

空洞再構成のための逆散乱解析

INVERSE SCATTERING FOR RECONSTRUCTION OF CAVITIES

廣瀬 壮一*・鍋野 博章**・大友 譲***

Sohichi HIROSE, Hiroaki NABENO and Yuzuru Ohtomo

*正会員 工博 岡山大学助教授 環境理工学部環境デザイン工学科 (〒700 岡山市津島中2-1-1)

**正会員 工修 五洋建設(株) (〒112 東京都文京区後楽2-2-8)

***正会員 工修 (株)ニュージェック 技術開発部地盤室 (〒542 大阪市中央区島之内1-20-19)

The linearized inverse scattering methods based on the Born approximation and the Kirchhoff approximation are presented to reconstruct the shape of cavities in an elastic solid. Both linearized inversion methods give the Fourier transform relations of the far field scattered amplitudes with the spatial functions representing the shape of cavities. The cavities can be reconstructed by applying the inverse Fourier transform to the scattered amplitudes measured in experiment.

Experiments are carried out using a water-immersed ultrasonic pulse-echo testing. Specimens are made of cylindrical aluminum, which have cylindrical cavities at the center portion. The measured scattering amplitudes are normalized by a reference signal and are substituted into the inversion formulas. The crosssectional 2-D images are reconstructed for a single cavity as well as for multiple cavities. The accuracy of the inversion methods are fairly good, comparable with the simulated images using the boundary element method. The images for the adjacent boundaries of two cavities are, however, not clear because of the dynamic interaction of two cavities.

Key Words : *linearized inverse scattering, ultrasonics, Born/Kirchhoff approximation*

1. はじめに

超音波非破壊評価に関する逆問題は逆散乱問題と呼ばれる。逆散乱問題の解法には大きく分けて線形化逆解析法と最適化手法を用いた非線形逆解析法がある¹⁾。非線形逆解析法は欠陥形状に関する有限個のパラメータを抽出して、実測値と解析値の誤差が最小になるようにパラメータを決定するものである。したがって、非線形逆解析法の適用においては形状パラメータをいかに選ぶかが重要なポイントとなる。一方、線形化逆解析法は、ボルン近似、キルヒホフ近似、レイトフ近似などの近似を非線形方程式に導入して線形化を行ない、欠陥形状を表す関数と散乱波との間に一対一の対応を見出すもので、非線形逆解析法のように事前に形状パラメータを抽出する必要はない。その代わり、欠陥形状を表す関数を再現し得るだけの十分な数の測定データを必要とする。線形逆解析法については、Bojarski²⁾、Langenberg³⁾、Rose⁴⁾などにより詳しくレビューされているので、参照されたい。このような中、Niwa and Hirose⁵⁾は、本来、弱散乱体を対象とするボルン近似を強散乱体である空洞の形状決定問題に適用してその有効性を確認した。また、Hirose⁶⁾はボルン近似とキルヒホフ近似を用いた線形逆散乱解析法を用いて空洞のような体積のある欠陥とき裂状の欠陥の識別法を提案している。関連する研究として、Hsu et al.⁷⁾、Nagai⁸⁾、高橋ら⁹⁾、岩立ら¹⁰⁾などによる研究がある。Hsu et al.

は一次元逆ボルン近似法を様々な空洞や介在物の形状決定問題に用いた。Nagaiは水中音波に対して線形化逆解析を適用した。また、高橋ら、岩立らはトモグラフィや開口合成法を用いて鋼材中の欠陥形状を推定している。ただし、トモグラフィや開口合成法は基本的に波の到達時間だけを用いており、散乱波動に含まれる欠陥情報を有効に利用しているとは言えない。

本研究は、Niwa and Hirose⁵⁾、Hirose⁶⁾の2つの論文に述べられた線形化逆解析法を超音波実験によって得られた散乱データに適用したものである。前半部でHiroseの論文⁶⁾に従ってボルン近似とキルヒホフ近似を用いた線形逆散乱解析法を簡単に述べ、後半部で水浸超音波実験によって得られた散乱波形への応用例を示す。

2. 逆散乱問題

図1に示すように2次元無限弾性体 D^c 内に空洞 D が存在するとしよう。空洞の境界 ∂D では応力が0である。また、外部領域 D^c は均質等方な弾性体である。ここで扱う逆散乱問題とは、外部領域の遠方にある測定境界面 S 上に設置した探触子によって入射波 u^0 を入力し、空洞 D によって散乱された散乱波 u^{sc} を同じ探触子で検出して、その散乱波から空洞の形状を推定するものである。送・受信の探触子の配置とか入射波、散乱波の波動の種類などは様々な組み合わせが考えられるが、

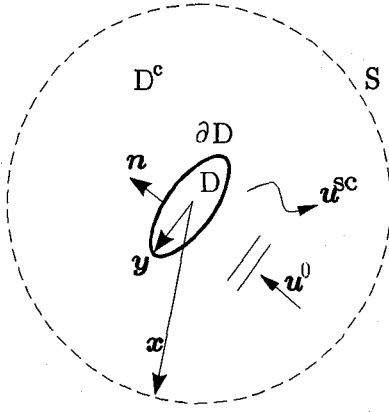


図-1 散乱逆問題

ここでは、実験との対応を考えて、空洞を取り囲むように送信用探触子を移動させながらP波入射し、同じ探触子によってP波を検出したとするP波-P波のパルス-エコー法を想定する。

