

引拔力を受ける杭の非線形せん断バネ定数の同定

SYSTEM IDENTIFICATION ON NONE-LINEAR SHEAR SPRING OF PILE FOUNDATION
SUBJECTED TO UPLIFT LOAD

高橋秀明*、松島 学**

Hideaki TAKAHASHI, Manabu MATSUSHIMA

*工修 東電設計株式会社 第二土木本部 送変電土木部 (〒110 東京都台東区東上野 3-3-3)

**工博 東電設計株式会社 技術開発本部 耐震技術部 (〒110 東京都台東区東上野 3-3-3)

Analytical model for RC pile foundation subjected to uplift load is proposed in this paper. Elasto-plastic model of pile elements is proposed in order to describe the degrading stiffness of pile elements by tension crack of concrete. Shear spring between pile element and soil is also assumed to be none-linear based on weibull curve model.

The system identification on none-linear shear spring has been carried out using result of existing uplift loaded tests. The parameters α , β on weibull curve model are obtained by the system identification techniques based on Gauss-Newton method.

Key Words : shear spring, uplift load, back analysis, Gauss-Newton method, weibull curve

1. はじめに

道路橋示方書 IV 下部構造編 (以下、「道示」と称する) における杭の鉛直方向の支持力および変位量の算定は、鉛直方向挙動の可逆性が概ね保証される弾性限界状態内にあることを基本としている。この線形解析を基本とする鉛直方向の設計法に対し、杭の水平挙動の研究は、限界状態設計法の確立を目指した非線形解析手法によりさかんに進められている¹⁾。これは、橋梁のような横方向に比較的スパンが大きい構造物では、多少の鉛直方向の変位が上部構造の機能に支障を与えることは少なく、水平変位量が大きな問題となるためと考えられる。

一方、送電用鉄塔のような塔状構造物は、水平変位よりもむしろ鉛直変位量が上部鉄塔構造へ与える影響が大きいとされている。また、送電用鉄塔の場合、一般の杭基礎に作用する主たる荷重である押込力と水平力の他に、風荷重や架渉線張力により押込力と同程度の引抜力が作用する。杭基礎へ作用する引抜力は近年の高電圧化・大容量化に伴って増大しており、これに対応する支持力を得るためにはこれまでよりも大きな鉛直変位量を杭に許すことが必要となろう。したがって、今後の限界状態設計法への移行に当たっては、杭の引抜支持力と鉛直変位量の関係を変形の大きな領域までも把握することが重要となってくる。

本研究は、このような背景のもと、引抜力を受ける鉄筋コンクリート杭の鉛直方向の挙動を把握することを目的として、地盤および杭の非線形性を考慮した杭の解析モデルを提案する。さらに、既往の載荷試験データを利用して解析モデルに対する入力定数の同定を試みたものである。入力定数を同定する逆解析手法には Gauss -

Newton法を用いた²⁾³⁾。

2. 非線形性を考慮した解析方法

2.1 杭の解析モデル

(1) 解析モデル

引抜力を受ける鉄筋コンクリート杭の解析モデルを図-1に示す。杭は鉛直方向に微小長さの各要素に分割され、それぞれの要素は個別にせん断バネによって地盤に接続されている。せん断バネは、杭周面に働く摩擦力と鉛直変位量の関係を非線形の数学モデルで表した。さらに、杭の各要素はコンクリートの引張剛性の変化を非線形で取り扱うようにした。

