材も含めパネル全体が座屈を生じているのがわかる。

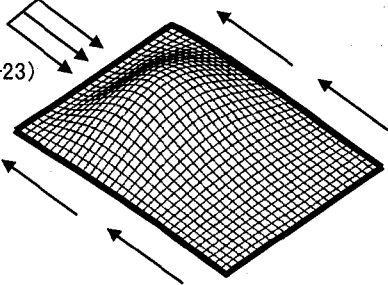
6. 曲げ, せん断, 局部荷重による複合荷重が作用した場合の座屈荷重¹⁷⁾

5章においては, 2~3 パネルからなる腹板を対象として, その両側辺に等曲げを作用させ, 局部荷重載荷位置, 垂直補剛材の配置 (長さ) の影響を示した。ここではフランジと垂直補剛材で囲まれたパネルを取り出し, 曲げ, せん断, 局部荷重による複合荷重状態にて, フランジと補剛材のねじり剛性の影響を示す。

①点(図-23)



②点(図-23)



③点(図-23)

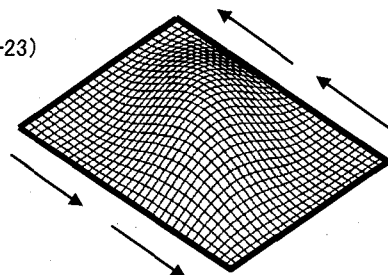


図-24 ①点から③点(図-22)の座屈モード

6.1 水平補剛材なしの場合

解析対象を図-22 に示す。解析対象は上下フランジと側辺に垂直補剛材を配置した1 部分パネルである。荷重は曲げ, せん断, 局部荷重の複合荷重を載荷し, 荷重比を変化させて座屈荷重を求める。ここで, 図-3 に示すせん断を考えない場合の境界条件はI 点で x, y, z, θ 拘束, II 点で x, y, z, θ 拘束とした。せん断を考える場合の境界条件はIII, IV, VI 点で z 拘束, V 点で z, y 拘束, 更に EDGE1 辺で x を拘束した。せん断と曲げを作用させる場合は $y=0$ の側辺にのみ曲げを載荷し, $y=a$ の側辺は反力によって曲げが加わるものとした。局部荷重載荷幅は $C=0.2a$ とし, フランジと補剛材のねじり剛性を考慮した場合と考慮しない場合の座屈荷重相関関係を図-23 に示し, ①点から③点 (図-23) の座屈モードを図-24 に示す。図-23 において, 黒丸で示す点はフランジと垂直補剛材のねじり剛性を考慮したものであり, 白丸で示した点は両者のねじり剛性を無視したものである。フランジと補剛材のねじり剛性を考慮すると座屈荷重は増加するが, 本計算例において座屈荷重は純曲げ載荷の場合で約 1.7 倍, せん断のみ載荷した場合で約 1.4 倍, 局部荷重のみ載荷した場合で約 2 倍程度上昇した。

6.2 水平補剛材を一段配置する場合

解析対象は図-25 に示すようなフランジ、垂直補剛材で囲まれ、水平補剛材付きの1部分パネルである。各補剛材の曲げ剛性は道路橋示方書の基準を満たしている。また、水平補剛材は桁高の20%の位置に配置した。ここでは、曲げ、せん断、局部荷重による複合荷重を載荷させ座屈荷重を求めた。フランジ、垂直補剛材、水平補剛材は棒要素でモデル化し、断面積、曲げ剛性、およびサン・ブナンのねじり剛性を考慮した。局部荷重載荷幅は $C=0.2a$ とし、載荷位置は垂直補剛材間の中央である。フランジ、水平補剛材、垂直補剛材のねじり剛性を考慮した場合と考慮しない場合の無次元化座屈荷重相関曲面を図-26 に示す。●で示した点がねじり剛性を考慮した結果であり、○で示した点がねじり剛性を無視した場合の結果である。フランジ、垂直補剛材、水平補剛材のねじり剛性を考慮すると、それを考慮しない場合に比べ座屈荷重は純曲げ載荷で約1.25倍、せん断のみ載荷した場合約1.3倍、局部荷重のみ載荷した場合約1.35倍に増加した。6.1 水平補剛材なしの場合と比べると、水平補剛材の存在によって座屈係数が増大するが、ねじり剛性の効果による座屈荷重の増加率はそれほど大きくない。図-26 に示した①点から⑦点までに対応する状態の座屈モードを図-27 に示す。①点、②点は純曲げが載荷されたときのモードである。フランジと補剛材のねじり剛性を無視すると、両方の単一パネルで座屈している。しかし、フランジと補剛材のねじり剛性を考慮すると、圧縮側フランジと水平補剛材間の単一パネルはほとんど面外変形を起こさず、水平補剛材、引張り側フランジの単一パネルのみで座屈している。また、局部荷重のみが作用する場合の⑤点と⑥点に対応する座屈モードも同様の傾向を示している。図-26 においてせん断荷重の割合が大きいところでは、相関曲面の形が膨らんでいる。⑦点に対応する座屈モードを見ると、面外変形はほとんど水平補剛材と引張り側フランジ間のパネルのみでおきているが、このパネルでは曲げにより70%以上が引張領域であるため、その領域では面外変形が拘束され座屈変形がおきにくくなっている。

