

# 斜面上の落石の運動解析手法の開発

A DEVELOPMENT ON THE SIMULATION OF MOTION OF FALLING ROCK ON SLOPES

梶谷 浩\*、福田尚晃\*\*、堤下克彦\*\*\*

Hiroshi MASUYA, Naoaki FUKUDA and Katsuhiko TSUTSUMISHITA

\*金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

\*\*株式会社鴻池組 大阪本店 (〒541 大阪市中央区北久室寺町3-40-20)

\*\*\*金沢大学 工学研究科土木建設工学専攻 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

The estimation of the risk for a falling rock have been done empirically on the most cases of designs of several kinds of protection structures on or along the mountain slope up to now. Authors and some researchers had developed the method of two-dimensional simulation concerning the motion of falling rock on the slope and experimental studies to know the risk of rock falls and the conditions of the impact by rock falls. However, a rock doesn't fall down actually two-dimensionally in many cases because of the topography of slopes. In this study, we have arranged the motion of a falling rock three-dimensionally. Concretely the fundamental numerical method of the motion of rock on slope have been shown. Furthermore the numerical method considering the rotation motion of a falling rock and the slip between a rock and a slope. The validity and the effectiveness of this method have been shown with simple numerical examples.

Key Words: motion of falling rock, slope, rock-shed, collision

## 1. まえがき

急傾斜地を通る道路、鉄道は、斜面崩壊や雪崩などの自然災害により交通の安全性が損なわれる場合が多い。落石は斜面崩壊の中の一つの現象であり、岩盤の割れ目の拡大により岩塊や礫が剥離したり、固結力の小さな地層中の岩塊が風雨などにより表面に浮きだして落下する現象と定義されている<sup>1,2)</sup>。このような落石に対する防護施設の設計には、対象とする落石の規模と発生位置、斜面上の落石の運動形態、防護施設位置での運動エネルギーあるいは衝撃力が必要とされる。この中で落石が落石防護工に衝突した場合の荷重評価、設計方法については近年積極的な研究が行われている<sup>3,4,5)</sup>。

一方、落石の発生予測をはじめ落石の運動形態や考慮すべき落石の運動エネルギーなどに関しては不明な点が多いため、既往の実験結果を参考に2次元斜面を用いたシミュレーションが試みられているにすぎない<sup>6,7,8,9,10)</sup>。しかしながら、このような手法ではどのような斜面に対しても十分に落石の運動を予測できないとはいえないのが現状であり、実際の斜面上の落石落下状況を合理的に推定できる方法が落石の衝撃を受ける防護工の設計上必要とされている。

このような現状より、著者らはより実用的なシミュレーション手法の確立をめざし、3次元斜面上での落石の運動機構の解析手法の開発を行った。本論文では落石の飛翔を基本とする落石運動解析方法の基本理論、さらに回

転と滑りを考慮した解析方法を示す。また、いくつかの数値解析例を用いて本手法の妥当性と有用性を示している。

## 2. 落石の運動形態

落石が斜面を落下する場合、図-1に示すように跳躍(飛翔)運動、回転運動そして滑り運動のいずれかまたはこれらが組合わさった運動形態をとる。実際には図-2に示すようにこれらの運動が組合わさった場合が多いと考えられる。斜面の地形、地質、植生の状況や落石の形状の影響を受け、落石は斜面との衝突を繰り返し落下していくことになる。

本研究では最初に落石の回転や滑りを考慮しない基本的な斜面上の落石の運動解析法を説明し、その後回転と滑りを考慮した運動解析についてもその基本概念と計算法について示す。

## 3. 落石運動の基本解析方法

### 3.1 斜面のモデル化

落石の運動を解析する場合、実際の斜面には大小さまざまな凹凸が存在するが、本研究では図-3に示すように小さな凹凸は無視し、大きな変化点にのみ着目し、斜面を三角形の平面に分割して表現した。