後に示す実験において入射波動は $\phi 10\text{mm}$ の円筒形の圧電素子によって発振される。よって、全体的に見れば入射波は平面波よりむしろ球面波に近くなっている。しかし、探触子と空洞の距離は空洞の寸法に比べて十分長く、空洞近傍における入射波動の曲率半径は空洞寸法に比べて十分大きい。したがって、空洞近傍では、探触子と空洞間の距離減衰を除けば入射波はほぼ平面波とみなして差し支えない。また、実験において探触子と空洞間の距離は一定としている。したがって、距離減衰はすべての波形について共通項として含まれ、かつ、参照波で無次元化することによりその影響を取り除くことができる。よって、以下に示す逆解析理論においては、入射波は平面P波であると仮定する。周波数域において平面P波は

$$u^0(\mathbf{y}) = u^0 \hat{\mathbf{x}}^0 \exp(ik_L \hat{\mathbf{x}}^0 \cdot \mathbf{y}) \quad (1)$$

と書ける。ここに、 u^0 , k_L , $\hat{\mathbf{x}}^0$ はそれぞれ、入射波の振幅、波数、波動の進行方向を表すベクトルである。

3. 散乱波の積分表現

等方均質な無限弾性体 D^c 内に空洞 D があるとき、散乱変位場 u^{sc} は次のように表わされる。

$$u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_{\partial D} n_l(\mathbf{y}) C_{jlmk} \partial U_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) / \partial y_k u_j(\mathbf{y}) ds_y, \quad \mathbf{x} \in D^c \quad (2)$$

ここに、 ds_y は点 $\mathbf{y}$ を含む境界 ∂D の微小面積要素、 n_l は境界 ∂D において領域 D^c に向いた法線ベクトル、 C_{jlmk} は、

$$C_{jlmk} = \rho(c_L^2 - c_T^2) \delta_{jl} \delta_{mk} + \rho c_T^2 (\delta_{jm} \delta_{lk} + \delta_{jk} \delta_{lm}) \quad (3)$$

によって定義される弾性定数を表す。ただし、 c_L はP波速度、 c_T はS波速度、 ρ は密度である。さらに、式(2)において、 U_{im} は2次元動弾性問題における基本解で次式により与えられる関数である。

$$U_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\rho c_T^2} \left[H_0(k_T r) \delta_{im} + \frac{1}{k_T^2} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_m} \{H_0(k_T r) - H_0(k_L r)\} \right] \quad (4)$$

ここに、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$, $H_0(\cdot)$ は0次ハンケル関数、 δ_{im} はクロネッカーデルタである。また、 k_T と k_L はそれぞれ、横波と縦波の波数であり、 $k_\alpha = 2\pi f/c_\alpha$ により与えられる。ここに、 f は周波数である。

受信探触子の点 $\mathbf{x}$ は空洞の大きさに比べて十分遠くにあると仮定しているので、式(2)において $r \approx |\mathbf{x}| - \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}$ ($\mathbf{x} \in S$, $\mathbf{y} \in \partial D$) なる遠方場近似を導入する。ここに、 $\hat{\mathbf{x}}$ は、 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ なる単位ベクトルである。この結果、遠方場での散乱波は次のように書ける。

$$u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \Omega_L(k_L, \hat{\mathbf{x}}) \hat{x}_i \sqrt{\frac{2}{\pi k_L |\mathbf{x}|}} e^{i(k_L |\mathbf{x}| - \pi/4)} + \Omega_T(k_T, \hat{\mathbf{x}}) \hat{\theta}_i \sqrt{\frac{2}{\pi k_T |\mathbf{x}|}} e^{i(k_T |\mathbf{x}| - \pi/4)} \quad (5)$$

ただし、係数 Ω_L , Ω_T は以下のように表される。

$$\Omega_L(k_L, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{k_L}{4\rho c_L^2} \hat{x}_m \hat{x}_k C_{jlmk} \times \int_{\partial D} n_l(\mathbf{y}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}} u_j(\mathbf{y}) ds_y \quad (6)$$

$$\Omega_T(k_T, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{k_T}{4\rho c_T^2} \hat{\theta}_m \hat{x}_k C_{jlmk} \times \int_{\partial D} n_l(\mathbf{y}) e^{-ik_T \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}} u_j(\mathbf{y}) ds_y. \quad (7)$$

ただし、 $\hat{\theta}$ は $\hat{\mathbf{x}}$ に垂直で、S波の振動方向を表わす単位ベクトルである。係数 Ω_L , Ω_T は遠方場での散乱波のP波成分とS波成分の散乱パターンを表す。

4. 線形化逆散乱理論

空洞の形状に関する情報は式(6), (7)の積分領域に含まれている。したがって、これらの式より直接、空洞の形状を求める場合には非線形方程式を解く必要がある。ここでは、P波の散乱パターン Ω_L が実験あるいは数値シミュレーションによって得られたという前提で、式(6)に適当な近似を導入して、方程式の線形化を行い、空洞形状の再構成を図る。

4.1 逆ボルン近似法

ボルン近似は式(6)における全変位 $\mathbf{u}$ を入射波の変位場 $\mathbf{u}^0$ によって置き換えるものである。ここでは、P波-P波のパルス-エコー法を考えているので、 $\mathbf{x}^0 = -\mathbf{x}$

として、式(1)を式(6)に代入すると、次のようになる。

$$\begin{aligned}\Omega_L(k_L, \hat{x}) &= -\frac{u^0 k_L}{4\rho c_L^2} \hat{x}_j \hat{x}_m \hat{x}_k C_{jlmk} \\ &\times \int_{\partial D} n_l(\mathbf{y}) e^{-2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} ds_y \\ &= iu^0 k_L^2 / 2 \int_D e^{-2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} dv_y \\ &= iu^0 k_L^2 / 2 \int_{R^2} \Gamma(\mathbf{y}) e^{-2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} dv_y \quad (8)\end{aligned}$$

ここに、 dv_y は点 $\mathbf{y}$ を含む微小体積要素、 R^2 は $D \cup D^c$ の2次元領域全体を表す。また、 Γ は次のように定義される関数であり、特性関数と呼ばれる。

$$\Gamma(\mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{y} \in D, \\ 0 & \text{for } \mathbf{y} \notin D. \end{cases} \quad (9)$$

