

圧縮と曲げを受ける鋼H形短柱の連成終局強度

INTERACTIVE ULTIMATE STRENGTH OF STEEL STUB MEMBERS WITH H-SECTION UNDER COMPRESSION AND BENDING

堂垣正博*・藤井伸彦**・三上市藏***

Masahiro DOGAKI, Nobuhiko FUJII, and Ichizou MIKAMI

* 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科 (〒564-80 大阪府吹田市山手町3-3-35)

** 学士(工学) 関西大学大学院博士課程 (前期課程) 工学研究科土木工学専攻 (同上)

*** 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (同上)

The geometric and material nonlinear behavior of steel stub members with H-section under compression and bending is described. The interactive post-buckling between flanges and web is theoretically investigated, based on an elasto-plastic large deflection plate theory. The finite difference method is applied to approximately solve a set of the partial differential equations for the equilibrium of stress resultants acting on the flanges and web. A system of nonlinear algebraic equations are precisely solved by an iterative algorithm mixed with an incremental loading sequence and a modified Newton-Raphson procedure, in which the Lagrange's extrapolation technique and Jacobi's accelerative method are also employed to improve convergence characteristics.

The parametric analysis is comprehensively carried out to examine the effects of the plate buckling parameter, initial out-of-flatness, and residual stress on the nonlinear behavior and ultimate strength of steel stub H-members under combined compression and bending.

Key words : thin-walled steel H-sections, stub members, ultimate strength, interactive buckling, finite displacement, elasto-plastic

1. まえがき

柱, はり, およびはり一柱の座屈は, 大別して, つぎの3つに区分できる. すなわち,

- ① 薄板で構成される部材断面の局部座屈
- ② 部材の全体座屈
- ③ 薄板の局部座屈と部材の全体座屈との連成

である. 本研究では, これら3つの座屈現象のうち, 短い鋼H形部材を対象に, ①の局部連成座屈を検討するものである.

現行の道路橋示方書¹⁾によれば, 圧縮部材では, それを構成する板パネルの局部座屈を考慮した許容応力度が定められており, 比較的幅厚比の大きな板パネルの使用が認められている. H形断面の部材を例にすれば, フランジの局部座屈を腹板が, 腹板の局部座屈をフランジが拘束するという相互作用が生じるので, 部材個有の局部連成挙動を適切に評価する必要がある. しかし, さきの設計示方書では, 板パネル間の相互作用までは考慮されていない.

ところで, H形断面の局部連成挙動に関する研究は古くからなされ, 現在に至るまで, 理論および実験の両方法で積極的になされてきた. たとえば, 作用荷重の種類によって, それらを概観すれば, つぎのようである.

圧縮力が作用する場合: 圧縮を受けるH形短柱の終局強度に関する研究には, 宇佐美・葛²⁾, Hancock³⁾,

Hancock-Davids-Key-Lau-Rasmussen⁴⁾らによってなされた有効幅理論に基づく強度評価の研究, 西村・吉田⁵⁾や山尾・坪浦・崎元⁶⁾らによってなされた有限要素解に基づく強度評価の研究, 久保・小川⁷⁾によってなされた実験結果に基づく強度評価の研究, などがある. また, 実験的研究として, 山尾・崎元⁸⁾やDavids-Hancock⁹⁾らの研究が挙げられる.

曲げが作用する場合: 曲げを受ける鋼H形はりの終局強度に関する研究には, Cherry¹⁰⁾, Dewolf-Gladding¹¹⁾やKalyanarama¹²⁾などによってなされた有効幅理論に基づく強度評価の研究, Bradford-Trahair¹³⁾およびBradford¹⁴⁾によってなされた有限要素解に基づく強度評価の研究, 久保・小川¹⁵⁾によってなされた実験結果に基づく強度評価の研究, などがある. また, 西村・大崎・長谷川¹⁶⁾と西村・秋山・松村¹⁷⁾は実験的および理論的研究を行い, 各種限界状態を定義し, それらに対する幅厚比の限界値を定め, 断面区分を明確化した.

圧縮と曲げが同時に作用する場合: 圧縮と曲げを受ける鋼H形部材の終局強度に関する研究には, Hasham-Rasmussen¹⁸⁾の実験的研究がある.

上述のように, H形部材の局部連成強度に関する研究がさまざまな観点からなされてきたが, 圧縮と曲げを同時に受けるH形部材の終局強度に関する研究は比較的少ないようである. ここでは, 初期不整を考慮し, 組合せ荷重を受ける鋼H形部材の局部連成座屈挙動を弾塑性有

限変位解析によって明らかにする。

2. 解析理論

Fig.1に示すような長さ a で、フランジの突出幅と厚さが b_f , t_f , 腹板の高さと厚さが b_w , t_w からなる薄肉の鋼H形短柱が圧縮力 N_0 と強軸まわりの曲げモーメント M_0 を受け、フランジと腹板が連成座屈する場合の幾何学的・材料的非線形挙動を明らかにする。

解析するにあたり、つぎの仮定を設ける。すなわち、

- 1) Kirchhoff-Loveの仮定。
- 2) フランジと腹板はともに完全弾塑性材料からなり、ひずみ硬化しない。
- 3) von Mises の降伏条件に従い、降伏後の応力-ひずみの関係にZieglerの移動硬化則を準用する。

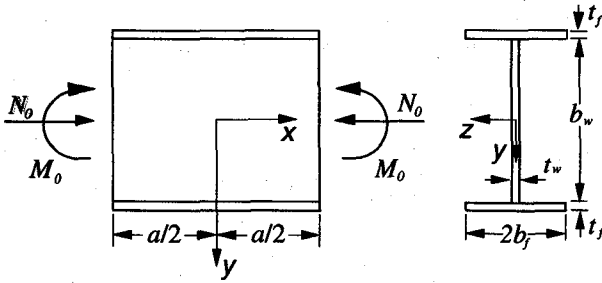


Fig. 1 A steel stub H-member under compression and bending

2.1 力のつり合い

H形の短い鋼柱が圧縮と強軸まわりの曲げを受けて弾塑性状態にある場合、そのフランジと腹板の平衡方程式は、Lin¹⁹⁾あるいはMassonnet²⁰⁾の弾塑性有限変位論を参考に、つぎのように導き出される。すなわち、フランジでは

$$\frac{\partial N_{x(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{x(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial z} \right) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^p}{\partial z} \right) = 0 \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M_{x(f)}^e}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^e}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^e}{\partial z^2} \\ & + N_{x(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ & - \left(\frac{\partial^2 M_{x(f)}^p}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^p}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^p}{\partial z^2} \right. \\ & \left. + N_{x(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1.3) \end{aligned}$$

である。ただし、腹板と溶接接合されたフランジの部分では、Fig.2に示すように、腹板の側辺での垂直方向 (y 方向) の膜力 $N_{y(w)}$ 、部材軸方向 (x 方向) の膜せん断力 $N_{xy(w)}$ 、板厚方向 (z 方向) の反力 $V_{y(w)}$ および部材軸 (x 軸) まわりの曲げモーメント $M_{y(w)}$ が y , x ,

z 方向の分布荷重 q_y , q_x , q_z としてフランジに作用する。なお、腹板の曲げモーメント $M_{y(w)}$ は分布モーメントのままフランジの力のつり合い式に組み込めないで、それと等価な偶力に置き換える。したがって、フランジと腹板の接合部のフランジでは、力のつり合い式 (1.1)~(1.3) の代わりに、

$$\frac{\partial N_{x(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{x(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial z} \right) + q_x = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial N_{xz(f)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^e}{\partial z} - \left(\frac{\partial N_{xz(f)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}^p}{\partial z} \right) + q_z = 0 \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M_{x(f)}^e}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^e}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^e}{\partial z^2} \\ & + N_{x(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^e \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ & - \left(\frac{\partial^2 M_{x(f)}^p}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}^p}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}^p}{\partial z^2} \right. \\ & \left. + N_{x(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)}^p \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) + q_y = 0 \quad (1.6) \end{aligned}$$

