

## ニューラルネットワークを用いた座屈波形の可視化

## REPRESENTING BUCKLING DEFORMATION USING NEURAL NETWORK

山本広祐\* ジェームズ・ギャレット・ジュニア\*\* 斎藤 潔\*\*\*

Kosuke YAMAMOTO, James H. GARRETT, JR. and Kiyoshi SAITO

\*工博 (財)電力中央研究所 我孫子研究所 構造部 (〒270-11 千葉県我孫子市我孫子1646)

\*\* Ph.D. カーネギーメロン大学 土木環境工学科 (5000 Forbes Avenue, Pittsburgh, PA 15213, U.S.A.)

\*\*\*工修 (財)電力中央研究所 我孫子研究所 構造部 (〒270-11 千葉県我孫子市我孫子1646)

Shape representation is important in structural experiments as well as in nonlinear structural analyses such as Finite Element Method (FEM). However, it is particularly difficult to show the buckling deformation precisely and visually when the experiment is being conducted. Because of the good interpolation abilities of artificial neural network, the authors of this paper have surveyed its effectiveness in shape representation for shear buckling deformation. The recognition targets are the buckling eigenmodes of a square plate, which were obtained by using ABAQUS. The objective of this work is to determine how to represent the three dimensional deformed surface, such as for buckling deformation, in case that the number of training data is limited. This paper primarily describes the development process of the network and the appropriate selection of the training data. Although the recognition targets in this study are idealized numerical results obtained by FEM, the general strategy is considered applicable to experimental results as well.

Key Words : neural network, shape representation, buckling eigenmode, nonlinear structural analysis

## 1. はじめに

電力中央研究所においては、発電プラント機器・構造物の要素試験や大規模模型を用いた実証試験がしばしば行われている。また、実験データを検証し、補完する手段として数値シミュレーションも重要な位置付けにある。構造実験を行えば、構造物の全体的な荷重・変位関係や局部の応力・ひずみ関係を入手することが可能であるが、一般に供試体が高額であったり、あるいは高性能の計測や現実的な環境下で試験を行うことが求められるために数量的な制約を受けることが多い。一方、数値シミュレーション技術が大幅に進んだ今日、複雑なモデルを用いた構造解析が設計でも取り込まれつつある。著者らは、この構造実験と数値シミュレーションの両者が相互補完的に利用されてこそ設計の高度化に資するものと考えているが、両者の比較は構造物の耐荷力とか、マクロな荷重・変位関係に限定され、座屈モードやその詳細形状の対比などが必ずしも十分ではないように感じている。その原因として、試験中に行う限定的な変形測定から構造物の変形図を作成し、解析結果と対比することが容易でないことが一因であろうと推察している。

この論文は、限定的な変位測定結果から構造物の変形図を作成する手段としてニューラルネットワークの関数近似(内挿)能力に着目し、その有効性を検討するもの

である。更に踏み込んで言えば、著者らは既存の簡便な図化手法に比べてニューラルネットワークには必要データ数を削減できる可能性があると感じている。例題として、周辺部を固定支持された正方形板がせん断変形を受けて座屈する事例を取り上げた。具体的には、汎用構造解析コードABAQUS<sup>1)</sup>を用いて周辺固定板の純せん断変形に関する座屈固有モード(1~5次)を求め、その形状をニューラルネットワークで可視化することを試みた。3次元の曲面形状をニューラルネットワークで再現した事例としては日本機械学会の委員会活動にて行われたベンチマーク解析<sup>2)</sup>が知られており、著者の一人が幹事の一人として取りまとめに参加しているが、本研究はその延長線上で更に実務的な問題に適用したという位置付けにある。使用する手法そのものは極めて単純で、関数  $z=f(x, y)$  の  $x, y$  をニューラルネットワークの入力に、 $z$  を出力に与え、ネットワーク内に  $f$  を再現したことに他ならない。

本研究の目的は、ニューラルネットワークを用いて板のせん断座屈変形を可視化することであるが、それを通して構造実験とシミュレーション解析間で座屈変形を容易に比較できる可能性を示すことも含まれている。本文の第2章ではニューラルネットワークによる可視化対象について略述する。引き続いて、第3章では検討項目としてネットワーク構造と学習データの選定方法について

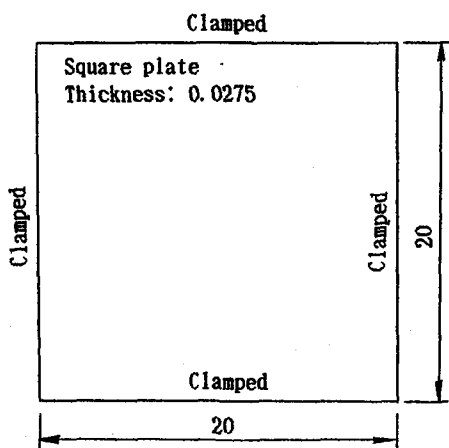


Fig. 1 Analytical object of this study

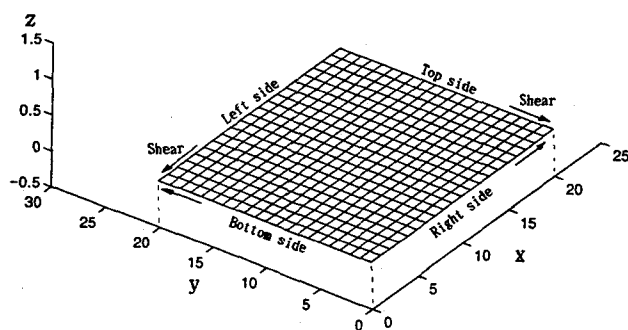


Fig. 2 Finite element analysis model

示し、第4章で結果の一部を紹介する。最後にニューラルネットワークによる座屈波形可視化の有効性や問題点を考察する。例題は有限要素解析（FEM）から得た理想的な結果であるが、この論文で示した手法は実験結果にもそのまま流用できると著者らは考えている。

## 2. ニューラルネットワークによる可視化対象

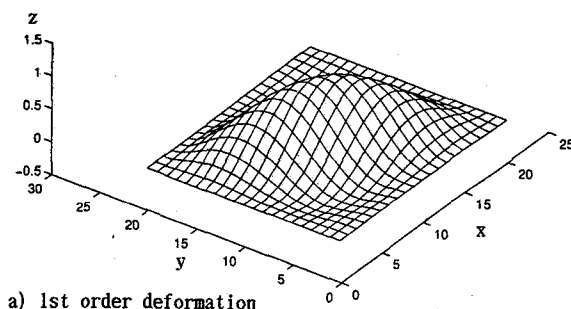
Fig.1に4辺を固定支持した正方形板の概要を示す。解析モデルは Fig.2 に示す通りであり、汎用構造解析コードABAQUSを用いて純せん断力に対する座屈固有モード形状を求めた。荷重（摂動荷重）としては正方形板に純せん断力が作用するような分布荷重を周辺（4辺）に与えた。主な解析条件を以下に示す。

