

鋼H形部材の全体座屈と局部座屈の連成強度

INTERACTIVE ULTIMATE STRENGTH OF STEEL MEMBERS WITH H-SECTION
UNDER COMPRESSION AND BENDING

藤井伸彦*・堂垣正博**・三上市藏**

Nobuhiko FUJII, Masahiro DOGAKI, and Ichizou MIKAMI

* 修士(工学) 松尾橋梁(株) 管理部生産管理課 (〒590-0000 大阪府堺市大浜西町3番地)

** 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564-8680 大阪府吹田市山手町3-3-35)

The geometric and material nonlinear behavior of steel beam-columns with H-section under compression and bending is described. The interactive strengths of global and local buckling of thin-walled members are theoretically investigated, based on an elasto-plastic large deflection theory. Finite difference method is applied to approximately solve a set of the partial differential equations for the equilibrium of stress resultants. A system of nonlinear algebraic equations are precisely solved by the iterative algorithms mixed the incremental loading sequence and modified Newton-Raphson procedure, in which Lagrange's extrapolation technique and Jacobi's accelerative method are also employed to improve convergence characteristics.

The parametric analysis is comprehensively carried out to examine the effects of the plate buckling parameter, initial out-of-flatness, and residual stress on the nonlinear behavior and ultimate strength of steel H-members in compression and bending. The interactive buckling strengths of members predicted by Q-factor method and multiplied method were compared with test results.

Key words : steel thin-walled members with H-section, interactive buckling strength, Q-factor method, multiplied method, finite displacement, elasto-plastic

1. まえがき

溶接集成薄肉断面からなる柱, はり, はり一柱の座屈は, 次の3つのカテゴリーに大別できる. すなわち,

- ①部材の全体座屈
- ②薄板で形成された部材の薄板の局部連成座屈
- ③薄板で形成された部材の全体座屈と局部座屈との連成座屈

である.

カテゴリー①: 局部座屈を無視した部材の全体座屈に関する研究は, 古くから多くなされてきた. それらの成果に基づき, わが国の道路橋示方書¹⁾をはじめ, 各国の設計規準には部材の基本強度が規定されている.

カテゴリー②: 薄板で形成される部材の局部連成座屈に関する研究の中で, 薄板の単独座屈に関する研究は詳細になされ, その強度評価法も確立されている. しかし, 部材を形成する板パネルは互に連成して変形するにも関わらず, その評価は必ずしも明確ではない. ちなみに, わが国の道路橋示方書では, 隣接する板パネル間の相互作用は考慮されていない.

カテゴリー③: 部材の全体座屈と局部座屈の連成強度評価法として, Q-factor法や積公式が諸外国ならびにわが国で採用されているが, それらは十分な資料のないまま適用されてきた感がある. さらに, 両者の強度比較から明らかなように, 両者の推定強度には差異が生じ,

ているにも関わらず, いずれの方法がより妥当なのかの総意には至っていない.

そこでここでは, これら3パターンの座屈現象のうち, カテゴリー③の座屈に注目し, その強度を理論的に検討する.

全体的な変形と局部的な変形が同時に生じて座屈する部材の連成座屈に関する研究は, 今日まで, 理論的および実験的になされてきた. H形断面部材に対する研究を作用荷重ごとに分類し概観すれば, 次のようである.

圧縮が作用する場合: 鋼柱を板要素からなる部分と棒要素からなる部分の2領域に分け, その結合有限要素モデルで解析し局部変形を考慮した鋼柱の圧縮強度を明らかにしている^{2,3)}. ただし, いずれの研究も広範なパラメータによる強度評価には至っていない.

次に, 鋼柱の局部座屈強度をQ-factor法や積公式の考えのもとに部材の全体強度に適用し, 連成強度を明らかにした研究^{4,5)}がある. 部材の局部座屈強度の算定には有効幅の概念が用いられている.

また, 鋼柱の実験結果を参照し, 連成座屈強度を評価した研究⁶⁾もある.

なお, 鋼柱の全領域を板要素で弾塑性有限変位解析し, 全体座屈と局部座屈の連成挙動をできるだけ正確に捕えようとする試みは, 現在までのところ, 複雑で高度な問題だけに, ほとんどなされていないようである.

曲げが作用する場合: 次のような理論的研究がある.

I 形断面の鋼はりの曲げねじれ座屈に注目し、腹板の変形がはりの強度に及ぼす影響を弾性域から弾塑性域まで系統立てて検討し、終局曲げ強度を明らかにしている^{7,8)}。また、板要素の幅厚比で区分される断面区分と部材の細長比で区分される構造区分の考えを導入し、これらと連成座屈との関係が考察されている⁹⁾。

実験的研究として、次のような研究がある。溶接軽量 H 形鋼を対象に、フランジの局部座屈を伴って曲げねじれ座屈するようなはりの実験がなされている¹⁰⁾。ただし、中央 1 点集中の載荷方法で行われている。また、幅厚比の大きい H 形断面の溶接鋼はりに対し、局部座屈を伴うはりの荷重-変形関係が明らかにされているが、終局強度には触れていない¹¹⁾。

圧縮と曲げが作用する場合：圧縮と曲げを受ける部材に対し、腹板の局部変形を考慮した曲げねじれ座屈が解析されているが、弾性域に限定されている^{12,13)}。残念ながら、圧縮と曲げが同時に作用し、局部座屈を伴う部材の全体座屈に関する研究は極めて少ない。

ここでは、圧縮、曲げ、あるいは圧縮と曲げを受ける鋼 H 形部材を対象に、全体座屈と局部座屈の連成問題を理論的に検討する。

2. 薄肉断面集成部材の全体座屈解析と局部連成座屈解析に必要な基礎式

薄肉の H 形断面からなる部材の局部変形が全体座屈強度に及ぼす影響を明らかにし、部材の連成座屈強度の簡易評価法を提示する。ところで、部材の局部座屈が全体座屈強度に及ぼす影響を評価する方法として、

- ①部材全長を板要素で精密に解析し強度評価する方法
- ②部材を板要素の部分と棒要素の部分に分け、その結合モデルを解析し強度評価する方法
- ③短い部材の局部連成座屈解析から断面力-変位の関係を構築し、局部変形に伴う断面の剛性低下を部材の全体座屈解析に取り入れながら解析し強度評価する方法

などがある。これら 3 手法のほかに、

- ④局部変形を無視した部材の全体座屈解析と局部座屈解析を個別に行い、全体座屈強度に局部座屈の影響を組み入れて強度評価する、より簡易な方法

もある。

ここでは、第 4 の方法を用い、薄肉部材の連成座屈強度を検討する。以下、第 4 の方法に必要な部材の全体座屈解析と局部連成座屈解析の理論について述べる。

2.1 解析対象の鋼 H 形部材と初期不整

単純支持された長さ l の部材は、自由突出幅 b_f 、厚さ t_f のフランジと高さ b_w 、厚さ t_w の腹板からなる H 形断面を有し、圧縮力 N_0 と強軸まわりの曲げモーメント M_0 を受

けるものとする。ただし、部材の全体座屈強度解析には Fig.1 に示す長さ l の部材を、部材の局部座屈強度解析には Fig.2 に示す長さ a の部材をそれぞれ対象とする。

周知のとおり、溶接で製作される薄肉集成断面部材には、その製作過程で種々の不整が生じる。ここでは、初期たわみとして、部材長 l の $1/2,000$ で正弦半波の水平たわみが部材全体に、H 形断面のフランジと腹板には

$$v_0 = c_f \frac{b_f}{200} \frac{z}{b_f} \cos \frac{\pi x}{a},$$

$$w_0 = c_w \frac{b_w}{250} \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b_w}$$

のたわみが生じているものとする。ここに c_f 、 c_w はそれぞれ道路橋示方書¹⁾で規定されたフランジと腹板の製作許容量 $v_{0max} = b_f/200$ 、 $w_{0max} = b_w/250$ を基準にした係数で、ともに 0.5 とした。また、H 形断面の残留応力として、機械切断された自己平衡型の分布を仮定し、その引張と圧縮の最大値をそれぞれ鋼材の降伏点 σ_f と $-0.12\sigma_f$ とする。それゆえ、初期不整は過去に実測された測定値のほぼ平均値を仮定したことになる。

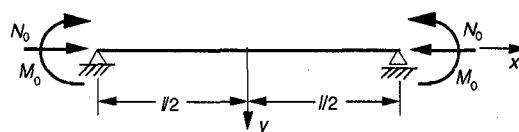


Fig. 1 組合せ荷重を受ける鋼 H 形長柱

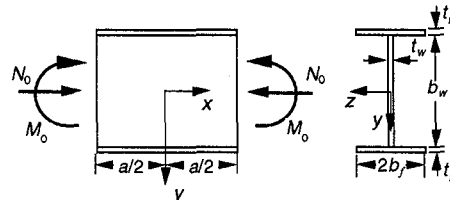


Fig. 2 組合せ荷重を受ける鋼 H 形短柱

以下、部材の全体座屈挙動解析あるいは局部連成座屈挙動解析に必要な理論を展開するが^{14,15)}、弾塑性の取り扱いには Lin¹⁶⁾あるいは Massonnet¹⁷⁾の弾塑性有限変位理論に準拠する。また、次の仮定を設ける。

