

走行車両を受ける単純梁の振動制御

VIBRATION CONTROL OF A SIMPLE BEAM UNDER RUNNING LOADS

丸山 收*、秀嶋 桂**

* 武蔵工業大学工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

** 清水建設(株)大阪支店土木部 (〒541 大阪府大阪市中央区本町 3-5-7)

Elevated bridges may cause and suffer from the traffic-induced vibrations which affect the bridge's serviceability and fatigue problem. This paper explores the use of passive control and active control to suppress such vibrations.

As an example, it considers the case of running loads which crosses a simple beam with rough surface. The control system is a tuned mass damper(TMD) and an active tuned mass damper(ATMD). Numerical examples demonstrate the effectiveness of passive control and active control in reducing reaction forces and beam responses.

Key Words : active, passive, vibration control, time-varying system, tuned mass damper, simple beam, feedback control

1. はじめに

走行車両により引き起こされる交通振動¹⁾は、交通騒音と共に道路公害の要因となっている。特に高架橋の交通振動は、路面凹凸²⁾やジョイント部の段差などの振動発生要因が複雑に関係していることから振動低減対策を困難にしている。また振動が橋脚から地盤を通して沿道一帯に伝搬することで、周辺の振動公害の原因³⁾にもなっている。

こうした背景から、交通環境振動の制御に関する研究が行われている。橋梁の振動を低減する対策としては、橋梁自体の振動特性を変化させる振動低減対策工法と、橋梁に何らかの振動制御装置を付加する振動制御法が挙げられる。このうち振動制御法としては、大きく分けて2つある。1つは外部エネルギーを必要とせず、単に振動を制御するための装置を付加するパッシブ振動制御であり、もう一つは外部から制御力を加えるアクティブ振動制御である。

交通振動におけるパッシブ制御において、梶川ら⁴⁾、横山ら⁵⁾による実橋試験、岡林ら⁶⁾による解析等を通して、有力な制振対策装置の一つとして検討がなされているものに動吸振器(TMD)⁷⁾がある。質量、減衰、剛性を有する付加振動系を橋桁に取り付け、その振動数を橋桁の固有振動数に同調させ、動吸振器が橋桁の振動エネルギーを消散させるという仕組みである。また、比江島ら⁸⁾は桁端部に粘性ダンパーを取り付ける方法を示し、数値解析により有用性を検討している。

アクティブ振動制御は、制御力を発生する機構と、

制御を行うための制御則により分類することができる。制御力を発生する機構としては、剛性を変化させるテンドン方式⁹⁾、アクティブ動吸振器¹⁰⁾がある。制御則は、振動制御の分野において現在最も活発に議論され、最適制御理論(レギュレータ理論)¹¹⁾、瞬時最適化理論¹²⁾、などの制御則が提案されている。アクティブ制御は、制御装置から加えられる制御力により、制御-構造系の動力学的特性を操作するものであり、車両-梁系の制御装置を設計するためには、車両と梁の数式モデルが必要になる。具体的には、どのような装置を何の制御則で設計するかということが重要である。

走行車両を受ける梁の振動制御においては、梁の振動に支配的な1次振動に同調する様なTMDを付加し、同時にアクチュエータによるアクティブ制御系を設計する研究が行われている。これらの研究は、梁上に単一走行車両を考慮し、第1段階において、梁の自由振動モードに同調するTMDを設計し、第2段階において、車両-梁系の時変システムの影響、又はTMDにより低減されなかった振動成分に対する制御をアクティブに行うものである^{13), 14)}。

上記の研究においては、外乱を単一走行車両として捉えているが、現実の問題を考えると、外乱を連行車両としてモデル化することがより一般的であると考えられる。本研究では、従来の研究成果を踏襲し、はじめに単一の走行荷重が走行する場合について、提案されている各種制御手法の比較検討を表面凹凸の不確定性を考慮して確率的に行っている。次に、走行荷重を連行車両列として捉え、荷重の種類およ

び橋梁への到着時間を確率的にモデル化し、制御効率の検討を行っている。したがって、単一の走行荷重が走行している場合のみを考慮した場合の振動制御を拡張し、連行車両列を考慮し、その応答を確率的に評価している。

ここで、本研究で対象とする現象について示すと以下のようになる。

(1) 車両が進入する際に車両と梁が連成振動し、車両～梁系のシステムが車両が走行することにより時変系になる。

(2) 橋梁路面の凹凸が不規則であること、車両の進入時刻も不規則で車両は時間とともにその個々の位置が変化することから橋梁の振動は非定常不規則振動になる。

(3) 不規則な時間に進入する車両の特性（大型車、中型車、小型車など）をどの様に扱うかという点などが挙げられる。

本研究ではこれらの点を考慮して、TMDによる単純なパッシブ制御およびアクティブ制御による梁の振動低減効果について、数値解析による基礎的な検討を行っている。

2. 車両－橋梁－制御系の運動方程式

(1) 対象モデル

車両－橋梁－制御系の運動方程式を導くにあたり、次のように問題を設定する。

1. 橋梁は単純梁とし、均一な断面を有するものとする。
2. 車両は1自由度振動体にモデル化し、一定速度で走行するものとする。
3. 制御装置は、TMD（動吸振器）を梁上の任意の位置に取り付け、アクティブ制御する場合はそれをアクチュエーターにより作動させるものを考える。

解析モデル図を図 2.1 に制御装置を図 2.2 に示す。

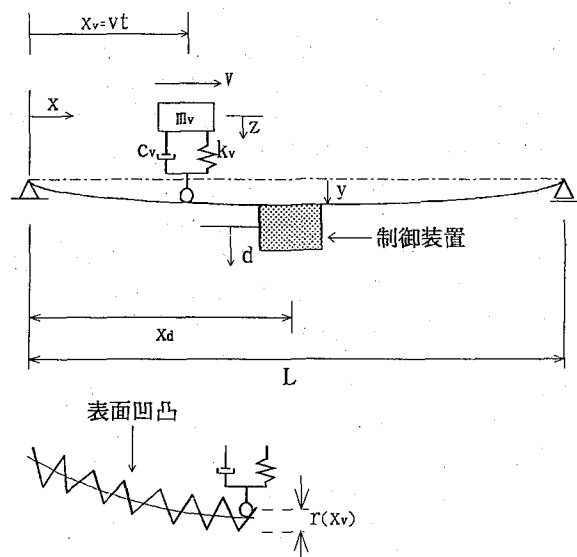


図 2.1 解析モデル図

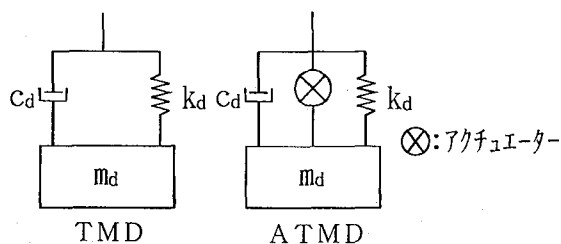


図 2.2 制御装置

ここで、 z , y , d は、車両、梁と制御装置の鉛直変位を表している。又、 r は路面凹凸、 x は単純梁に平行な左端からの座標、 x_v および x_d は車両の走行位置と制御装置の左端からの距離を表している。