すなわち、本解析においては斜面は図-4に示すように $n_s$ 個の平面と $n_p$ 個の節点で表されるものとする。この

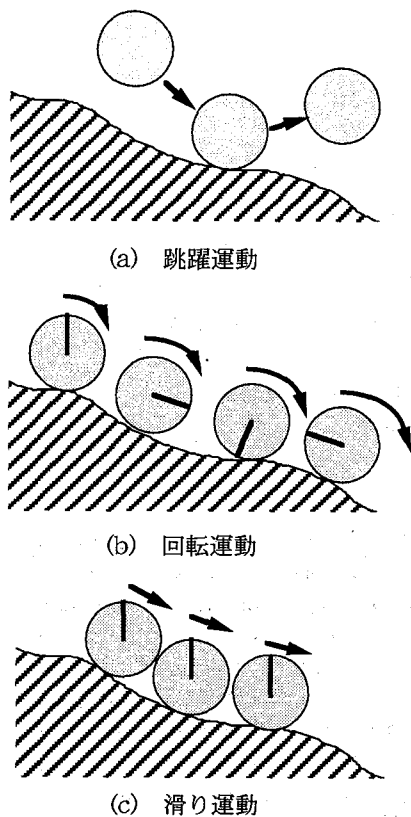


図-1 落石の運動形態

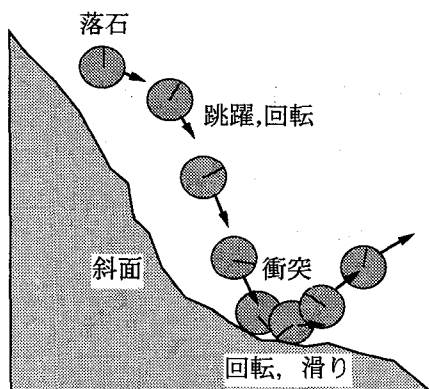


図-2 実際の運動形態

場合、斜面内のある任意の一つの平面Sは次式で表される。

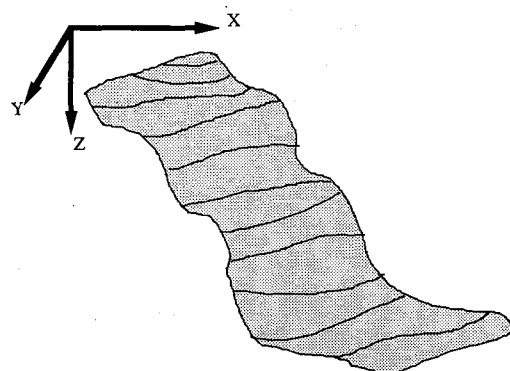
$$aX + bY + Z = d \quad (1)$$

ここに、 $a$ 、 $b$ 、 $d$ は定数であり平面Sの3つの節点を $i(X_i, Y_i, Z_i)$ 、 $j(X_j, Y_j, Z_j)$ 、 $k(X_k, Y_k, Z_k)$ とすると、次のように表される。

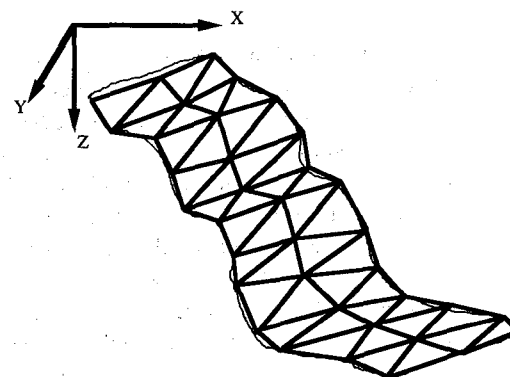
$$a = \frac{(Z_i - Z_k)(Y_i - Y_j) - (Z_i - Z_j)(Y_i - Y_k)}{(X_i - X_j)(Y_j - Y_k) - (X_i - X_k)(Y_i - Y_j)} \quad (2.a)$$

$$b = \frac{(Z_i - Z_k)(X_i - X_j) - (Z_i - Z_j)(X_i - X_k)}{(Y_i - Y_j)(X_i - X_k) - (Y_i - Y_k)(X_i - X_j)} \quad (2.b)$$

$$d = aX_i + bY_i + Z_i \quad (2.c)$$



(a) 大小の凹凸のある実際の斜面



(b) モデル斜面

図-3 実際の斜面とモデル化

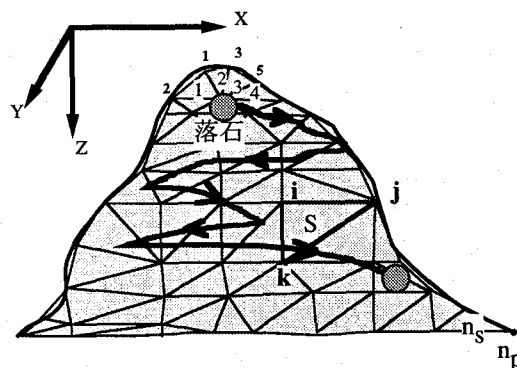


図-4 解析における斜面平面要素と節点

### 3. 2 落石位置の判定

落石の運動を解析する場合、考えている時刻に落石がどの斜面上にあるか判定する必要がある。図-5に示すように斜面Sと節点 $i, j, k$ のXY平面への投影を面 $S^p$ と点 $i', j', k'$ とすると、 $i'$ から $j'$ への変位ベクトルを $u$ 、 $i'$ から $k'$ への変位ベクトルを $v$ とし、 $i'$ から落石位置までの変位ベクトルを $P$ とすると次式が満たされれば、落石は斜面S内あるいは $S^p$ 上にあると判定できる。

$$P = su + (1-s)v \quad \text{ただし } 0 \leq s \leq 1 \quad (3)$$

また、ある斜面上に落石が存在することが上式により確認された場合、落石がその斜面に接しているかは落石を半径 $r$ の球と仮定すると次式で判定できる。

$$\frac{|aX_r + bY_r + Z_r - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \leq r \quad (4)$$

