

有限要素法による大型浮体の流力-弾性過渡応答解析

TRANSIENT HYDROELASTIC ANALYSIS OF A VERY LARGE FLOATING STRUCTURE
BY FINITE ELEMENT METHOD

渡邊 英一*・宇都宮 智昭**・妙中 真治***

Eiichi WATANABE, Tomoaki UTSUNOMIYA, Shinji TAENAKA

*フェロー Ph.D., 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 606-01 京都市左京区吉田本町)

**正会員 工博 京都大学助手 工学研究科土木工学専攻 (〒 606-01 京都市左京区吉田本町)

***学生会員 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒 606-01 京都市左京区吉田本町)

This paper shows a numerical method for analyzing transient response of a Very Large Floating Structure (VLFS) at airplane landing. The method employed is the Finite Element Method (F.E.M.) for both structure and fluid domain. The effect of the dynamic coupling between the fluid and structure has been considered together with the effect of free-surface of the fluid. The structure has been modeled as an elastic floating plate having circular shape, and the impulsive loading has been applied at the center of the circular plate. The numerical examples have shown that the effect of the added-mass of the fluid is very large; the dynamic responses with the effect of the added-mass are reduced than those without considering the effect of the added-mass. In this analysis, NASTRAN has been used with some special techniques, which are also described in this paper.

Key Words : *finite element method, transient analysis, hydroelasticity, VLFS*

1. 序

近年、多くの研究者によりポンツーンタイプの超大型浮体構造物 (VLFS: Very Large Floating Structure) の動的応答に関する研究が行われるようになってきた。特に、周波数領域における波浪応答解析に関しては既にいくつかの研究が行われており、超大型浮体構造物においては浮体の弾性変形を考慮した流力-弾性解析をおこなう必要性のあることが既に広く認められている^{1),2),3),4)}。

一方、超大型浮体構造物が海上空港として利用される場合には、波浪応答のみならず航空機着陸時における変形あるいは振動について検討することが必要となる。1970年代における関西国際空港 (浮体案) のフィジビリティ・スタディにおいては、多数の円筒形要素浮体により支持される形式の超大型浮体が検討されたが、これを多数の弾性ばねにより支持されたはりにモデル化し、航空機着陸時解析がおこなわれた⁵⁾。しかしながら、その検討においては流体と構造物の動的相互作用は部分的に考慮されているだけであり、例えば、周波数依存性を有する付加質量・造波減衰力に対して周波数によらない一定値を仮定した上で過渡応答解析をおこなっている。航空機着陸時挙動のような過渡現象においては構造物の振動周期は一定ではなく、特に流体からの付加質量力の影響の大きいと考えられるポンツーンタイプの構造物においては、このような仮定を設けることには無理がある。

本研究では、流体と構造物の動的相互作用を線形理論の範囲内で厳密に考慮した上で、ポンツーンタイプの超大型浮体の衝撃的荷重に対する過渡応答解析をおこなうことを目的とする。浮体応答を時間領域で解析するためには、時間領域におけるグリーン関数を利用する方法⁶⁾、あるいは通常の周波数領域でのグリーン関数を用いて、逆フーリエ変換を利用して時間領域での解を得る方法⁷⁾が考えられる。しかしながら、これらの方法は6自由度系の剛浮体の動揺解析には有効であっても、多数の自由度を有する弾性浮体に適用することは特に計算時間の点で不利と考えられる。

そこで本研究では、流体部・構造物ともに有限要素法により離散化し両者を一体として解析することで、時間領域における過渡応答解を直接求めることとする。その利点の一つとして、汎用有限要素解析プログラムの利用がおこないやすい点が挙げられる。実際、本研究では、汎用有限要素解析プログラムである NASTRAN を積極的に利用することで、効率的にプログラム開発をおこなうことができ、また得られた結果の信頼度も比較的高いものと考えられる。逆に欠点としては、1) 無限縁における放射条件が満足されないため、長時間にわたって解析をおこなうと境界壁からの反射波が影響すること、2) 流体領域全体にわたるメッシングが必要であること、が挙げられる。特に1)については、今後、解決を図る必要性が高いものと考えている。