特性関数 Γ は、上式に示すように、空洞が占める領域で1となり、それ以外で0となる関数で、この関数を求めることができれば空洞の形状を再現することができる。

式(8)の右辺の最後の体積積分は特性関数 Γ のフーリエ $\mathbf{K}$ -空間における変換像 $\tilde{\Gamma}(\mathbf{K})|_{\mathbf{K}=2k_L \hat{x}}$ に対応するものである。もし、パルス-エコー法において空洞を取り囲むすべての方向からP波を入射し、すべての周波数帯の散乱振幅を検出することができたとすると、式(8)より $\mathbf{K}$ -空間における関数 $\tilde{\Gamma}(\mathbf{K})$ のすべての成分を決定することができる。したがって、特性関数 $\Gamma(\mathbf{y})$ は逆フーリエ変換により次のように求められる。

$$\begin{aligned}\Gamma(\mathbf{y}) &= -\frac{2i}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L^2} \Omega_L(k_L, \hat{x}) \\ &\times e^{2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} k_L dk_L d\hat{x}. \quad (10)\end{aligned}$$

4.2 逆キルヒホフ近似法

空洞の境界が十分に滑らかで、かつ、入射波の波長が空洞境界の曲率半径より十分に短い(すなわち高周波)とすると、反射波は、波線理論によって近似的に決定することができる。波線理論の第一次近似によれば、境界 ∂D における全変位場 u は次のように表せる。

$$\begin{aligned}u_j(\mathbf{y}) &= \{-u^0 \hat{x}_j e^{-ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} \\ &+ \sum_{\alpha=L,T} R^\alpha(\hat{x} \cdot \mathbf{n}) u^0 \hat{d}_j^\alpha e^{ik_\alpha \hat{x} \cdot \mathbf{y}}\} H(\hat{x} \cdot \mathbf{n}) \quad (11)\end{aligned}$$

ここに、上式の右辺第1項は入射波であり、第2項は反射P波($\alpha = L$)と反射S波($\alpha = T$)を与えている。また、 R^α は反射係数を表し、 $H(\hat{x} \cdot \mathbf{n})$ はHeaviside関数で境界 ∂D のうち入射波が直接到達する部分を定義するものである。式(11)による近似をキルヒホフ近似という。

式(11)を式(6)に代入して、 $k_\alpha \gg 1$ であることを考慮すると、積分は法線 $\mathbf{n}$ が $\mathbf{n} = \hat{x}$ なる条件を満足する停留点からの寄与によって評価することができる。したがって、キルヒホフ近似を導入した場合の遠方場で

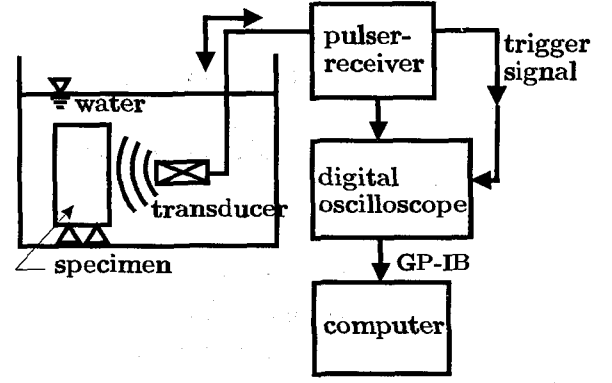


図-2 水浸超音波パルス-エコー実験装置。

の散乱P波の振幅 Ω_L は次のように書ける。

$$\begin{aligned}\Omega_L(k_L, \hat{x}) &= -\frac{u^0 k_L}{2(\lambda + 2\mu)} \hat{x}_j \hat{x}_l \hat{x}_m \hat{x}_k C_{jlmk} \\ &\times \int_{\partial D} H(\hat{x} \cdot \mathbf{n}) e^{-2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} ds_y \\ &= -u^0 k_L / 2 \int_{R^2} \gamma_H(\mathbf{y}) e^{-2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} dv_y \quad (12)\end{aligned}$$

ここに、 γ_H は次式により定義される特異関数で、入射波が直接到達する境界部分のみで値をとるものである。

$$\int_{R^2} \gamma_H(\mathbf{y}) f(\mathbf{y}) dv_y = \int_{\partial D} H(\hat{x} \cdot \mathbf{n}) f(\mathbf{y}) ds_y. \quad (13)$$

いいかえれば、式(9)の特性関数 Γ の内、入射波が直接到達する境界部分における法線微係数を表す。式(12)はボルン近似を用いた散乱振幅の表現式(8)と同じ構造を持っているから、特異関数 γ_H は式(12)を逆フーリエ変換することにより求められる。

$$\begin{aligned}\gamma_H(\mathbf{y}) &= -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L} \Omega_L(k_L, \hat{x}) \\ &\times e^{2ik_L \hat{x} \cdot \mathbf{y}} k_L dk_L d\hat{x}. \quad (14)\end{aligned}$$

5. 超音波実験

5.1 実験装置ならびに供試体

本研究では、図2に示すような実験装置を用いて水浸超音波パルス-エコーの実験を行った。水浸超音波法としては標準的な構成から成る。超音波パルサーから発せられたパルス状の電気信号は水浸圧電探触子を励起して、水中に超音波が発せられる。供試体によって散乱された波動は同じ探触子で受信され、電気信号に変換される。その後、超音波レシーバによって増幅されて、デジタルオシロスコープによってA/D変換され、コンピュータによって処理される。

超音波パルサー・レシーバには、JSR社製PR35を用い、探触子は帝通電子研究所製広帯域水浸探触子B2C10I($\phi 10\text{mm}$, 2MHz)、および、B5C10I($\phi 10\text{mm}$, 5MHz)を用いた。図3に2MHzと5MHzの探触子をそ