ここに、 $X_r, Y_r, Z_r$ は落石中心の座標、 $a, b, d$ は式(2.a), (2.b), (2.c)で与えられる落石鉛直下方の斜面方程式の係数である。

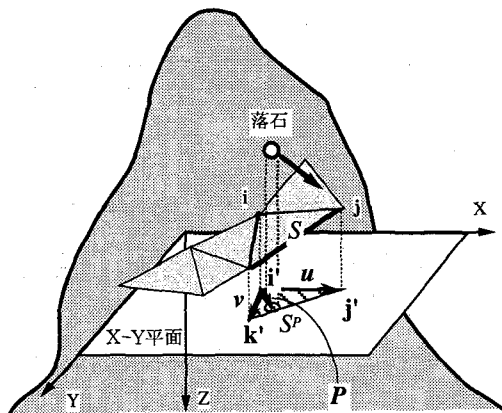


図-5 落石位置の判定

### 3. 3 運動解析

落石の運動は前述のように跳躍、回転、滑りの3つが考えられるが、回転を無視した場合、跳躍運動についての落石の運動方程式は次のように表される。

$$m \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} = \mathbf{f} \quad (5)$$

ここに、 $m$ は落石の質量、 $\mathbf{U}$ は変位ベクトル $\mathbf{U}=[U_x, U_y, U_z]$ 、 $\mathbf{f}$ は作用力ベクトル $\mathbf{f}=[0, 0, mg]$ 、 $g$ は重力加速度である。時刻 $t=t$ での変位、速度そして、加速度を用いて $t=t+\Delta t$ での速度ベクトルと変位ベクトルを次のように表現すると、各跳躍運動区間での初期条件を用いて数値解析的に時間積分を行うことができる。

$$\mathbf{V}(t+\Delta t) = \frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} + \frac{d^2 \mathbf{U}(t)}{dt^2} \Delta t \quad (6)$$

$$\mathbf{U}(t+\Delta t) = \mathbf{U}(t) + \frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2 \mathbf{U}(t)}{dt^2} \Delta t^2 \quad (7)$$

図-6に示すように、跳躍運動をしている落石が斜面と衝突する場合を考える。速度 $\mathbf{V}_{in}=[V_{xin}, V_{yin}, V_{zin}]$ の落石が入射角 $\theta_{in}$ で斜面に衝突し、その後速度 $\mathbf{V}_{out}=[V_{xout}, V_{yout}, V_{zout}]$ 、反射角 $\theta_{out}$ で飛び出すと仮定すると、入射角と反射角の関

係は、

$$\tan(\theta_{out}) = \left(\frac{e}{\eta}\right) \tan(\theta_{in}) \quad (8)$$

と表される。ここで、 $e$ は斜面垂直方向の反発係数、 $\eta$ は低減係数である。低減係数とは斜面平行方向の反発後の速度の入射速度に対する比を表す係数である。 $\tan\theta_{out}$ は斜面 $S$ の法線ベクトル $\mathbf{n}=[a, b, 1]$ を用いて、

$$\tan\theta_{out} = \frac{e}{\eta} \frac{\sqrt{(a^2+b^2+1)(V_{xin}^2+V_{yin}^2+V_{zin}^2)} - (aV_{xin}+bV_{yin}+V_{zin})}{aV_{xin}+bV_{yin}+V_{zin}} \quad (9)$$

と表される。

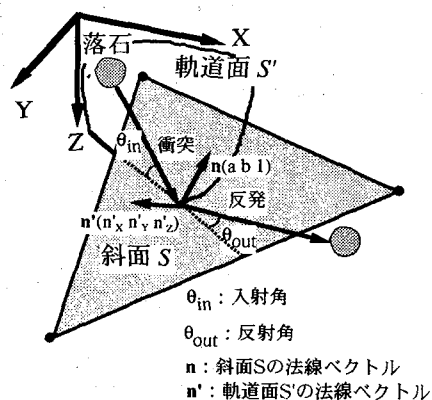


図-6 斜面衝突時の落石の入射角と反射角

衝突後の速度ベクトル $\mathbf{V}_{out}$ は同方向の単位ベクトル $\mathbf{V}_{out}^I$ を用いて次式で表される。

$$\mathbf{V}_{out} = \alpha \mathbf{V}_{out}^I \quad (10)$$

ここに、

$$\alpha = \sqrt{\{e \sin(\theta_{in})\}^2 + \{\eta \cos(\theta_{in})\}^2} |\mathbf{V}_{in}|$$

$$\mathbf{V}_{out}^I = [V_{Xout}^I, V_{Yout}^I, V_{Zout}^I]$$

$$\sqrt{V_{Xout}^I{}^2 + V_{Yout}^I{}^2 + V_{Zout}^I{}^2} = 1$$

$$V_{Xout}^I = \frac{-\{ -n'_y \sqrt{a^2+b^2+1} \sin\theta_{out} + (bn'_z - n'_y) V_{Zout}^I \}}{n'_x b - n'_y a}$$

$$V_{Yout}^I = \frac{-\{ -n'_x \sqrt{a^2+b^2+1} \sin\theta_{out} + (bn'_z - n'_x) V_{Zout}^I \}}{n'_x b - n'_y a}$$