- ① Kirchhoff-Love の仮定。
- ② フランジと腹板はともに完全弾塑性材料からなり、ひずみ硬化しない。
- ③ von Mises の降伏条件に従い、降伏後の応力-ひずみの関係に Ziegler の移動硬化則を準用する。

2.2 部材の全体座屈解析に必要な基礎式

(1) 力のつり合い式

H 形部材の全体変形挙動解析に必要な支配方程式は、 x 、 y 、 z 方向の力のつり合いと x 軸まわりのモーメントのつり合いを考えることによって、

$$\frac{dN_{x(c)}^e}{dx} - \frac{dN_{x(c)}^p}{dx} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 M_{z(c)}^e}{dx^2} + N_{x(c)}^e \frac{d^2 \bar{v}_c}{dx^2} - M_{y(c)}^e \frac{d^2 \bar{\phi}_c}{dx^2} - \frac{dM_{y(c)}^e}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} \\
& - \left(\frac{d^2 M_{z(c)}^p}{dx^2} + N_{x(c)}^p \frac{d^2 \bar{v}_c}{dx^2} - M_{y(c)}^p \frac{d^2 \bar{\phi}_c}{dx^2} - \frac{dM_{y(c)}^p}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} \right) = 0, \\
& \frac{d^2 M_{y(c)}^e}{dx^2} + N_{x(c)}^e \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} - M_{z(c)}^e \frac{d^2 \bar{\phi}_c}{dx^2} - \frac{dM_{z(c)}^e}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} \\
& - \left(\frac{d^2 M_{y(c)}^p}{dx^2} + N_{x(c)}^p \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} - M_{z(c)}^p \frac{d^2 \bar{\phi}_c}{dx^2} - \frac{dM_{z(c)}^p}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} \right) = 0, \\
& \frac{dM_{x(c)}^e}{dx} - M_{y(c)}^e \frac{d^2 \bar{v}_c}{dx^2} + M_{z(c)}^e \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} + W_{cp} N_{x(c)}^e \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} \\
& - \frac{dM_{y(c)}^e}{dx} \frac{d\bar{v}_c}{dx} + \frac{dM_{z(c)}^e}{dx} \frac{d\bar{w}_c}{dx} \\
& - \left(\frac{dM_{x(c)}^p}{dx} - M_{y(c)}^p \frac{d^2 \bar{v}_c}{dx^2} + M_{z(c)}^p \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} + W_{cp} N_{x(c)}^p \frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} \right. \\
& \left. - \frac{dM_{y(c)}^p}{dx} \frac{d\bar{v}_c}{dx} + \frac{dM_{z(c)}^p}{dx} \frac{d\bar{w}_c}{dx} \right) = 0 \quad (1)
\end{aligned}$$

のように得られる。ここに $\bar{v}_c$, $\bar{w}_c$, $\bar{\phi}_c$ はそれぞれ y および z 方向の変位とねじり角で、初期変形 v_{0c} , w_{0c} , ϕ_{0c} と荷重による変位 v_c , w_c , ϕ_c の和で与えられる。 $N_{x(c)}$ は軸力, $M_{z(c)}$, $M_{y(c)}$ はそれぞれ z 軸および y 軸まわりの曲げモーメント, $M_{\omega(c)}$ はそりモーメント, $M_{x(c)}$ はねじりモーメントである。 $W_{cp} = I_{cp}/A$ で、 I_{cp} は断面極 2 次モーメント, A は断面積である。なお、下添字 c は部材を示す。

式(1)において、上添字 e つきの断面力は、弾塑性状態にある部材を全断面弾性として求められる断面力で、有限変位場のひずみ-変位の関係とフックの法則から

$$\begin{aligned}
N_{x(c)}^e &= EA \left[\frac{du_c}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d\bar{v}_c}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dv_{0c}}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{w}_c}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dw_{0c}}{dx} \right)^2 \right\} \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} EI_{cp} \left\{ \left(\frac{d\bar{\phi}_c}{dx} \right)^2 - \left(\frac{d\phi_{0c}}{dx} \right)^2 \right\} \right], \\
M_{z(c)}^e &= -EI_z \left\{ \left(\frac{d^2 \bar{v}_c}{dx^2} - \frac{d^2 v_{0c}}{dx^2} \right) + \left(\frac{d\bar{w}_c}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} - \frac{dw_{0c}}{dx} \frac{d\phi_{0c}}{dx} \right) \right\}, \\
M_{y(c)}^e &= -EI_y \left\{ \left(\frac{d^2 \bar{w}_c}{dx^2} - \frac{d^2 w_{0c}}{dx^2} \right) + \left(\frac{d\bar{v}_c}{dx} \frac{d\bar{\phi}_c}{dx} - \frac{dv_{0c}}{dx} \frac{d\phi_{0c}}{dx} \right) \right\}, \\
M_{\omega(c)}^e &= EI_{\omega} \left(\frac{d^2 \bar{\phi}_c}{dx^2} - \frac{d^2 \phi_{0c}}{dx^2} \right), \\
M_{x(c)}^e &= GJ \left(\frac{d\bar{\phi}_c}{dx} - \frac{d\phi_{0c}}{dx} \right) - EI_{\omega} \left(\frac{d^3 \bar{\phi}_c}{dx^3} - \frac{d^3 \phi_{0c}}{dx^3} \right) \quad (2)
\end{aligned}$$

で与えられる。ここに u_c は部材軸方向の変位, I_z , I_y はそれぞれ z 軸および y 軸まわりの断面 2 次モーメント, I_{ω} はそりねじり定数, J は St. Venant の純ねじり定数, E はヤング率, G はせん断弾性係数である。

また、上添字 p つきの断面力は、真の断面力を弾性断面力から求めるための仮想的な断面力で、式(2)から計算される弾性応力を von Mises の等価応力式に代入し、それが鋼材の降伏点 σ_p を超える場合、超過した弾性応力を断面全体に集めて求められる。すなわち、

$$N_{x(c)}^p = \sum \sigma_{(c)}^p \Delta A, \quad M_{z(c)}^p = \sum \sigma_{(c)}^p y \Delta A,$$

$$M_{y(c)}^p = \sum \sigma_{(c)}^p z \Delta A, \quad M_{\omega(c)}^p = \sum \sigma_{(c)}^p \omega_n \Delta A,$$

$$M_{x(c)}^p = \sum (\tau_{xz(c)}^p - \tau_{xy(c)}^p) \Delta A - \frac{dM_{\omega(c)}^p}{dx} \quad (3)$$

である。ここに、 ΔA は H 形断面を幅方向に分割した時の微小要素の面積, ω_n は図心を極とする正規化されたそり関数である。

また、式(3)における超過応力 $\sigma_{(c)}^p$, $\tau_{xz(c)}^p$, $\tau_{xy(c)}^p$ は、負荷時でもひずみが反転せず、漸増・漸減する場合には、

$$\begin{aligned}
\sigma_{(c)}^p &= \sigma_{(c)}^b + (\sigma_{(c)}^e - \sigma_{(c)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(c)}} \right), \\
\tau_{xz(c)}^p &= \tau_{xz(c)}^b + (\tau_{xz(c)}^e - \tau_{xz(c)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(c)}} \right), \\
\tau_{xy(c)}^p &= \tau_{xy(c)}^b + (\tau_{xy(c)}^e - \tau_{xy(c)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(c)}} \right) \quad (4)
\end{aligned}$$

で、一方、負荷時にひずみが反転したり、荷重が除荷される場合には、

$$\sigma_{(c)}^p = \sigma_{(c)}^b, \quad \tau_{xz(c)}^p = \tau_{xz(c)}^b, \quad \tau_{xy(c)}^p = \tau_{xy(c)}^b \quad (5)$$

で与えられる。本研究では、部材の弾塑性有限変位解を増分法で求めるが、 $\sigma_{(c)}^b$, $\tau_{xz(c)}^b$, $\tau_{xy(c)}^b$ は前荷重段階での超過応力を示し、これらは初期降伏するまではゼロである。

なお、式(4)の $\sigma_{eq(c)}$ は von Mises の等価応力で、

$$\sigma_{eq(c)} = \sqrt{(\sigma_{(c)}^e)^2 + 3(\tau_{xz(c)}^e)^2 + 3(\tau_{xy(c)}^e)^2} \quad (6)$$

から求められる。

(2) 境界条件

両端で単純支持され、圧縮力と強軸まわりの曲げモーメントを同時に受ける部材を解析する。ただし、境界には、圧縮力および曲げモーメントを直接与える代わりに、それと等価な部材軸方向の変位 u_L と強軸まわりの部材回転角 θ_0 を与える。それゆえ、境界条件は次のようである。

$$u_c = -u_L, \quad v_c = 0, \quad \frac{dv_c}{dx} = -\theta_{z0}, \quad w_c = 0,$$

$$M_{y(c)} = 0, \quad \phi_c = 0, \quad M_{\omega(c)} = 0 \quad (7)$$

ところで、圧縮力と強軸まわりの曲げモーメントとの割合を一定に保ったまま、2つの強制変位を独立に与えながら解析することは極めて難しい。そこで、解析したい荷重の組合せを厳密に与えるため、式(7)の第1式と第3式のうち、支配的な荷重に対応する強制変位のみを与え、もう一方の強制変位は与えず、荷重の組合せの条件、すなわち、