(2) ラグランジェの運動方程式¹⁵⁾

一般に梁の任意点におけるたわみは、 n 次固有振動モード関数と基準座標関数を用いて以下のように表せる。梁の振動モードは、 N 次モードまで考慮するものとする。

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) q_n(t) \quad (2.1)$$

ここに、 $\phi_n(x)$: n 次固有モード関数、 $q_n(t)$: 基準座標関数、 N : 総自由度数である。

次に、ラグランジェの運動方程式は以下の様になる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad (2.2)$$

$$(k = 0, 1, \dots, N, N+1)$$

ここで、 T は運動エネルギー、 V はポテンシャルエネルギー、 D は消散エネルギーであり、 Q_k は外乱が作用するときの一般力である。

次に、車両、橋梁、TMDの運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、消散エネルギーを求める。

・車両の運動エネルギー

$$T_1 = \frac{1}{2} m_v \dot{z}^2(t) \quad (2.3)$$

・車両のポテンシャルエネルギー

$$V_1 = \frac{1}{2} k_v \left\{ z(t) - (y_v + r) + \frac{m_v g}{k_v} \right\}^2 - m_v g z(t) \quad (2.4)$$

・車両の消散エネルギー

$$D_1 = \frac{1}{2} c_v \{ \dot{z}(t) - (\dot{y}_v + \dot{r}) \}^2 \quad (2.5)$$

・梁の運動エネルギー

$$T_2 = \frac{1}{2} \rho \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2.6)$$

・梁のポテンシャルエネルギー

$$V_2 = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.7)$$

・梁の消散エネルギー

$$D_2 = \frac{1}{2} C \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2.8)$$

- ・ TMDの運動エネルギー

$$T_3 = \frac{1}{2} m_d \dot{d}^2(t) \quad (2.9)$$

- ・ TMDのポテンシャルエネルギー

$$V_3 = \frac{1}{2} k_d (d(t) - y_d(t))^2 \quad (2.10)$$

- ・ TMDの消散エネルギー

$$D_3 = \frac{1}{2} c_d (\dot{d}(t) - \dot{y}_d)^2 \quad (2.11)$$

ここで、 m_v , c_v , k_v , v は、車両の質量、減衰定数、ばね定数そして走行速度を、 m_d , c_d , k_d は、TMDの質量、減衰定数、ばね定数を表している。 ρ , C は、梁の単位長さあたりの重量、減衰定数であり、 EI は曲げ剛性、 L は梁のスパン長を表している。次に、 y_v , $\dot{y}_v$ は荷重が走行する時の梁上の位置における変位、速度を表し、 y_d , $\dot{y}_d$ はTMDを設置している梁上の位置における変位、速度を表している。なお、 t は時間、 g は重力加速度である。

なお、単純梁の固有振動モード関数は正弦関数によって以下のように表すことができる。

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad (2.12)$$

式(2.2)に式(2.3)～(2.12)を代入すると車両、橋梁、TMDの運動方程式は以下の様になる。

- ・ 車両の運動方程式

$$\ddot{z}_i(t) + 2\beta_{vi}\omega_{vi}(\dot{z}_i(t) - \dot{y}_{vi} - \dot{r}_i) + \omega_{vi}^2(z_i(t) - y_{vi} - r_i) = 0 \quad (2.13)$$

- ・ 梁の運動方程式

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_j(t) + 2\beta_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m m_{vi}(g - \ddot{z}_i(t))\phi_{ji} \\ & - \frac{1}{M} m_d \phi_j(x_d) \ddot{d}(t) + \frac{1}{M} \phi_j(x_d) u(t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

- ・ TMDの運動方程式

$$\begin{aligned} & \ddot{d}(t) + 2\beta_d\omega_d(\dot{d}(t) - \dot{y}_d) \\ & + \omega_d^2(d(t) - y_d) = \frac{1}{m_d} u(t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで、 $i=1 \sim m$, $j=1 \sim N$ である。又、 β_{vi} , ω_{vi} は、車両 i の減衰定数、固有円振動数、 β_j , ω_j は、梁の j 次振動の減衰定数、固有円振動数、 β_d , ω_d は、動吸振器の減衰定数、固有円振動数である。 M は、梁の有効質量($=\rho L/2g$)である。

次に、式(2.13)～(2.15)をまとめた連成振動方程式を以下に示す。

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{B}_u u(t) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{X}(t) = [z_1, \dots, z_m | q_1, \dots, q_N | d]^T$$

3. 振動制御理論

(1) はじめに

制振方法は、外部エネルギーを必要とするか否かによってアクティブコントロールとパッシブコントロールに分けられる。パッシブコントロール(外部エネルギーを必要としない)とは構造物自体の特性を変化させたり、付加系を取り付けることによって、振動特性の向上をはかるものである。TMDはその一種で、制振対象構造物と共振現象を起こすことにより、振動エネルギーを消散させる制振装置である。

それに対してアクティブコントロール(外部エネルギーを必要とする)は、動的外力やその応答を感知し、制御目的関数の最適化を行い、外部エネルギーによる制御力によって構造物を揺れないようにコントロールを行うものである。

(2) 古典的な動吸振器の設計法

本研究では、梁の受動的な制御装置として動吸振器(TMD)を用いる。ここで、TMDを1自由度系にモデル化し、梁の応答に支配的な1次振動のみに同調させるような動吸振器の最適パラメータを設計することを考える。設計するTMDの最適パラメータは、梁の1次振動成分の共振曲線から求められるものであり、詳細は文献7)に委ねるが、以下の様にしてパラメータを設計する。