であり、 $\mathbf{n}'$ は図-6に示す落石の軌道平面 $S'$ の法線ベクトル $\mathbf{n}'=[n'_x, n'_y, n'_z]=[V_{yin}-bV_{zin}, aV_{zin}-V_{xin}, bV_{xin}-aV_{yin}]$ である。

図-7は以上説明した落石運動の基本解析のフローチャートを示したものである。

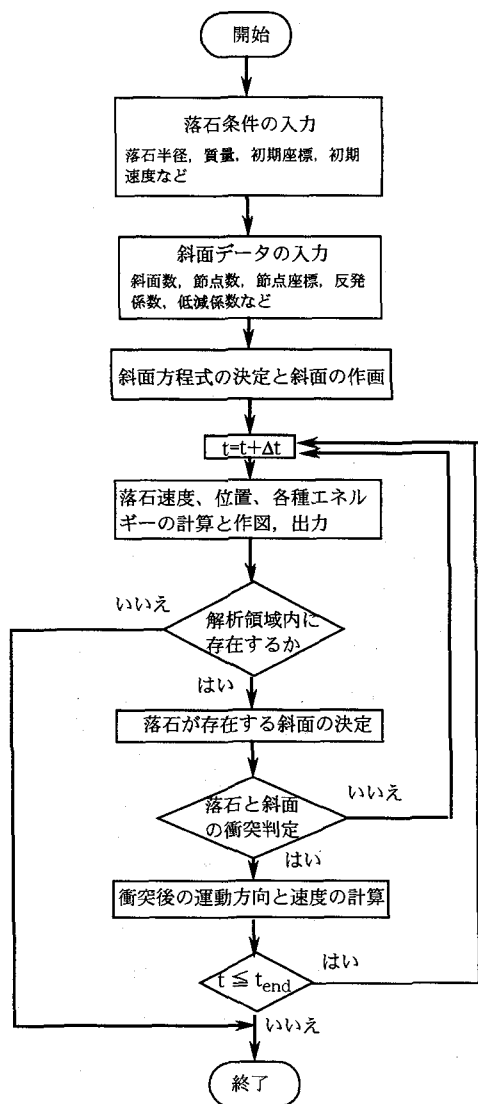


図-7 落石運動の基本解析フローチャート

### 3. 4 数値解析結果

以上、落石の飛翔運動を基本とする落石落下解析シミュレーション手法について説明した。ここでは、この方法により行った解析例を紹介する。なお、本研究においては時間刻みとして $\Delta t=0.001(\text{s})$ を用いている。

図-8は質量1000kg、半径1.0mの落石を高さ20mの高さより水平面に鉛直自由落下させた場合の解析結果を示したものである。同図(a)と(b)は反発係数が $e=1.0, 0.8, 0.6$ の場合について落石位置と速度の時間変化を示したものであり、同図(c)は反発係数が $e=0.8$ の場合について運動エネルギー、位置エネルギーまた全体エネルギーの時間変化を示したものである。これより、各反発係数に応じて本解析が現象を正確にシミュレートしていることが確認できる。

図-9(a)は高さ150mの直線斜面の上方5mの位置より質量1000kgを自由落下させた場合の落石の落下経路を示したものである。また図-9(b)はその場合についてのエネルギーの時間変化を示したものである。4回の衝突があり計

5区間の跳躍運動となっている。本計算例では、反発係数 $e=1.0$ 、低減係数を $\eta=1.0$ としているため衝突時にエネルギー損失はなく落下とともに位置エネルギーが単調に減少し運動エネルギーは増加している。