① 圧縮の作用が曲げの作用より卓越する場合には、

$$\frac{M_{z(c)}}{M_{px}} = \psi_z \frac{N_{x(c)}}{N_p} \quad (8)$$

を式(7)の第3式の代わりに、

② 曲げの作用が圧縮の作用より卓越する場合には、

$$\frac{N_{x(c)}}{N_p} = \psi_z \frac{M_{z(c)}}{M_{px}} \quad (9)$$

を式(7)の第1式の代わりに与える。ここに、 N_p は全強、

M_{κ} は z 軸まわりの全塑性モーメント、 ψ は部材に作用する圧縮と曲げの割合を示すパラメータである。

2.3 部材の局部連成座屈解析に必要な基礎式

(1) 力のつり合い式

短いH形部材の局部連成座屈解析に必要な支配方程式は、フランジと腹板における面内および面外方向の力のつり合いから、次のように求められる。すなわち、フランジでの力のつり合い式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{x(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{x(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial z} \right) + q_x &= 0, \\ \frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^p}{\partial z} \right) + q_z &= 0, \\ \frac{\partial^2 M_{x(f)}^e}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^e}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^e}{\partial z^2} \\ &+ N_{x(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ &- \left(\frac{\partial^2 M_{x(f)}^p}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^p}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^p}{\partial z^2} \right. \\ &\left. + N_{x(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) + q_y = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

である。ここに、 $\bar{v}$ はフランジの面外変位で、初期変形 v_0 と荷重による変位 v の和である。 N_{x0} 、 N_{z0} はそれぞれフランジの x および z 方向の膜力、 N_{xz0} は膜せん断力である。また M_{x0} 、 M_{z0} はそれぞれ z 軸および x 軸まわりの曲げモーメント、 M_{xz0} はねじりモーメントである。式(10)における q_x 、 q_z 、 q_y は、 x 、 z および y 方向の単位面積あたりの分布荷重で、Fig.3に示すように、腹板に溶接接合されたフランジの腹板との接合部に作用する力である。それらはフランジとの接合部に生じる腹板の x 方向膜せん断力、 y 方向等価せん断力、 y 方向膜力で、 $y = \pm b/2$ の腹板との接合部では、

$$\begin{aligned} q_x &= \mp \frac{1}{h_{z(f)}} (N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p), \\ q_z &= \mp \frac{1}{h_{z(f)}} \left\{ 2 \frac{\partial M_{xy(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^e}{\partial y} - \left(2 \frac{\partial M_{xy(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^p}{\partial y} \right) \right\}, \\ q_y &= \pm \frac{1}{h_{z(f)}} (N_{y(w)}^e - N_{y(w)}^p) \quad (11) \end{aligned}$$

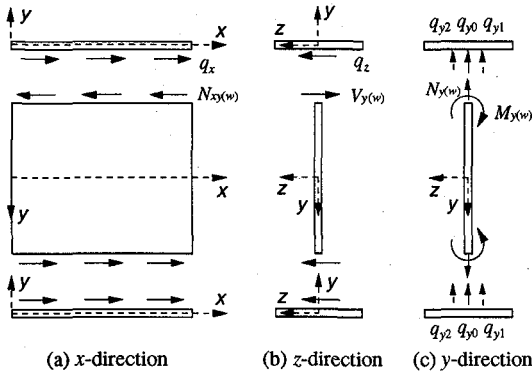


Fig. 3 接合部におけるフランジに作用する腹板の断面力

である。ただし、腹板の側辺に生じる x 軸まわりの曲げモーメント $M_{x(w)}$ はフランジの腹板との接合部に作用させることはできず、その近傍に

$$q_{y1} = \mp \frac{1}{2h_{z(f)}} (M_{y(w)}^e - M_{y(w)}^p) \quad (12)$$

$$q_{y2} = \pm \frac{1}{2h_{z(f)}} (M_{y(w)}^e - M_{y(w)}^p) \quad (13)$$

なる偶力として作用させることにする。ここに、 h_{z0} は腹板の断面力がフランジに作用する分布幅である。

また、腹板での力のつり合い式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{x(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy(w)}^e}{\partial y} - \left(\frac{\partial N_{x(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy(w)}^p}{\partial y} \right) &= 0, \\ \frac{\partial N_{xy(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{y(w)}^e}{\partial y} - \left(\frac{\partial N_{xy(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{y(w)}^p}{\partial y} \right) &= 0, \\ \frac{\partial^2 M_{x(w)}^e}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy(w)}^e}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{y(w)}^e}{\partial y^2} \\ &+ N_{x(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + 2 N_{xy(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + N_{y(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \\ &- \left(\frac{\partial^2 M_{x(w)}^p}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy(w)}^p}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{y(w)}^p}{\partial y^2} \right. \\ &\left. + N_{x(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + 2 N_{xy(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + N_{y(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

である。ここに、 $\bar{w}$ は腹板の面外変位で、初期変形 w_0 と荷重による変位 w の和である。 $N_{x(w)}$ 、 $N_{y(w)}$ はそれぞれ腹板の x および y 方向の膜力、 $N_{xy(w)}$ は膜せん断力、 $M_{x(w)}$ 、 $M_{y(w)}$ はそれぞれ y 軸および x 軸まわりの曲げモーメント、 $M_{xy(w)}$ はねじりモーメントである。

式(10)~(14)において、上添字 e つきの断面力は、弾塑性状態にある部材を全断面弾性として求められるフランジと腹板の断面力で、有限変位場のひずみ-変位の関係とフックの法則から、フランジでは、

$$\begin{aligned} N_{x(f)}^e &= \frac{Et_f}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \nu \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right], \\ N_{z(f)}^e &= \frac{Et_f}{1-\nu^2} \left[\nu \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right], \\ N_{xz(f)}^e &= \frac{Et_f}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial z} \right), \\ M_{x(f)}^e &= -D_f \left\{ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right) \right\}, \\ M_{z(f)}^e &= -D_f \left\{ \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right\}, \\ M_{xz(f)}^e &= -(1-\nu) D_f \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial z} \right) \quad (15) \end{aligned}$$

で、 u 、 w はそれぞれフランジの x および z 方向の面内変位である。また、腹板では、

$$N_{x(w)}^e = \frac{Et_w}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$+v\left\{\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right)^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2\right\},$$

$$\begin{aligned} N_{x(w)}^e &= \frac{Et_w}{1-\nu^2} \left[v \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \right], \\ N_{xy(w)}^e &= \frac{Et_w}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right), \\ M_{x(w)}^e &= -D_w \left\{ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + v \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right\}, \\ M_{y(w)}^e &= -D_w \left\{ v \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\}, \\ M_{xy(w)}^e &= -(1-\nu) D_w \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

で、 u , v はそれぞれ腹板の x および y 方向の面内変位である。ここに D_f , D_w はそれぞれフランジと腹板の曲げ剛さ、 ν はポアソン比である。

また、上添字 p つきの断面力は、真の断面力を弾性断面力から求めるための仮想的な断面力で、式(15)と(16)から計算される弾性応力を von Mises の等価応力式に代入し、それが鋼材の降伏点 σ_p を超える場合、超過した弾性応力を断面全体に集めて得られる。すなわち、フランジでは

$$\begin{aligned} N_{x(f)}^p &= \sum \sigma_{x(f)}^p \Delta h_{(f)}, \quad N_{z(f)}^p = \sum \sigma_{z(f)}^p \Delta h_{(f)}, \\ N_{xz(f)}^p &= \sum \tau_{xz(f)}^p \Delta h_{(f)}, \\ M_{x(f)}^p &= \sum \sigma_{x(f)}^p y \Delta h_{(f)}, \quad M_{z(f)}^p = \sum \sigma_{z(f)}^p y \Delta h_{(f)}, \\ M_{xz(f)}^p &= \sum \tau_{xz(f)}^p y \Delta h_{(f)} \end{aligned} \quad (17)$$

から、腹板では、

$$\begin{aligned} N_{x(w)}^p &= \sum \sigma_{x(w)}^p \Delta h_{(w)}, \quad N_{y(w)}^p = \sum \sigma_{y(w)}^p \Delta h_{(w)}, \\ N_{xy(w)}^p &= \sum \tau_{xy(w)}^p \Delta h_{(w)}, \\ M_{x(w)}^p &= \sum \sigma_{x(w)}^p z \Delta h_{(w)}, \quad M_{y(w)}^p = \sum \sigma_{y(w)}^p z \Delta h_{(w)}, \\ M_{xy(w)}^p &= \sum \tau_{xy(w)}^p z \Delta h_{(w)} \end{aligned} \quad (18)$$