が用いられる。ここに、 x , z および y 方向の分布荷重 q_x , q_z , q_y は、 $y = -b_w/2$ でのフランジにおいて、

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{1}{h_{z(f)}} (N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p) \\ q_z &= \frac{1}{h_{z(f)}} \left\{ 2 \frac{\partial M_{xy(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^e}{\partial y} \right. \\ & \quad \left. - \left(2 \frac{\partial M_{xy(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^p}{\partial y} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{y0} &= -\frac{1}{h_{z(f)}} (N_{y(w)}^e - N_{y(w)}^p) \\ q_{y1} &= -\frac{1}{h_{z(f)}} \left(\frac{M_{y(w)}^e}{2h_{z(f)}} - \frac{M_{y(w)}^p}{2h_{z(f)}} \right), \quad q_{y2} = -q_{y1} \end{aligned}$$

であり、 $y = b_w/2$ でのフランジにおいて、

$$\begin{aligned} q_x &= -\frac{1}{h_{z(f)}} (N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p) \\ q_z &= -\frac{1}{h_{z(f)}} \left\{ 2 \frac{\partial M_{xy(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^e}{\partial y} \right. \end{aligned}$$

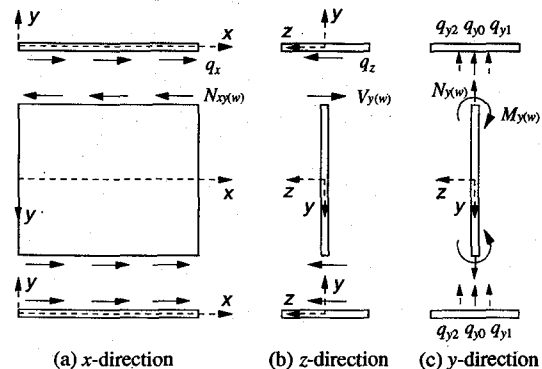


Fig. 2 Stress resultants of web acting on flanges

$$-\left\{2\frac{\partial M_{xy(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial M_{y(w)}^p}{\partial y}\right\} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_0}{\partial z}\right)^2 \quad (3.2)$$

$$q_{y0} = \frac{1}{h_{z(f)}} (N_{y(w)}^e - N_{y(w)}^p)$$

$$q_{y1} = \frac{1}{h_{z(f)}} \left(\frac{M_{y(w)}^e}{2h_{z(f)}} - \frac{M_{y(w)}^p}{2h_{z(f)}} \right), \quad q_{y2} = -q_{y1}$$

である。ただし、 $h_{z(f)}$ は腹板の側辺での断面力がフランジに作用する分布幅である。この幅 $h_{z(f)}$ は、本研究では数値解析法に差分法を用いるため、差分間隔 $2b_f/n_{z(f)}$ ($n_{z(f)}$ はフランジにおける z 方向の差分分割数)とする。また $\bar{v}$ はフランジの面外変位で、初期たわみ v_0 と荷重によるたわみ v の和で与えられる。 $N_{x(f)}$ 、 $N_{z(f)}$ はフランジの x および z 方向膜力、 $N_{xz(f)}$ は膜せん断力である。 $M_{x(f)}$ 、 $M_{z(f)}$ はそれぞれ x および z 方向の曲げモーメント、 $M_{xz(f)}$ はねじりモーメントである。

一方、腹板では

$$\frac{\partial N_{x(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy(w)}^e}{\partial y} - \left(\frac{\partial N_{x(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy(w)}^p}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial N_{xy(w)}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_{y(w)}^e}{\partial y} - \left(\frac{\partial N_{xy(w)}^p}{\partial x} + \frac{\partial N_{y(w)}^p}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M_{x(w)}^e}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy(w)}^e}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{y(w)}^e}{\partial y^2} \\ & + N_{x(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + 2N_{xy(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + N_{y(w)}^e \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \\ & - \left(\frac{\partial^2 M_{x(w)}^p}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy(w)}^p}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{y(w)}^p}{\partial y^2} \right. \\ & \left. + N_{x(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + 2N_{xy(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + N_{y(w)}^p \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.3) \end{aligned}$$

の力のつり合い式が求められる。ここに、 $\bar{w}$ は腹板の面外変形で、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和で与えられる。 $N_{x(w)}$ 、 $N_{y(w)}$ はそれぞれ腹板の x および y 方向の膜力、 $N_{xy(w)}$ は膜せん断力、 $M_{x(w)}$ 、 $M_{y(w)}$ はそれぞれ x および y 方向の曲げモーメント、 $M_{xy(w)}$ はねじりモーメントである。

また、上添字 e 付きの断面力は、弾塑性状態にあるフランジや腹板を全断面弾性と仮定して求められる断面力で、有限変位場のひずみ-変位の関係とフックの法則に基づいて、フランジでは、

$$\begin{aligned} N_{x(f)}^e &= \frac{Et_f}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right] \\ &+ \nu \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (3.1) \end{aligned}$$

$$N_{z(f)}^e = \frac{Et_f}{1-\nu^2} \left[\nu \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right.$$

$$\left. N_{xz(f)}^e = \frac{Et_f}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial z} \right) \right] \quad (3.3)$$

$$M_{x(f)}^e = -D_f \left\{ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (3.4)$$

$$M_{z(f)}^e = -D_f \left\{ \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \right\} \quad (3.5)$$

$$M_{xz(f)}^e = -(1-\nu)D_f \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial z} \right) \quad (3.6)$$

で与えられる。同様に、腹板では、

$$\begin{aligned} N_{x(w)}^e &= \frac{Et_w}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \\ &+ \nu \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (4.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{y(w)}^e &= \frac{Et_w}{1-\nu^2} \left[\nu \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\ &\left. + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (4.2) \end{aligned}$$

$$N_{xy(w)}^e = \frac{Et_w}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \quad (4.3)$$

$$M_{x(w)}^e = -D_w \left\{ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right\} \quad (4.4)$$

$$M_{y(w)}^e = -D_w \left\{ \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\} \quad (4.5)$$

$$M_{xy(w)}^e = -(1-\nu)D_w \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \quad (4.6)$$

で与えられる。ここに、 D_f 、 D_w はそれぞれフランジと腹板の曲げ剛さである。

一方、上添字 p 付きの断面力は、真の断面力を得るために、弾性の断面力を修正する仮想的な断面力である。それらは、式(3)あるいは式(4)から求められる弾性の応力をvon Misesの等価応力に適用し、それが降伏点応力 σ_p を超えた場合、超過する弾性応力を板厚方向に集めることによって求められる。すなわち、フランジでは、

$$\begin{aligned} N_{x(f)}^p &= \sum \sigma_{x(f)}^p \Delta h_{(f)}, \quad N_{z(f)}^p = \sum \sigma_{z(f)}^p \Delta h_{(f)}, \\ N_{xz(f)}^p &= \sum \tau_{xz(f)}^p \Delta h_{(f)}, \\ M_{x(f)}^p &= \sum \sigma_{x(f)}^p y \Delta h_{(f)}, \quad M_{z(f)}^p = \sum \sigma_{z(f)}^p y \Delta h_{(f)}, \\ M_{xz(f)}^p &= \sum \tau_{xz(f)}^p y \Delta h_{(f)} \quad (5) \end{aligned}$$