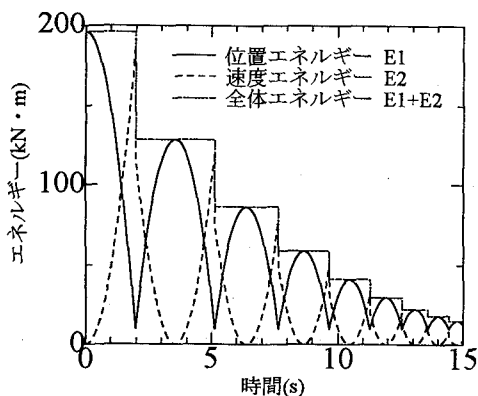
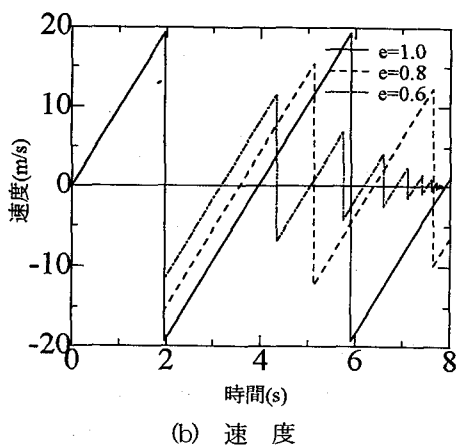
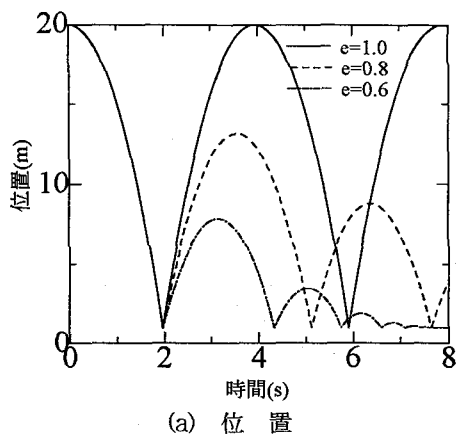
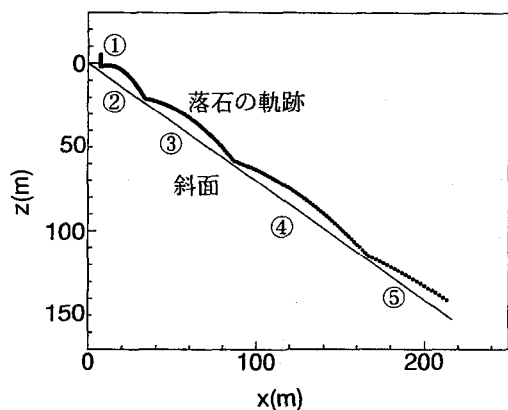
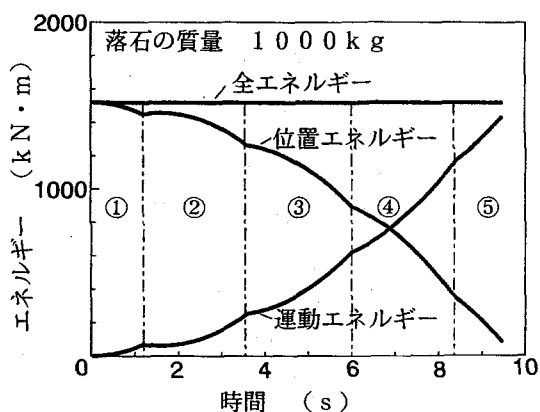


図-8 鉛直落下の解析例

表-1は解析との比較のため行ったテニスボールの反発係数測定実験の概要とその結果を示したものである。また、図-10はテニスボール位置の時間変化の実験結果と解析で反発係数を $e=0.796$ とした計算結果を示したものである。解析では衝突と反発は瞬時に生ずるとしているが実際には接触時間が存在するため、衝突を重ねる度に実験結果と時間のずれが生じている。しかし、到達高さは十分に再現していることがわかる。



(a) 落石の落下経路



(b) エネルギーの時間変化

図-9 2次元斜面での解析例

表-1 鉛直落下実験と反発係数

| 実験概要<br>テニスボール<br>(半径3.50cm、質量57.7g)<br>自由落下<br>落下高さ h<br>衝突<br>反発<br>反発後の到達高さ h'<br>コンクリート基礎 | 衝突回数 | 落下高さ h (m) | 反発後の到達高さ h' (m) | 反発係数 e |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------|-----------------|--------|
|                                                                                               | 1    | 1.000      | 0.650           | 0.798  |
|                                                                                               | 2    | 0.650      | 0.426           | 0.797  |
|                                                                                               | 3    | 0.426      | 0.290           | 0.808  |
|                                                                                               | 4    | 0.290      | 0.191           | 0.782  |
|                                                                                               | 平均   |            |                 | 0.796  |

図-11は3次元斜面への応用例を示したものである。高さ100m、幅200m、奥行き200mの斜面に対し $X=5(m)$ 、 $Y=5(m)$ 、 $Z=20(m)$ の位置から初速を $V_z=0(m/s)$ 、 $V_x=5.0(m/s)$ と固定し、 $V_y$ を-2.0、-1.0、-0.5、1.0、2.0(m/s)と変化させて落石落下経路を示したものである。落下経路は全く異なることがわかる。これより本シミュレーション手法の3次元斜面における有用性が確認できる。