動吸振器の最適パラメータを設計するには、質量比を決定しなければならない。質量比とは、梁の質量と動吸振器の質量の比で定義される。⁷⁾

$$\mu = \frac{m_d}{M} \quad (3.1)$$

μ は質量比で、 m_d は動吸振器の質量で、 M は梁の有効質量を表している。

次に、梁—動吸振器系の周波数伝達関数を求める。そして、これの最大値を最小にする規準をもとに動吸振器の固有円振動数 ω_d と減衰定数 β_d は次式で与えられる。

$$\omega_d = \frac{\omega_1}{1+\mu} \quad \beta_d = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (3.2)$$

(3) アクティブ振動制御

(a) フィードバック制御

アクティブコントロールの制御方式は、フィードフォワード制御¹⁶⁾(feedforward control)とフィードバック制御¹¹⁾(feedback control)に大別される。フィードバック制御は、構造物の状態を感知しながら制御対象に与える制御入力を修正していくものであり、図3.1の様に表現できる。

現実的な側面を考えると、フィードバック制御は制御対象と入力外乱の情報に関する知識の不完全さを補う有効な方法であると考えられている。本研究においては、路面凹凸、車両の情報など不確定性を有するため、フィードバック制御方式を用いるもの

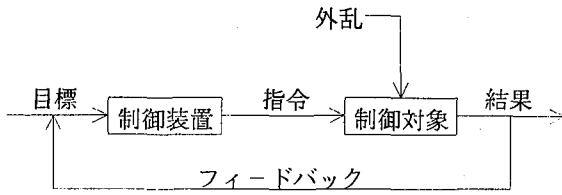


図 3.1 フィードバック制御

とする。

(b) 状態空間表示

ここでは、構造-制御系の支配方程式を、一階のベクトル微分方程式の状態方程式へと表現することを試みる。ここで、系の総自由度数を n 次とする。そして、状態ベクトル $\mathbf{Z}(t)$ を変位ベクトル $\mathbf{X}(t)$ と速度ベクトル $\dot{\mathbf{X}}(t)$ で構成し、 $\mathbf{Z}(t) = \{\mathbf{X}(t) \ \dot{\mathbf{X}}(t)\}^T$ とおけば、状態方程式(3.3)を得る。

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t) \quad (3.3)$$

なお、

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{K}(t) & \mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{C}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}(t)\mathbf{B}_u \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}(t) \end{bmatrix}$$

ここに、 $\mathbf{I}$ は $n \times n$ の単位正方行列である。

(c) 最適制御理論¹¹⁾

(c.1) 評価関数

本研究では、以下の評価関数を用いる。

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{\mathbf{Z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{Z}(t) + ru^2(t)\} dt \quad (3.4)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$ 、 r は重み行列、重み係数である。 t_f はアクティブコントロールを作動させる最終時間である。

式(3.4)において制御入力が大きければ当然のことながら構造物の応答は小さく抑えられるが、制御システムの規模も大きくなり、応答低減と制御力のバランスを考慮した定式化になっている。

(c.2) 制御則

式(3.4)の評価関数 $\mathbf{J}$ を最小にする制御則を最小原理により誘導する。制御力の算定を、状態方程式(3.3)で表現された条件下で評価関数式(3.4)を最小にする問題を考えると、式(3.5)のように表現される。

$$\mathbf{H}(t) = \frac{1}{2} [\mathbf{Z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{Z}(t) + ru^2(t)] \quad (3.5)$$

$$+ \mathbf{I}^T(t) [\dot{\mathbf{Z}}(t) - \mathbf{A}(t)\mathbf{Z}(t) - \mathbf{B}(t)u(t) - \mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)]$$

ここで、 $\mathbf{I}(t)$ は $2n$ 次元のベクトルで表現される随伴変数ベクトルである。この式(3.5)がベクトル $\mathbf{Z}(t)$ 、 $u(t)$ 及び $\mathbf{I}(t)$ において最小になる条件を考えると、3つのオイラの方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{I}}(t) = -\mathbf{Q}\mathbf{Z}(t) - \mathbf{A}^T(t)\mathbf{I}(t) \quad (3.6)$$

$$u(t) = -\frac{1}{r} \mathbf{B}^T(t)\mathbf{I}(t) \quad (3.7)$$

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t) \quad (3.8)$$

いま、随伴変数ベクトル $\mathbf{I}(t)$ を次式のようなフィードバック制御に関して表現する。

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{Z}(t) \quad (3.9)$$

ここで、 $\mathbf{P}(t)$ は $2n$ 次の正方行列である。式(3.6)～(3.8)を整理すると、次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{P}}(t) - \frac{1}{r} \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{I}(t) + \quad (3.10)$$

$$\mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q} = 0$$

式(3.10)は、リカッチ行列方程式と呼ばれている。式(3.10)において、 $\mathbf{P}(t)$ を求めると制御力 $u(t)$ が次式のように求まる。

$$u(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{Z}(t) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{G}(t) = -\frac{1}{r} \mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) \quad (3.12)$$

ここで、 $\mathbf{G}(t)$ は $2n$ 次のフィードバックゲイン行列である。

4. 数値シミュレーション

(1) 路面凹凸のシミュレーション

(a) 路面凹凸

路面凹凸の特性は、路面凹凸を平均値 0 の定常確率過程でモデル化することにより、そのパワースペクトル密度関数として表現され、近似的に次式のような指数関数になることが知られている。²⁾

$$S_r(\Omega) = a\Omega^{-n} \quad (4.1)$$

$S_r(\Omega)$: 路面凹凸のパワースペクトル ($\text{cm}^2/(\text{cycle}/\text{m})$)

Ω : 単位長さ当たりの凹凸数 (cycle/m)

a : 路面粗さのパラメーター (cm^2/m)

n : パワースペクトルの分布形状を表す指数

本研究では、以下のようなパワースペクトル密度関数を用いる。

$$S_r(\Omega) = \begin{cases} a \times 0.05^{-n} & (0 \leq \Omega \leq 0.05) \\ a\Omega^{-n} & (\Omega \geq 0.05) \end{cases} \quad (4.2)$$

なお、ここでは実測された路面凹凸²⁾をもとに $a=0.004(\text{cm}^2/(\text{cycle}/\text{m}))$ 、 $n=1.9$ の値を用いる。

そして、路面凹凸のサンプル関数は三角級数モデルによるモンテカルロ法によって次式から求められる。¹⁷⁾

$$r(t) = \sum_{k=1}^N a_k \sin(\Omega_k t + \phi_k) \quad (4.3)$$

(b) 動的支点反力

動的支点反力は、橋梁のせん断力とのつり合いから求められる。つり合い式は、式(4.4)のようになる。

$$V = -EI \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} \quad (4.4)$$

よって、左側支点反力 ($x=0$) と右側支点反力 ($x=L$) は、

式(4.5), 式(4.6)となる.

$$\text{左側} \quad R_L = V = \frac{EI\pi^3}{L^3} \sum_{i=1}^N i^3 q_i \quad (4.5)$$

$$\text{右側} \quad R_R = -V = \frac{EI\pi^3}{L^3} \sum_{i=1}^N i^3 (-1)^{i-1} q_i \quad (4.6)$$

(2) フィードバック制御

車両-橋梁-制御系の運動方程式(2.16)の中の質量行列, 減衰行列, 剛性行列に対応する部分が, 車両の位置によって時々刻々と変化する. そのため, 本解析においてはマトリックス $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ が時間依存するため, フィードバックゲイン行列も時変系となる.