から求められる。同様に、腹板では、

$$\begin{aligned} N_{x(w)}^p &= \sum \sigma_{x(w)}^p \Delta h_{(w)}, \quad N_{y(w)}^p = \sum \sigma_{y(w)}^p \Delta h_{(w)}, \\ N_{xy(w)}^p &= \sum \tau_{xy(w)}^p \Delta h_{(w)}, \end{aligned}$$

$$M_{x(w)}^p = \sum \sigma_{x(w)}^p z \Delta h_{(w)}, \quad M_{y(w)}^p = \sum \sigma_{y(w)}^p z \Delta h_{(w)},$$

$$M_{xy(w)}^p = \sum \tau_{xy(w)}^p z \Delta h_{(w)} \quad (6)$$

から求められる。ここに、 $\Delta h_{(f)}$ 、 $\Delta h_{(w)}$ はそれぞれフランジと腹板における板厚方向の層厚である。

式(5)および式(6)中のフランジおよび腹板における超過応力 σ_{xf}^p 、 σ_{zf}^p 、 τ_{xzf}^p 、 σ_{xw}^p 、 σ_{yw}^p 、 τ_{xyw}^p は外力が負荷の状態の場合には

$$\sigma_{x(f)}^p = \sigma_{xb(f)} + (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{xb(f)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}}\right),$$

$$\sigma_{z(f)}^p = \sigma_{zb(f)} + (\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{zb(f)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}}\right),$$

$$\tau_{xz(f)}^p = \tau_{xb(f)} + (\tau_{xz(f)}^e - \tau_{xb(f)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(f)}}\right) \quad (7)$$

$$\sigma_{x(w)}^p = \sigma_{xb(w)} + (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{xb(w)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}}\right),$$

$$\sigma_{y(w)}^p = \sigma_{yb(w)} + (\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{yb(w)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}}\right),$$

$$\tau_{xy(w)}^p = \tau_{yb(w)} + (\tau_{xy(w)}^e - \tau_{yb(w)}) \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{eq(w)}}\right) \quad (8)$$

で与えられる。一方、外力が負荷の状態でもひずみに反転が起きたり、荷重が除荷される場合には

$$\sigma_{x(f)}^p = \sigma_{xb(f)}, \quad \sigma_{z(f)}^p = \sigma_{zb(f)}, \quad \tau_{xz(f)}^p = \tau_{xb(f)} \quad (9)$$

$$\sigma_{x(w)}^p = \sigma_{xb(w)}, \quad \sigma_{y(w)}^p = \sigma_{yb(w)}, \quad \tau_{xy(w)}^p = \tau_{yb(w)} \quad (10)$$

である。ここに、 σ_{xf}^e 、 σ_{zf}^e 、 τ_{xzf}^e および σ_{xw}^e 、 σ_{yw}^e 、 τ_{xyw}^e は前荷重段階におけるフランジと腹板の超過応力で、初期降伏まではゼロである。式(7)と式(8)中の $\sigma_{eq(f)}$ 、 $\sigma_{eq(w)}$ はそれぞれフランジと腹板における von Mises の等価応力である。フランジでは

$$\sigma_{eq(f)} = \left\{ (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{xb(f)})^2 - (\sigma_{x(f)}^e - \sigma_{xb(f)}) (\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{zb(f)}) + (\sigma_{z(f)}^e - \sigma_{zb(f)})^2 + 3(\tau_{xz(f)}^e - \tau_{xb(f)})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

腹板では

$$\sigma_{eq(w)} = \left\{ (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{xb(w)})^2 - (\sigma_{x(w)}^e - \sigma_{xb(w)}) (\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{yb(w)}) + (\sigma_{y(w)}^e - \sigma_{yb(w)})^2 + 3(\tau_{xy(w)}^e - \tau_{yb(w)})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

で与えられる。

2.2 境界条件と連続条件

両端が単純支持され、圧縮と曲げを同時に受ける薄肉H形短柱をフランジと腹板からなる折板構造として弾塑性有限変位解析するので、短柱の両端とフランジの自由端での境界条件、およびフランジと腹板の接合部での連続条件を与える必要がある。

(1) 端辺 ($x = a/2$) での境界条件

単純支持された部材の両端には圧縮力 N_0 と強軸まわりの曲げモーメント M_0 が作用する。本解析では、鋼H形短柱の端辺に圧縮力と曲げモーメントを力としてそのまま作用させる代りに、Fig.3に示すように、それと等価

な部材軸方向の変位 u を与えることにする。また、フランジおよび腹板の端辺には、膜せん断力は生じないものとする。したがって、フランジでは

$$u_{(f)} = -u_0 + \frac{b_w}{2} \phi_{z(w)} + \phi_{y(f)} z$$

$$N_{xz(f)}^e - N_{xz(f)}^p = 0,$$

$$\bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(x=a/2, y=\pm bw/2)},$$

$$\frac{\partial^2 \bar{v}_{(f)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_{0(f)}}{\partial x^2} = 0 \quad (13)$$

である。同様に、腹板では

$$u_{(w)} = -u_0 + \phi_{z(w)} y$$

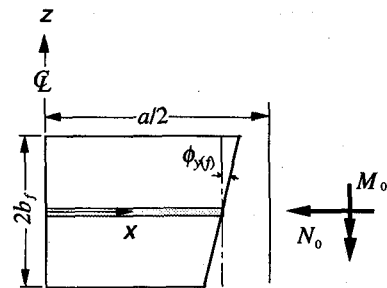
$$N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p = 0,$$

$$\bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = 0,$$

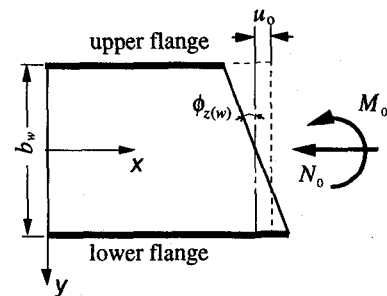
$$\frac{\partial^2 \bar{w}_{(w)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_{0(w)}}{\partial x^2} = 0 \quad (14)$$

である。ここに、 u_0 はH形短柱の図心での部材軸方向の変位、 $\phi_{z(w)}$ はH形短柱の図心での z 軸まわりの部材回転角で、図示した方向を正とする。また、 $\phi_{y(f)}$ はフランジが y 軸まわりに自由に回転できる、すなわちそり拘束されない状態での回転角で、図示した方向を正とする。 $v_{(x=a/2, y=\pm bw/2)}$ は部材の両端 ($x = \pm a/2$) におけるフランジと腹板の接合部での y 方向変位で、圧縮や曲げを受けて腹板が部材軸直角方向に膨張や収縮することを考慮したものである。

組合せ荷重下の鋼H形短柱を弾塑性有限変位解析する場合には、圧縮と曲げの作用に等価な強制変位(軸方向の圧縮変位 u_0 と部材回転角 $\phi_{z(w)}$)が与えられねばならない。これら2つの強制変位を個々に独立に与えて解くこともできるが、ここでは2つの変位のうち、圧縮の



(a) upper flange



(b) web

Fig. 3 Compulsorily displacement at loaded edge

作用が顕著な場合には軸方向変位 u_0 を、曲げの作用が顕著な場合には断面回転角 $\phi_{z(w)}$ を与え、もう一方の変位は未知量とし、与えないことにする。その代り、組合せ荷重の割合を与える

$$\psi_N \frac{\int \sigma_x dA}{N_p} - \psi_M \frac{\int \sigma_x y dA}{M_p} = 0 \quad (15)$$