から求められる。ここに $\Delta h_{(f)}$, $\Delta h_{(w)}$ はそれぞれフランジと腹板における板厚方向の層厚である。

式(17)と(18)において、フランジおよび腹板における超過応力 $\sigma_{x(f)}^p$, $\sigma_{z(f)}^p$, $\tau_{xz(f)}^p$, $\sigma_{x(w)}^p$, $\sigma_{y(w)}^p$, $\tau_{xy(w)}^p$ は負荷時にひずみが漸増・漸減する場合には

$$\begin{aligned} \sigma_{x(f)}^p &= \sigma_{x(f)}^b + (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{x(f)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}} \right), \\ \sigma_{z(f)}^p &= \sigma_{z(f)}^b + (\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{z(f)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}} \right), \\ \tau_{xz(f)}^p &= \tau_{xz(f)}^b + (\tau_{xz(f)}^e - \tau_{xz(f)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}} \right), \\ \sigma_{x(w)}^p &= \sigma_{x(w)}^b + (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{x(w)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}} \right), \\ \sigma_{y(w)}^p &= \sigma_{y(w)}^b + (\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{y(w)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\tau_{xy(w)}^p = \tau_{xy(w)}^b + (\tau_{xy(w)}^e - \tau_{xy(w)}^b) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}} \right) \quad (20)$$

で与えられ、一方、負荷時でもひずみが反転したり、荷重が除荷される場合には

$$\sigma_{x(f)}^p = \sigma_{x(f)}^b, \quad \sigma_{z(f)}^p = \sigma_{z(f)}^b, \quad \tau_{xz(f)}^p = \tau_{xz(f)}^b \quad (21)$$

$$\sigma_{x(w)}^p = \sigma_{x(w)}^b, \quad \sigma_{y(w)}^p = \sigma_{y(w)}^b, \quad \tau_{xy(w)}^p = \tau_{xy(w)}^b \quad (22)$$

で与えられる。ここに $\sigma_{x(f)}^b$, $\sigma_{z(f)}^b$, $\tau_{xz(f)}^b$ および $\sigma_{x(w)}^b$, $\sigma_{y(w)}^b$, $\tau_{xy(w)}^b$ は前荷重段階における超過応力で、初期降伏に達するまではゼロである。

なお、式(19)と(20)における $\sigma_{eq(f)}$ と $\sigma_{eq(w)}$ はそれぞれフランジと腹板での von Mises の等価応力で、フランジでは

$$\begin{aligned} \sigma_{eq(f)} &= \left\{ (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{x(f)}^b)^2 - (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{x(f)}^b)(\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{z(f)}^b) \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{z(f)}^b)^2 + 3(\tau_{xz(f)}^e - \tau_{xz(f)}^b)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (23)$$

腹板では

$$\begin{aligned} \sigma_{eq(w)} &= \left\{ (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{x(w)}^b)^2 - (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{x(w)}^b)(\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{y(w)}^b) \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{y(w)}^b)^2 + 3(\tau_{xy(w)}^e - \tau_{xy(w)}^b)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (24)$$

から計算される。

(2) 境界条件

短い H 形断面部材が圧縮あるいは曲げを受ける場合を解析するには、部材の両端と H 形断面のフランジ自由突出端での境界条件、およびフランジと腹板の接合部での連続条件が必要である。ここでは、部材の両端は単純支持され、圧縮力あるいは曲げモーメントが単独に作用するものとする。すなわち、部材の端辺のうち、フランジ部では

$$\begin{aligned} u_{(f)} &= -u_0 + \frac{b_w}{2} \phi_0 + z \phi_{y(f)}, \quad N_{xz(f)}^e - N_{xz(f)}^p = 0, \\ \bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} &= -v_{(x=a/2, y=\pm bw/2)}, \quad \frac{\partial^2 \bar{v}_{(f)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_{0(f)}}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

が、腹板部では

$$\begin{aligned} u_{(w)} &= -u_0 + y \phi_0, \quad N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p = 0, \\ \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} &= 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{w}_{(w)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_{0(w)}}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

が境界条件となる。ここに、 u_0 は図心における部材軸方向の強制変位、 ϕ_0 は図心における z 軸まわりの強制部材回転角、 $\phi_{y(f)}$ はフランジの y 軸まわりの面内回転角である。

次に、フランジの自由突出端は変位拘束されず、外力も作用しないので、 z 方向膜力 N_{z0} 、膜せん断力 N_{xz0} 、 x 軸まわりの曲げモーメント M_{x0} および z 方向反力 V_{z0} がいずれもゼロであると仮定できる。すなわち、

$$\begin{aligned} N_{z(f)}^e - N_{z(f)}^p &= 0, \quad N_{xz(f)}^e - N_{xz(f)}^p = 0, \quad M_{z(f)}^e - M_{z(f)}^p = 0, \\ \frac{\partial M_{z(f)}^e}{\partial z} + 2 \frac{\partial M_{xz(f)}^e}{\partial x} - \left(\frac{\partial M_{z(f)}^p}{\partial z} + 2 \frac{\partial M_{xz(f)}^p}{\partial x} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

(3) 連続条件

H 形部材の局部座屈解析では、フランジと腹板の接合

部 ($y=\pm b_w/2$) における変位の連続性を考慮しなければならない。すなわち、2枚の板パネルの変位が連続しなければならないことから、

$$u_{(f)}=u_{(w)}, \quad w_{(f)}=\bar{w}_{(w)}-w_{0(w)}, \quad \bar{v}_{(f)}-v_{0(f)}=-v_{(w)},$$

$$\frac{\partial \bar{v}_{(f)}}{\partial z}-\frac{\partial v_{0(f)}}{\partial z}=\frac{\partial \bar{w}_{(w)}}{\partial y}-\frac{\partial w_{0(w)}}{\partial y} \quad (28)$$

の条件が仮定できる。

2.4 数値解法

2.2と2.3で誘導したH形部材の弾塑性有限変位挙動に関する基礎式を解けば、部材の全体座屈あるいは局部座屈の変形挙動と終局強度を明らかにすることができる。

上述の基礎式は、連成した常微分あるいは偏微分の非線形方程式で、厳密には解き難い。ここでは、差分法を適用し、微分方程式を代数方程式に書き換えると、

$$[K]\{\Delta\delta\}=\{R\} \quad (29)$$

なる多元連立の代数方程式を得る。これを増分法と修正ニュートン・ラフソン法を併用した混合法で解き、数値解を求めることにする。ここに、 $[K]$ は係数行列、 $\{\Delta\delta\}$ は増分変位ベクトルである。 $\{R\}$ は残差不平衡力ベクトルで、全体座屈解析の場合には力のつり合い式(1)と境界条件式(7)に、局部座屈解析の場合には力のつり合い式(10)と(14)、境界条件式(25)-(27)、および連続条件式(28)にそれぞれ反復計算過程での変位を代入して得られるベクトルである。

なお、修正ニュートン・ラフソン法は極限点付近で求解に必要な繰返し回数が増える傾向にあるため、ラグランジェの内挿法やヤコビの加速法を用いて非線形解を修正し、反復回数の増大が極力抑えられるようにした。

3. 数値解析結果とその考察

2. で説明した解析理論と数値解法を用い、

- ①圧縮柱
- ②強軸まわりに曲げを受けるはり
- ③圧縮と強軸まわりの曲げを受けるはり一柱

の非線形挙動と終局強度を明らかにする。ただし、鋼材の降伏点 $\sigma_p=2,400\text{kgf/cm}^2$ (235MPa)、ヤング率 $E=2.1\times 10^6\text{kgf/cm}^2$ (206GPa)、ポアソン比 $\nu=0.3$ とする。

広範な数値解析の前に、部材の全体座屈と局部座屈の解析に必要な差分分割数や板厚方向の層数と数値解との関係を調べた。その結果、部材軸方向に20分割、フランジと腹板をそれぞれ幅方向に14分割、および板厚方向に8分割すれば精度のよい解の得られることが分かった。

3.1 圧縮柱

(1) 部材の全体座屈に対応する終局強度

部材を形成するフランジと腹板の局部座屈を無視し、鋼柱の終局圧縮強度を求めれば、Fig.4 に■印で示す解

を得る。図中、縦軸は全強 N_p で無次元化した終局圧縮強度、横軸は鋼圧縮柱の修正細長比パラメータ

$$\bar{\lambda}=\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_p A}{E I_y}} \quad (30)$$

である。また図中には、本解との比較のため、西村・青木・西井・福本¹⁸⁾の解(長い1点鎖線)、現行道路橋示方書の強度曲線(短い1点鎖線)、断面形・鋼種・製法などを勘案したECCS(点線)とSSRC(2点鎖線)¹⁹⁾の強度曲線、ならびに実験結果(○印)を示す。ただし、H形断面として、フランジと腹板が同時に弾性座屈する断面形状 $b_f/b_w=3$, $b_{ft}/b_{wt}=0.363$ を仮定した。