ここでは, 時変系としての全状態量フィードバック制御(制御則1)と梁の状態量フィードバック制御(制御則2)について述べる.

(a) 全状態量フィードバック制御(制御則1)

この制御則は, システムの全パラメータが, 既知という条件の下でフィードバックゲイン行列を求める方法である. すなわち, 車両の位置, 速度, 重量等も情報があらかじめ既知という条件付きのことである.

マトリックス $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ が時変行列となるので, フィードバックゲイン行列を求める際にも, リカッチ方程式も各時間ごとに解かなければならない²³⁾.

よって, 制御力 $u(t)$ は式(3.11)より,

$$u(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{Z}(t) \quad (4.7)$$

で与えられる.

ここに, $\mathbf{G}(t)$ は, 時変系のフィードバックゲイン行列で, $\mathbf{Z}(t)$ は, 車両, 梁, TMDの変位, 速度成分である.

(b) 一定ゲインフィードバック制御(制御則2)

この制御則は梁の支配方程式のみを対象として, フィードバックゲイン行列を求める方法である. 梁の支配方程式のみでは, 時間に依存しないためフィードバックゲインを求める際のリカッチ方程式も時間依存性がない.

そのため, フィードバックゲイン行列を一定値として求めることができる.

よって, 制御力 $u(t)$ は

$$u(t) = \mathbf{G}y(x, t) \quad (4.8)$$

で与えられる.

ここに, $\mathbf{G}$ は, 時不変系のフィードバックゲイン行列で, $y(x, t)$ は, 梁の変位, 速度成分である.

(c) 重み行列について¹⁰⁾

式(3.4)の評価関数における重み行列 $\mathbf{Q}$, 重み係数 r の設定について述べる. 重み $\mathbf{Q}$, r を変化させることで, 制振量が変化する. 例えば重み行列 $\mathbf{Q}$ を一定として r を減少させれば, 式(3.11), (3.12)からわかるように制振効果も増すことになる.

ここで, 本研究では次のように $\mathbf{Q}$ を設定する.

また, 車両と動吸振器の応答の低減は必要はないため, それにかかる係数は0とした.

本研究は, 重み $\mathbf{Q}$, r を以下の様に変化させ, 制御効果の変化について考察する. 表 4.1 に $\mathbf{Q}$ の値を示す.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & q_d & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ 0 & & & q_v \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$q_d = \begin{bmatrix} q_{11} & & & 0 \\ & q_{22} & & \\ & & q_{33} & \\ 0 & & & q_{44} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$q_v = \begin{bmatrix} q_{11} & & & 0 \\ & q_{22} & & \\ & & q_{33} & \\ 0 & & & q_{44} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

表 4.1 重み行列 $\mathbf{Q}$ の設定

	ケース①	ケース②
q_{11}	100	10000
q_{22}	0	0
q_{33}	100	10000
q_{44}	0	0
q_{55}	1	1
q_{66}	0	0
q_{77}	1	1
q_{88}	0	0

また, r については $10^{-7} \sim 1$ まで変化させる.

(3) 単一走行車両の場合

本解析では, 梁, TMD, 車両を以下の値を用いてシミュレーションを行った.

(a) 数値諸元¹⁸⁾

解析に用いた梁はスパン 40m の単純支持桁で, 梁の減衰定数は, 振動モードによらず一定とした. その諸元は, 単位重量は 26.2kN/m, 曲げ剛性は $2.39 \times 10^7 \text{kNm}^2$, 減衰定数は 2%, 固有振動数(1 次)は, 2.94Hz とした.

TMDにおいては, 梁とTMDの質量比を, $\mu = 0.05$ とした. したがって, TMDの固有振動数, 減衰定数, 重量は, 式(3.1), 式(3.2)からそれぞれ, 2.8Hz, 0.134, 26.2kN となる.

車両については走行速度を $v = 10 \text{m/s}$ とし, 重量, 減衰定数, 固有振動数はそれぞれ, 190.81kN, 0.0018, 3.0Hz とした. ここで車両の固有振動数は, 梁の固有振動数(1 次)と同調させるために意図的に設定した.

(b) 応答計算

次に, パッシブコントロール, アクティブコントロールを考慮してシミュレーションを行う前に, 運

動方程式(2.16)をnewmark β 法で数値積分し梁の応答を求める必要がある。ここで、実際に梁の固有振動モードは無限個存在する。しかし、一般に1次モードの影響が支配的で高次のモードの影響は小さいとされている。そこで、1次モードのみを考慮した場合、1～3次モードまでを考慮した場合、1～4次モードまでを考慮した場合について、中央点における速度応答、変位応答を計算した。その結果、速度応答においては高周波数の影響が出ていたが、速度、変位ともに1次モードの影響が支配的であることがわかった。しかし、支点反力においては、1次モードのみ考慮した場合と4次モードまでのモードを考慮する場合とでは大きく異なった。そこで、本解析においては、応答計算する上で梁の固有振動モードを4次(N=4)まで考慮した。また、本研究では梁の応答量の成分は、静的たわみ成分を除いた動的成分のみを考慮した。

(c) 解析例

本解析では、梁の中央点にTMD（又はATMD；Active Tuned Mass Damper）が1個設置しているものとする。又、車両の通過後は、アクティブ制御は働かずTMDのみが梁の振動を抑制するものとする。