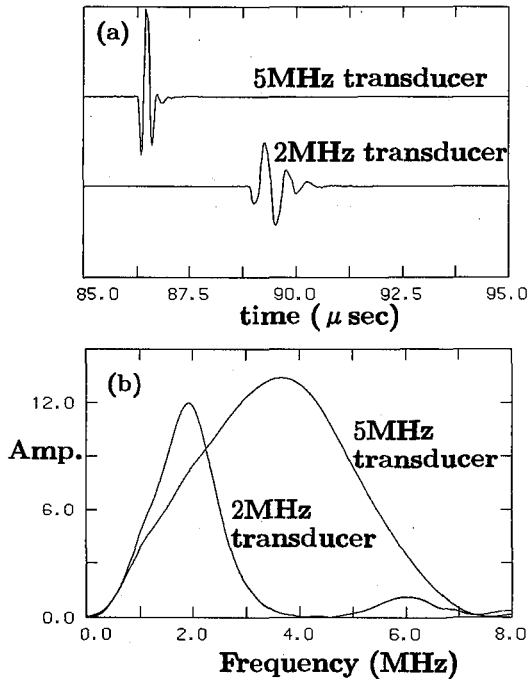


図-3 2MHzと5MHzの探触子によって検出した(a)時間波形と(b)フーリエ振幅。

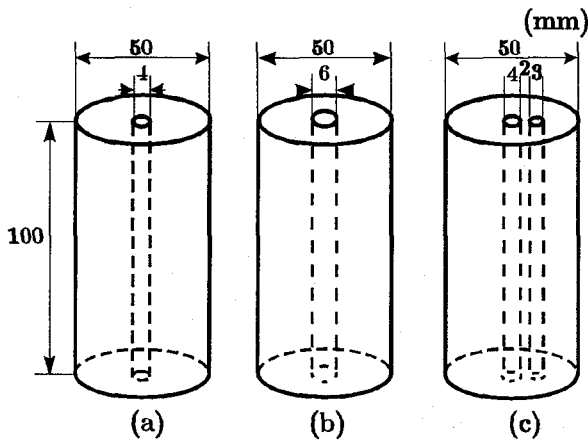


図-4 空洞形状推定に用いた実験供試体。

それぞれ2個向かい合わせて超音波の入出力を行って得た時間域での波形とそのフーリエ振幅を示す。2MHzの探触子はほぼ、公称中心周波数にピークを持った超音波が発振されているが、5MHzの探触子は公称中心周波数より低周波側にピークを持つことがわかる。

供試体は、図4に示すように円筒形のアルミニウムから成る。円筒の中心部に直径4mmならびに6mmの円筒空洞を空けたもの、および4mmと3mmの2個の円筒空洞を空けたものの3種類である。4mmと3mmの2個の空洞を空けたモデルでは、4mmの空洞を円筒供試体の中央に空け、3mmの空洞は4mmの空洞から2mm

の距離をおいて穴を空けている。なお、アルミニウムの材料定数は以下の通りである。

縦波速度 c_L : 6300m/sec, 横波速度 c_T : 3100m/sec,
密度 ρ : 2700kg/m³

超音波の入力、検出は、円筒側面の中央部に垂直に向けた探触子によって行った。この場合、大局的には波動場は3次元場となる。しかし、探触子を含んで円筒軸に垂直な面内での波動場は2次元波動場と見なしてよいであろう。したがって、前述の2次元逆解析理論を適用できると考える。また、空洞形状推定の逆解析においては空洞を取り囲むすべての方向から波動を入射する必要がある。このため、円筒供試体を回転台に乗せ、10° 間隔で回転させて波形を検出した。

5.2 データ処理法

前述した空洞再構成の逆解析理論は無限弾性体中の平面入射波を受ける空洞に対して誘導されたものである。しかし、モデル実験で用いた空洞は図4に示すように有限な弾性体内にあり、また、入射超音波は水中に置かれた探触子から入射される。このように、本研究での実験は、逆解析理論における理想的な条件とはかなり異なった条件下で行われているため、得られた超音波波形をそのまま逆解析に用いることはできない。そこで、以下に述べるようなデータ処理を行った。

図5は、図4(c)に示した円筒供試体を用いて得られた原波形を示したものである。横軸は、超音波パルス・レシーバによってパルス信号を発した時刻を0として、経過時間を μsec で示している。縦軸は得られた電気信号の電圧をデジタル化したもので、絶対値そのものには意味はない。この場合、24 μsec 、31 μsec 、39 μsec の各時刻においてで波形が検出されている。それぞれ、円筒表面からの反射波、円筒中心に空けた空洞による散乱波、ならびに円筒の裏面からの反射波に対応する。前章で示した逆解析理論では無限弾性体中の空洞を対象に定式化を行ったので、円筒表面や裏面からの反射は考慮されていない。そこで、実験データを理論解析に適合させるために、空洞からの散乱波の前後でデータを打ち切り、後のフーリエ変換に必要なだけ0を付け加えて解析した。

上記の手順によって空洞からの散乱波を分離することができたが、このようにして得られた散乱波形には、探触子の特性、水と円筒アルミニウムの透過特性、計測機器の特性など未ださまざまな未知特性が含まれている。このような未知特性を取り除くために、線形システム論を用いる。すなわち、送信探触子に入力された電圧 $I(t)$ と受信された出力電圧 $O(t)$ の間には以下のような関係が成立すると仮定する。

$$O(t) = I(t) * T(t) * W(t) * C_{WE}(t) * E(t) \\ * C_{EW}(t) * W(t) * R(t) \quad (15)$$

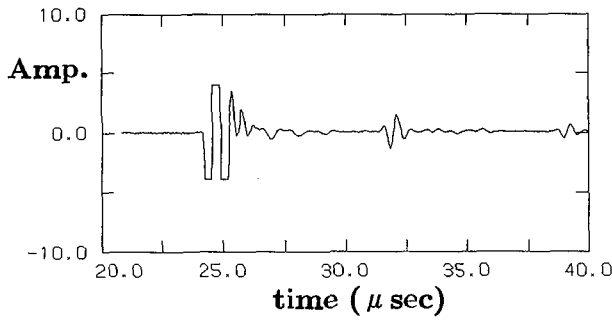


図-5 超音波原波形の一例(ϕ 4mm & 3mm 空洞モデル, 2MHz 探触子).