2. 解析理論

本解析においては、浮体運動・流体運動ともに微小であるものとし、運動方程式中における全ての非線形項を無視し、線形解析をおこなう。また、通常の波浪問題と同様、流体は非圧縮性完全流体とし、流体運動は非回転的であるものとする。なお、以下の定式化の手順については文献⁸⁾に沿っておこなう。

微小運動仮定のもとでの流体の運動方程式 (Euler の運動方程式) ならびに連続方程式 (Euler の連続方程式) は以下のとおりである。

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = -\nabla p - \rho \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$ をそれぞれ流体の変位、速度、加速度ベクトルとし、 ρ を流体の密度、 $\mathbf{g}$ を重力加速度ベクトル、 p を圧力とする。

式(1)の両辺に $\nabla \cdot$ を作用させ、さらに式(2)を代入し整理する。一様な重力場 ($\nabla \cdot \mathbf{g} = 0$) において、

$$-\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla p = \nabla \cdot \mathbf{g} = 0 \quad (3)$$

となる。ここで、左辺を全体として一般化力 J とおき、ここからエネルギー式を導くことにする。

$$J = -\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4)$$

一般化エネルギーの変分 δH は、一般化力 J に圧力の変分 δp をかけて領域に関する積分を実行すれば得られる。

$$\begin{aligned} \delta H &= \int_V J \delta p dV = \int_V (-\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla p) \delta p dV \\ &= \int_V \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot \nabla (\delta p) dV - \int_V \nabla \cdot [\delta p (\frac{1}{\rho} \nabla p)] dV \end{aligned} \quad (5)$$

ここで右辺第二項にガウスの発散定理を適用し、また第一項を $\delta(\nabla p \cdot \nabla p) = 2\nabla p \cdot \nabla(\delta p)$ を利用して整理すると、

$$\delta H = \delta \left[\int_V (\frac{1}{2\rho} \nabla p \cdot \nabla p) dV \right] - \int_S \delta p (\frac{1}{\rho} \nabla p) \cdot d\vec{S} \quad (6)$$

となる。ただし、 $\vec{S}$ は境界面における外向きの法線ベクトルとする。

式(6)において、最初の積分項は、流体内部の一般化エネルギーの値を表し、ポテンシャルエネルギーに類似している。また、境界面のエネルギーの変分は、最後の積分項によって与えられる。そこで、これを以下のように表すことにする。

$$\delta H = \delta U + \delta H_S \quad (7)$$

$$U = \int_V (\frac{1}{2\rho} \nabla p \cdot \nabla p) dV \quad (8)$$

$$\delta H_S = - \int_S \delta p (\frac{1}{\rho} \nabla p) \cdot d\vec{S} \quad (9)$$

U : 一般化ポテンシャルエネルギー

δH_S : 境界面における一般化エネルギーの変分

有限要素法の定式化を行うにあたって、流体領域を複数の要素に分割し、各要素ごとに未知量である圧力を、次式のように節点圧力と形状関数を用いて表現することで離散化を行う。

$$\mathbf{p} = \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{p}\} = \sum_{i=1}^n N_i p_i \quad (10)$$

ここで、 n は要素の節点数、 $\mathbf{p}$ は要素内の任意座標位置における圧力、 $\{\mathbf{N}\}^T$ 及び N_i は形状関数、 $\{\mathbf{p}\}$ 及び p_i は各要素節点における圧力である。また T はマトリックスの転置を表す。

式(7)、式(8)および式(10)により流体部でのマトリックスが以下のとおり得られる。

$$K_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial p_i \partial p_j} \quad (11)$$

ここで、 K_{ij} は圧力 p の自由度に関する一般化剛性マトリックスとなる。

これらの一般化剛性マトリックス K_{ij} を全要素について重ねあわせることで、流体部に関する全体方程式を以下のように得る。

$$[K_{ij}]\{p_j\} = \{I_i\} \quad (12)$$

ここで I_i は節点における一般化力を表すが、本解析においては、流体境界面において考慮を要する。

式(1)および式(9)より、

$$I_i = \int_{S_i} (\frac{1}{\rho} \nabla p) \cdot d\vec{S} = - \int_{S_i} (\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{g}) \cdot d\vec{S} \quad (13)$$