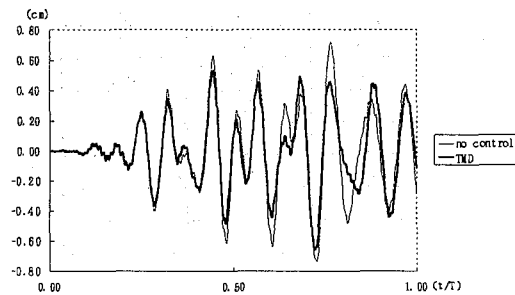


図 4.1.a 中央点における梁の変位応答(TMD)

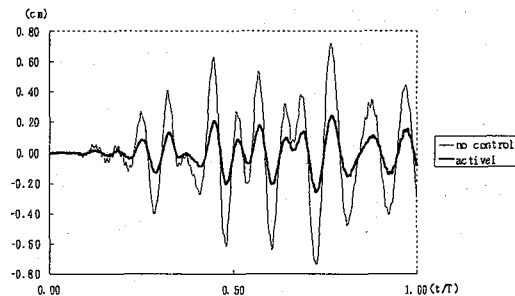


図 4.1.b 中央点における梁の変位応答(active1)

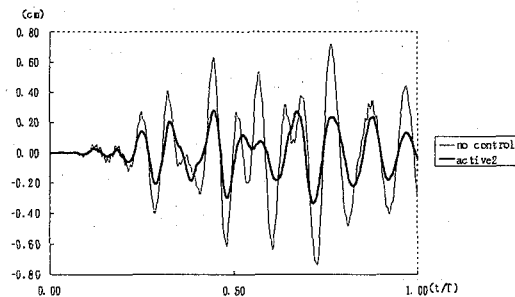


図 4.1.c 中央点における梁の変位応答(active2)

梁の中央点における変位応答を図 4.1 に示す。ここで、横軸は車両が通過する時間で規準化している。アクティブコントロールにおいては重み Q をケース①で r の成分を 10^{-5} とした。非制御時と比較すると、TMDにおいては多少の低減効果が表れているが、 t/T が 0.7, 0.9 付近においては非制御時よりも振動が大きくなってしまっている。この原因としては、TMDの固有振動数は桁の1次モードを対象にして、設計しているためであり、連成振動の影響を考慮していないためと考えられる。しかし、アクティブコントロールにおいては制御則 1, 制御則 2 とも低減効果が大きく表れている。

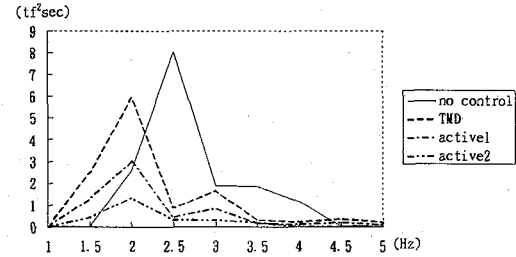


図 4.2.a 左側の支点反力のパワースペクトル

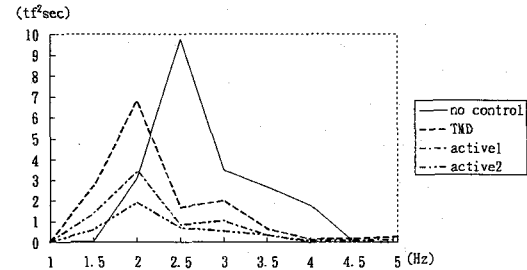


図 4.2.b 右側の支点反力のパワースペクトル

ここで、振動成分を見るため動的支点反力のパワースペクトルを図 4.2 に示す。スパン 40 m においては、3Hz 付近の振動数が問題となる。動的支点反力のパワースペクトルは、制御則 1, 制御則 2 ともに、3Hz 付近において大きな低減があることがわかる。ここで制御則 1 と制御則 2 を比べると、梁のみに着目してモデル化した制御則 2 の方がより大きな低減効果があることがわかる。

次に、図 4.3 において梁の中央点における変位の

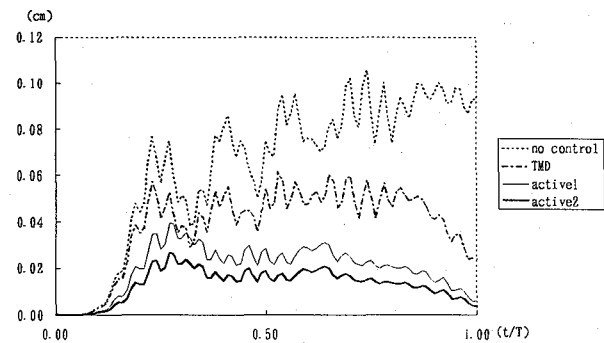


図 4.3 中央点における梁の RMS 変位応答

RMS 応答を示す。この図から、TMDにおいても低減効果が見られるが、制御則1、制御則2ともにTMDよりも低減効果が見られる。ここで制御則1、制御則2を比べると、パワースペクトルと同様に制御則2の方が優れているがわかる。

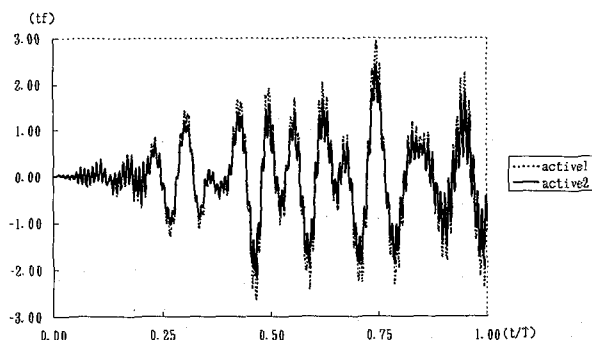


図 4.4 制御力

制御力を比較した図 4.4 を見ると、制御則1、制御則2ともにほぼ同じ程度の制御力なのに、制御則2の方が支点反力のパワースペクトル、RMS 応答ともに制御則1より低減できる結果となった。

以上より、TMDのみの制振で抑えられない振動をアクティブ制御が制振していることがわかる。また、本研究で設定したモデルの範囲では、複雑に全体系の制御を行うよりも、単純化した梁の応答フィードバックの方が効果があるという結果になった。

アクティブコントロールの制振効果を評価する上で、1つの重み Q 、 r では、定量的な把握が難しいところがある。そこで、重み Q 、 r を変化させることで、梁の応答に及ぼす影響について把握する必要がある。そこで、振動システムを決める重み Q と重み r の関係において、どれだけ応答が低減するかについて解析した。解析した結果を図 4.5 に示す。