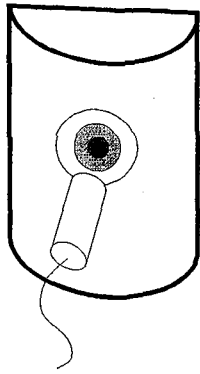


図-6 半円筒供試体を用いた参照実験.

ここに, $*$ は時間 t に関する合成積を表し, $T, W, C_{WE}, E, C_{EW}, R$ はそれぞれ, 送信探触子, 水中, 水中音波から弾性波への変換, 空洞を含む弾性体, 弾性波から水中音波への変換, 受信探触子の時間域での伝達関数を表す.

合成積をフーリエ変換すると単なる積となる. したがって, 式(15)をフーリエ変換すると次式を得る.

$$\bar{O}(f) = \bar{I}(f)\bar{T}(f)\bar{W}(f)\bar{C}_{WE}(f)\bar{E}(f) \times \bar{C}_{EW}(f)\bar{W}(f)\bar{R}(f) \quad (16)$$

ここに, f は周波数を表し, バーはそれぞれの伝達関数をフーリエ変換したものを表す.

ここで, 図 6に示すような半円筒形のアルミニウムを用意し, その波動実験を行って得られた波形を参照波とする. 式(16)と同様に, 参照波の出力電圧 $O'(f)$ は,

$$\bar{O}'(f) = \bar{I}(f)\bar{T}(f)\bar{W}(f)\bar{C}_{WE}(f)\bar{E}'(f) \times \bar{C}_{EW}(f)\bar{W}(f)\bar{R}(f) \quad (17)$$

と書ける. ここに, $\bar{E}'$ は弾性体と水が接する平面境界に平面弾性波が入射した場合の反射係数に相当するもので, 周波数 f には無関係な既知の定数となる. 式(16)と(17)の違いは $\bar{E}$ と $\bar{E}'$ だけで, その他の探触子や水中音

波と弾性波の変換に関する条件は同一である. よって, 式(16)と(17)より, 空洞を含む媒体の伝達関数 $\bar{E}(f)$ は次式により求められる.

$$\bar{E}(f) = \bar{E}' \frac{\bar{O}(f)}{\bar{O}'(f)} \quad (18)$$

伝達関数 $\bar{E}(f)$ の物理的な意味は, 無限弾性体中の空洞に平面入射P波が入射したときの散乱振幅を表わすもので, 逆解析理論における Ω_L に相当するものである. よって, 式(18)によって得られた $\bar{E}$ を式(10)あるいは(14)の Ω_L に代入すれば空洞形状を再現できる.

なお, 探触子からの入射波は実際には3次元球面波であり, $1/r$ の距離減衰を示す. 一方, 逆解析理論では入射波には平面波, 散乱波は $1/\sqrt{r}$ の距離減衰を示す2次元波動を仮定している. しかし, 参照波の実験において探触子と円筒の間の距離を本実験と同じようにとれば, 式(18)の除算により距離減衰の影響も相殺すると考えられる. このように参照波を用いることによって多くの未知特性の補正を行うことができる.

6. 実験結果

図 4に示した3種類の空洞に対してそれぞれ, 2MHzと5MHzの中心周波数を持つ探触子を用いて散乱波形を検出した. ただし, 本節では紙面の都合上, 以下の組み合わせによって得られた結果のみを示す.

- (a) ϕ 4mm 空洞モデル 2MHz 探触子
- (b) ϕ 6mm 空洞モデル 5MHz 探触子
- (c) ϕ 3mm & 4mm 空洞モデル 2MHz 探触子

6.1 ϕ 4mm 空洞モデル, 2MHz 探触子

図 7は ϕ 4mm 空洞モデルに対して, 2MHzの探触子を用いて検出した原波形を示している. 時刻 $49\mu\text{sec}$ あたりの波形が空洞による散乱波であるから, これを5.2節のデータ処理法に従って処理し, 逆解析への入力データとした. すなわち, 得られた散乱波の前後でデータを打ち切り, FFTに必要なだけの0を付け加えてフーリエ変換を行なう. そして, 図 6に示す参照波のフーリエ変換との比をとって, 伝達関数 $\bar{E}$ を求める. このようにして得られた $\bar{E}$ は散乱パターン Ω_L に相当するものであるから, 式(10)あるいは(14)の Ω_L に代入することにより, 特性関数 Γ または特異関数 γ_H を再現した.