- ・要素種類：S8R5（8節点・次数低減・曲面シェル要素、節点あたり5自由度）
- ・要素数：20×20=400
- ・節点数：1281（中間節点を含めて）  
21×21=441（中間節点を除いて）
- ・周辺部の境界条件：

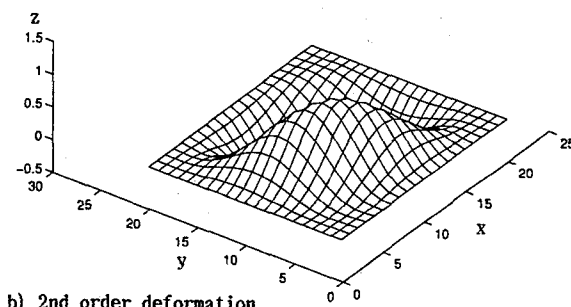
z方向の変位と面外方向の回転を拘束

Fig.3に1～5次までのせん断座屈モード図を示す。いずれの図においても最大変形が1に正規化されている。

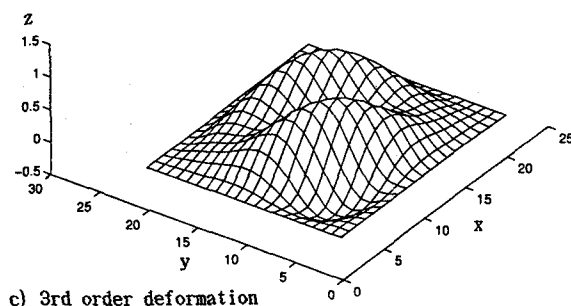
本研究で用いるニューラルネットワーク・シミュレー



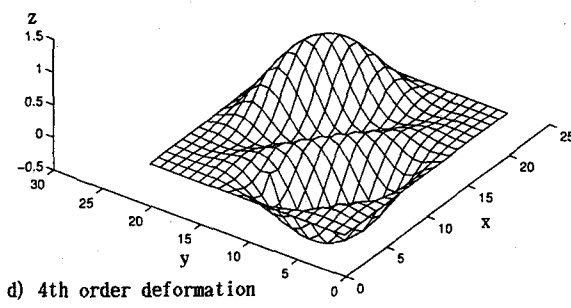
a) 1st order deformation



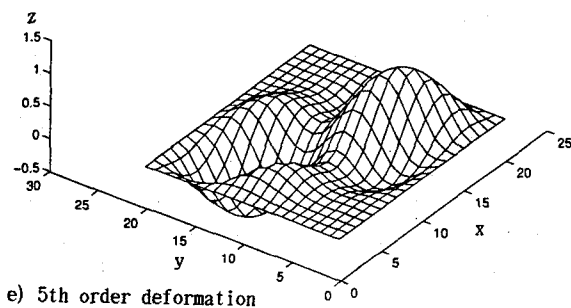
b) 2nd order deformation



c) 3rd order deformation



d) 4th order deformation



e) 5th order deformation

Fig. 3 Eigenmodes with respect to shear buckling

タは Rumelhart らによって提案された階層型ネットワーク<sup>3)</sup>である。各ニューロンの伝達関数にはシグモイド関数を用いる。平均誤差（Mean Error; Emean）は、例えば Fig.3 に示したメッシュ上で全ての格子点データ 441点を学習データとして用いる場合には以下の形で表される。

$$E_{\text{mean}} = \frac{1}{441} \sum_{p=1}^{441} |T_p - O_p| \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $T_p$ ：教師信号

$O_p$ ：ネットワークの出力

$p$ ：学習データに関するサフィックス

この定義に従うと、平均誤差は各座屈モード図の最大値に対するパーセント（厳密には小数）で表され、同時に相対誤差そのものを指すことに注意されたい。

### 3. 検討項目・調査方法

ニューラルネットワークを構築する際の典型的な検討項目としてネットワーク構造の決定と学習データの選定過程について略述する。いずれも工学的発想に基づく試行錯誤が基本になっており、ここで示す内容は極めて単純であるが、試行錯誤の過程を明記することが構築したネットワークの信頼性を向上させるものと考えられる。

#### 3.1 ネットワーク構造に関する検討

既述の通り、Fig.2で  $x, y$  をニューラルネットワークの入力に、 $z$  を出力に与え、ネットワーク内に関数  $z=f(x, y)$  を再現することを試みる。従って、3層構造（中間1層）のネットワークを用いる場合、その構造は2-n-1（ $n$ は中間層のユニット数）で表される。事前に予備検討を行った結果、座屈モードにより違いはあるが、ほぼ  $n=20\sim 40$  の範囲内で妥当な解が得られるであろうとの見通しを得、若干範囲を広げて  $n=10, 20, 30, 40, 50$  の5ケースについてケーススタディを行った。Table 1に解析ケースの一覧を示す。この検討では、Fig.3に示したメッシュ上の全格子点441（ $=21 \times 21$ ）から学習データを作成した。本来、441点にも及ぶ変位データがあれば線形補間でもFig.3に示したような変形図を表せることは明らかであり、言うまでもなくニューラルネットワークの力を借りる必要性は低い。従って、この検討はあくまで十分な学習データがあると仮定した上で適切なネットワーク構造を求めることに限定されたものであり、実際の適用ではもっと少ない学習データを想定していることを付記する。

ネットワーク構造を決定するための基本方針は、

- ①学習データの数量が十分と判断される場合には、ネットワーク構造に冗長性を持たせる必要がない。
- ②学習データの数量が不十分と判断される場合には、ネットワーク構造に冗長性を残し、過剰な学習は避ける。
- ③ほぼ同一の精度が保証されれば、中間層のユニット数が一意に決定されなくても良いが、その場合には学習効率が高い（収束までの学習回数が少ない）ものをより適切と判断する。

Table 1 List of the case study on network architecture  
(This table shows the case #)

| Eigen Mode | Numbers of the hidden units |      |      |      |      |
|------------|-----------------------------|------|------|------|------|
|            | n=10                        | n=20 | n=30 | n=40 | n=50 |
| 1          | 1-11                        | 1-12 | 1-13 | 1-14 | 1-15 |
| 2          | 1-21                        | 1-22 | 1-23 | 1-24 | 1-25 |
| 3          | 1-31                        | 1-32 | 1-33 | 1-34 | 1-35 |
| 4          | 1-41                        | 1-42 | 1-43 | 1-44 | 1-45 |
| 5          | 1-51                        | 1-52 | 1-53 | 1-54 | 1-55 |