の式を満足するように、与えなかった変位を求めることにする。ただし、 ψ_N 、 ψ_M はそれぞれ部材に作用する圧縮と曲げの割合を表すパラメータで

① 圧縮の作用が曲げの作用より卓越する場合 (Fig.4に模式的に示した強度相関図の①の領域) には

$$\psi_M = 1, \quad 0 \leq \psi_N \leq 1$$

② 曲げの作用が圧縮の作用より卓越する場合 (Fig.4の②の領域) には

$$0 \leq \psi_M \leq 1, \quad \psi_N = 1$$

とする。

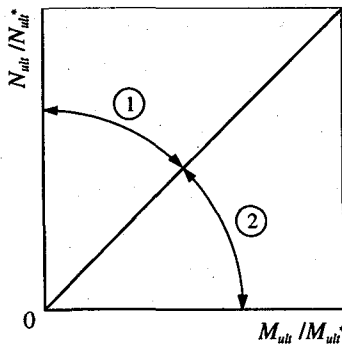


Fig. 4 Interaction between compression and bending

Fig.3に示すように、H形部材は端辺でそり拘束されず、フランジは y 軸まわりに自由に回転できる。したがって、その条件、すなわちそりモーメントがゼロとなる条件

$$\int_{-b_f}^{b_f} \sigma_{x(f)} z dA = 0 \quad (16)$$

を付加し、フランジの面内回転角 $\phi_{y(f)}$ も未知量として扱う。

(2) フランジの自由突出端 ($z = \pm b_f$) での境界条件

フランジの自由端は変位拘束されず、外力も受けないので、 z 方向の膜力 $N_{z(f)}$ 、膜せん断力 $N_{xz(f)}$ 、 x 軸まわりの曲げモーメント $M_{x(f)}$ および反力 $V_{z(f)}$ はともにゼロである。すなわち、

$$N_{z(f)}^e - N_{z(f)}^p = 0,$$

$$N_{xz(f)}^e - N_{xz(f)}^p = 0,$$

$$M_{x(f)}^e - M_{x(f)}^p = 0,$$

$$\frac{\partial M_{z(f)}^e}{\partial z} + 2 \frac{\partial M_{xz(f)}^e}{\partial x} - \left(\frac{\partial M_{z(f)}^p}{\partial z} + 2 \frac{\partial M_{xz(f)}^p}{\partial x} \right) = 0 \quad (17)$$

(3) 連続条件

フランジと腹板の接合部 ($y = \pm b_w/2$) では、そ

れらの変位が連続しなければならないので、

$$u_{(w)} = u_{(f)},$$

$$v_{(w)} = -\bar{v}_{(f)} + v_{0(f)},$$

$$\bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = w_{(f)},$$

$$\frac{\partial \bar{w}_{(w)}}{\partial y} - \frac{\partial w_{0(w)}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{v}_{(f)}}{\partial z} - \frac{\partial v_{0(f)}}{\partial z} \quad (18)$$

の条件が得られる。

2.3 数値計算法

前述のフランジと腹板のつり合い式を境界および連続条件式のもとに解けば、鋼H形部材の弾塑性有限変位場の変形を求めることができる。しかし、基礎式は複雑な非線形連立の偏微分方程式で、厳密にはほとんど解けない。そこで、力のつり合い式(1)と(2)、境界条件式(13)~(17)、連続条件式(18)に断面力の式(3)~(6)を適用し、基礎式を変位表示し、それらに差分法を適用し、微分方程式を代数方程式に書き換える。すなわち、

$$[A]\{\Delta\delta\} = R(\delta) \quad (19)$$

となる。ここに、 $[A]$ は係数マトリックス、 $\{\Delta\delta\} = \{\Delta u, \Delta v, \Delta w\}$ は未知変位の増分ベクトル、 $R(\delta) = R(\{u_i, v_i, w_i\})$ はつり合い式、境界条件式、連続条件式、および組合せ荷重の条件式に反復計算過程の変位 $\{u_i, v_i, w_i\}$ を代入して求められる残差不平衡力ベクトルである。

多元連立の非線形代数方程式(19)を増分法と修正ニュートン・ラフソン法を併用した混合法で解き、非線形解を数値的に求めることにする。ただし、修正ニュートン・ラフソン法は、極限点付近になると、非線形解の収束に要する反復回数が増大するため、ここではラグランジェの内挿法とヤコビの加速法を適用し、解の収束を早めることにする。

3. 数値解析結果とその考察

2.で述べた理論と数値解析法を用い、

① 圧縮を受けるH形短柱

② 強軸まわりの曲げを受ける短いH形はり

③ 圧縮と強軸まわりの曲げを受ける短いH形のはり一柱

を対象に、それらの非線形連成挙動と終局強度を明らかにする。

ところで、薄肉のH形部材には、製作の過程で種々の不整が混入する。ここでは、初期不整のうち、初期たわみとして、Fig.5に示す

$$v_0 = c_f \frac{b_f}{150} \frac{z}{b_f} \cos \frac{\pi x}{a},$$

$$w_0 = c_w \frac{b_w}{250} \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b_w} \quad (20)$$

のモードを仮定する。ここに c_f 、 c_w はそれぞれ現行道

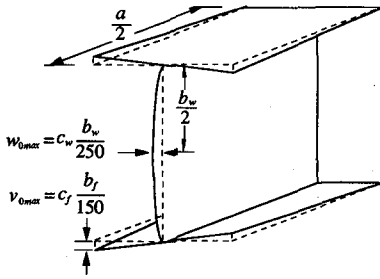


Fig. 5 Initial out-of-flatness

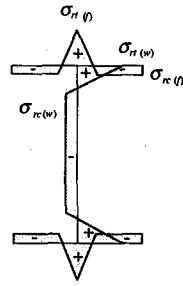


Fig. 6 Residual stress

路橋示方書²⁾におけるフランジおよび腹板の初期たわみの制限値 $v_{0max} = b_f/150$, $w_{0max} = b_w/250$ を係数倍するためのファクターである。また、残留応力として、Fig.6の分布を仮定する。

本研究では、Fig.1に示すように、圧縮、強軸まわりの曲げおよび圧縮と強軸まわりの曲げを受ける鋼H形短柱を解析する。H形短柱の幾何形状、外力および式(20)に示す初期たわみが部材の中央断面に関して対称であるため、解析は長手方向に1/2の部材で行う。したがって、対象部材を構成するフランジおよび腹板の変位にはつぎのような対称条件が成り立つ。すなわち、フランジでは

$$\begin{aligned} u_{(f)}(-x, z) &= -u_{(f)}(x, z), \\ w_{(f)}(-x, z) &= w_{(f)}(x, z), \\ v_{(f)}(-x, z) &= v_{(f)}(x, z) \end{aligned} \quad (21)$$

また、腹板では

$$\begin{aligned} u_{(w)}(-x, y) &= -u_{(w)}(x, y), \\ v_{(w)}(-x, y) &= v_{(w)}(x, y), \\ w_{(w)}(-x, y) &= w_{(w)}(x, y) \end{aligned} \quad (22)$$

の関係が成り立つ。

なお、降伏点応力 $\sigma_p = 2,400 \text{ kgf/cm}^2$ (235MN/m²)、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ (206GN/m²)、およびポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

3.1 差分解の精度

広範なパラメトリック解析を行う前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の関係を調べ、解析に必要な最小の分割数を決定する。

(1) 圧縮を受けるH形短柱の場合

まずはじめに、圧縮を受けるH形短柱を対象に、フランジと腹板での部材軸方向の分割数 $n_x(f) = n_x(w)$ 、部材軸に直角な方向の分割数 $n_y(f)$, $n_y(w)$ 、および板厚方向の分割数 $n_z(f)$, $n_z(w)$ と終局強度の関係を求めれば、Table 1~3を得る。ここに $a/b_w = 1$, $b_w/b_f = 2.5$, $b_f/t_f = 16$, $b_w/t_w = 40$ である。また、 $c_f = c_w = 1$, $\sigma_{rt(f)}/\sigma_p = \sigma_{rt(w)}/\sigma_p = 1$, $\sigma_{rc(f)}/\sigma_p = \sigma_{rc(w)}/\sigma_p = 0.1$ である。ただし、部材軸方向の分割数 $n_x(f) = n_x(w)$ と終局強度の関係を示すTable 1の場合、 $n_x(f) =$