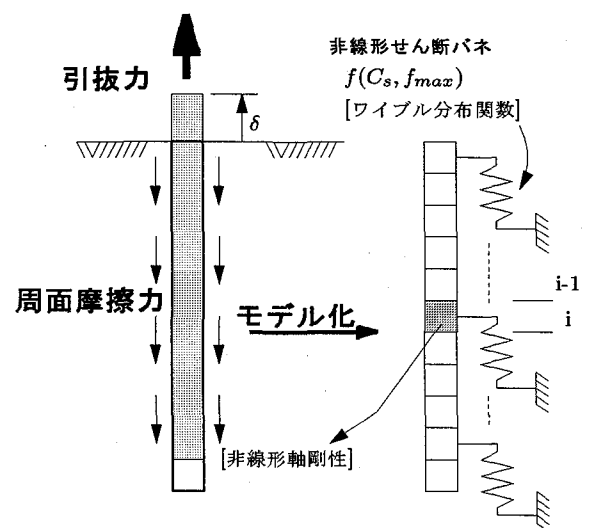


図-1 杭の解析モデル

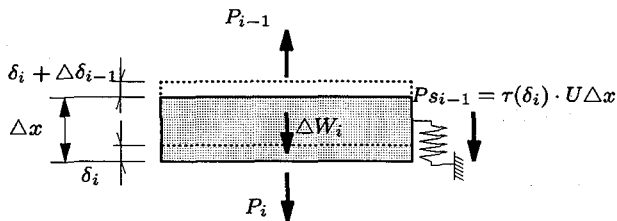


図-2 杭要素の力の釣り合いと変位の関係

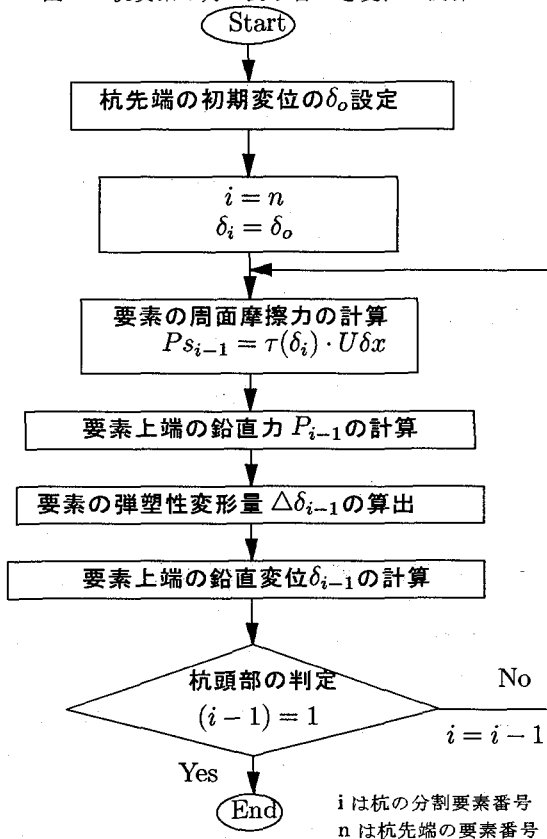


図-3 引拔力を受ける杭の解析手順

各要素における鉛直方向の力の釣り合いを図-2に示す。要素の力の釣り合いと変位の関係は式(1)、式(3)のように表せる。このようにモデル化したことで、杭長手方向の微小断面内での応力は一定として取り扱っていることになる。しかし、要素分割を小さくしていることから、分割の影響は無視できるものと考えた。

$$P_{i-1} = P_i + \Delta W_i + P_{s_{i-1}} \quad (1)$$

$$P_{s_{i-1}} = \tau(\delta_i) \cdot U \Delta x \quad (2)$$

$$\delta_{i-1} = \delta_i + \Delta \delta_{i-1} \quad (3)$$

$$\Delta \delta_{i-1} = \frac{P_i}{E_c A_e} \cdot \Delta x \quad (4)$$

ここに、 P_{i-1} 、 P_i は要素に作用する鉛直力、 ΔW_i は要素の自重、 $P_{s_{i-1}}$ は周囲の摩擦力で式(2)で算定され

る。 τ は杭側面の非線形せん断バネによって決定されるせん断応力度で、 Δx は要素の分割長さ、 U は杭の周長を示している。 $\Delta \delta_{i-1}$ は杭の弾塑性変形量で式(4)によって求められる。杭の軸方向剛性 $E_c A_e$ は、コンクリートの引張りひ割れを考慮した剛性低下の非線形モデルを考えた。本力学モデルを用いた杭の計算手順を図-3に示す。

(2) 杭体の非線形性

既往の引抜荷試験によれば、引抜力を受ける杭は、ひずみが $(70 \sim 80)\mu$ 以内であれば鉄筋とコンクリートは一体となって挙動するため弾性的な挙動を示すが、このひずみ量を超えるとコンクリートに引張りひ割れが発生し、杭の荷重～変形関係に変化が生じることが確認されている⁴⁾。

本研究では、曲げを受ける部材に対し、ひび割れの進展に伴う部材の曲げ剛性の低下状態をモデル化したBranson⁵⁾の式を参考に、式(5)に示す杭の換算軸剛性 $E_c A_e$ を定義した。

$$E_c A_e = \left(\frac{f_t}{\sigma_0} \right)^m E_c \cdot A_c + \left\{ 1 - \left(\frac{f_t}{\sigma_0} \right)^m \right\} E_s A_s \quad (5)$$

ここに、 f_t はコンクリートの引張強度、 σ_0 は軸方向応力を表しており、杭の軸剛性 $E_c A_e$ は引張りひ割れの発生に伴い、鉄筋コンクリートの軸剛性から次第に鉄筋のみの軸剛性に遷移していく状態がモデル化されている。定数 m は軸剛性の遷移の状態を表すもので実験的に決定される値である。

定数 m の値は既往の杭の引抜荷試験のデータを利用して求めた。杭頭部の鉄筋ひずみは、定着の影響を受けているために本来の軸ひずみとして採用することができない。そのため、杭頭から50cm下がった地上部位置の鉄筋ひずみを用いて軸剛性の変化を調べた。この位置の杭軸力は地盤の摩擦抵抗の影響を受けず荷重と釣り合うため、計測した鉄筋ひずみを式(6)に代入することにより軸ひずみの変化に伴う杭体の軸剛性低減特性を得ることができる。

$$P_0 = \varepsilon E_c A_e + \varepsilon E_s A_s \quad (6)$$

ここに、 P_0 は杭頭部の荷重、 ε は計測ひずみを表している。式(6)において、主鉄筋の軸剛性 $E_s A_s$ を一定として、コンクリートの軸剛性 $E_c A_e$ の変化を荷重ステップ毎に求め、これを実測値とした。以上のようにして求めた杭の軸剛性と軸ひずみの関係を図-4に示す。図-4は杭の軸剛性および軸力と軸ひずみの関係を示している。同図には、式(5)の定数 m を1～4まで変化した場合の換算軸剛性の低下曲線も並記した。図によれば、軸剛性の低下特性は $m = 4$ の場合に最も実測値とよく適合していることから、式(5)の定数 m の値と