Table 2 Numbers of the training data and their selecting direction

| Case # | Eigen Mode | Data #   | Direction (Degrees) | Line Density |
|--------|------------|----------|---------------------|--------------|
| 2-31   | 3          | 105      | 0                   | Coarse       |
| 2-32   | 3          | 147      | 0                   | Fine         |
| 2-33   | 3          | 89       | 45                  | Coarse       |
| 2-34   | 3          | 131      | 45                  | Fine         |
| 2-35   | 3          | 89       | 135                 | Coarse       |
| 2-36   | 3          | 131      | 135                 | Fine         |
| 2-41   | 4          | 105      | 0                   | Coarse       |
| 2-42   | 4          | 147      | 0                   | Fine         |
| 2-43   | 4          | 89       | 45                  | Coarse       |
| 2-44   | 4          | 131      | 45                  | Fine         |
| 2-45   | 4          | 89       | 135                 | Coarse       |
| 2-46   | 4          | 131      | 135                 | Fine         |
| 2-32'  | 3          | 147 + 14 | 0                   | Fine         |
| 2-34'  | 3          | 131 + 14 | 45 & 135            | Fine         |
| 2-36'  | 3          | 131 + 14 | 135 & 45            | Fine         |
| 2-42'  | 4          | 147 + 14 | 0                   | Fine         |
| 2-44'  | 4          | 131 + 14 | 45 & 135            | Fine         |
| 2-46'  | 4          | 131 + 14 | 135 & 45            | Fine         |

などであり、手持ちデータを学習用と検証用に分けることも行われるが、今回は手法の簡便さを念頭にそのようなデータの分割利用を行わない。

#### 3.2 学習データの選定に関する検討

ここでは、著者らが従来行ってきた実験計測の経験に基づき、実務上、可能な変位測定を念頭に学習データの選定方法（変位データの計測方法）を検討する。取り扱い現象として塑性座屈を想定し、比較的緩やかに座屈変形が成長するものと仮定する。但し、変位測定はあくまで実験の実施中（加力中）に行うため、迅速かつ最小限の数量にとどめる必要がある。特に、温度条件を負荷した試験などでは変位測定点に数量的な制約を受けることが多い。

Fig.4にデータ選定方法の一案を示す。ここで、a)およびb)では逆に平行な計測線、c)およびd)では対角線に平行な右上がりの計測線（半時計回りで水平から45°の方向）、e)およびf)では対角線に平行な左上がりの計測線（同135°）を設定している。c)とd)はせん断座屈波形の稜線に平行すること、e)とf)はそれに直交することを予期したものである。a)とb)、c)とd)、e)とf)の違いは計測線ピッチのみであり、前者を「粗いケース」（coarse）、後者を「密なケース」（fine）と呼ぶ。Table 2に解析ケースの一覧を示す。密な6ケースに関しては、

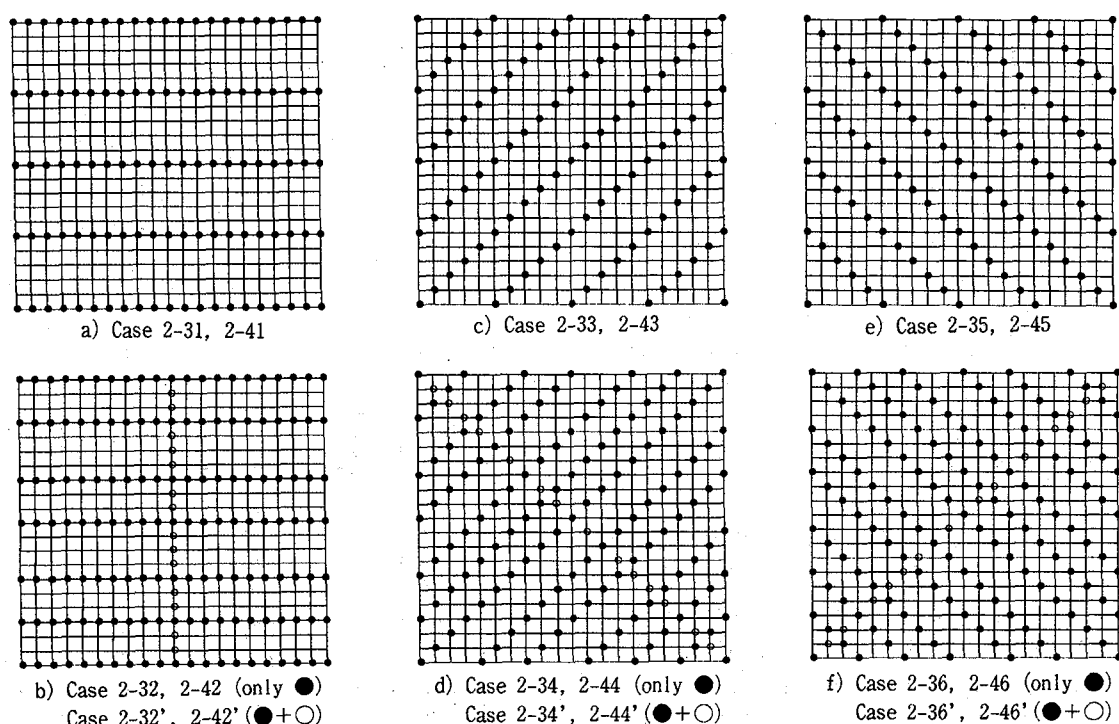


Fig. 4 Selected data for training

所定のデータを用いて学習を終了させた後、学習データを追加して継続学習させるケースを加えた。これらの追加ケースでは、既存の計測線に直交する計測線を1本加え、そこから抽出した14個の学習データがネットワークの改善にどれほど貢献するのかを調べるものである。

なお、板の周辺部は、本来、強制荷重（変位）を加える場所として変位が既知であるが、ニューラルネットワークにおける学習データ境界部の扱いは興味深い問題であるため学習範囲に含めてある。

#### 4. 解析結果と考察

##### 4.1 ネットワーク構造に関する検討

Fig.5 から Fig.9 に1次から5次座屈モードに関する誤差推移図を示す。それぞれの図では、中間層ユニット数10, 20, 30, 40, 50の5ケースが重ね書きされている。まず、座屈波形が最も単純な1次モードに関しては、ネットワーク構造にあまり関係なく速やかに誤差が消散し、数千回の学習で平均誤差が3%以下、1~2.5万回で2%以下に達している。2次モードに関しても同様の傾向にあり、3~5千回付近で学習のもたつきが認められるものの、1万数千回の学習で全て2%以下に達している。一方、3次モード以降は座屈波形が複雑になることを反映して学習に顕著な遅れが認められる。ネットワークの収束性には初期値の影響も含まれるため、最適構造を容易に断定できないが、3次モードに関しては20~40、4次モードに関しては30~40、5次モードに関しては10~40程度の中間層ユニットが必要ではないかと推察される。なお、