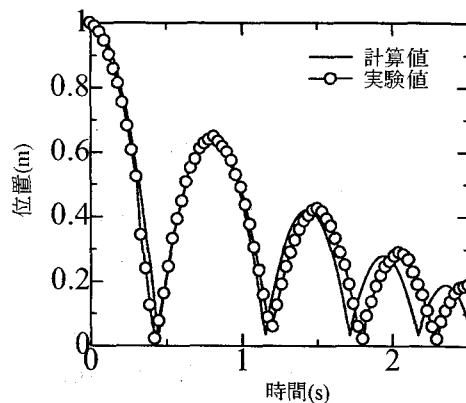


図-10 実験値との比較

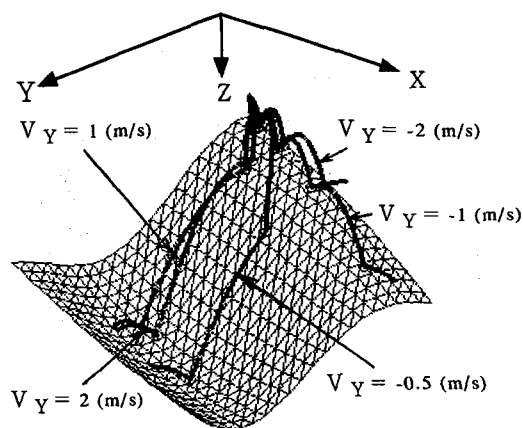


図-11 3次元斜面での計算例

#### 4. 落石の回転を考慮した解析方法

##### 4.1 斜面座標系

3章では跳躍運動の基本解析方法を示したが、落石と斜面との衝突時には回転と滑りを伴い、跳躍中にも落石に回転があるのが一般的である。ここではこれらを考慮する解析手法について述べる。

落石の回転運動を考えた場合、落石の回転に大きな変化が生ずるのは跳躍中よりむしろ斜面衝突時であると考えられる。そのため斜面衝突時の運動変化を検討する上で空間に固定された全体座標で考えるよりも斜面上に設けた局所座標を用いた方が便利なが多い。

そこで図-12のように各斜面に局所座標 $x-y-z$ を設定することにした。 $z$ 軸をまず斜面の法線方向に決め、右手系をなすように $y$ 軸を全体座標の $XY$ 平面に平行な面内に、 $x$ 軸を $z$ 軸と $y$ 軸に直交するようにとる。この場合、全体座標 $[X Y Z]$ は斜面に設けた局所座標 $[x y z]$ と次の関係式で結ばれる。

$$x = T_x X \quad (11)$$

ここに、 $x=[x\ y\ z]^T$ 、 $X=[X\ Y\ Z]^T$ であり、 $T_r$ は座標変換マトリックスであり、

$$T_r = \begin{bmatrix} \frac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{-b}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \frac{-b}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

と表される。ここに、 $n=[a\ b\ 1]$ は斜面Sの法線ベクトルである。この式と変換マトリックスの逆マトリックス $T_r^{-1}$ を用いることにより必要に応じて変位のみならず速度の局所座標への変換、全体座標への変換が行える。

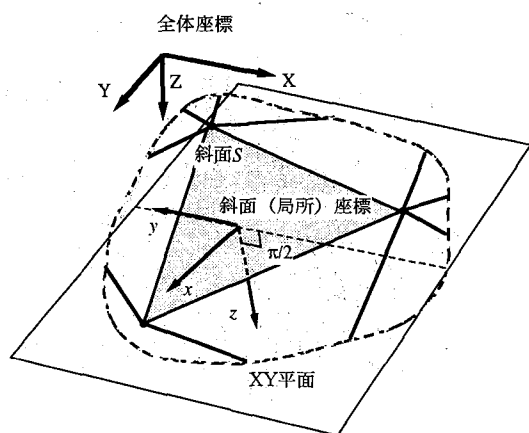


図-1 2 斜面座標系

#### 4. 2 落石と斜面の接触時の取り扱い

従来のシミュレーション手法や3章で述べた解析手法では落石と斜面の衝突が瞬時に生じ、衝突前後の落石の運動変化は反発係数と低減係数あるいは速度エネルギー比を用いて取り扱われている。しかし、このような手法では落石の回転運動の変化を直接説明することができない。

園田らにより落石がサンドクッション衝突時の衝撃力の算定に鉛直方向と水平方向にケルビン・ファークトモデルを用いた研究が見られるが<sup>(11)</sup>、落石が斜面衝突時にどのような力を受けるか調べた研究はほとんど見あたらない。

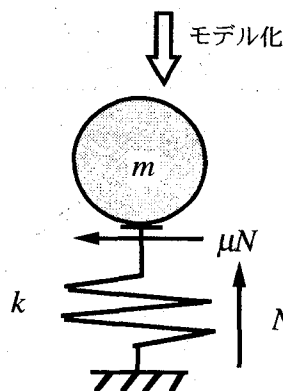
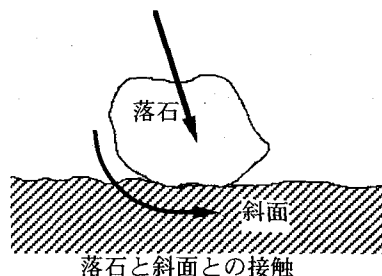
本研究では、落石の回転運動に大きく影響を与える落石に対する接線方向力を重要と考え、衝突時に落石が斜面よりある摩擦力を受けると考えた。これにより落石の回転運動に変化が生じ、結果として並進運動（跳躍運動）にも影響を与える。