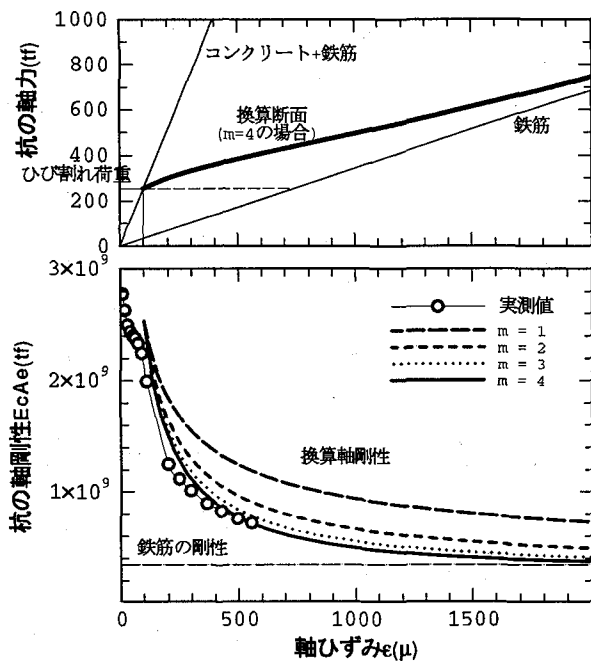


図-4 杭の非線形特性

して4を選択した。このようにして設定した定数 m の値は、鉄筋比や杭径によって変化することが考えられるため、本解析モデルの杭頭荷重～変位関係に対する定数 m の感度を分析した。その結果、本研究で用いた載荷試験杭では、 $m = 1 \sim 2$ では杭体の非線形特性をよく表現することができず、 $m = 3 \sim 5$ では軸剛性の非線形性が顕著に現れた。 $m = 3 \sim 5$ の範囲では定数 m の感度は小さく、杭頭荷重～変位関係に大差が見られなかった。そのため、以降の実測データの同定にはすべてのケースについて $m = 4$ を用いた。

(3) 杭側面せん断バネの非線形特性

杭側面せん断バネの非線形特性は、宇都ら⁶⁾が提案しているワイブル分布関数を用い、式(7)に示すように表した。ワイブル分布関数の数学モデルは、杭の載荷試験結果から得られる荷重～変位曲線によく適合するとされている。この数学モデルにより杭周面の摩擦力と変位の関係をモデル化した。このような杭の周面摩擦力と変位量の関係をワイブル分布関数で近似させた事例としては、田邊らの研究があげられる⁷⁾。

$$\tau = f_{max}(1 - \exp(-\delta/\delta_s)) \quad (7)$$

ここに、 τ は周面摩擦力度、 f_{max} は最大周面摩擦力度、 δ_s は基準変位を表している。ワイブル分布関数において、基準変位量 δ_s に対応する周面摩擦力度は $0.63 \cdot f_{max}$ となっており、一般に知られている降伏摩擦力度 ($2/3 \cdot f_{max}$) とほぼ整合がとれている。そのため、図-5に示すように、地盤の降伏点に着目した線形せん断バネと最大周面

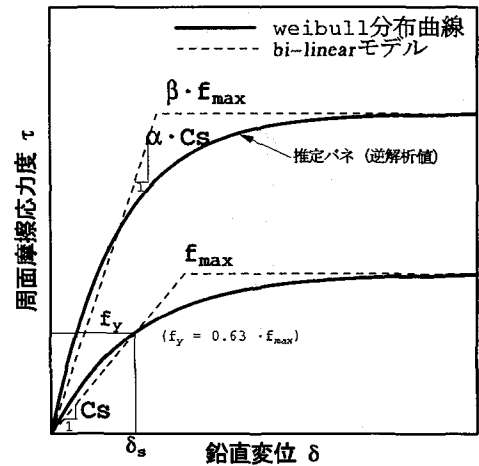


図-5 せん断バネの非線形特性

摩擦力度で表されるバイリニア型のせん断バネモデルで式(7)を定義することができる。具体的には式(7)の基準変位量 δ_s を線形バネで定義すると、式(8)のように表せる。

$$\delta_s = \frac{f_y}{C_s} \quad (8)$$

$$= \frac{0.63 \cdot f_{max}}{C_s} \quad (9)$$

ここに、 f_y は降伏摩擦力度、 C_s はせん断バネを表している。

2.2 せん断バネの同定方法

非線形解析モデルを用いたせん断バネ定数の同定は、ワイブル分布関数と関連づけられるバイリニア型モデルの非線形特性を未知パラメータとして行った。具体的には、図-5に示すように線形バネに対する補正係数 α 、最大周面摩擦力に対応する補正係数 β を定義した。逆解析はこれらを未知パラメータに選び、実測の杭頭荷重～鉛直変位の関係に最もよく適合する補正係数を求めるようにした。バイリニア型モデルの初期設定値として、線形バネに岡原ら⁸⁾の提案している杭周面のすべり係数 C_s (以下、 C_s と称する)を、最大周面摩擦力に道示で示されている値 (以下、 f_{max} と称する)を用いた。 C_s は地盤の降伏変位量に着目して算出したせん断バネで、ワイブル分布関数の考え方とは整合がとれたものとなっている。