非線形構造解析と座屈実験との精度上の対応関係などを踏まえて、ニューラルネットワークによる許容推定精度を2~3%程度と仮定した。

一例として Fig.10 に2-40-1のネットワーク構造を対象にした各モードの収束状況を示す。また、これらのネットワークを用いた座屈波形の可視化結果と誤差の分布状況を Fig.11 から Fig.15 に示す。1次および2次モードに関しては速やかに収束が進んだため2万回の学習終了時のみを示した。3次モード以降は、2万回および8万回の学習終了時を併記した。板の周辺部は、本来、既知の境界として学習（認識）範囲に含める必要はないが、学習データ境界部およびその周辺形状を明確にする重要な要素である。誤差分布を見る限り、大きな誤差は座屈波形の山、谷、変曲点およびデータ境界部に集中していることが分かる。少なくとも、データ境界部はその外周に $z$ 変位0の仮想節点を追加して境界条件（境界形状）を強化した方が有効と考えられる。

##### 4.2 学習データの選定に関する検討

前節4.1に示した解析結果を踏まえて、比較的難しい学習対象として3次および4次座屈モード形状を抽出し、検討を進める。

まず、Table 2に示した最初の12ケースに関する検討では、どの程度の回数まで学習を行えば良いのかという判断が容易ではなかった。なぜなら、良好な学習結果が得られた事例が非常に少なかったからである。一例として「粗いケース」に対する12万回学習後の認識結果と「密なケース」に対する8万回学習後の認識結果を Fig.16 お