$n_y(w) = 14$, $n_y(f) = n_x(w) = 8$ に固定した。同様に、Table 2の場合、 $n_x(f) = n_x(w) = 14$, $n_y(f) = n_x(w) = 8$ に、Table 3の場合、 $n_x(f) = n_x(w) = 14$, $n_z(f) = n_y(w) = 14$ に固定した。

これらの表から、圧縮を受ける部材の解析では、フランジと腹板が部材軸方向に14分割、部材軸に直角な方向に14分割されれば、非線形解はほぼ収束し、十分な精度で解の得られることがわかる。また、板厚方向に8分割すればよいこともわかる。

Table 1 Accuracy of finite difference solutions for various number of subdivisions in x-direction

n_x	8	10	12	14	16	18
N_{ult}/N_p	0.924	0.922	0.922	0.922	0.921	0.921

Table 2 Accuracy of finite difference solutions for various number of subdivisions in y-direction

n_y	10	12	14	16	18	20
N_{ult}/N_p	0.919	0.922	0.932	0.936	0.935	0.931

Table 3 Accuracy of finite difference solutions for various number of layers over the thickness

n_z	8	10	12	14	16
N_{ult}/N_p	0.932	0.933	0.935	0.936	0.936

(2) 曲げを受けるH形はりの場合

圧縮短柱の場合と同様、曲げを受けるH形はりに対し、差分解の精度を検討すれば、Table 4~6を得る。ここに $a/b_w = 1$, $b_w/b_f = 7.5$, $b_f/t_f = 14$, $b_w/t_w = 105$ である。

これらの表から明らかなように、フランジと腹板のいずれも部材軸方向に14分割、部材軸と直角の方向に16分割すれば、非線形解はほぼ収束し、十分な精度で解の得られることがわかる。また、板厚方向の分割数は8分割でよい。

Table 4 Accuracy of finite difference solutions for various number of subdivisions in x-direction

n_x	8	10	12	14	16	18
M_{ult}/M_p	0.903	0.908	0.912	0.912	0.917	0.917

Table 5 Accuracy of finite difference solutions for various number of subdivisions in y-direction

n_y	8	10	12	14	16	18
M_{ult}/M_p	0.947	0.934	0.929	0.921	0.912	0.912

Table 6 Accuracy of finite difference solutions for various number of layers over the thickness

n_z	8	10	12
M_{ult}/M_p	0.912	0.916	0.918

3.2 既往の解との比較

差分解の妥当性を検討するため、圧縮短柱および曲げを受けるH形はりに対し、既往の解との比較を行う。

(1) 圧縮を受けるH形短柱の場合

圧縮を受ける鋼H形短柱を対象に、西村・吉田⁵⁾および山尾・坪浦・崎元⁶⁾による弾塑性有限変位場での有限要素解と本解を比較し、本解析法の妥当性を検証する。ただし、解析するH形短柱の寸法諸元はTable 7のとおりである。また、初期不整として、西村・吉田はフランジと腹板の初期たわみに $v_{0max} = b_f/100$, $w_{0max} = b_w/250$, 引張と圧縮の残留応力に $\sigma_{rt}(f)/\sigma_p = \sigma_{rt}(w)/\sigma_p = 1$, $\sigma_{rc}(f)/\sigma_p = \sigma_{rc}(w)/\sigma_p = -0.4$ を、山尾・坪浦・崎元は $v_{0max} = b_f/100$, $w_{0max} = b_w/150$, $\sigma_{rt}(f)/\sigma_p = \sigma_{rt}(w)/\sigma_p = 1$, $\sigma_{rc}(f)/\sigma_p = \sigma_{rc}(w)/\sigma_p = -0.3$ を仮定した。数値解析を行うにあたっては、彼らが用いた固有の初期不整をそれぞれ採用した。

数値解析の結果、Table 7に示す終局圧縮強度 $\bar{N}_{ult} = N_{ult}/N_p$ を得た。同表には、比較のため、西村・吉田および山尾・坪浦・崎元による有限要素解 $\bar{N}_{ult}^* = N_{ult}^*/N_p$ も示す。さらに、彼らの有限要素解と差分解の比較がより容易なように、Fig.7を作成した。ここに、縦軸と横軸はそれぞれ全塑性軸力で無次元化した有限要素解と差分解である。

図から明らかなように、差分法による本解は西村・吉田の有限要素解とよい関係にあり、本解析法は妥当な結果を与えるものと推測される。なお、山尾・坪浦・崎元の結果とは多少のばらつき（約±10%）がある。

Table 7 Dimensions of H-section columns and ultimate strengths

		Flange (mm)		Web (mm)		Length(mm)	Yield stress (kgf/cm ²)	Refs. (3&6)	Present results	②-① × 100 (%)
		<i>b_f</i>	<i>t_f</i>	<i>b_w</i>	<i>t_w</i>	<i>a</i>	<i>σ_y</i>	① <i>N_{us}</i> ^a	② <i>N_{us}</i>	①
Nishimura and Yoshida ⁸⁾	1	100	5.6	200	3.7	216	2400	0.775	0.750	3.2
	2	100	4.7	200	3.1	216	2400	0.717	0.726	1.2
	3	100	5.3	200	5.3	230	2400	0.765	0.768	0.3
	4	100	4.8	200	4.8	228	2400	0.730	0.725	-0.6
	5	100	4.35	200	4.35	248	2400	0.711	0.678	-4.6
Yamano, Tanbura and Sakamoto ⁹⁾	1	47.25	4.5	166.5	4.5	146.52	2500	0.992	0.917	-7.5
	2	74.25	4.5	166.5	4.5	249.75	2500	0.929	0.895	-3.6
	3	101.25	4.5	166.5	4.5	289.71	2500	0.821	0.873	6.3
	4	47.25	4.5	234.0	4.5	191.88	2500	0.856	0.881	2.9
	5	74.25	4.5	234.0	4.5	226.98	2500	0.816	0.891	9.1
	6	101.25	4.5	234.0	4.5	348.66	2500	0.782	0.787	0.6

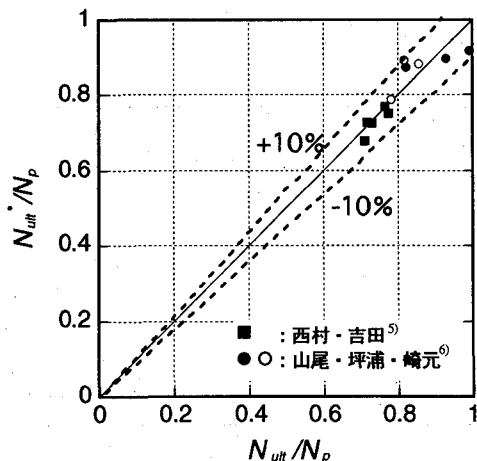


Fig. 7 Comparison of present ultimate strength with other numerical results

(2) 曲げを受けるH形はりの場合

つぎに、曲げを受けるH形はりを対象に、本解を西村・大崎・長谷川¹⁰⁾の実験結果と比較し、曲げに対する本解析法の妥当性を検証する。ここに、解析するH形はりの寸法諸元はTable 8のとおりである。ただし、初期たわみには、式(20)の波形を仮定し、その大きさを実験供試体で実測された計測値の最大値とした。残留応力として、過去に実測された溶接H形断面での計測値の平均値に相当する量、すなわち引張残留応力 $\sigma_{rt}(f)/\sigma_p = \sigma_{rt}(w)/\sigma_p = 1$, 圧縮残留応力 $\sigma_{rc}(f)/\sigma_p = \sigma_{rc}(w)/\sigma_p = -0.12$ を仮定した。

数値解析の結果、Table 8に示す終局曲げ強度 $\bar{M}_{ult} = M_{ult}/M_p$ を得た。同表には、比較のため、西村・大崎・長谷川による実験結果 $\bar{M}_{ult}^* = M_{ult}^*/M_p$ も示す。さらに、西村・大崎・長谷川の実験値と差分解の比較が容易なように、Fig.8を作成した。ここに、縦軸と横軸はそれぞれ全塑性曲げモーメントで無次元化した実験結果と差分解を示す。