載荷試験データを用いた Gauss-Newton法による未知パラメータの同定手順を図-6に示す。

引き抜き力を受ける杭の解析モデルから計算される杭頭荷重は式(10)のように表せる。

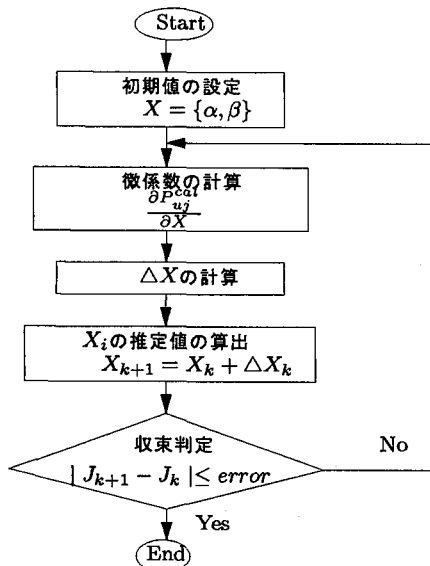


図-6 Gauss-Newton 法

$$P_{uj}^{cal} = f(\delta, \alpha, \beta) \quad (10)$$

杭頭荷重の計算値 P_{uj}^{cal} と実測値 P_{uj}^{exp} は、測定誤差を ε_j とするとこれらには次の関係が成立する。

$$P_{uj}^{exp} = P_{uj}^{cal} + \varepsilon_j \quad (11)$$

ここに、 j は実測値の測定番号を表している。

Gauss-Newton法では、実測値と計算値との適合の度合いを表す関数として式 (12) を定義し、この評価関数 J を最小とするように未知パラメータ (補正係数) α , β を決定する。

$$J = \frac{1}{2} \int_{\delta} (P_{uj}^{exp} - P_{uj}^{cal})^2 d\delta \quad (12)$$

計算値 P_{uj}^{cal} は式 (10) のように表せるので、これを未知パラメータで Taylor 展開し、評価関数 J が Gauss-Newton法により最小になるための必要条件 (式 (13)) から未知パラメータを求める。

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \frac{\partial J}{\partial \beta} = 0 \quad (13)$$

未知パラメータを $X = \{\alpha, \beta\}^T$ とすると、式 (13) の必要条件より $\Delta X = \{\delta\alpha, \delta\beta\}$ に関する連立方程式 (14) が得られる。連立方程式を ΔX について解き、図-6の解析フローにもとづいて $X_{k+1} = X_k + \Delta X_k$ (k は繰り返し回数) の繰り返し計算を行うことにより α, β の最適推定値を求めることができる。

$$A \cdot \Delta X = B \quad (14)$$

表-1 杭構造物の引き抜き試験データ⁴⁾

データ No.	地質構成	地盤強度 (平均 N 値)	杭径 (m)	杭長 (m)
1	Clay	17	1.6	5.0
2	Clay	13	1.6	5.8
3	Clay/Sand	76	2.5	8.0
4	Clay/Sand	10	0.8	15.5
5	Clay/Sand	11	0.8	16.5
6	Sand	54	0.8	4.0
7	Sand	48	0.8	8.0
8	Clay/Sand	42	0.8	10.0
9	Sand	101	1.0	8.0
10	Sand	62	1.0	6.0
11	Clay	4	1.0	8.0
12	Clay/Sand	13	0.8	18.0

Depth m	Geological Section	Standard Penetration test N-Value 50	Unconfined/Triaxial Compression Test			Physical Properties			
			C kgf/cm ²	ϕ degree	E ₅₀ kgf/cm ²	Wn %	γ_t gf/cm ³	e	Sr %
0	Loam		0.55	—	53.0	117.4	1.385	3.229	97.9
5	Tuffly Clay								
5	Clay with Sand		0.29	—	21.0	56.3	1.671	1.474	100.0
10	Silt		0.33	—	34.0	96.1	1.475	2.493	100.0
15	Sand		0.10	38.3	271.0	37.0	1.827	1.046	96.5
15	Sand		0.00	40.0	29.40	30.4	1.908	0.864	95.9
20	Sand		0.35	37.4	199.0	40.2	1.780	1.123	96.5

図-7 載荷試験の地盤状況 (データ No.4)⁴⁾

ここに、 A , B は評価関数 J の偏微分係数によって作られるマトリックスとベクトルである。

3. 実測データに基づく同定

3.1 せん断バネ同定の考え方

杭周面の摩擦力を表す非線形バネの同定に用いた引き抜き載荷試験のデータを表-1に示す。

選ばれたデータは、荷重～変位の関係からすべて降伏が確認されており、十分に非線形性をもつ挙動をしている。さらに、最大変位は設計での適用を考え、杭径の10%を10mmと仮定し、それ以下の変位まででデータを打ち切った。これらの載荷試験の行われた地盤は、例えば図-7のように互層の地盤となっているが、同定の対象とした未知パラメータ α, β はすべての層に同一の値をもつものと仮定した。即ち、多層地盤のモデルに対して1組の補正係数 α, β を未知パラメータとして設定し、各層のせん断バネ特性を同じ係数により補正した。地質別に各層の未知パラメータを設定して、地質毎の補正係数を求める方法もあるが、せん断バネと最大周面摩擦力の初期値は既に地質別に地盤強度 (N 値) との関連が整