本研究では図-1 3に示すように落石の衝突時に斜面地盤との間に接触ばねを仮定した。ばね定数は $k$ であり、このばねは線形弾性で圧縮力だけを伝えるものとし、落石

は剛体であると仮定すると、斜面と落石の衝突時の接触時間は、1質点系の固有振動の半周期

$$T_c = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13)$$

と表される。ここに、 $m$ は落石の質量である。



$k$ : 地盤(斜面)の等価ばね  
 $N$ : 斜面法線方向抗力  
 $\mu$ : 落石と地盤間の摩擦係数  
 $m$ : 落石の質量  
 $T = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ : 落石と地盤の接触時間

図-1 3 落石と斜面の接触のモデル化

図-1 4は回転している落石が斜面に接触している場合について、接触点における落石の相対速度と摩擦力の働く方向を示したものである。この場合斜面座標の $x$ 方向について示しているが、 $y$ 方向についても全く同様である。この場合落石の回転に関する運動方程式は落石を半径 $r$ の球と仮定すると次式で表される。

$$I \frac{d\omega}{dt} = h r \quad (14)$$

ここに、 $\omega$ は角速度(回転速度)ベクトルで $\omega=[\omega_x\ \omega_y\ \omega_z]$ 、 $h=[h_x\ h_y\ h_z]$ は接触点における作用力ベクトル、 $I$ は落石の回転慣性であり、 $I = \frac{5}{2} m r^2$ で与えられる。この運動方程式を式(6)や式(7)と同様に衝突時の落石の初期条件を用いて数値解析的に時間積分を行うことができ、衝突時の滑りを伴う回転の変化を求めることができる。

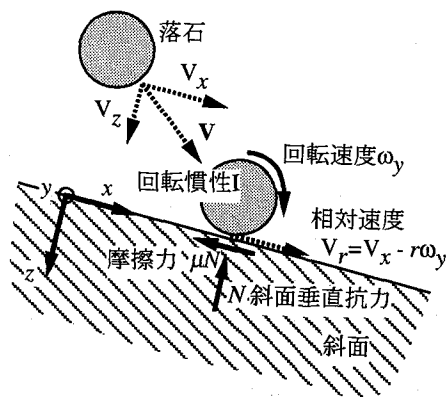


図-14 接触点での作用力

#### 4.3 解析計算例

図-15は表-1に示した鉛直落下実験の実験について、テニスボールとコンクリート基礎との衝突時に接触ばね( $k=10^6\text{kN/m}$ )を仮定し解析したものである。時間的にも接触を考慮しない場合に比べ、解析は実験をよりよく再現していることがわかる。

図-16(a)は接触モデルを用いて高さ150mの直線斜面の上方20mの位置より質量1000kgを自由落下させた場合の落石の落下経路を示したものである。また、図-16(b)はその場合についてのエネルギーの時間変化を示したものである。どの場合も落石と斜面の衝突時に落石の急激な回転変化に伴い回転エネルギーが変化し、衝突を繰り返す度に増加している。逆に落石の運動エネルギーは跳躍中は増加するが、衝突時の減少が認められる。このように落石の回転を考慮した落石と斜面の接触モデルを用いた解析法を用いれば、落石防護工の設計で重要である衝突エネルギーや落石による衝撃力算定に有用な情報を得ることが可能である。

本論文では表-2に示す仮定に基づき落石落下シミュレーション手法を開発し、その手法を用いた比較的単純な解析例を示した。今後、本解析手法に用いる斜面の特性値などを具体的に検討し考慮すれば、より洗練された実用的な落石落下シミュレーションを行なって落石の衝撃を受ける防護工の設計に直接役立てることが可能と考えている。