7. おわりに

5章以降の座屈解析で得られた数値自体は断面寸法により異なった結果となるので、一般論として議論するには不十分であるが、設定した寸法は道路橋示方書に基づいた実際の値を用いており、プレートガーダーの特性を定性的に示し得ていると考える。以下に得られた結果を列挙する。

- 1) 逆反復法の計算過程を直接幾何学的非線形解析に適用した座屈解析手法を提案し、いくつかの数値解析を行い、理論解等との比較を通じてその有用性を示した。
- 2) 局部荷重が支配的な領域における座屈強度は、局部

荷重位置が垂直補剛材の真下から離れるにつれ低下し、局部荷重位置が垂直補剛材位置の場合の1/2程度まで低下する。また、フランジ、垂直補剛材のねじり剛性による座屈荷重の上昇率は、局部荷重が垂直補剛材間の中央にある場合が最も大きい。

- 3) 垂直補剛材長比が約0.8以下になると、隣のパネルとの全体座屈がおこり、座屈強度は垂直補剛材を腹板の全幅配置した場合の1/2~1/3程度まで低下する。
- 4) 特定のモデルに対して、曲げ、せん断、局部荷重による複合荷重状態で座屈相関曲面を求めた。この場合、ねじり剛性の効果による座屈荷重の上昇率は、局部荷重のみ作用する場合がもっとも大きかった。
- 5) 局部荷重に対して水平補剛材を配置した場合、特定のモデルにおいてフランジと補剛材によるねじり剛性の効果により更に約1.2倍から1.4倍程度の座屈強度が期待できることを示した。

参考文献

- 1) 伊藤鉦一:鉛直局部荷重を受けるプレートガーダー腹板のDAST 指針 012 による座屈照査例、橋梁と基礎、pp32-39,1984.3.
- 2) 小松定夫:鋼構造の補剛設計、森北出版株式会社、pp565-586,1982.6.
- 3) 伊藤鉦一:DIN18800 第3部草案の概要と主要規定の紹介、橋梁と基礎、1991.6.
- 4) 荒井利男、前田紘道:送り出し装置を用いた架設方法、横河橋梁技報、pp138-146,1972.
- 5) 荒井利男:送り出し装置上の腹板の座屈について、横河橋梁技報、Vol.1, No.2, pp27-31,1973.
- 6) 荒井利男:送り出し装置上の腹板の座屈について(続)、横河橋梁技報、Vol.1, No.2, pp28-33,1973.
- 7) 八巻 昇:周辺上に局部的な等分布荷重を受ける長方形板の座屈(第3報)、日本機械学会論文集、第20巻、第91号、pp.174-180,1954.
- 8) 八巻 昇:周辺上に局部的な等分布荷重を受ける長方形板の座屈(第4報)、日本機械学会論文集、第20巻、第99号、pp.715-721,1954.
- 9) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1961.
- 10) Leggett, D.M.A.: The effect of two isolated forces on the elastic stability of flat rectangular plate, Proceedings, Cambridge Philosophical Society, vol.33, p.325-339, 1937.
- 11) Rockey, K.C. and Bagchi, D.K.: Buckling of plate girder webs under partial edge loadings, International Journal of Mechanical Science, Vol.12, pp.61-76, 1970.
- 12) Khan, M.Z. and Walker, A.C.: Buckling of plates subjected to localized edge loading, The Structural

Engineer, Vol.50, No.6, pp.225-232, 1972.6.

- 1 3) 土木学会:鋼鉄道橋設計標準解説,技報堂,pp.171-175, 1974.
- 1 4) 日本道路協会:道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編,1996.12.
- 1 5) 西脇威夫・増田陳紀・高橋実:補剛材が全長には配置されていない補剛板の弾性座屈荷重計算方法.土木学会第 21 会関東支部技術研究発表会,I-18,1994.3.
- 1 6) R.V.Southwell,F.R.S.:On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability Proc .Roy .Soc.,, A,vol.135,Pl.6.,pp.601-616,1931.12.
- 1 7) 西脇威夫・増田陳紀・渡邊秀貴:局部荷重を受けるプレートガーダーパネルの弾性座屈荷重,土木学会第 52 回年次学術講演会,I-A61,1997.9.
- 1 8) 西脇威夫・増田陳紀・高橋実・岡村悟:局部荷重を受ける腹板の弾性座屈に関する研究,土木学会第 50 回年次学術講演会,I-49,1995.9.

(1997 年 9 月 26 日受付)