図から明らかなように、修正細長比パラメータが $\bar{\lambda}=0.2$ を超えるあたりから、終局圧縮強度がパラメータ $\bar{\lambda}$ とともに徐々に減少するようになる。得られた鋼柱の終局圧縮強度をPerry-Robertson型²⁰⁾の書式で表せば、Fig.4に実線で示される強度曲線

$$\frac{N_{ult,global}}{N_p}=\frac{1}{2\bar{\lambda}^2}\left(X-\sqrt{X^2-4\bar{\lambda}^2}\right) \quad (31)$$

を得る。ここに、

$$X=1+0.215(\bar{\lambda}-0.2)+\bar{\lambda}^2$$

である。上式は西村・青木・西井・福本の有限要素解に極めてよい一致を示している。わが国の設計強度曲線が実験値の下限を与えているのに対し、本解がやや高めの強度を与えていることが分かる。

(2) 部材の局部座屈に対応する終局強度

H形部材を形成するフランジと腹板の局部連成座屈は、次のように区分される。

- ①腹板に比して、フランジの幅厚比パラメータが相対的に大きい場合、フランジは腹板に先行して局部的に座屈する。
- ②フランジに比して、腹板の幅厚比パラメータが相対的に大きい場合、腹板はフランジに先行して局部的に座屈する。
- ③フランジと腹板の幅厚比パラメータがほぼ同程度の場合、フランジと腹板はほぼ同時に座屈する。

ところで、部材は、フランジと腹板の寸法如何によっ

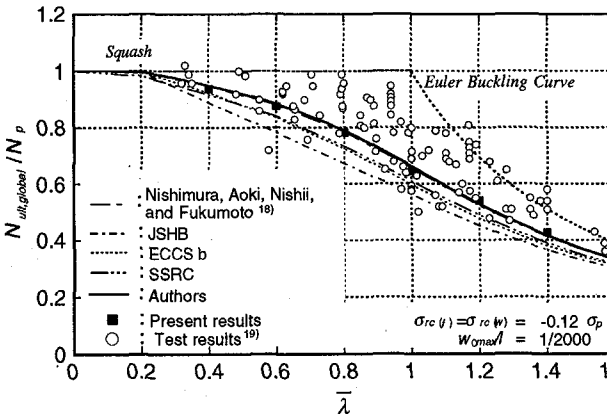


Fig.4 鋼H形柱の終局圧縮強度 (局部座屈を無視した場合)

て、上述の3形式のうち、いずれかで座屈する。そこで、フランジと腹板の幅厚比パラメータとH形断面短柱の弾性圧縮座屈係数²⁰⁾との関係を調べると、Fig.5を得る。ただし $a/b_w=1$ 、 $b_w/b_f=3$ の場合である。図によれば、幅厚比パラメータが $b_{ft}/b_{wt}=0.363$ でフランジと腹板が同時座屈することが分かる。文献15)でも詳述したように、幅厚比パラメータ b_{ft}/b_{wt} がこれより小さいと腹板の座屈が、一方、大きいとフランジの座屈が先行する。

フランジと腹板が同時に弾性座屈する鋼H形柱 ($a/b_w=1$ 、 $b_w/b_f=3$ 、 $b_{ft}/b_{wt}=0.363$) に対し、圧縮強度を求めれば、Fig.6に実線で示す

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{3}{4R_{fw}^{2/3}} \quad (32)$$

を得る。ここに、縦軸は全強で無次元化した終局圧縮強度である。また、横軸はH形断面の等価幅厚比パラメータで、フランジと腹板の幅厚比パラメータの相乗平均²⁰⁾

$$R_{fw} = \sqrt{R_f R_w} \quad (33)$$

を用いることとした。ただし、

$$R_f = \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_f \pi^2}}, \quad R_w = \frac{b_w}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_w \pi^2}}$$

で、フランジと腹板の弾性圧縮座屈係数 k_f 、 k_w はそれぞれ $k_f=0.531$ 、 $k_w=4$ である。

図中には、比較のため、

①鋼H形短柱の実験結果を参考に、SGST書式²⁰⁾に準じた山尾・崎元の強度式²⁴⁾

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{0.77}{R_{fw}} \quad (34)$$

②弾塑性有限変位解析に基づく西村・吉田の強度式³⁾

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{1}{R_{fw} + 0.3} \quad (35)$$

③実験結果の回帰曲線（強度の平均値に相当する曲線）として提案された久保・小川の強度式²⁰⁾

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{1}{R_{fw} + 0.2} \quad (36)$$

④フランジと腹板の連成を無視したWang-Errera-Winterの単一板の強度式²⁵⁾

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{1.19}{R_f} \left(1 - \frac{0.298}{R_f}\right),$$

$$\frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{1}{R_w} \left(1 - \frac{0.22}{R_w}\right) \quad (37)$$

および実験結果（○印）をそれぞれ示す。

図から明らかなように、式(32)は $R_w=1.05$ までの範囲で西村・吉田の強度式(35)とよい相関にある。以上のように、本法によれば、圧縮を受ける鋼H形柱の局部座屈強度が精度よく推定できるものと思われる。

(3) 全体座屈と局部座屈の連成

次に、局部的な変形を無視して求めた全体座屈強度（式(31)）と局部座屈強度（式(32)）から鋼柱の連成座屈強度を評価する方法、いわゆるQ-factor法と積公式について述べる。

①Q-factor法

Q-factor法は、局部座屈を無視して求めた鋼柱の圧縮強度

$$\frac{N_{ult,global}}{N_p} = f(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left(X - \sqrt{X^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right) \quad (31)$$

の関数 $\bar{\lambda}$ 、いわゆる鋼柱の修正細長比パラメータ（式(30)）に用いる鋼材の降伏点 σ_p を局部座屈による強度低下を表すパラメータ

$$Q = \frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{3}{4R_{fw}^{2/3}} \quad (32)$$

に置き換え、鋼柱の圧縮強度を

$$\frac{N_{ult,int}}{N_p} = Qf(\sqrt{Q}\bar{\lambda}) \quad (38)$$

から求めようとする方法である。

②積公式

積公式は、Q-factor法と同様、局部座屈による強度低下を表すパラメータ Q を用い、鋼柱の圧縮強度を

$$\frac{N_{ult,int}}{N_p} = Qf(\bar{\lambda}) \quad (39)$$

から求めようとする方法である。

③実験結果との比較

本法による鋼柱の終局強度の妥当性を検討するため、本解をHancock-Bradford-Trahair¹²⁾、山尾・崎元²⁰⁾、および

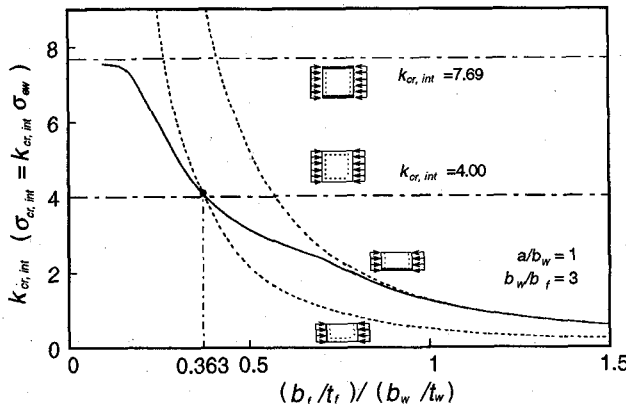


Fig.5 幅厚比パラメータと弾性圧縮座屈係数の関係 (H形短柱)

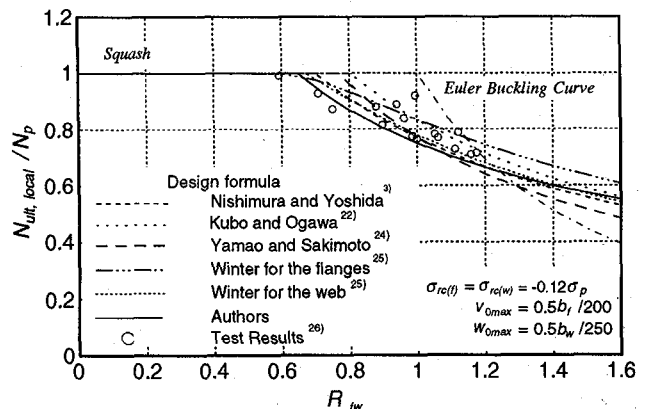


Fig.6 終局圧縮強度曲線 (鋼H形短柱の場合)