図から明らかなように、本解は実験値とのばらつきがやや大きいものの、ほぼ±10%の相対差内にある。また、相対的に低めの強度を示すようである。しかし、一般的に、曲げを受けるH形はりに対しても本解は妥当な結果を示しているようで、本解析法は曲げの場合にも有効であると考えられる。

Table 8 Dimensions of H-section columns and ultimate bending strengths

		Flange (mm)		Web (mm)		Length(mm)	Yield stress (kgf/cm ²)	Refs. 10)	Present results	②-① ×100 (%)
		b_f	t_f	b_w	t_w	a	σ_y	① M_{max}	② M_{max}	①
Nishimura, Onishi and Hasegawa ¹⁰⁾	1	85.5	8.7	412.0	5.6	500.0	3098.0	1.121	0.908	-19.0
	2	85.5	8.6	660.0	5.6	500.0	3098.0	0.930	0.859	-7.6
	3	114.0	12.1	907.0	5.6	700.0	2819.6	0.852	0.720	-15.5
	4	80.0	5.7	412.0	5.6	500.0	3141.0	0.966	0.924	-4.3
	5	118.5	8.7	660.0	5.6	700.0	3098.0	0.877	0.861	-1.8
	6	118.5	8.6	907.0	5.6	700.0	3098.0	0.757	0.701	-7.4
	7	102.0	5.6	412.0	5.6	500.0	3141.0	0.962	0.874	-9.1
	8	151.5	8.6	660.0	5.6	700.0	3098.0	0.763	0.786	3.0
	9	151.5	8.6	907.0	5.6	700.0	3098.0	0.689	0.695	0.9

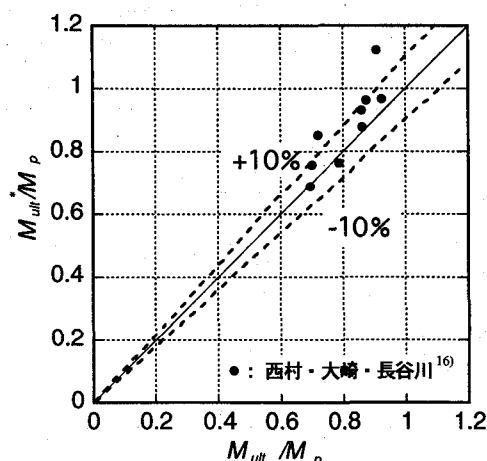


Fig. 8 Comparison of present ultimate strength with other numerical results

3.3 圧縮を受けるH形短柱

(1) 幅厚比と終局強度

H形短柱を構成するフランジと腹板の圧縮連成挙動を明らかにするため、腹板の幅厚比 $b_w/t_w=45, 50, 55$ に対し、フランジの幅厚比と終局圧縮強度の関係を調べれば、Fig.9を得る。ただし、 $a/b_w=1$ 、 $b_w/b_f=3.07$ である。図中の●は、弾性圧縮座屈を参考に、フランジと腹板が同時に座屈すると思われるフランジの幅厚比を示す。

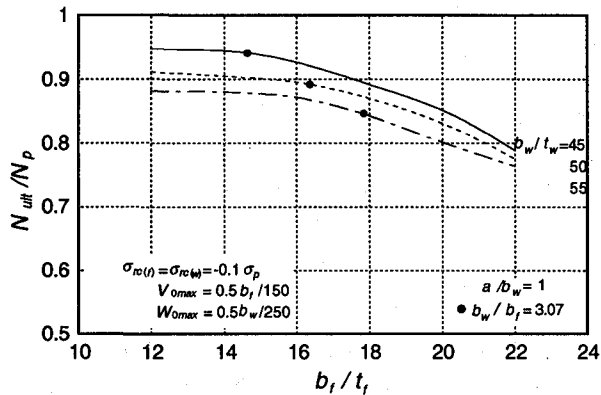


Fig. 9 Effect of width-thickness ratio of flanges on ultimate compressive strength

図から明らかなように、フランジの幅厚比の増加とともにH形短柱の終局強度は低下する。とくに、●で示したフランジと腹板がほぼ同時に座屈すると考えられるフランジの幅厚比を超えると、強度低下の度合いが顕著となる。これは、腹板の幅厚比が一定のままでフランジのそれが増大すれば、フランジの局部座屈が先行しやすくなり、圧縮を受けるH形短柱の座屈がフランジの局部座屈にきわめて敏感であることを物語っている。ただし、フランジ、腹板とも薄い場合には弾性座屈から同時座屈を推定される点より厚い場合でも強度低下が著しくなり、変形の影響を受けやすいことがわかる。

(2) 終局圧縮強度曲線

鋼構造の終局強度は、一般に、その弾性座屈強度に対応する座屈パラメータ（板構造では幅厚比パラメータ、柱などの部材では細長比パラメータ）の関数で評価され

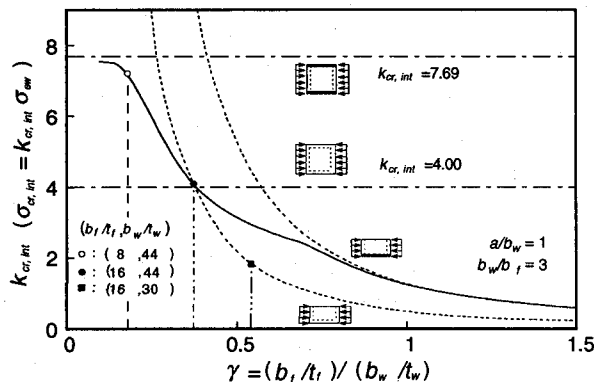


Fig.10 Elastic buckling curve for steel stub H-columns in compression

ることが多い。板要素からなる鋼H形短柱では、断面を構成する単一板独自の幅厚比パラメータやそれらの相乗平均値などが強度の評価に用いられてきたが、連成強度を評価するのに十分であったとはいえない。

ところで、堂垣・窪田・中山・朴・米澤²⁾は圧縮と曲げを受ける鋼H形短柱の局部連成座屈強度を差分法で明らかにした。その一例としてFig.10を示す。これは弾性圧縮座屈係数 $k_{cr, int}$ と幅厚比パラメータ (b_f/t_f) / (b_w/t_w) の関係を表したものである。図から明らかなように、H形短柱の連成座屈係数（実線）は、幅厚比パラメータが小さいと載荷辺単純・非載荷辺固定の単一板の座屈係数 ($k_{cr, int}=7.69$; 上側の一点鎖線) に、大きいと載荷辺単純・非載荷辺の一边が固定で他辺が自由の単一板の座屈係数（上側の破線）に漸近することがわかる。また、周辺単純支持板（下側の一点鎖線）と3辺単純支持・他辺自由の自由突出板（下側の破線）の座屈係数が一致する、すなわち両曲線が交わる幅厚比パラメータとなるH形短柱では、その連成座屈係数はそれらの座屈係数とほぼ一致することもわかる。

上述のことを勘案し、ここでは $a/b_w=1$ 、 $b_w/b_f=3$ に対し、フランジと腹板が同時に座屈するパラメータ $b_f t_w / b_w t_f = 0.363$

を用い（図中の●印）、圧縮を受けるH形短柱の終局強度を検討する。

Fig.11はH形短柱の終局圧縮強度曲線を示す。ここに、縦軸は全塑性軸力で無次元化した終局圧縮強度を、横軸はH形短柱の等価幅厚比パラメータを示す。図中には、一点鎖線で示す久保・小川³⁾が実験結果に基づいて提案した回帰曲線（平均値に相当する強度曲線）