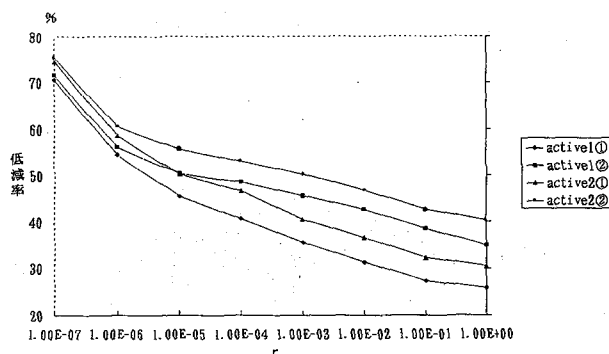


図 4.5 重み係数と低減率

低減率を縦軸に重み r を横軸にとり、重み Q はケース①、ケース②の2パターンについて計算した。ここで、低減率とは非制御時の変位の標準偏差に対する制御時の標準偏差の比率として定義した。

r が 10^{-7} では、ケース①、ケース②の影響は受けずに、 r の影響が大きいことがわかる。しかし、 r

が 10^{-5} 付近になると、逆に重み Q の影響が大きくなり、ケース①とケース②の低減率の差が 10% 程度開く傾向がある。また、制御則1と制御則2を比べると、制御則2の方が大きな低減率を示している。また、計算上 r を 10^{-7} 小さくすると逆に応答が大きくなる傾向にあった。これは、過大な制御力が作用して応答を大きくしている。よって、必ずしも重み r を大きくすれば、応答が低減できるとは限らない。 r が $10^{-7} \sim 10^{-6}$ 付近において、低減率の勾配が急であるため、この付近の値に r を設定すればより最適な制御ゲインを与えることになる。

単一走行車両では、TMDの有効性があまりないことが上記の解析例で明らかになった。しかし、車両が通過した後も追跡した結果を図 4.6 に示す。車両が通過した後 ($t/T=1.0$ 以降) では、大きな低減があることがわかった。これは車両が梁を通過することによって、システムが梁-TMD系の時不変系となり、梁の振動は自由振動となるためである。

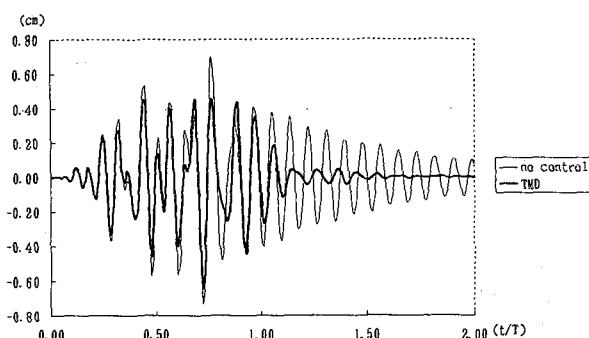


図 4.6 中央点における梁の変位応答 (TMD)

(4) 連行車両の場合

(a) 到着時間が既知の場合

梁とTMDの諸元は、スパンが 40m のものを用いる。車両の諸元は、表 4.1 に示す。但し、車両の走行速度は、 $v=20\text{m/s}$ で一定とする。

表 4.1 車両の諸元

	①	②	③	④
重量(kN)	122.46	133.28	190.81	245
減衰定数	0.0038	0.002	0.0018	0.003
固有振動数(Hz)	3.7	2.11	3	3

(a.1) 解析例

車両間隔 10m で車両③が 10 台走行している場合を考える。梁の中央点における変位応答を図 4.7 に示す。

ここで、横軸は単一走行車両の場合同様、車両が通過する時間で規準化している。アクティブコントロールにおける重み Q をケース①のときで、 r の成分を 10^{-5} としたものである。

非制御時と比較すると、連行車両においても単一走行車両の場合と同様アクティブコントロールの制御則1、制御則2ともに低減効果があることがわかる。

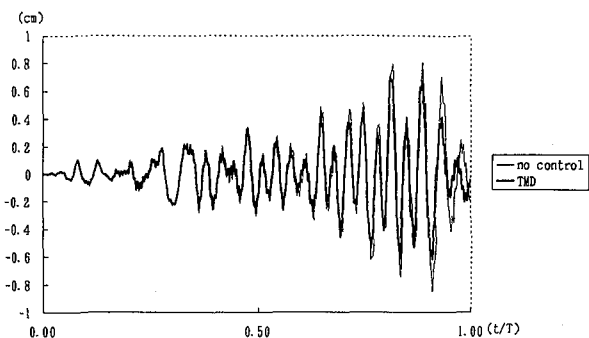


図 4.7. a 中央点における梁の変位応答(TMD)

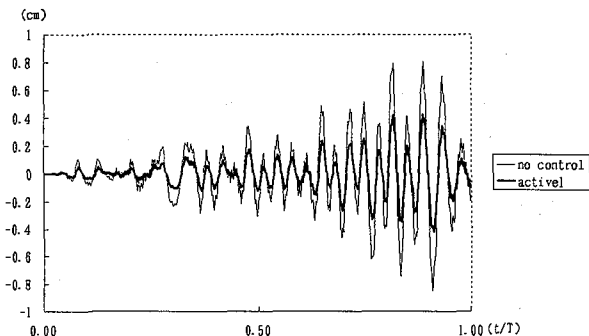


図 4.7. b 中央点における梁の変位応答(active1)

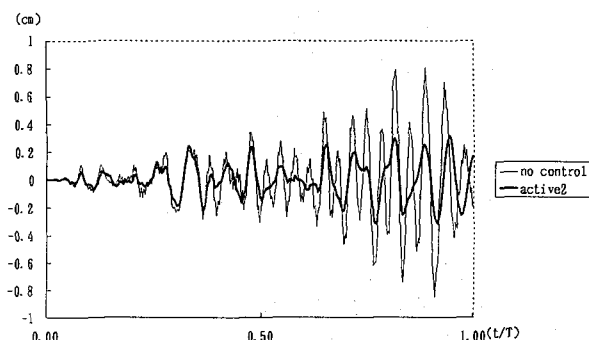


図 4.7. c 中央点における梁の変位応答(active2)

次に、動的支点反力のパワースペクトルを図 4.8 に示す。振動数 3Hz 付近において、アクティブコントロールの低減効果があることがわかる。又、制御則 1 と制御則 2 を比較すると、制御則 2 の方がより低減できている。