式(10)と(14)は, いずれも $0 \sim \infty$ の波数 k (すなわち, 周波数 f)に関する積分を含んでいる. 本実験で用いている探触子は広帯域探触子であるとはいえ, 図 3に示すようにある限られた周波数域でのデータしか得ることはできない. 本節では, $0.3 \sim 3.3\text{MHz}$ の周波数域のデータを用いて逆解析を行った. また, 図 4に示すように ϕ 4mmの空洞モデルは軸対称であるから, 供試体を回転させて入射方向を変えても同じ波形が得ら

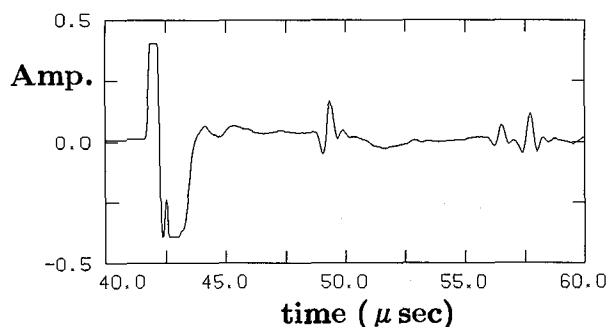


図-7 超音波原波形 (ϕ 4mm 空洞モデル, 2MHz 探触子).

れる. 式 (10) と (14) は入射方向に関する積分を含むが, 波形データは方向には依存しないとの仮定により, ある一方向からの実験のみを行なって入射方向の積分は解析的に行なった.

図 8(a) と図 8(b) はそれぞれ逆ボルン近似ならびに逆キルヒホフ近似を用いて $\Gamma(x)$ と $\gamma_H(x)$ の分布を再現したものである. また, 図 9(a) と図 9(b) はそれぞれ, 実験データに対応させて, 境界要素法を用いて数値シミュレーションデータを作成し, それに逆ボルン近似ならびに逆キルヒホフ近似を適用して再現した $\Gamma(x)$ と $\gamma_H(x)$ の分布である. 実験と数値シミュレーションによる結果は非常に類似しており, 空洞の形状をよく再現していることがわかる. よって, 本研究で用いた実験波形のデータ処理は適切であり, ボルン, キルヒホフ共に空洞形状推定に適用できることがわかる.

6.2 ϕ 6mm 空洞モデル, 5MHz 探触子

図 10 は ϕ 6mm 空洞に対して, 5MHz 探触子を用いて検出した原波形を示している.

図 11(a) と図 11(b) はそれぞれ, 図 10 の原波形を処理した後, 周波数域 1~8MHz のデータを用いて逆ボルン近似ならびに逆キルヒホフ近似を用いて Γ と γ_H を再現したものである. 図 8 と比較すると, 空洞の形状はほぼ再現されているものの, 高周波のノイズが多く, 特に逆ボルン近似による再構成像が不明瞭になっている. 逆ボルン近似においては低周波数域でのデータが精度に大きく影響する. a を空洞半径として, 無次元化波数 ak_L で考えると, 図 8 において用いた最小波数は $\min ak_L = 0.6$ であったのに対し, 図 11 では $\min ak_L = 3$ となって, 低周波成分が欠落していることがわかる. これが, 逆ボルン近似法での精度の低下の原因であると考えられる. 一方, 高周波ノイズの原因は, 逆解析において用いた周波数域が, 入射波が本来持つ周波数成分と整合していなかったためであろう. すなわち, 図 3 に示すように, 5MHz の探触子による入射波には 7~8MHz の周波数成分はほとんど含まれないのに, 逆解析では 8MHz までの周波数域を用いたこと

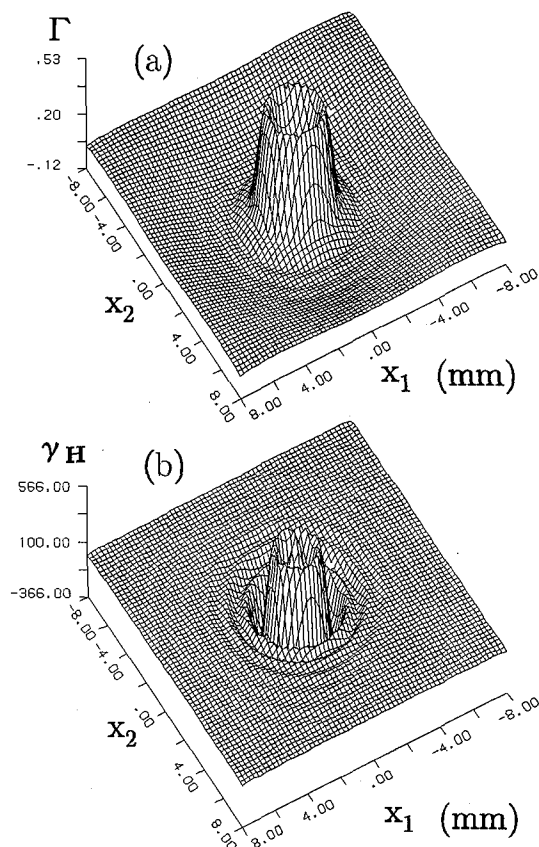


図-8 (a) 逆ボルン近似による特性関数 Γ と (b) 逆キルヒホフ近似による特異関数 γ_H (ϕ 4mm 空洞モデル, 2MHz 探触子, 使用周波数 0.3~3.3MHz).

で誤差が大きくなったと考えられる.

6.3 ϕ 4mm & 3mm 空洞モデル, 2MHz 探触子

図 12 は, ϕ 4mm & 3mm 空洞モデルに対して, 2MHz 探触子を用いて得た原波形を示している. このモデルの場合は, 4mm の空洞が円筒供試体の中央に空けられ, 3mm の空洞は 4mm 空洞から 2mm の間隔を置いて空けられている. そのため, 図 12 に示すように, 入射方向を変化させると, 検出される波動の到達時間も変化する. 実験では 2 個の空洞を取り囲むように 10° ずつ 36 個所で波形を検出したが, 図 12 には 30° 間隔の波形データを示している. 空洞からの散乱波形が最も早く到達する波形が, 偏心した位置にある 3mm の空洞の方向へ波動を入射したときに検出されたものである.