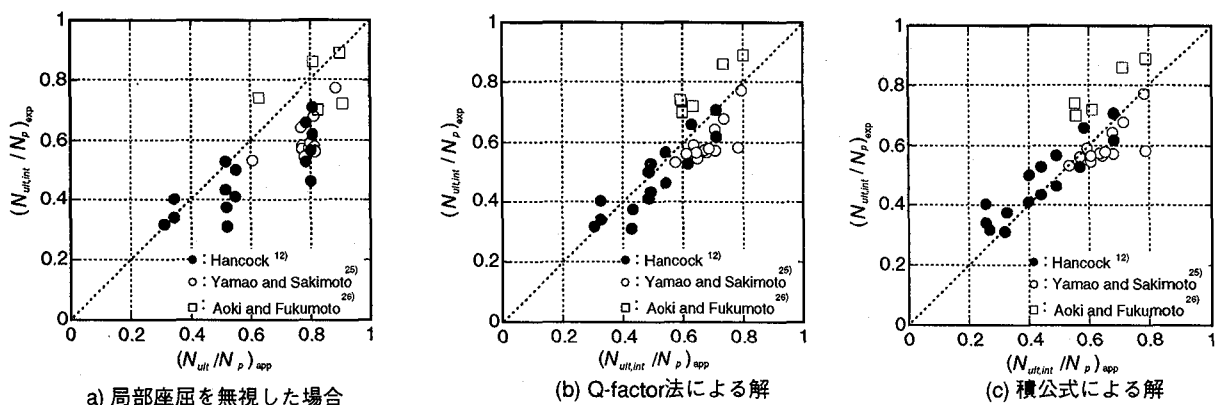


Fig.7 局部座屈を無視した鋼柱の終局強度、Q-factor法・積公式による連成終局強度と実験値との比較

青木・福本²⁶⁾による実験の結果と比較すれば、Fig.7を得る。3つの図のうち、(a)図は局部座屈を無視して求めた鋼柱の全体座屈強度を、(b)図と(c)図はそれぞれQ-factor法と積公式を適用して求めたそれらを示す。いずれの図も横軸が推定値、縦軸が実験値を示す。

局部座屈を無視して求めた鋼柱の全体座屈強度を示す(a)図によれば、推定値は実験値よりやや高めの値を示している。これは、実験に用いられた供試体が局部座屈を伴って崩壊したにもかかわらず、終局圧縮強度の評価に局部座屈による強度の低減が加味されていないことへの不合理さを物語っている。

次に、Q-factor法を適用して求めた圧縮強度について考察する。(b)図によれば、局部座屈を無視して求めた鋼柱の終局強度をQ-factor法で求めた鋼柱の連成座屈強度は、実験値との間に多少の差異を生じているものの、平均値的な強度を与えており、かなりよい相関にあることが分かる。一方、(c)図によれば、積公式で求められる強度は、Q-factor法による強度に比べ、やや下限の値を呈しているようである。

以上より、鋼柱の全体座屈強度と局部座屈強度が精度よく求められておれば、Q-factor法によって鋼柱の連成圧縮座屈強度がかなりの精度で求められる。

3.2 強軸まわりの曲げを受けるはり

(1) はりの曲げねじれ座屈強度

強軸まわりに曲げを受けるはりを対象に、フランジと腹板の局部座屈を無視し、はりの曲げねじれ座屈強度を求めれば、Fig.8に■印で示す結果を得る。ここに、縦軸は全塑性モーメント M_{pz} で無次元化した終局曲げ強度、横軸ははりの細長比パラメータ

$$\lambda_b = \sqrt{\frac{M_{pz}}{M_{cr}}} \quad (40)$$

である。ここに、 M_{cr} は支持条件や荷重条件で異なる弾性曲げねじれ座屈モーメントである。ただし、H形断面として、フランジと腹板が同時に弾性座屈すると考えられる形状 $b_w/b_f=3$ 、 $b_{tr}/b_{tr}=0.144$ を仮定した。

図から明らかなように、細長比パラメータが $\lambda_b=0.2$ を

超えるあたりから、終局曲げ強度が徐々に低下するようになる。得られた鋼H形はりの終局曲げ強度を、Perry-Robertson型の強度式に準じて、細長比パラメータ λ_b で表せば、

$$\frac{M_{ult,global}}{M_{pz}} = \frac{1}{2\lambda_b^2} \left(X - \sqrt{X^2 - 4\lambda_b^2} \right) \quad (41)$$

を得る。ここに、

$$X = 1 + 0.115(\lambda_b - 0.12) + \lambda_b^2$$

である。なお図中には、製作・加工法によって分類されたECCSの柱強度式を参考に、福本・伊藤²⁶⁾によって提案された鋼H形はりの曲げ強度式も示す。

また、西欧では、はりの曲げ強度が

$$\frac{M_{ult,global}}{M_{pz}} = \left(\frac{1}{1 + \lambda_b^{2n}} \right)^{1/n} \quad (42)$$

で与えられている。ただし、係数 n は各国で微妙に異なり、スイスでは平均値相当の強度を与える $n=2.24$ 、ドイツではスイスと同様の考えで $n=2.0$ 、フランスでは溶接はりの下限値相当の強度を与える $n=1.5$ としている。

本曲線を諸外国の基準強度曲線と比較する。本解は、細長比パラメータの小さい領域で、他国の曲線よりやや下方に位置し、下限の強度を示している。細長比パラメータの増加とともに福本・伊藤やスイス、ドイツの曲線に漸近するようになる。なお、H形はりの基準強度の規定は、圧縮柱に比べて、平均値を上回る強度を与える

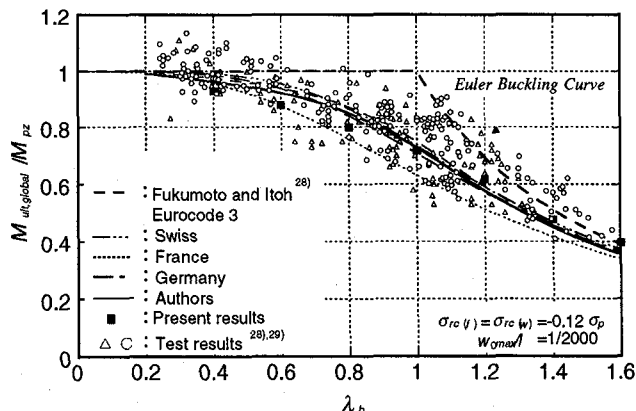


Fig.8 鋼H形はりの終局曲げ強度（局部座屈を無視した場合）

ものや下限値相当の強度を与えるものなど様々である。

(2) はりの局部曲げ座屈強度

圧縮柱の場合と同様、純曲げを受ける鋼H形はりの局部連成座屈を固有値解析し、弾性曲げ座屈係数 $k_{cr,el}$ と幅厚比パラメータ b_{tr}/b_w の関係を求めれば、Fig.9を得る。ただし、弾性座屈係数 $k_{cr,el}$ は

$$M_{cr} = k_{cr,el} \sigma_{ew} W = k_{cr,el} \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} W \quad (43)$$

で、 W は断面係数である。なお、縦横比 $a/b_w=1$ 、断面形状パラメータ $b_{tr}/b_w=3$ の場合に限定した。

図によれば、周辺単純支持板の曲げ座屈係数曲線（下側の破線）と3辺単純支持・1辺自由の板の圧縮座屈係数曲線（ $k_{cr,el}=25.5$ を与える一点鎖線）が交差する点、すなわちH形断面が曲げを受け、フランジと腹板がほぼ同時に座屈する時点の幅厚比パラメータは $b_{tr}/b_w=0.144$ である。幅厚比パラメータがこれより小さいと腹板が、これより大きいとフランジが先行して座屈する。

上述の結果を踏まえ、純曲げを受ける短い鋼H形はりの終局強度を明らかにする。ただし、パラメータ $a/b_w=1$ 、 $b_{tr}/b_w=3$ 、 $b_{tr}/b_w=0.144$ のみに限定した。広範な数値解析を実施した結果、Fig.10に実線で示す終局曲げ強度

$$\frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \frac{0.76}{R_{fw}^{0.85}} \quad (44)$$

を強度式として提案する。ここに図中、縦軸は全塑性モーメントで無次元化した終局曲げモーメントである。また、横軸はH形はりの局部連成曲げ座屈に対応する等価幅厚比パラメータで、圧縮柱の場合と同様、久保・小川が提案する相乗平均（式(33)）とした。ただし、 k_r 、 k_w はそれぞれ0.531、25.5である。

図中には、比較のため、

- ①長い一点鎖線で示す実験結果に基づいた久保・小川の終局強度の回帰曲線（平均値相当の強度曲線）³⁰⁾

$$\frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \frac{0.88}{R_{fw} + 0.2} \quad R_{fw} \geq 0.68 \quad (45)$$

- ②曲げを受けるI形断面の局部座屈強度の評価に際し、フランジを3辺単純支持・1辺自由の圧縮板、腹板を曲げを受ける周辺単純支持板とみなし、板パネルの終

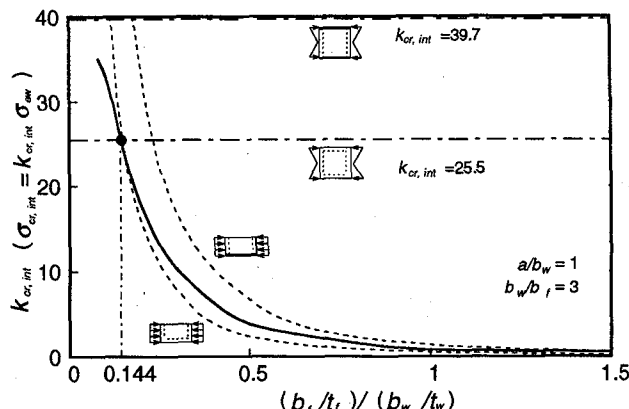


Fig.9 幅厚比パラメータと弾性曲げ座屈係数の関係 (H形はり)