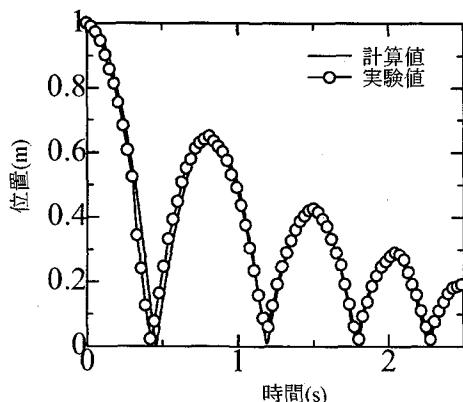
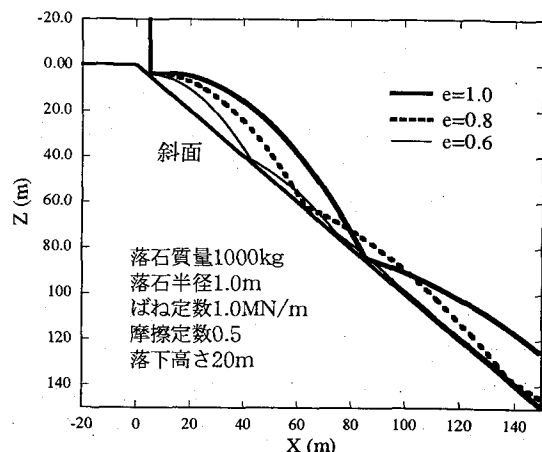
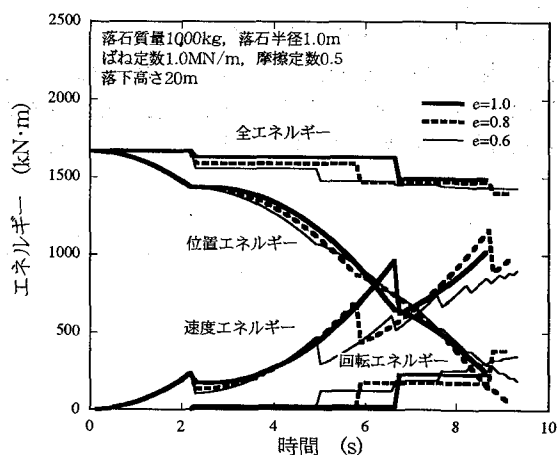


図-15 接触モデルによる計算値と実験結果



(a) 落下経路



(b) エネルギーの時間変化

図-16 接触モデルを用いた2次元斜面の解析例

表-2 解析に用いた主な仮定

| 落 石      | 斜 面          | 落石と斜面の衝突時の取り扱い                                      |
|----------|--------------|-----------------------------------------------------|
| 球形で剛体と仮定 | 3角形平面の集合体と仮定 | 反発係数と低減係数を仮定<br>弾性接触ばねと斜面垂直抗力に関連した摩擦力を仮定(回転を考慮する場合) |

#### 5. あとがき

著者らは落石の斜面上での実用的なシミュレーション手法の開発をめざし研究を行い、基本運動解析方法の理論を中心に回転運動を考慮したシミュレーション手法を紹介した。本研究内容は以下のようにまとめられる。

- 1) 3次元斜面上の落石落下運動についての基本的解析手法を開発し具体的に示した。
- 2) 従来の解析手法では、回転運動、滑り運動を無視するか、考慮する場合でも運動形態を明確に跳躍、回転運動、滑り運動のいずれかに定める必要があったが、本解析理論では、滑りを伴う回転などを考慮したより現実的な落石の運動挙動の取り扱いが可能であることを示した。

3) 本解析方法は3次元を対象とすることから、落石運動経路の地形的な影響を考慮したより実際に近い推定が可能なることを示した。

4) 今後、本解析手法に用いる斜面の特性値などを具体的に考慮し検討すれば、より洗練された実用的な落石落下シミュレーションを行なって落石の衝撃を受ける防護工の設計に直接役立てることが可能である。

#### 参考文献

- 1) 土木学会衝撃問題研究小委員会：構造物の衝撃挙動と設計法、土木学会、構造工学シリーズ6、1994.1.
- 2) 日本道路協会：落石対策便覧、日本道路協会、1983.
- 3) 園田恵一郎：落石覆工の設計法についての一提案、構造工学論文集、Vol.39A、pp.1563-1572、1992.
- 4) 園田佳巨、石川信隆、園田恵一郎、大田俊昭：P C落石覆工の耐荷力評価と安全性照査法に関する研究、土木学会論文集、No.495、pp.83-92、1994.
- 5) 中野修、岸 徳光、松岡健一：三層緩衝構造の緩衝性能に及ぼす裏面材料の影響、第2回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集、土木学会、pp.192-198、

1993.6.

- 6) 建設省土木研究所：落石防災対策に関する調査報告書（その1）、土木研究所資料第2770号、1989.
- 7) 建設省土木研究所：落石防災対策に関する調査報告書（その2）、土木研究所資料第2771号、1989.
- 8) 右城 猛、村上哲彦：落石の飛翔高の推定、第1回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集、pp.48-54、1983.7.
- 9) 吉田 博、右城 猛、榎谷 浩、藤井智弘：斜面性状を考慮した落石覆工の衝撃荷重評価、構造工学論文集、Vol.37A、1989.3.
- 10) P. Paronuzzi : Probabilistic approach for design optimization of rockfall protective barriers, Quarterly journal of engineering geology, London, Vol.22, pp.175-183, 1989.
- 11) 園田恵一郎、小林治俊、鈴木輝男：ロックシェッドに対する落石荷重計算法（ヘルツ式の改良）について、第1回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集、pp.25-35、1983.7.

(1996年9月6日受付)