図 13(a) と図 13(b) はそれぞれ周波数 1~3MHz のデータに対して, 逆ボルン近似ならびに逆キルヒホフ近似を用いて空洞の形状を再現したものである. これらの結果より, いずれの逆解析法によっても 2 個の空洞の外周は再現されているものの, 空洞が向かい合う面はあまり鮮明に再現されていない. また, 空洞から

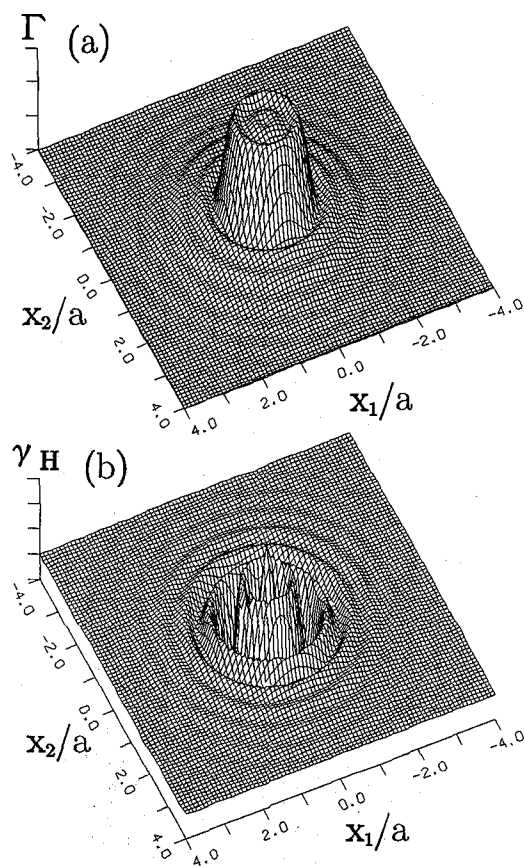


図-9 (a) 逆ボルン近似による特性関数 Γ と (b) 逆キルヒホフ近似による特異関数 γ_H (ϕ 4mm 空洞モデル, BEM による数値シミュレーション, 使用周波数 0.3~3.3MHz).

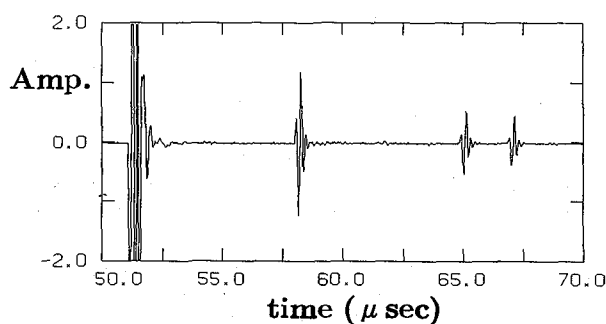


図-10 超音波原波形 (ϕ 6mm 空洞モデル, 5MHz 探触子).

離れた周辺部においても Γ , γ_H の関数が波打っていてかなりの誤差が生じているのがわかる. 向かい合う空洞の境界面が不鮮明となる原因は2個の空洞による波動の相互干渉であろう. ボルン近似ならびにキルヒホフ近似では空洞相互間による干渉の影響は考慮されない. したがって, 向かい合う空洞の境界面での近似精度が低下し, 形状の再現性が悪くなると考えられる. 逆解析の精度を上げるためには, より高次の近似法を用いる必要があろう. 一方, 空洞から離れた周辺部における

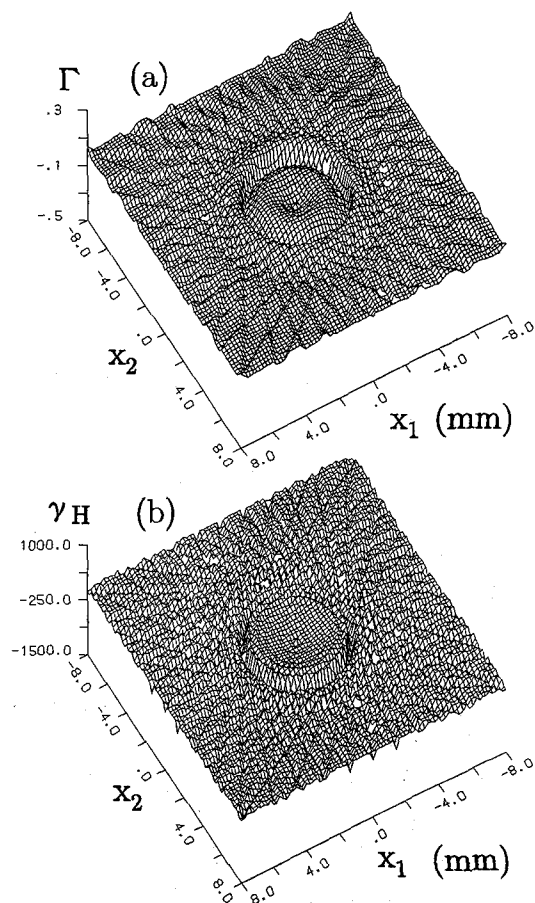


図-11 (a) 逆ボルン近似による特性関数 Γ と (b) 逆キルヒホフ近似による特異関数 γ_H (ϕ 6mm 空洞モデル, 5MHz 探触子, 周波数 1~8MHz).

誤差については明確ではないが, 次のような原因が考えられる. 実験供試体の回転は手動で行なったため, その精度に問題があること, 10° 間隔のデータのサンプリングでは不十分でより密な角度間隔で波形を測定する必要があること, 使用した周波数域が 1~3MHz で幾分狭い帯域であったこと等である. 要するに, 計測機器の測定誤差を少なくして, 逆解析における式 (10) あるいは (14) の積分精度を上げる工夫が必要である.

7. 結論

水浸超音波実験によって得られた散乱波形に逆ボルン近似法ならびに逆キルヒホフ近似法なる2次元線形化逆解析法を適用して, アルミニウム供試体内部の空洞の形状を再現した. 以下のような結果を得た.