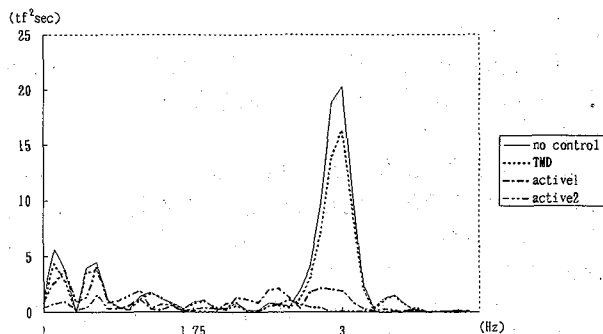


図 4.8. a 左側の支点反力のパワースペクトル

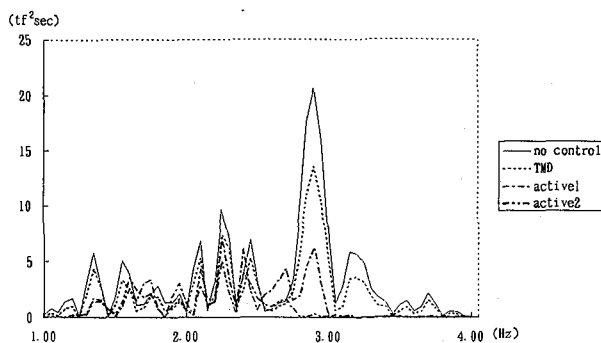


図4.8. b 右側の支点反力のパワースペクトル

RMS 応答を図 4.9 に示すが、こちらもアクティブコントロールにおいては、制御則 2 の方がより低減できている。

制御力を比較した図 4.10 を見ると、 t/T が 0~0.5 においては、制御則 1 の方が少ない制御力だが、逆に 0.5~1.0 においては制御則 2 の方が少ない制御力である。制御則 1 は全状態量にゲインを考慮し感度を上げていることで、低減システムの制御則 2 よりも大きな制御力を必要としている。しかしながら、図 4.9 より定常状態に達したときののりの応答に関しては、低減システムの方が少ない制御力で、効率的に制御可能であることを示している。

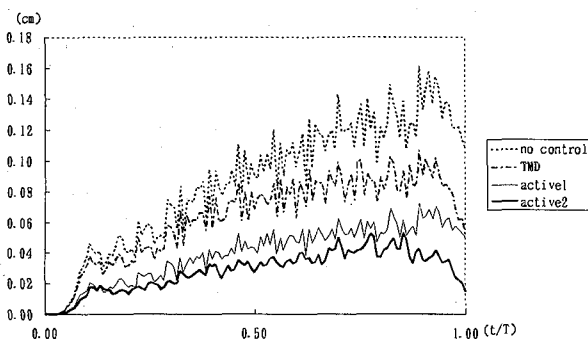


図 4.9 中央点における RMS 変位応答

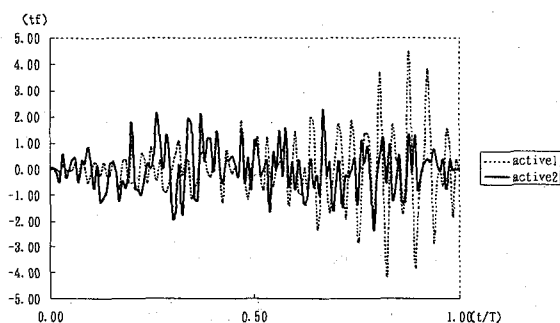


図4.10 制御力

重み Q と重み r と低減率の関係を図 4.11 に示した。解析結果は、単一走行車両の場合と同様な結果が得られた。梁の振動を抑えるという点では、単一走行車両、連行車両ともに重み Q と重み r の関係は、同

じであると思われる。

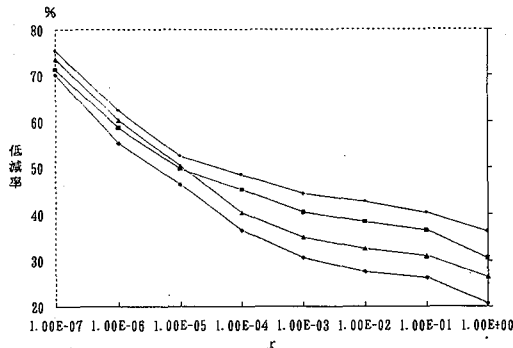


図4.11 重み係数と低減率

(b) 到着時間が不規則な場合

実際、橋梁に進入する自動車の到着時間は、不規則であり事前にそれを知ることは困難である。そこで、この到着時間をモデル化する必要がある。本研究は、到着時間をポアソン確率過程でモデル化し、梁の振動低減効果について考察する。

(b.1) ポアソン確率過程

一定区間に含まれる車両台数 $N(T)$ は定常ポアソン過程に従うものとする。すなわち、時間間隔 T の間に N 台到着する確率は次式で与えられる。

$$P(N(T)=n) = \frac{(\lambda T)^n}{n!} \exp(-\lambda T) \quad (4.15)$$

ここに、 λ は単位時間生起率を表す。

(b.2) 解析例

梁とTMDの諸元は、到着時間が既知の場合と同様でスパンが40mのものを用いて、車両の走行速度は、 $v=10\text{m/s}$ とした。車両の諸元は、表4.1に示す車両①、②、③、④がそれぞれランダムに発生するものとする。車両が梁に到着する生起率は、 $\lambda=0.10$ (1/s) とし、アクティブコントロールについては、到着時間が不規則なので各車両の応答量を各時間ごとにフィードバックすることは困難なため制御則2のみ計算した。アクティブコントロールにおける重み Q をケース①の時で、 r の成分を 10^{-6} としたものである。