理されており、地質の影響はすべて初期設定値として採用した C_s および f_{max} において考慮されていると考え、この仮定のばらつきも逆算で得られた α , β の中に含まれるものと考えた。従って、これらの初期設定値に対する平均的な補正係数を非線形解析モデルにより逆算することになる。

C_s の値は、押込力に対するせん断バネであることから、引抜きを受ける場合に対する修正係数としての意味も含まれていると考えられる。

3.2 解析結果

図-8～図-15に Gauss-Newton 法により同定した補正係数の収束過程、および同定されたせん断バネによる杭頭荷重～変位関係の解析値と実測値を示した。杭頭荷重～変位関係には、杭の軸剛性を線形弾性として取り扱った場合も並記してある。未知パラメータの初期設定値は α , β ともに 1.0 とした場合について示してあるが、

初期設定値の値を変化させても収束値はすべて同一の値へ収束していることを確認している。図によれば、補正係数は数回の繰返しで最適値へ収束しており、杭頭荷重～変位関係は実測値と計算値が非常によく適合する結果となっている。実測値と計算値の関係は鉛直変位の小さい領域から大変形領域にわたってよく一致しており、杭周囲のせん断バネモデルをワイブル分布関数により精度良く評価できていることがわかる。しかし、杭の軸剛性を線形弾性としてモデル化した場合は、引張りび割れ発生後の杭の急激な軸変形の伸びを表現することができないため、実測値と離れた傾向を示している。杭の弾性変形量は杭長の影響を強く受けるため、杭長が 4.0m と短い No.6 データの場合には杭の軸剛性の影響が顕著に現れていない。

次に、データ No. 4 および No. 5 の杭軸方向のひずみ分布についてを実測値と解析値を比較した結果を図-16～図-17に示す。

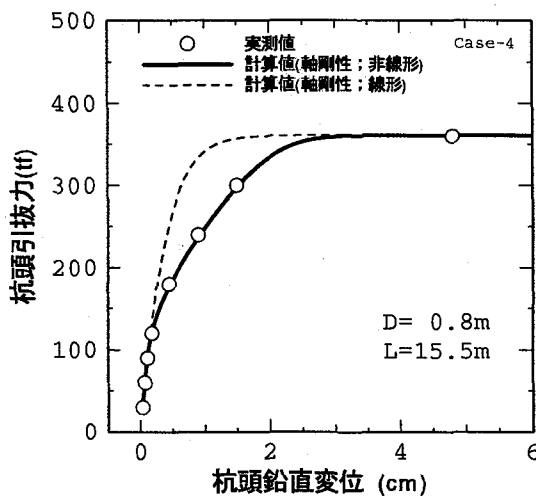


図-8 杭頭荷重～変位関係の実測値と解析値の比較 [No. 4]

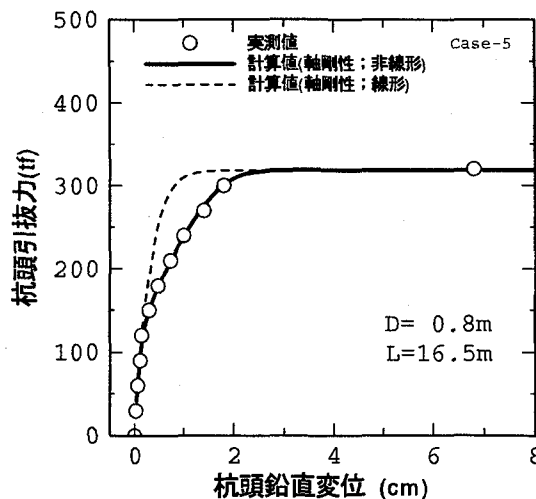


図-9 杭頭荷重～変位関係の実測値と解析値の比較 [No. 5]

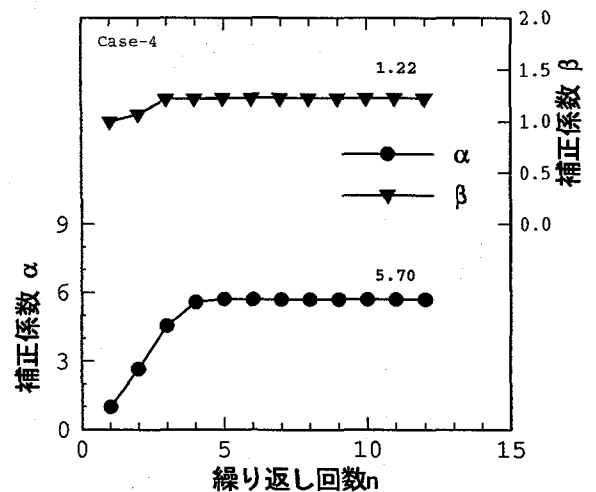


図-10 補正係数 α , β の収束過程 [No. 4]