- 単一の円筒空洞に対しては, ボルン, キルヒホフ共にほぼ予想される空洞形状が再現できた. また, 境界要素法を用いた数値シミュレーションの結果とも一致し, 本逆解析手法ならびに実験波形のデータ処理法が適切であることが示された.

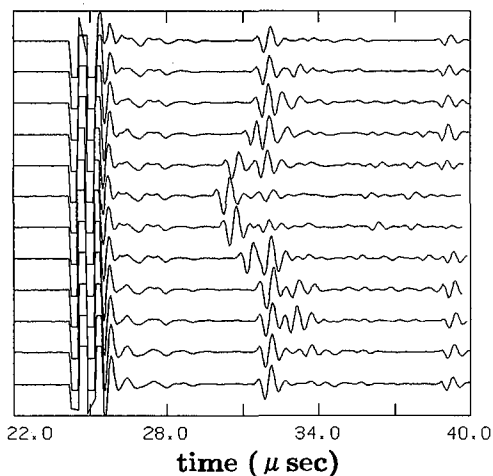


図-12 超音波原波形(ϕ 4mm & 3mm 空洞モデル, 2MHz 探触子).

- 隣接する2個の空洞モデルに対しては、ボルン、キルヒホフ共に大きな誤差のため、鮮明な空洞形状は再現できなかった。その原因には、空洞間の相互干渉によるボルンおよびキルヒホフの近似精度の低下、実験の測定精度、逆解析で用いた周波数帯域の問題などが考えられる。
- 今後、逆解析法の精度を高めるためには、ボルンやキルヒホフの近似でより高次項まで考慮すること、本逆解析で得られた形状を初期値として非線形逆解析を行なうことなどが必要であろう。

謝辞： 本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究(B)07555636、並びに基盤研究(A)06555132の補助を受けて行なわれました。

参考文献

- 1) 西村直志, 廣瀬壮一: 逆問題と非破壊検査, 構造工学論文集, Vol. 37A, pp.425-434, 1991.
- 2) Bojarski, N. N.: A survey of the physical optics inverse scattering identity, IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-30, No.5, pp.980-989, 1982.
- 3) Langenberg, K. J.: Introduction to the special issue on inverse problems, Wave Motion, Vol.11, pp.99-112, 1989.
- 4) Rose, J. H.: Elastic wave inverse scattering in non-destructive evaluation, PAGEOPH, Vol.131, No.4, pp.715-739, 1989.
- 5) Niwa, Y. and S. Hirose: Inverse scattering of elastic waves for a cavity, Struct. Eng./Earthq. Eng., Vol.3, pp.267s-275s, 1986.
- 6) Hirose, S.: Inverse scattering for flaw type classification, in: M. Tanaka and H. D. Bui (eds.), Inverse Problems in Engineering Mechanics (Proc. IUTAM

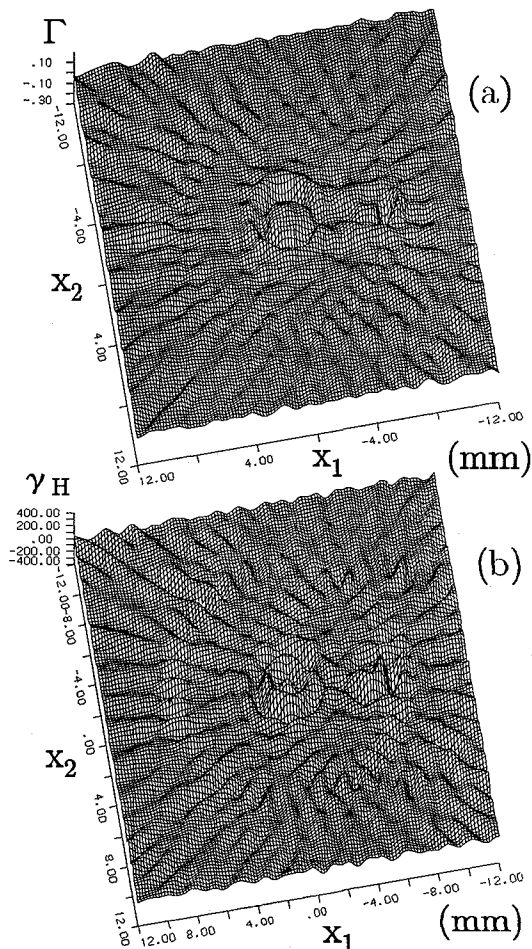


図-13 (a) 逆ボルン近似による特性関数 Γ と(b) 逆キルヒホフ近似による特性関数 γ_H . (ϕ 4mm & 3mm 空洞モデル, 2MHz 探触子, 使用周波数1~3MHz)

Sym. Tokyo/Japan 1992), Springer, Berlin, pp.359-366, 1993.

- 7) Hsu, D. K., J. H. Rose and D. O. Thompson: Reconstruction of inclusions in solids using ultrasonic Born inversion, J. Appl. Phys., Vol.55, No.1, pp.162-168, 1983.
- 8) Nagai, K.: A new synthetic-aperture focusing method for ultrasonic B-scan imaging by the Fourier transform, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol. SU-32, No.4, pp.531-536, 1985.
- 9) 高橋政則, 三木千壽, 劉 銘崇, 岩立次郎: 超音波回折トモグラフィの鋼部材の超音波探傷試験への適用の試み, 土木学会論文集, No.495/I-28, pp.93-99, 1994.
- 10) 岩立次郎, 田中雅人, 館石和雄, 三木千壽, 回転探触子を用いた開口合成システムによる超音波探傷の分解能向上の試み, 土木学会論文集, No.507/I-30, pp.121-127, 1995.

(1996年9月6日 受付)