梁の中央点におけるRMS応答を図4.12に示す。

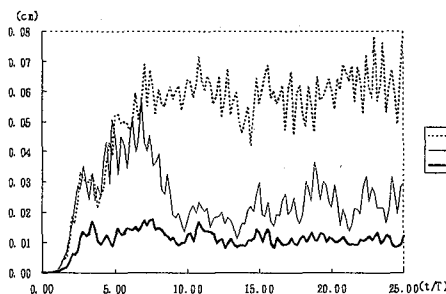


図4.12 中央点における梁のRMS変位応答

非制御時と比べると、TMD、制御則2ともに低減効果がある。10sec以前では、アクティブコントロールの方が低減効果があるが、10sec以後になる

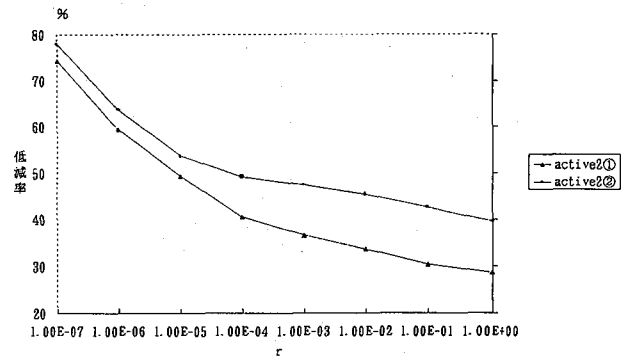


図4.13 重み係数と低減率

とTMDの低減効果が強くなる。この場合

$\lambda=0.10$ (1/s) の自由振動モードが卓越している場合であり、非制御時の応答を見ると、10sec前後で梁の応答が定常状態に達しているためであると思われる。重み Q と重み r と低減率の関係を図4.13に示した。解析結果は、単一走行車両の場合と同様な結果が得られた。ただし、TMDによる低減効果は、到着率と関係していることは明らかなので、さらに詳細な検討が必要である。

5. 結論

交通振動を低減させる目的で、パッシブ振動制御とアクティブ振動制御の両方について数値シミュレーションを行った。橋梁の制振という点で橋梁の中央点の鉛直変位と周辺地盤への影響という点で橋脚の動的支点反力について調べ、パッシブ振動制御とアクティブ振動制御の交通振動に対する制振効果を検討した。シミュレーションにおいての車両条件は、単一走行車両の場合と連行車両の場合で行った。又、アクティブ振動制御においては、車両の情報を含んだ制御則の場合と、梁のみの情報を用いた制御則の場合の2通りを考え、制御効率に及ぼす影響も検討した。

以下に、本研究で得られた知見を示す。

1) パッシブ振動制御の考察より得られたことは、車両が走行している時は、梁の変位と動的支点反力ともに大きな低減効果が得られなかった。これは、TMDを梁の1次振動のみに同調するように設計しているため、車両が走行することによって梁の振動特性が時間によって変化するため、限界がある。しかし、車両が通過した後、梁の自由振動部分では大きな低減があった。

2) アクティブ振動制御については、梁の中央点の変位の低減率は、最大約75~80%となり高い低減効果が得られた。動的支点反力は、交通振動に影響の高い振動数付近においては、大きな低減を示しており、アクティブコントロールは、交通振動に対して有効な手段であることが明らかにされた。

3) 単一走行車両と連行車両の時において、重み係数 Q と r の関係を考察した。その結果、両者共に r

を小さくすることで、 Q の影響は受けなかったが、 r の各成分が 10^{-5} 付近を境に Q の影響を受けることがわかった。また、 r を必要以上に小さくすると、逆に振動が増大し、最適な r が存在することがわかった。

4) 単一走行車両の時と連行車両の時とでは、梁の振動特性は変わるものの、梁の振動を抑えるという点では、どちらの場合でも同じということがわかった。

5) 車両の情報が既知の時の制御則と梁の情報のみの制御則とでは、後者の制御則の方が、少ない制御力で高い低減効果が得られる結果となった。定常ポアソン確率過程でモデル化した場合についても試算例を示した。

本研究は、第二著者が、武蔵工業大学修士課程在学中に、第一著者と共同で行ったものである。また、本研究をまとめるにあたり、星谷勝教授（武蔵工業大学）より、有益な助言をいただいた。ここに記して、謝意を表します。

参考文献

- 1) 土木学会構造工学委員会：交通荷重による橋梁振動に関する研究の現状と課題，1994年4月。
- 2) 本田秀行・城戸隆良・梶川康男・小堀為雄：道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査，土木学会論文報告集，No. 315，pp. 149-155，1981年11月。
- 3) 梶川康男・大嶋信太郎：周辺環境への影響を考慮した高架橋の防振効果に関する一解析法，土木学会論文報告集，No. 341，pp. 79-86，1984年1月。
- 4) 梶川康男・沖野 真・宇藤 滋・松浦康夫・伊関治郎：動吸振器による高架橋の振動低減対策，構造工学論文集，Vol. 35A，pp. 585-595，1989年3月。
- 5) 横山功一・澤田憲文・岩津守昭・澤登善誠・右近大道・伊関治郎：動吸振器による道路橋の交通荷重の軽減効果について，構造工学論文集，Vol. 38A，pp. 815-823，1992年3月。
- 6) 岡林隆敏：交通振動制御の可能性，道路橋に設置する動吸振器の効果について，土木学会，第2回振動制御コロキウム PART A，pp. 195-202，1993年8月。
- 7) 高橋龍夫・倉西 茂：動吸振器による可燃性構造物の振動抑制について，土木学会論文集，No. 308号，pp. 15-24，1981年4月。
- 8) 比江島慎二・藤野陽三：桁瑞ダンパーによる橋梁の交通振動の軽減，土木学会論文集，No. 465，pp. 107-116，1993年4月。
- 9) 矢作 枢・吉田和彦：高架橋における交通振動のアクティブコントロール，土木学会論文集，No. 365/I-3，pp. 435-444，1985年4月。
- 10) Fujino, Y.・Bhartia, B. and Kasahara, S.: Active control of traffic-induced vibrations in highway bridges, Proc. of 1st World Conference on Structural Control, USA., 1994.
- 11) 山口宏樹・野田 茂・丸山 収・藤野陽三・玉木利裕：構造物のアクティブ振動制御入門，土木学会，第2回振動制御コロキウム PART A，pp. 235-273，1993年8月。
- 12) 岡林隆敏・尾口慎也・加賀敏明：時変フィードバック則による道路橋交通振動のアクティブ制御，土木学会，第3回振動制御コロキウム PART B 講演論文集，pp. 33-40，1995年8月。
- 13) 岡林隆敏：橋桁振動の低減による交通環境振動制御，道路橋交通振動制御のための最適制振設計，土木学会，第3回振動制御コロキウム PART A，pp. 27-37，1995年8月。
- 14) 藤野陽三：橋桁振動の低減による交通環境振動制御，道路橋交通振動制御のためのアクティブ制御の方式比較，土木学会，第3回振動制御コロキウム PART A，pp. 39-48，1995年8月。
- 15) 小坪清真：土木振動学，森北出版，1974年。
- 16) 小堀鐸二：制震構造，鹿島出版会，1993年。
- 17) 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974年。
- 18) 吉村虎蔵・彦坂 照・内谷 保：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析，土木学会論文報告集，No. 258，pp. 35-44，1977年2月。

(1996年9月6日受付)