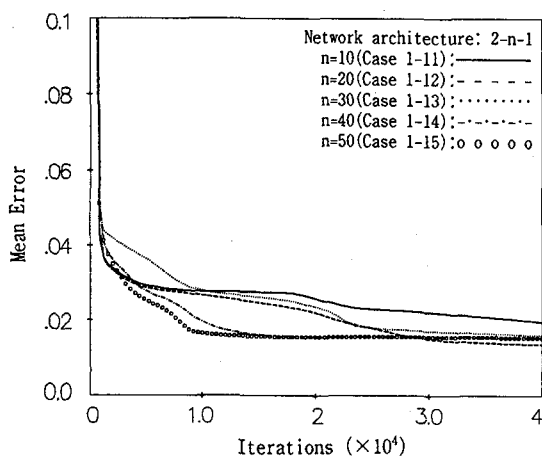


Fig. 5 Mean Error of the network for 1st eigenmode

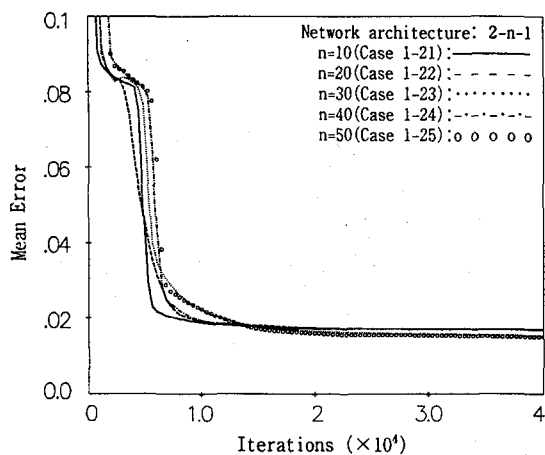


Fig. 6 Mean Error of the network for 2nd eigenmode

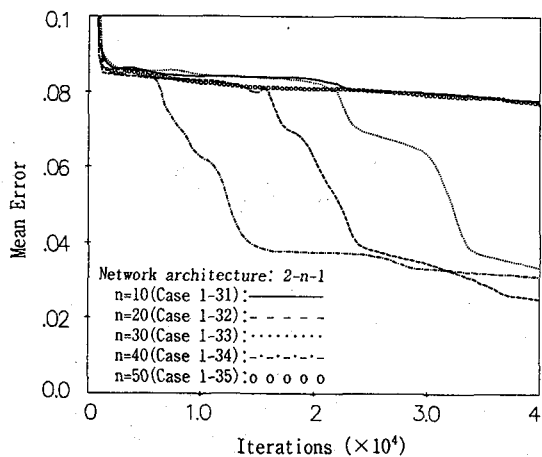


Fig. 7 Mean Error of the network for 3rd eigenmode

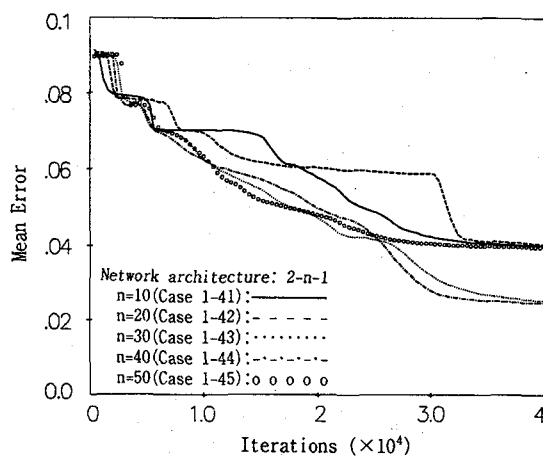


Fig. 8 Mean Error of the network for 4th eigenmode

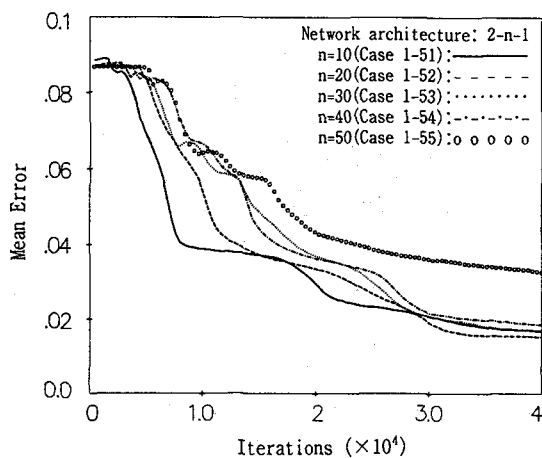


Fig. 9 Mean Error of the network for 5th eigenmode

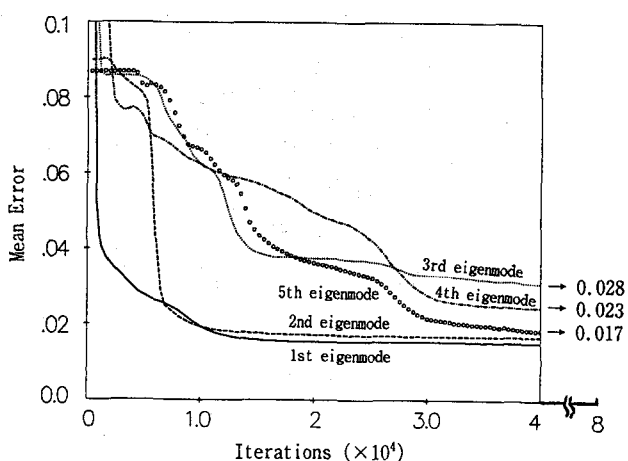


Fig. 10 Mean Error of the 2-40-1 network

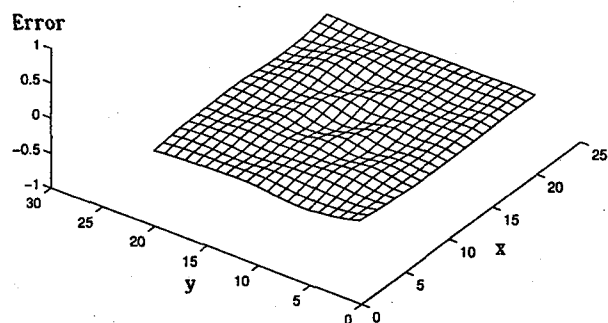
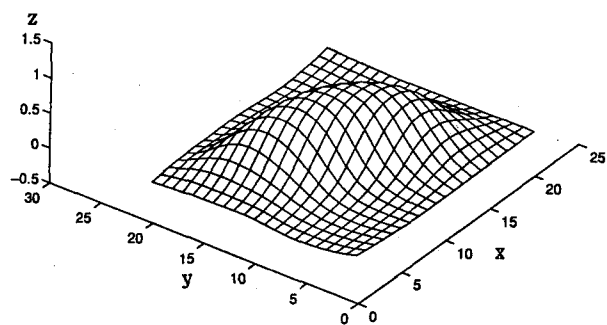


Fig. 11 Recognition result and error distribution  
(1st eigenmode, 20,000 iterations)

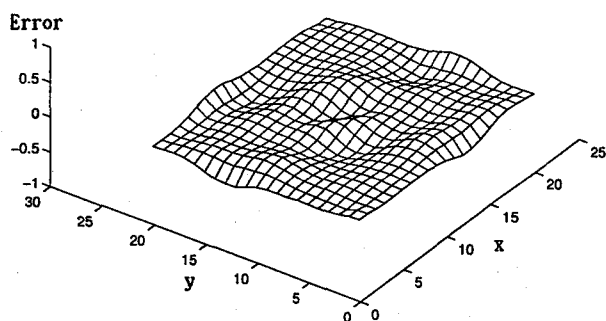
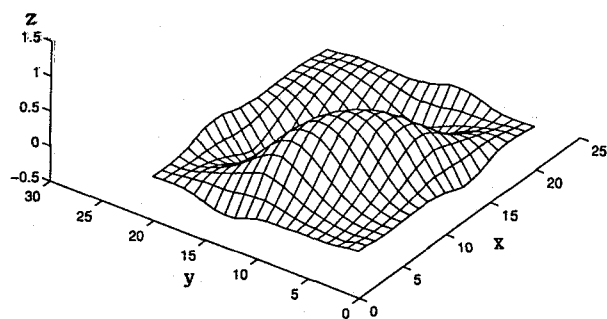
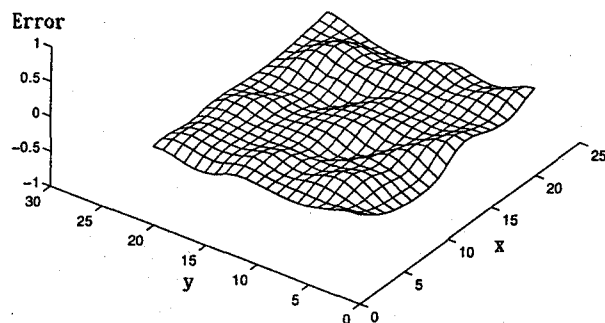
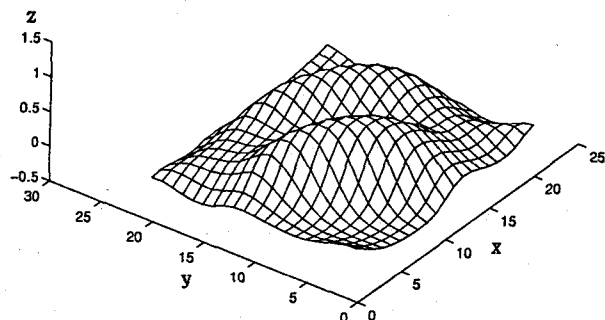
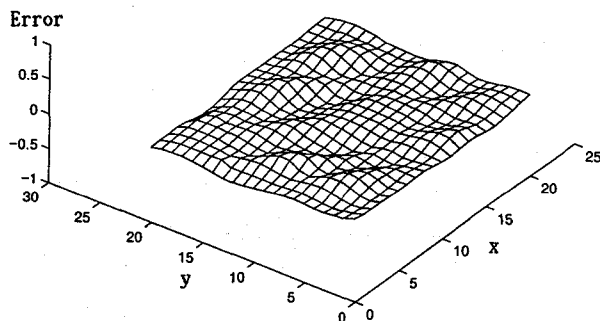
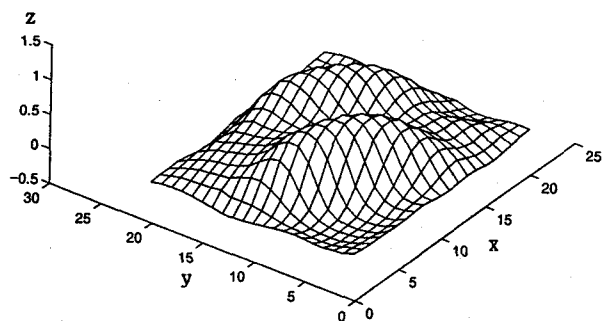


Fig. 12 Recognition result and error distribution  
(2nd eigenmode, 20,000 iterations)