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \frac{1}{R_{fw} + 0.2} \quad (23)$$

も示す。彼らは等価幅厚比パラメータにフランジと腹板の個々の幅厚比パラメータを相乗平均した

$$R_{fw} = \sqrt{R_f R_w} \quad (24)$$

を用いることとした。ただし、

$$R_f = \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_f \pi^2}}, \quad k_f = 0.425$$

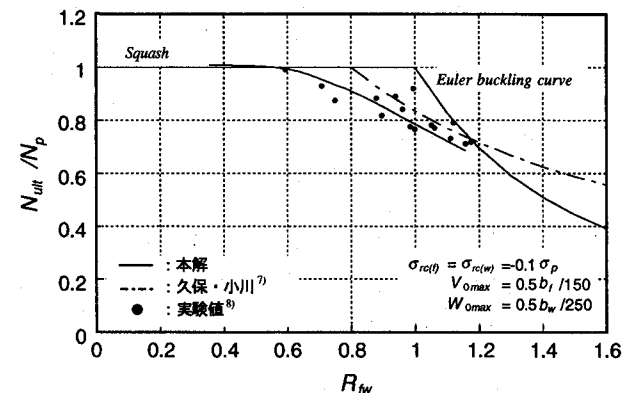


Fig.11 Ultimate compressive strength for H-section columns

$$R_w = \frac{b_w}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_w \pi^2}}, \quad k_w = 4$$

である。また、過去に実施された実験の結果を●で示す。そこで、本解析結果および実験値を図示する場合にも等価幅厚比パラメータに久保・小川の提案したパラメータを使用した。

Fig.11に示す本解によれば、終局強度は等価幅厚比パラメータが0.6以上になると、全強から徐々に強度が低下することがわかる。また、久保・小川の実験曲線より低めの曲線を与えることがわかる。

一方、実験値との間には、下限値に近い曲線を示している。なお、実験値を●で示したが、かなりばらつきが生じている。実験供試体の場合、フランジと腹板の幅厚比によって同時座屈するものやフランジあるいは腹板が先行して座屈するものまでが含まれている。これらの結果を久保・小川の相乗平均した等価幅厚比で整理したが、さまざまなH形断面に対して、この等価幅厚比 R_w を適用するのには多少無理があるように思われる。

(3) 終局圧縮強度の近似算定式

Fig.11に示された結果とともに、広範に実施した圧縮を受ける鋼H形短柱の解析から

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \frac{3}{4R_{fw}^{2/3}} \quad (25)$$

の終局強度式を提案する。ここに、等価幅厚比パラメータ R_{fw} は久保・小川の提案式を用いる。

式(25)を山尾・崎元が薄肉H形短柱の実験結果をSGST Format²⁰にしたがって作成した終局強度曲線

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \frac{0.77}{R_{fw}} \quad (26)$$

西村・吉田によって提案された終局強度曲線

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \frac{1}{R_{fw} + 0.3} \quad (27)$$

および久保・小川の曲線とともに図示すれば、Fig.12を得る。図から明らかなように、本強度曲線は $R_{fw}=1.05$ までは西村・吉田の提案した曲線にほぼ一致している。

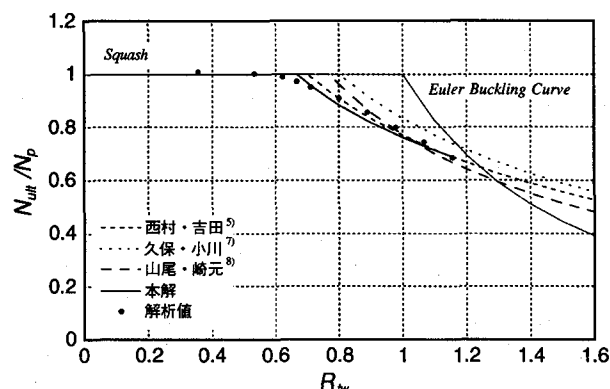


Fig.12 Comparison of ultimate compressive strength curve with other curves

3.4 曲げを受けるH形はり

(1) 幅厚比と終局強度

曲げを受けるH形はりのフランジと腹板の局部連成挙動を検討するため、腹板の幅厚比が $b_w/t_w=120, 150$ に対し、フランジの幅厚比と終局曲げ強度の関係を求めれば、Fig.13を得る。ただし、図中の●は、鋼H形はり曲げを受けた場合、そのフランジと腹板が同時座屈すると考えられるフランジの幅厚比を示す。

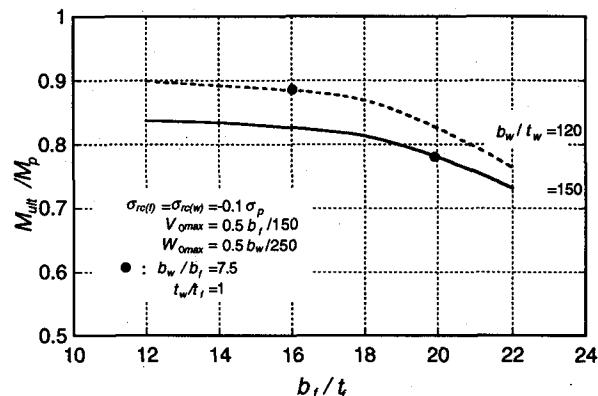


Fig.13 Effect of width-thickness ratio of flanges on ultimate bending strength

図から明らかなように、 $b_w/t_w=120$ の場合、フランジと腹板が同時座屈すると考えられるフランジの幅厚比(●の点)より大きな領域では、フランジの幅厚比とともに強度の低下が著しくなる。腹板が比較的厚くてもフランジの剛性が幅厚比の増大とともに低下するため、H形はりの強度低下が顕著になったものと思われる。ただし、腹板が薄い場合には、弾性座屈から同時座屈が推定される点よりフランジが厚い場合でも強度低下が著しくなり、腹板がフランジを回転拘束する度合いが弱くなるため、フランジの強度低下が顕著になったものと思われる。

(2) 終局曲げ強度曲線

曲げを受ける鋼H形はりの強度特性を検討するため、 $b_w t_f / b_f t_w = 7.5$ (フランジと腹板が同時に曲げ座屈すると思われるパラメータ) に対し、終局強度曲線を描

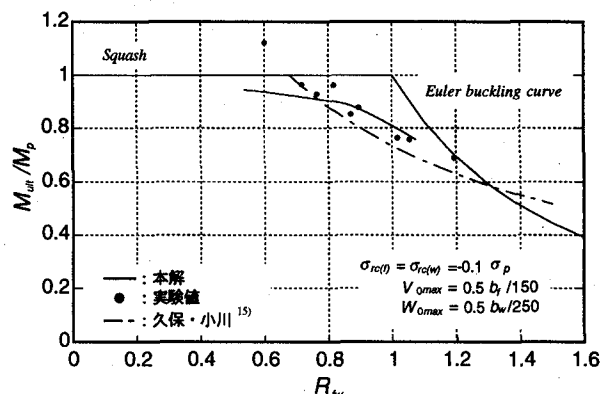


Fig.14 Ultimate bending strength curve for H-sections

けば, Fig.14 を得る. 図中には, 久保・小川¹⁵⁾が実験結果に基づいて提案した終局強度の回帰曲線 (平均値相当の強度曲線)

$$\frac{M_{ult}}{M_p} = \frac{0.88}{R_{fw} + 0.2} \quad (28)$$

を一点鎖線で, 実験結果を●で示す. ただし, 縦軸は全塑性モーメント M_p で無次元化された終局曲げモーメントを, 横軸はH形断面の連成曲げ座屈に関する等価幅厚比パラメータを示す. 等価幅厚比パラメータには, H形断面の局部連成曲げ座屈解析から求められる弾性座屈強度 M_{cr} を用いたパラメータ, いわゆる $R_{fw} = \sqrt{M_p / M_{cr}}$ の使用が適切のように思われるが, 弾性座屈の簡易な強度算定式が見当たらないので, ここでは圧縮短柱の場合と同様, 久保・小川が提案したH形断面を構成するフランジと腹板の個々の幅厚比パラメータを相乗平均した

$$R_{fw} = \sqrt{R_f R_w} \quad (24)$$

の値を用いることにする. ここに,

$$R_f = \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_f \pi^2}}, \quad k_f = 0.425$$

$$R_w = \frac{b_w}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k_w \pi^2}}, \quad k_w = 23.9$$

図によれば, $R_{fw} = 0.75$ より大きい範囲で, 本解は実験値とよい関係にある. また, 幅厚比パラメータが大きい場合, 本曲線は久保・小川の回帰曲線より若干高めに位置することがわかる.