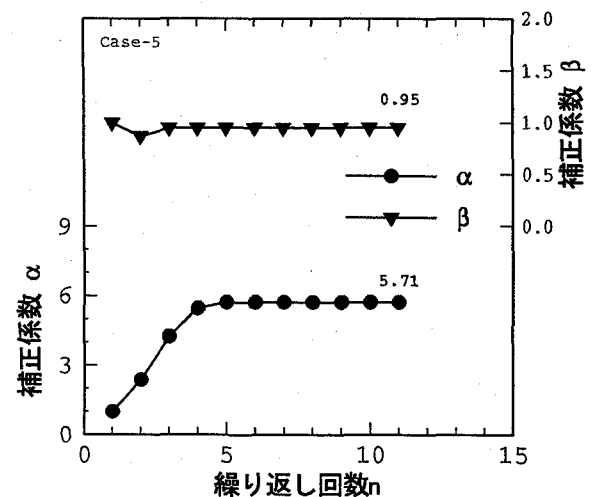


図-11 補正係数 α , β の収束過程 [No. 5]

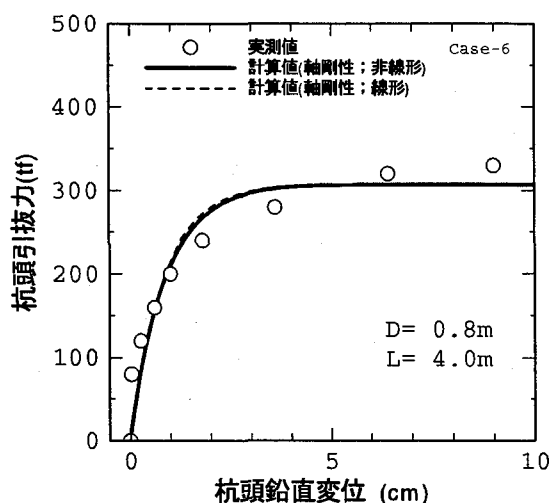


図-12 杭頭荷重～変位関係の実測値と解析値の比較 [No. 6]

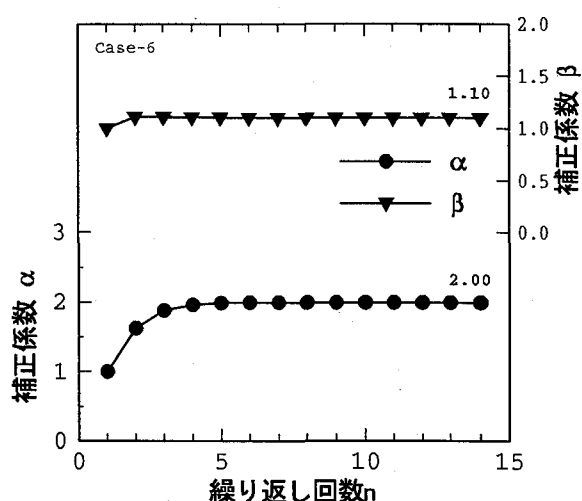


図-14 補正係数 α 、 β の収束過程 [No. 6]

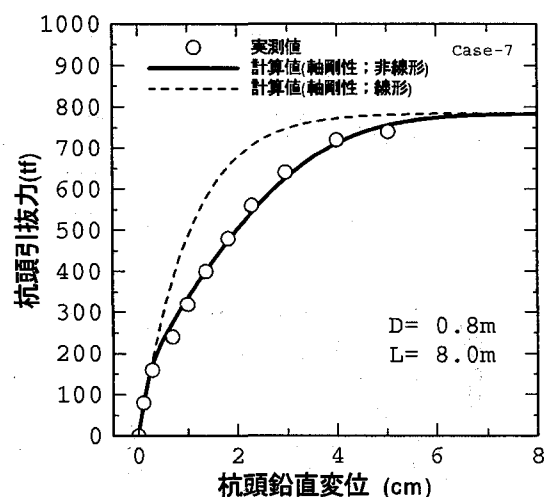


図-13 杭頭荷重～変位関係の実測値と解析値の比較 [No. 7]

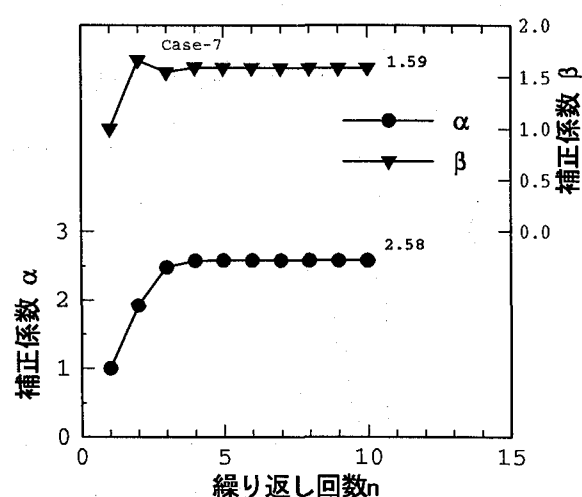


図-15 補正係数 α 、 β の収束過程 [No. 7]

図中の実測値は載荷試験データの主鉄筋のひずみ分布を示したものである。杭頭荷重が 90tf 以内ではひずみは深さ方向に直線的に減少しているが、これを越えると杭上部のひずみが急激に増大する傾向を示している。ひずみの急激な増大は、荷重の増大に伴って杭の上部から徐々に下方へ進展している。載荷荷重 240tf 以下では、解析結果はこのような引抜力を受ける杭の特徴をよく表しており、実測値との整合性も比較的良好ことが確認できる。載荷荷重が 300tf を越えると解析値は実測値よりも 2 割程度大きなひずみ分布を示すようになり、両者は整合しなくなる傾向が認められる。しかし、本解析モデルの簡便性と対象とする問題の不確実性を考えれば実用的には問題のない精度にあると思われる。