局強度から算定した純圧縮を受ける自由突出板の終局強度（3点鎖線）³¹⁾

$$\frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \left(\frac{0.7}{R_f} \right)^{0.64} \quad R_f \geq 0.7 \quad (46)$$

純曲げを受ける周辺単純支持板の終局強度（短い1点鎖線）³¹⁾

$$\frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \left(\frac{1.0}{R_w} \right)^{0.72} \quad R_w \geq 1 \quad (47)$$

も示す。

実験結果の平均値相当の強度を与える久保・小川の曲線との比較から、本曲線は、等価幅厚比パラメータの全領域に対して、久保・小川の結果とよい相関にある。

(3) 全体座屈と局部座屈の連成

鋼圧縮柱の場合と同様、はり全体の変形と局部変形が連成しながら座屈する場合の強度が、3.2(1)のはりの曲げねじれ座屈強度と3.2(2)の局部曲げ座屈強度から簡易に求められる方法を提案する。

①Q-factor法

Q-factor法によれば、はりの全体座屈と局部座屈の連成曲げ座屈強度は、局部座屈を無視して求められるはりの曲げ座屈強度

$$\frac{M_{ult,global}}{M_{pz}} = f(\lambda_b) = \frac{1}{2\lambda_b^2} (X - \sqrt{X^2 - 4\lambda_b^2}) \quad (41)$$

の関数 λ_b 、いわゆるはりの細長比パラメータ（式(40)）

に用いる鋼材の降伏点 σ_p を局部曲げ座屈による強度低下を表すパラメータ

$$Q = \frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \frac{0.76}{R_{fw}^{0.85}} \quad (44)$$

で置き換え、

$$\frac{M_{ult,int}}{M_{pz}} = Qf(\sqrt{Q}\lambda_b) \quad (48)$$

から求められる。

②積公式

積公式によれば、はりの連成曲げ座屈強度は

$$\frac{M_{ult,int}}{M_{pz}} = Qf(\lambda_b) \quad (49)$$

から求められる。ここに係数 Q は式(44)で与えられる。

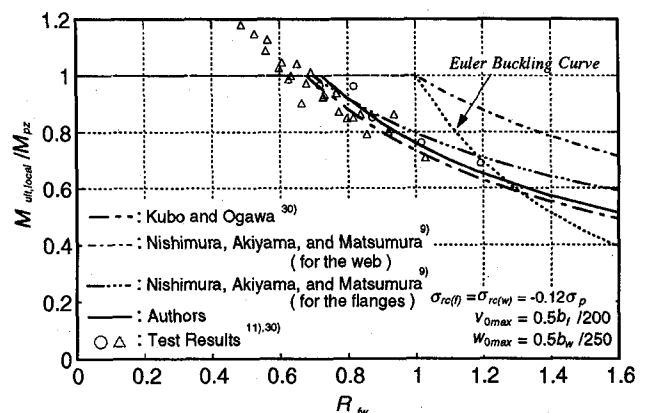


Fig.10 終局曲げ強度曲線 (短い鋼はりの場合)

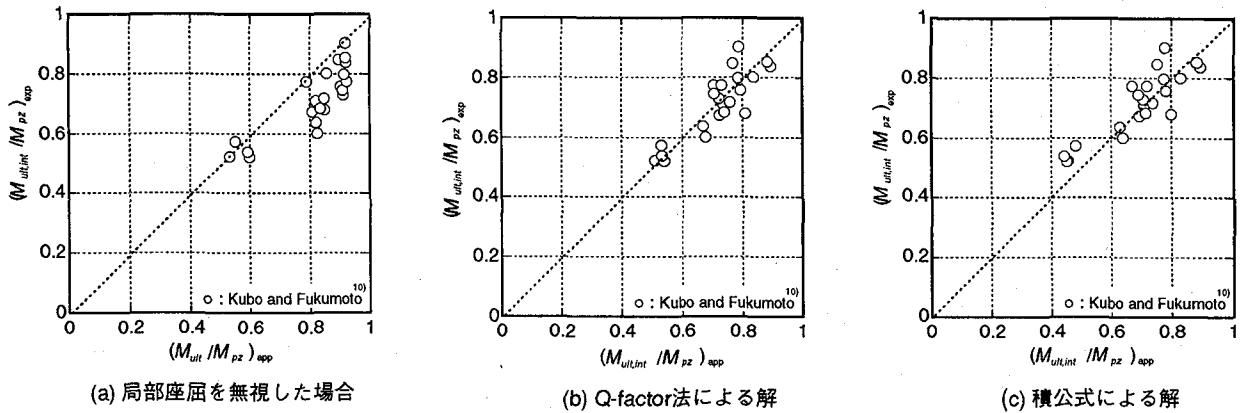


Fig.11 局部座屈を無視した鋼はりの終局強度、Q-factor法・積公式による連成座屈強度と実験値との比較

③実験値との比較

局部座屈を無視して求めた鋼はりの曲げねじれ座屈強度は、Fig.11(a) から分かるように、圧縮の場合と同様、久保・福本¹⁰⁾による実験結果よりやや高めの値を呈している。ちなみに、実験に用いられたフランジと腹板は、等価幅厚比で示せば、 $R_{\omega}=0.70\sim0.90$ である。これは、部材の終局強度が局部座屈に影響されるにも関わらず、局部座屈が無視されているためである。

Fig.11(b)と(c)はそれぞれQ-factor法と積公式で算定された連成座屈強度と実験結果とを比較したものである。これらの結果から推測すれば、フランジと腹板の等価幅厚比が比較的狭い範囲の実験ではあるが、すべての供試体において、局部座屈が部材の全体強度に影響を及ぼしていることが分かる。

Fig.11(b)から明らかなように、Q-factor法による推定強度と実験値との間にはややばらつきはあるものの、相対誤差が10%以内にあることが分かった。したがって、Q-factor法による連成強度と実験値との間には比較的よい相関があり、局部座屈を無視したはりの曲げねじれ座屈強度の評価式と局部連成座屈強度の評価式とはほぼ妥当であると思われる。また、Q-factor法は鋼H形はりの連成座屈強度を推定するのに有効な方法であろう。

一方、積公式による推定値はQ-factor法によるそれに比べて、やや下限の値を呈している。

に、広範な数値解析から、圧縮と曲げを受ける鋼H形部材の強度相関式⁸⁾

$$\frac{N_{ult}}{N_{ult,global}} + \left(\frac{M_{ult}}{M_{ult,global}} \right)^{(1.125\bar{\lambda}+0.1)} \leq 1.125\bar{\lambda}+0.1 \geq 1 \quad (50)$$

のように得られる。

本解は、面外崩壊する鋼H形はりに対し、外にふくらみをもつ相関強度の特性をうまく評価している。

(2) 全体座屈と局部座屈の連成

式(50)にQ-factor法を適用し、局部座屈が勘案された圧縮と曲げを受ける鋼H形部材の強度相関評価法を提案する。すなわち、局部座屈を無視した部材の強度相関式(50)において、左辺第1項の分母に純圧縮を受ける鋼柱の局部座屈を加味した終局強度

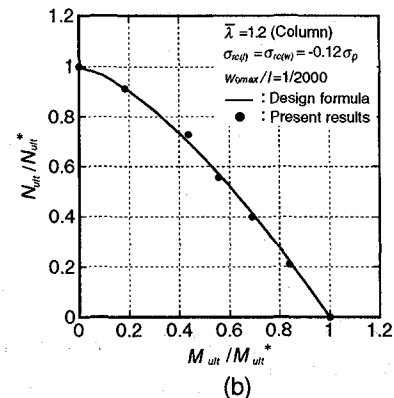
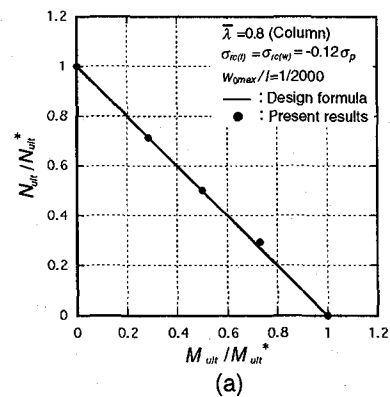


Fig.12 組合せ荷重を受けるH形部材の強度相関

3.3 圧縮と曲げを受けるはり-柱

(1) 局部変形を無視したはり-柱の終局強度

局部座屈を無視して求められたH形部材の圧縮と曲げの強度相関を図示すれば、Fig.12のようになる。図中、縦軸は純圧縮の終局強度で無次元化した組合せ荷重下での圧縮強度、横軸は純曲げの終局強度で無次元化した組合せ荷重下での曲げ強度である。ただし、細長比パラメータが $\bar{\lambda}=0.8, 1.2$ の場合で、断面形状パラメータが $b_f/b=3$ 、フランジと腹板の幅厚比がそれぞれ $b/t_f=14$ 、 $b/t_w=40$ の場合である。