3.5 圧縮と曲げを受けるはり一柱

等価幅厚比パラメータが $R_{fw} = 0.772$ と 0.992 の鋼H形部材に対し, 圧縮と強軸まわりの曲げの強度相関を求めれば, Fig.15 を得る. ただし, 縦軸と横軸はそれぞれ組合せ荷重下における圧縮強度 N_{ult} と曲げ強度 M_{ult} を圧縮あるいは曲げの単独終局強度 N_{ult}^* , M_{ult}^* で無次元化した値を示す. また, 図中には, 破線で示す線形相関

$$\frac{N_{ult}}{N_{ult}^*} + \frac{M_{ult}}{M_{ult}^*} = 1 \quad (29)$$

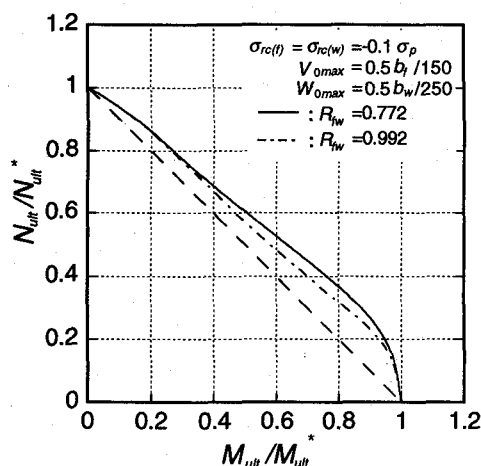


Fig.15 Interaction curve for H-section beam-columns

も描いた.

図から明らかなように, 本解は, いずれの幅厚比パラメータに対しても, 直線の相関式より若干高めの強度を与える.

4. あとがき

本論文では, 幾何学的・材料的非線形性を考慮し, 組合せ荷重を受ける鋼H形短柱の局部連成強度を検討した. 平板の弾塑性有限変位理論に基づき, フランジと腹板における力のつり合い式, 境界条件式, 連続条件式および組合せ荷重の条件式を誘導した. 数値解析法に差分法を採用し, 増分法と修正ニュートン・ラフソン法を併用した混合法で非線形代数方程式を解いた. その際, 解の収束を早めるため, ラグランジェの内挿法とヤコビの加速法を採用した. その結果, つぎのような結論を得た.

- (1) 圧縮を受けるH形短柱と強軸まわりの曲げを受けるH形はりに対し, 本解析結果を既往の解と比較し, 本解法の妥当性を検証した.
- (2) 圧縮を受けるH形短柱の弾塑性有限変位挙動と終局強度を明らかにした. また, 解析結果に基づき, 簡易な終局強度算定式を提案した. 終局圧縮強度曲線を既往の曲線や実験値と比較した.
- (3) 強軸まわりの曲げを受けるH形はりの弾塑性有限変位挙動と終局強度を明らかにした. 得られた終局曲げ強度曲線を既往の曲線や実験値と比較した.
- (4) 圧縮と強軸まわりの曲げを受けるH形部材の弾塑性有限変位挙動と終局強度を明らかにした. 解析結果から, 圧縮と曲げの強度相関を検討した.

参考文献

- 1) 日本道路協会編: 道路橋示方書・同解説, 1994-2.
- 2) 宇佐美 勉・葛 漢彬: 薄肉集成短柱の強度推定法, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.42A, pp.171-178, 1996-3.
- 3) Hancock, G. J.: Interaction buckling in I-section columns, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.107, No.ST1, pp.165-179, Jan., 1981.
- 4) Hancock, G. J., Davids, A. J., Key, P. W., Lau, S. C. W., and Rasmussen, K. J. R.: Recent developments in the buckling and nonlinear analysis of thin-walled structural members, Thin-Walled Structures, Vol.9, pp.309-338, 1990.
- 5) 西村宣男・吉田信博: 鋼H形断面柱部材の連成座屈強度特性と設計公式, 土木学会論文集, No.398, pp.161-170, 1988-10.
- 6) 山尾敏孝・坪浦伸泰・崎元達郎: 圧縮と曲げを受ける薄肉H形断面部材の相関強度とその評価式について

- て、構造工学論文集，土木学会，Vol.36A，pp.71-78，1990-3.
- 7) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼柱の極限強度の簡単な評価法，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.83-91，1991-3.
 - 8) 山尾敏孝・崎元達郎：薄肉H形短柱の耐荷力挙動に関する実験的研究，土木学会論文集，No.380/I-7，pp.331-339，1987-4.
 - 9) Davids, A. J. and Hancock, G. J. : Compression test of short welded I-section, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.112, No.ST5, pp.960-976, May, 1986.
 - 10) Cherry, S. : The stability of beams with buckled compression flanges, Jour. of Inst. Struct. Engng., Vol.38, pp.277-285, Sept., 1960.
 - 11) Dewolf, J. T. and Gladding, C. J. : Post-buckling behavior of beam webs in flexure, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.104, No.ST7, pp.1109-1122, July, 1978.
 - 12) Kalyanaraman, V. : Local buckling of cold-formed steel members, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.105, No.ST5, pp.813-828, May, 1979.
 - 13) Bradford, M. A. and Trahair, N. S. : Distortional buckling of I-beams, Jour. of the Struct. Div., ASCE, Vol.107, No.ST2, pp.355-370, Feb., 1981.
 - 14) Bradford, M. A. : Inelastic distortional buckling of I-beams, Computers & Structures, Vol.24, No.6, pp.923-933, 1986.
 - 15) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼はりの極限強度の簡単な評価法，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.145-154，1991-3.
 - 16) 西村宣男・大崎史淳・長谷川徹雄：曲げを受ける鋼I形断面の局部座屈強度と限界幅厚比に関する実験的研究，構造工学論文集，土木学会，Vol.37A，pp.135-144，1991-3.
 - 17) 西村宣男・秋山寿行・松村達生：曲げを受けるI形断面はりおよびプレートガーダーの強度設計法の一案，構造工学論文集，土木学会，Vol.39A，pp.165-174，1993-3.
 - 18) Hasham, A. S. and Rasmussen, K. J. R. : Section capacity of thin-walled I-sections in combined compression and major axis bending, Structural Steel, ed. by Shanmugam, N. E. and Choo, Y. S., Pergamon Press, pp.343-350, 1995.
 - 19) Lin, T. H. : Theory of Inelastic Structures, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.
 - 20) Massonnet, Ch. : General theory of elastic-plastic membrane-plates, Engineering Plasticity, ed. by Heyman, J. and Leckie, F. A., Cambridge University Press, pp.443-471, 1968.
 - 21) 堂垣正博・窪田ユキ・中山博司・朴斗修・米澤博：圧縮と曲げを受けるH形断面部材の局部連成座屈解析，技苑，関西大学工業技術研究所，Vol.10，No. 2，pp. 31- 38，1992-2.
 - 22) 宇佐美 勉：板要素の抵抗強度の評価と信頼性，土木学会第35回年次学術講演会概要集，第I部，1980-9.

(1996年9月6日受付)