杭の軸剛性を線形として取り扱った場合と非線形とした場合のひずみ分布の比較結果を図-19～図-20に示す。軸剛性の取り扱いによる性状の相違は明らかで、引

抜力を受ける杭の解析モデルとしては、軸ひずみに応じた剛性低下モデルを導入することの重要性が確認できる。

本研究で同定した補正係数の頻度分布を図-18および図-21に示す。せん断バネは、 C_s に対する補正係数 α が 1 つのデータを除いてすべて 1.0 を超える値となっており、大きめに補正が必要であることがわかる。補正係数 α の平均値は、極端に大きな No.13 のデータを異常値として取り除いて計算すると 3.02 となった。最大周面摩擦力については、 f_{max} に対する補正係数 β の平均値が 1.06 で、道示に示されている値と良く整合する結果が得られた。

岡原らの C_s の提案値は、線形解析に用いるバネ値を杭の降伏変位に着目して算定している。この点は、せん断バネの非線形モデルとして採用したワイブル分布関数

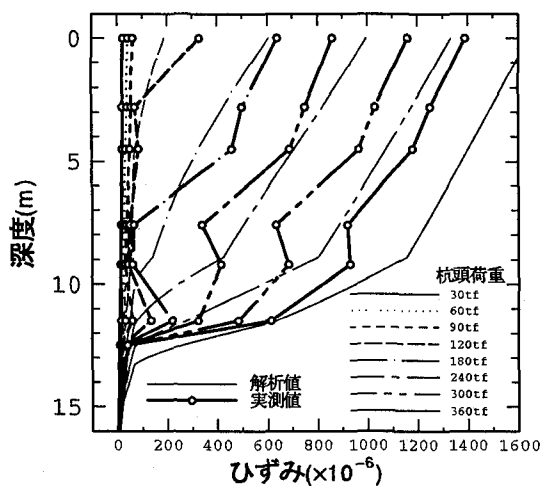


図-16 主鉄筋のひずみ分布の実測値と解析値の比較 [No. 4]

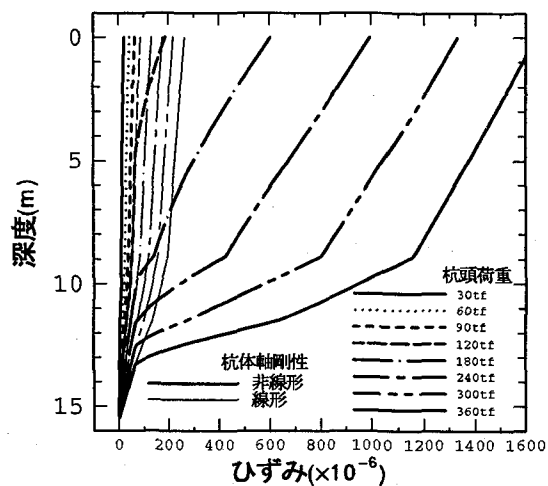


図-19 杭のひずみ分布に与える軸剛性の影響 [No. 4]

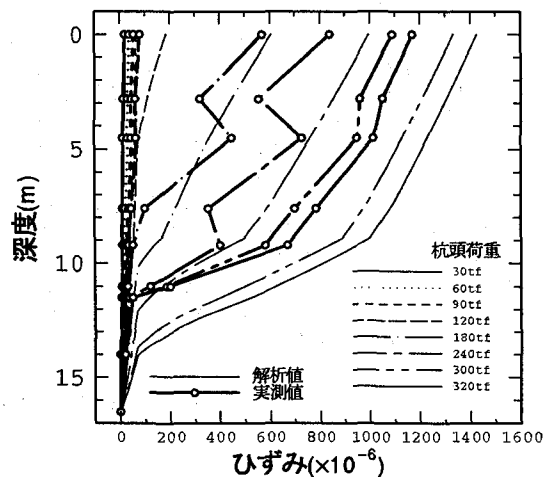


図-17 主鉄筋のひずみ分布の実測値と解析値の比較 [No. 5]

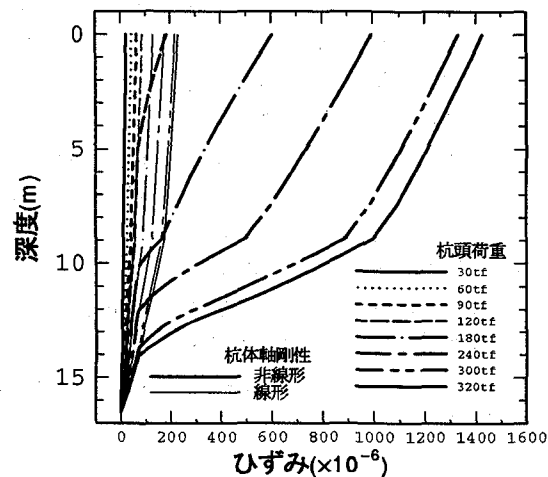


図-20 杭のひずみ分布に与える軸剛性の影響 [No. 5]