図から明らかなように、細長比パラメータによって強度相関に若干の相違が認められる。図示した結果とともに

$$N_{ult,int} = Qf(\sqrt{Q\lambda})N_p \quad (51)$$

を適用する。ここに、

$$f(\sqrt{Q\lambda}) = \frac{1}{2Q\lambda^2} \left(X - \sqrt{X^2 - 4Q\lambda^2} \right),$$

$$Q = \frac{N_{ult,local}}{N_p} = \frac{3}{4R_{fw}^{2/3}},$$

$$X = 1 + 0.215(\sqrt{Q\lambda} - 0.2) + Q\lambda^2$$

である。また、式(50)において、左辺第2項の分母に純曲げを受けるはりの局部座屈を加味した終局強度

$$M_{ult,int} = Qf(\sqrt{Q\lambda_b})M_{pz} \quad (52)$$

を適用する。ここに、

$$f(\sqrt{Q\lambda_b}) = \frac{1}{2Q\lambda_b^2} \left(X - \sqrt{X^2 - 4Q\lambda_b^2} \right),$$

$$Q = \frac{M_{ult,local}}{M_{pz}} = \frac{0.76}{R_{fw}^{0.85}},$$

$$X = 1 + 0.115(\sqrt{Q\lambda_b} - 0.12) + Q\lambda_b^2$$

である。

局部座屈を無視した部材の強度式(50)を上述のように補正すれば、組合せ荷重を受ける部材の連成座屈強度を算定することができる。

本節では、圧縮と曲げを同時に受ける部材の連成座屈強度の簡易算定法を提案したが、比較すべき適当な実験結果などが見当たらなかったため、解法の妥当性を検証するまでには至らなかった。今後の研究課題とし、まとも次第、別途報告する予定である。

4. あとがき

H形断面を形成するフランジと腹板の局部座屈を加味した鋼柱および鋼はりの終局強度を理論的に明らかにした。すなわち、圧縮と強軸まわりの曲げを受ける鋼H形部材を対象に、局部座屈を無視した部材の全体座屈と短い部材の局部連成座屈をそれぞれ個別に解析し、それらの強度をQ-factor法および積公式に適用し、鋼柱および鋼はりの局部座屈と全体座屈が連成する場合の終局強度を求めた。

得られた結果を要約すれば、以下のようである。

- (1) 圧縮力を受ける鋼柱に対し、その全体座屈強度、H形断面の局部連成座屈強度、および全体座屈と局部座屈の連成強度をそれぞれ明らかにした。また、圧縮柱の簡易強度評価式を提示した。
- (2) 強軸まわりの曲げを受けるはりに対し、その曲げねじれ座屈強度、局部連成曲げ座屈強度、および全体座屈と局部座屈の連成強度をそれぞれ明らかにし、簡易な強度評価式を提示した。
- (3) 圧縮と曲げを同時に受ける部材の全体座屈強度を明らかにし、相関強度の簡易な評価式を提示した。また、鋼柱と鋼はりの解析で得られた局部連成圧縮強度と局部連成曲げ強度をQ-factor法と積

公式に適用し、局部座屈を無視した全体座屈の相関強度を補正する方法を提示した。

- (4) 鋼圧縮柱および曲げを受ける鋼はりに対して提案した強度評価式を既往の強度算定式、実験値、および設計規準などと比較した。その結果、本法は妥当な強度を与えていることが分かった。

参考文献

- 1) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編，丸善，1996-12。
- 2) 山尾敏孝・崎元達郎：板要素とはり要素の結合による薄肉鋼構造物の有限変位弾塑性解析，構造工学論文集，土木学会，Vol.32A，pp.291-302，1986-3。
- 3) 西村宣男・吉田信博：鋼H形断面柱部材の連成座屈強度特性と設計公式，土木学会論文集，No.398，pp.161-170，1988-10。
- 4) Oda, H., Usami, T., and Ge, H. B. : Experimental re-examination of coupled buckling strength formula considering initial imperfection, Proc. of the Second International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures Cim '96, eds. by Rondal, J., Dubina, D., and Gioncu, V., Imperial College Press, pp.133-140, 1996.
- 5) 織田博孝・長谷川雄一・宇佐美勉：初期不整の関数で表した連成座屈強度公式の実験データによる検証，土木学会論文集，No.543/I-36，pp.31-40，1996-7。
- 6) Davids, A. J. and Hancock, G. J. : Compression test of long welded I-section, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.112, No.ST10, pp.2281-2297, 1986.
- 7) 深沢泰晴・杉原美好：I形ばりの弾性横座屈に及ぼすウェブの変形の影響，構造工学論文集，土木学会，Vol.31A，pp.15-23，1985-3。
- 8) 深沢泰晴・杉原美好：ウェブの変形を考慮したI形断面ばりの弾塑性横倒れ座屈強度，構造工学論文集，土木学会，Vol.33A，pp.93-102，1987-3。
- 9) 西村宣男・秋山寿行・松村達生：曲げを受けるI形断面はりおよびプレートガーダーの強度設計法の一提案，構造工学論文集，土木学会，Vol.39A，pp.165-174，1993-3。
- 10) 久保全弘・福本晴士：フランジの局部座屈を伴う鋼I形断面はりの横ねじれ座屈，構造工学論文集，土木学会，Vol.34A，pp.153-160，1988-3。
- 11) 興田香二・今井克彦・黒羽啓明・小川厚治：幅厚比の大きい溶接H形ばりの曲げ変形挙動，日本建築学会構造系論文報告集，No.397，pp.60-71，1989-3。
- 12) Hancock, G. J., Bradford, M. A., and Trahair, N. S. : Web distortion and flexural-torsional buckling, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.106, No.ST7, pp.1557-1571,

- July, 1980.
- 13) Dubina, D., Davis, J. M., Jiang, C., and Ungureanu, V. : Recent interactive buckling approaches for cold-formed thin-formed thin-walled members, Proc. of the Second International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures Cim'96, eds. by Rondal, J., Dubina, D., and Gioncu, V., Imperial College Press, pp. 173-180, 1996.
 - 14) 堂垣正博・泉谷 努・米澤 博：圧縮と曲げを受ける変断面部材の極限強度，構造工学論文集，土木学会，Vol.39A，pp.189-198，1993-3.
 - 15) 堂垣正博・藤井伸彦・三上市藏：圧縮と曲げを受ける鋼H形短柱の連成終局強度，構造工学論文集，土木学会，Vol.43A，pp.155-165，1997-3.
 - 16) Lin, T. H. : Theory of Inelastic Structures, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.
 - 17) Massonnet, Ch. : General theory of elastic-plastic membrane-plates, Engineering Plasticity, ed. by Heyman, J. and Leckie, F. A., Cambridge University Press, pp.443-471, 1968.
 - 18) 西村宣男・青木徹彦・西井 学・福本晴士：鋼柱部材の基本強度の統一評価，土木学会論文集，No.410/I-12，pp.325-333，1989-10.
 - 19) 福本晴士・伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼柱の基準強度に関する研究，土木学会論文集，No.335，pp.59-68，1983-7.
 - 20) Rondal, J. and Maquoi, R. : Single equation for SSRC column-strength curve, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.105, No. ST1, pp.247-250, Jan., 1979.
 - 21) 堂垣正博・窪田ユキ・中山博司・朴 斗修・米澤博：圧縮と曲げを受けるH形断面部材の局部連成座屈解析，技苑，関西大学工業技術研究所，Vol.10，No. 2，pp. 31- 38，1992-2.
 - 22) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼柱の極限強度の簡単な評価法，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.83-91，1991-3.
 - 23) 宇佐美勉：板要素の抵抗強度の評価と信頼性，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集，第I部，1980-9.
 - 24) 山尾敏孝・崎元達郎：薄肉H形短柱の耐荷力挙動に関する実験的研究，土木学会論文集，No.380/I-7，pp.331-339，1987-4.
 - 25) Wang, S. T., Errera, S. J., and Winter, G. : Behavior of cold-rolled stainless members, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.101, No. ST11, pp.2337-2357, Nov., 1975.
 - 26) 山尾敏孝・崎元達郎：薄肉H形鋼柱の連成座屈に関する実験的研究，土木学会論文集，No.380/I-7，pp.383-390，1987-4.
 - 27) 青木徹彦・福本晴士：軽量溶接H形鋼柱の局部座屈と全体座屈に関する実験的研究，構造工学論文集，土木学会，Vol.34A，pp.161-170，1989-3.
 - 28) 福本晴士・伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼はりの横ねじれ基準強度に関する実証的研究，土木学会論文集，No.341，pp.137-146，1984-1.
 - 29) 西村宣男・久保全弘・西井 学・福本晴士：鋼はり部材の横ねじれの統一評価，土木学会論文集，No.416/I-13，pp.303-312，1990-4.
 - 30) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼はりの極限強度の簡単な評価法，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.145-154，1991-3.
 - 31) 西村宣男・大崎史淳・長谷川徹雄：曲げを受ける鋼I形断面の局部座屈強度と限界幅厚比に関する実験的研究，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.135-144，1991-3.

(1997年9月26日受付)