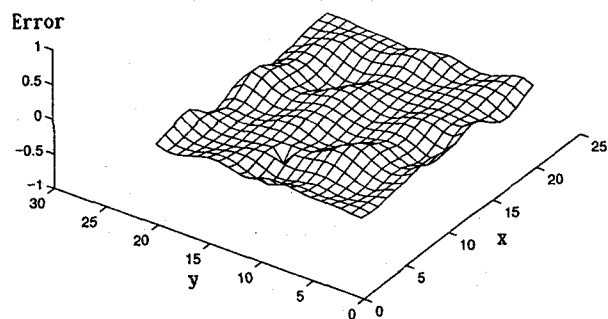
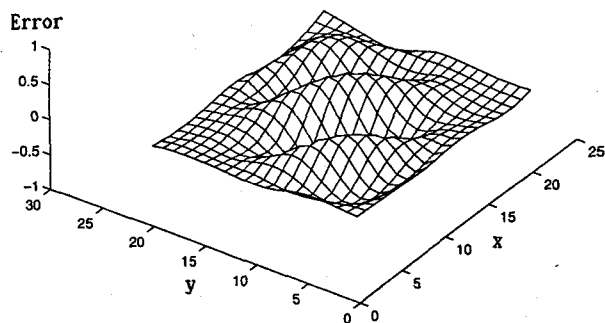
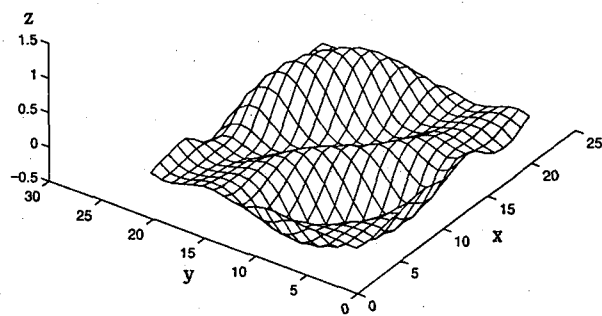
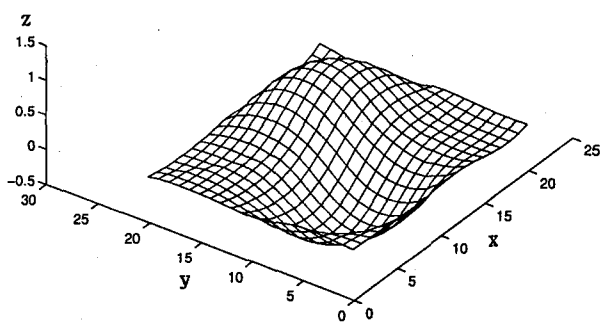


a) 20,000 iterations



b) 80,000 iterations

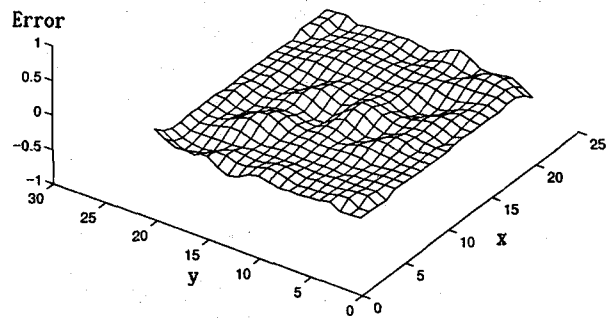
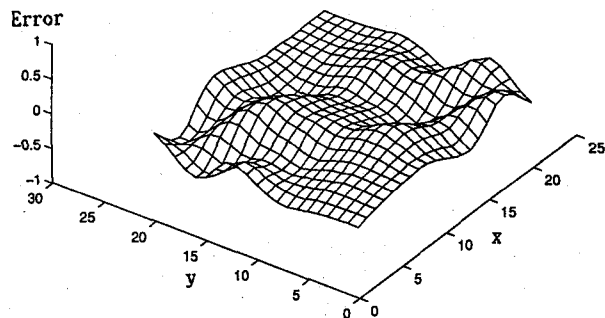
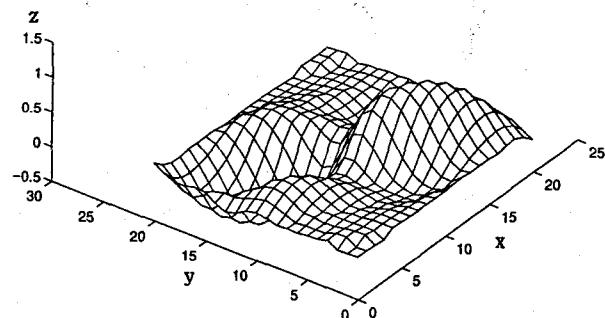
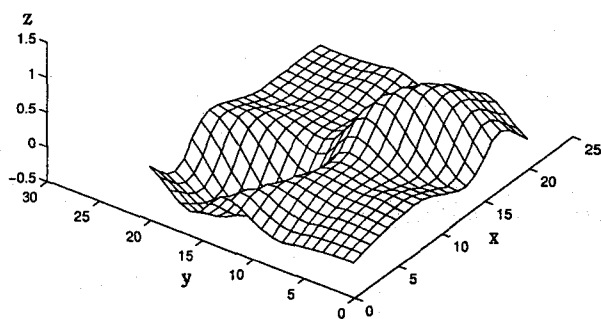
Fig. 13 Recognition result and error distribution  
(3rd eigenmode)



a) 20,000 iterations

b) 80,000 iterations

Fig. 14 Recognition result and error distribution  
(4th eigenmode)



a) 20,000 iterations

b) 80,000 iterations

Fig. 15 Recognition result and error distribution  
(5th eigenmode)

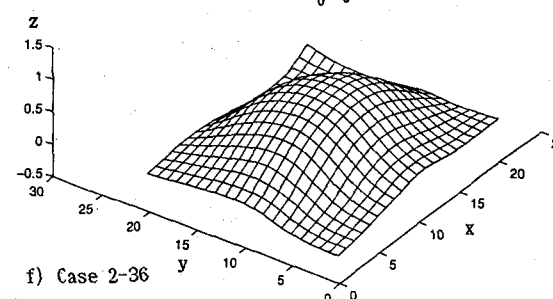
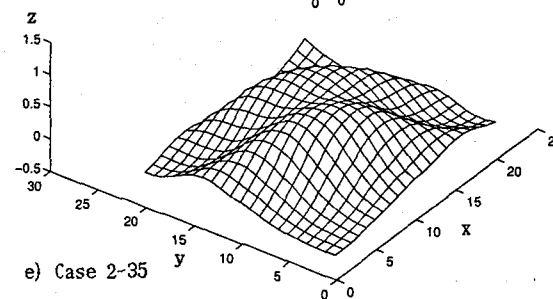
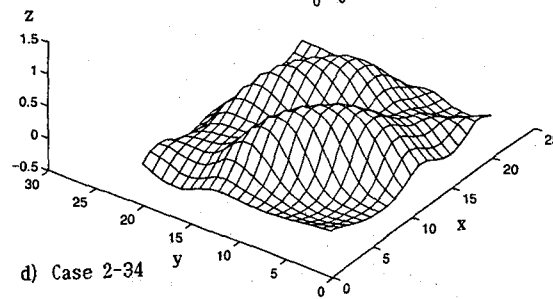
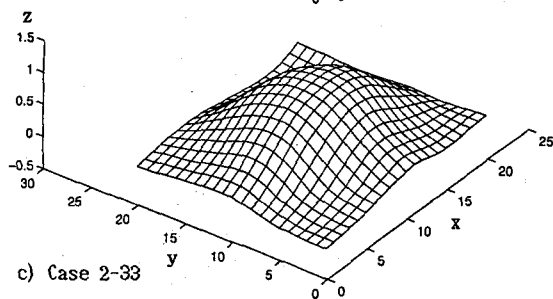
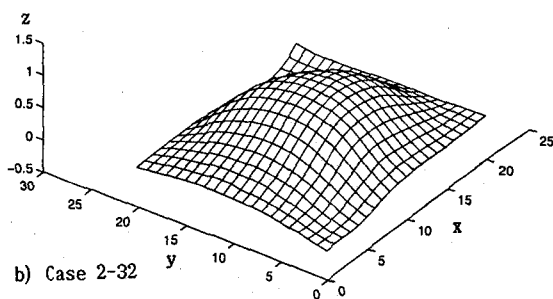
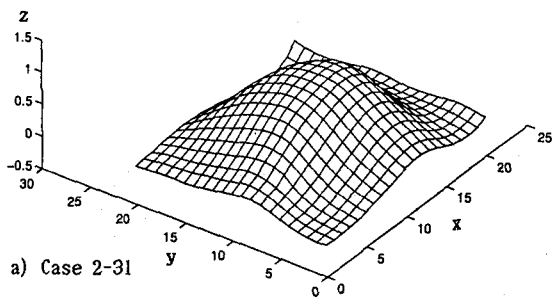