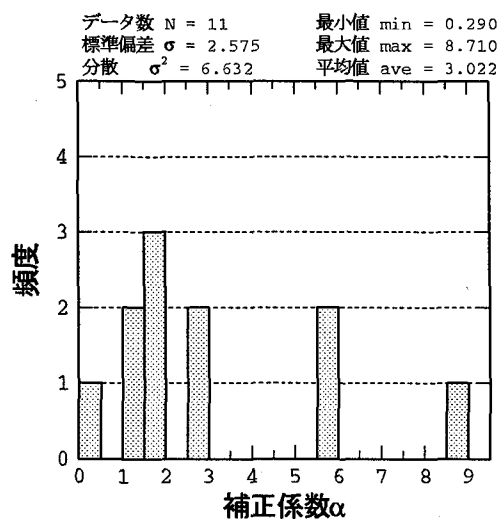


図-18 せん断バネ C_s バネの補正係数 α の頻度分布

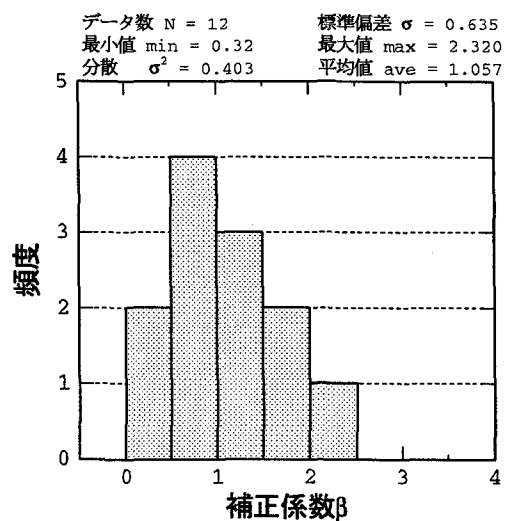


図-21 最大周面摩擦力 f_{max} の補正係数 β の頻度分布

と整合している。しかし、本解析は、小変形領域において杭頭荷重～変形関係を実測値と適合させるために、せん断バネの値をさらに上方に補正する必要があることを示していると考えられる。これは、押込力を受ける杭のせん断バネ定数と引抜き力を受ける杭のせん断バネ定数の大きさが異なるということも一つの要因と考えられる。また、このようにして同定された引抜き時のせん断バネは、杭に発生する引張りひび割れの影響をモデル化することで妥当な評価が可能となった。

4. まとめ

杭の引抜荷重試験のデータを収集し、杭および杭周面の摩擦抵抗力を非線形モデル表現した解析手法を用いて鉄筋コンクリート杭の鉛直方向せん断バネに関する逆解析を行い、せん断バネの非線形特性の同定を試みた。その結果得られた主な知見は次の通りである。

- (1) 引抜き力を受ける杭体の軸剛性の変化は、曲げを受ける部材に対して提案されている Branson の式を応用することでよく表現できる。
- (2) 杭体および周面摩擦抵抗力の非線形性を考慮した解析モデルによれば、大変形領域まで杭の挙動を精度よく推定することができる。
- (3) 上記の解析モデルで用いるせん断バネの非線形特性は、岡原らの提案する C_s および道示の最大周面摩擦力 f_{max} に補正係数を乗じたワイブル分布関数でよく表現できる。補正係数は今回の検討では、 C_s に対して $\alpha = 3.02$ 、 f_{max} に対しては $\beta = 1.06$ とい

う結果が得られた。

本研究は、荷重試験データの収集整理や地質の影響などの分析が十分でないため、今後より多くのデータに基づく詳細な検討が必要と考える。さらに、送電用鉄塔など引き抜き荷重が支配的な構造物に対しては、材料の非線形性を考慮した解析に基づく変位量の照査が限界状態設計法への移行に当たって重要と考える。

参考文献

- 1) 地盤工学会：基礎の限界状態設計法に関するシンポジウム発表論文集，1995.5
- 2) 松島学，松井邦人，大滝晋：実測データに基づく基礎地盤系の構造物の振動特性の同定，土木学会論文集，第 465 号 / I-23，pp.127-136,1993.4
- 3) 松島学，松井邦人，関博，堤知明：Fick の拡散方程式の係数の同定，土木学会論文集，第 520 号 / V-28，pp.269-272,1995.8.
- 4) 伊藤圭典，前原雅幸：場所打ち杭の引抜き抵抗に関する実験と考察，土木学会論文集，第 376 号 / III-6，pp.59-67,1986.12.
- 5) Dan E. Branson: *Variability of Deflections of Simply Supported Reinforced Concrete Beams*, ACI Journal, Proceedings, 69 pp.449-451, 1972.7.
- 6) 宇都一馬，冬木衛，近藤博，桜井学：杭の荷重試験結果の一整理方法，第 13 回 土質工学研究発表会，pp.813-816,1978.
- 7) 田邊成，大木正，小松崎茂：砂礫地盤における場所打ち杭の鉛直支持力の一評価，第 31 回 地盤工学研究発表会，pp.1669-1670,1996.7.
- 8) 岡原美知夫，中谷昌一，松井謙三：杭の鉛直および水平方向の支持特性に関する研究，構造工学論文集 vol.37A，pp.1453-1466,1991.3.

(1996 年 9 月 6 日 受付)