Fig. 16 Recognition results of Case 2-31 to 2-36 (3rd eigenmode)

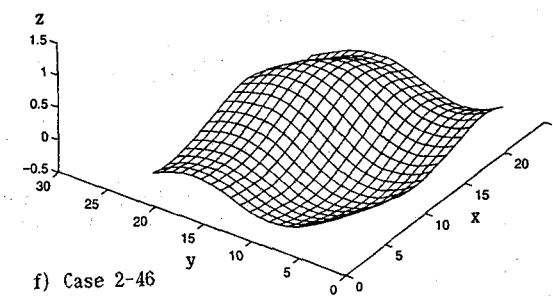
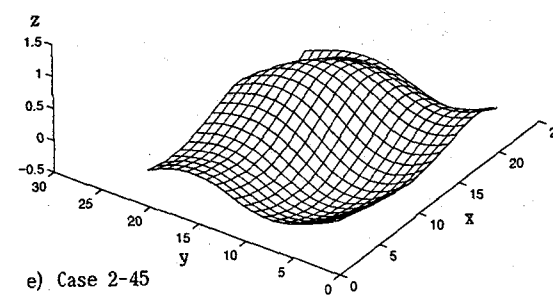
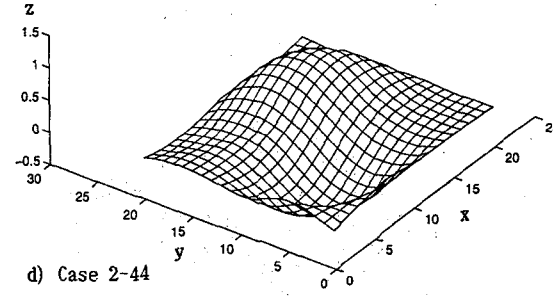
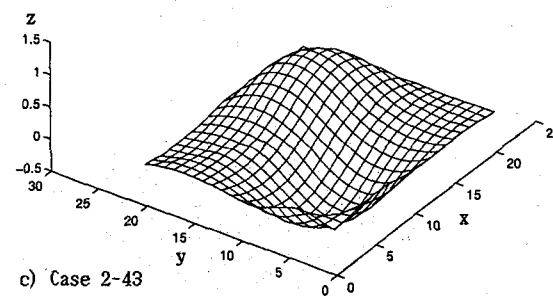
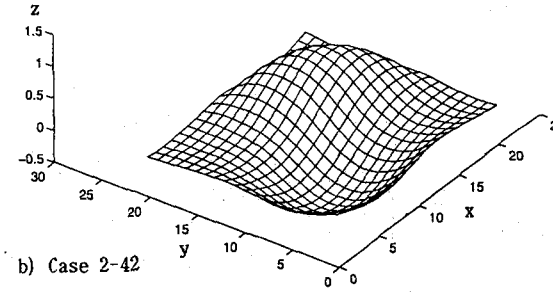
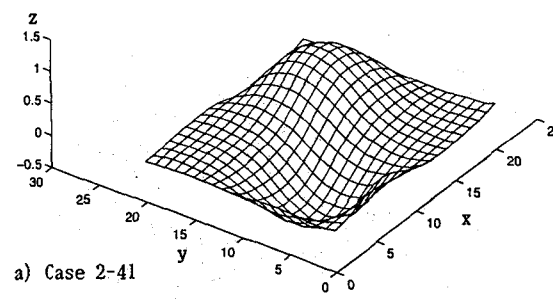


Fig. 17 Recognition results of Case 2-41 to 2-46 (4th eigenmode)

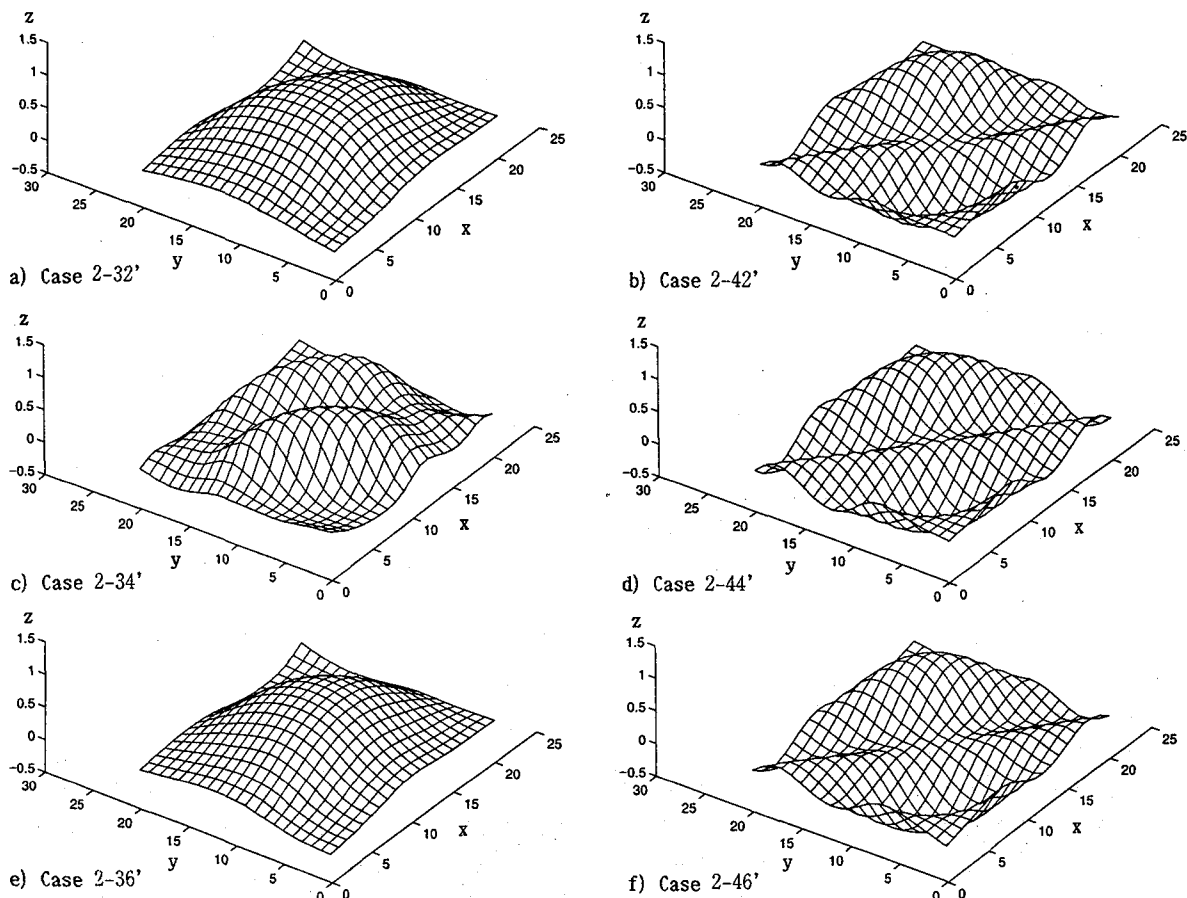


Fig. 18 Study on additional data

び Fig.17 に示す (2-40-1 のネットワーク構造を利用)。この学習回数に大きな根拠はないが、粗・密間での学習回数の違いは両者の学習データ数の違いによるもので、 $(\text{学習回数}) \times (\text{学習データ})$  がほぼ等価になるよう配慮したためである。同じ観点に立てば、「密なケース」の8万回は4.1節における検討の2万回に相当する。Fig.16 に示した3次モードに関する6ケースでは、1ケースでのみ平均誤差が3%を下回るものが見られた。これは対角線方向に密な計測線を設けたケースで、計測線が座屈波形の稜線に平行する事例であった。また、「粗いケース」でも1例、座屈波形の傾向をとらえているものがあり、学習回数あるいは学習データを追加することにより更に収束が進むものと考えられる。一方、4次モードに関しては、いずれも大まかな傾向をとらえているように感じられるが、 $xy$  座標で  $(0, 25)$  と  $(25, 0)$  間に存在するフラットな帯状領域を再現することができなかった。

Fig.18 に既存の計測線に直交する1計測線から14個の学習データを追加して継続学習を行った結果を示す。3次モードに関しては精度的に大きな向上は見られなかったが、4次モードに関しては程度の差こそあれ、3ケースとも顕著な改善が認められた。

#### 4.3 ニューラルネットワークを用いた可視化の有効性と実問題への適用性

構造実験とシミュレーション解析間で変形状態の対比にニューラルネットワークの使用を考える場合、まず予備解析を行い、その結果をもとに適切なネットワーク構造と学習データの選定方法を事前に予測する必要がある。本論文で示した内容は、まさにこの段階に相当する。

次に、実際の試験において構造物の変形状態を順次計測し、図化さらには予備解析との対比を行っていく訳であるが、ここで取り扱った例題に関する限り、1次および2次座屈モードを除いて学習時間の面からリアルタイムの図化は容易でないと感じられる。精度的な面は学習データ数に大きく依存するが、ニューラルネットワークの利点は少ないデータで簡便に変形状態を可視化できることにあり、Fig.4 に示した計測例 (Fig.3 に示した全格子点の1/3~1/4) くらいのデータ数で適当な精度 (平均誤差で2~3%) が確保できるのなら実用性が高いものと判断できる。Fig.3 は平板のせん断座屈として典型的な形状を含んでおり、学習回数とデータ数しだいで3~5次モードまで再現できる可能性を示し、ネットワークの規模と必要データ数の決定手順を例示したことを強調したい。座屈に関する特性や、更に踏み込んだ知識がデータ選択にいかされる必要性が上げられるが、実際には Fig.3 に示した座屈モードの連成が現れたり、繰り返し載荷の際に座屈発生箇所が移動が生じるなど画一的に論じられない要因が多い。

学習時間の改善と精度の向上を両立するという点では、より少ないデータでも適切に代表的な変形をとらえられることが理想である。そのためには、座屈波形の山谷（および、それらの稜線）や変曲点周辺などを重点的に計測することが効果的と思われる。実際の計測では、供試体の外側に設けた変位測定フレーム上で変位計を一定方向に移動し、各位置での $(x, y, z)$ を収録していくことになるであろうが、計測・制御時間を削減する観点から計測線の本数を多く取るより、計測線を少なくして各線上でのデータ密度を高める方が簡易である。その場合には、座屈波形の稜線に直交する計測線を用いる方が複雑な変形状態をとらえ易いという面で直感的に有効性が高いように推察されるが、計測・制御まで含めた議論は実用上の問題であり、解析の例題に基づく本論文の次の研究段階として今後の課題と位置付けられる。

## 5. まとめ

本論文では、構造物の変形図を作成する一手段としてニューラルネットワークを用いる可視化を試みた。得られた研究成果を以下に要約する。

- ①正方形板の純せん断座屈を例に、ニューラルネットワークの構築に不可欠なネットワーク構造と学習データの決定手順・根拠を明らかにし、要求精度を確認する方法論を示した。
- ②ニューラルネットワークによる可視化結果を、学習データ数にかかわらず常にFEMの要素分割図に整合

させて示すことにより構造実験とシミュレーション解析間で座屈変形を容易に比較検証できることを間接的に示した。

- ③検討結果から得られた知見を実問題に当てはめて考察し、本手法の適用段階、ニューラルネットワークの開発過程、精度的要求と精度の向上方策、データ計測の基本的考え方に言及するとともに今後の課題を明確にした。

## 謝 辞

本研究は、第一著者がカーネギーメロン大学土木環境工学科に客員研究員として滞在中に実施したものです。研究の遂行にあたり、電力中央研究所の前野陽治氏、中村秀治氏、松浦真一氏から暖かい支援と激励を賜りました。ここに深甚なる謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) ABAQUS / Standard User's Manual, Version 5.4, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., Vol. I & II, 1995.
- 2) 日本機械学会「RC112 次世代計算力学システムに関する研究分科会」成果報告書, pp.235-298, 1994.5
- 3) Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J. : Learning Representations by Back-propagating Errors, Nature, Vol.323, pp.533-536, 1986.10

(1996年9月6日受付)