S_i : 節点 i に対応する境界面積

まず、流体と剛壁が接する境界面を考えると、 $\ddot{\mathbf{u}} \cdot d\vec{S} = 0$ となる。また、 $\mathbf{g}$ による項は静水圧効果をあらわしており、動水圧のみを問題とする本解析においては無視できる。結局、剛壁と接する面においては、 $I_i = 0$ となる。

次に、浮体と流体とが接する面 (移動境界面) について考える。要素の法線方向の流体変位 (= 浮体変位) を u_{ni} とすれば、

$$u_{ni} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \ddot{\mathbf{u}} \cdot d\vec{S} \quad (14)$$

これを式(13)に代入すれば、

$$I_i = -S_i \cdot \ddot{u}_{ni} \quad (15)$$

ただし、式(13)における $\mathbf{g}$ による項は静水圧項であり無視した。

また、流体から浮体に作用する外力については、微小変位理論に基づけば、次のように定式化できる。

$$f_{ni} = S_i(p_i - \rho g u_{ni}) \quad (16)$$

$$f_{ti} = 0 \quad (17)$$

f_{ni} : 各要素の法線方向の外力

f_{ti} : 各要素の接線方向の外力

ただし、 g は重力加速度の大きさをあらわす。

式 (15)~(17) をまとめて、浮体と流体との接合面における要素方程式は次式に示す様な、未知数として変位と圧力を含む方程式となる。

$$\begin{Bmatrix} f_{ti} \\ f_{ni} \\ I_{ib} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_i & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{ti} \\ \ddot{u}_{ni} \\ \ddot{p}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho g S_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{ti} \\ u_{ni} \\ p_i \end{Bmatrix} \quad (18)$$

上式において $-\rho g S_i$ は浮力による静水圧的復元力を表す項である。

自由表面では、圧力が線形で変化すると仮定すれば、

$$p = -\vec{u} \cdot \nabla p = \vec{u} \cdot \rho(\vec{g} + \ddot{\vec{u}}) \approx \rho \vec{u} \cdot \vec{g} \quad (19)$$

微小変位 (微小振幅波) を仮定しているので、自由表面の法線方向と重力ベクトルの方向が一致する。ゆえに式 (19) を利用して、

$$\vec{u} \cdot d\vec{S} = \vec{u} \cdot (dS \vec{g}) = \frac{dS}{g} \vec{u} \cdot \vec{g} = \frac{dS}{\rho g} \ddot{p} \quad (20)$$

と表せる。従って、一般化力は次式で表される。

$$I_i = - \int_{S_i} \frac{1}{\rho g} \ddot{p} dS - \int_{S_i} \vec{g} \cdot d\vec{S} \quad (21)$$

ここで、各要素の節点圧力を、

$$p_i = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} p dS \quad (22)$$

と仮定し、式 (15) と同様に静水圧効果の部分を見捨てる。自由表面での一般化力は、次式で得ることができる。

$$I_i = - \frac{1}{\rho g} S_i \ddot{p}_i \quad (23)$$

以上で求めたマトリクス成分を、構造物の有限要素モデルから得られる剛性マトリクス・質量マトリクスとともに重ね合わせ全体方程式とした上で、変位と圧力を含む未知ベクトルに関してこの全体方程式を解けばよい。

3. 解析方法

解析には、汎用有限要素法プログラムである NASTRAN⁸⁾を用いることとし、モデルを浮体部・流体部・自由表面・浮体部と流体部の接合面に分けて考える。ここで浮体部の有限要素としては NASTRAN に用意されている線形軸対称要素 (TRIAX6 要素; 1 節点あたり並進 2 自由度成分を有する)⁸⁾を用いたが、他の要素 (流体部・自由表面・結合面) はそれぞれ本研究で作成したプログラムにより要素マトリクスを生成し DMIG 命令 (Direct Matrix Input at Grid point) により全体マトリクスに重ね合わせた。また、流体部のマトリクスに関しては、4 節点線形軸対称要素として定式化をおこなった。

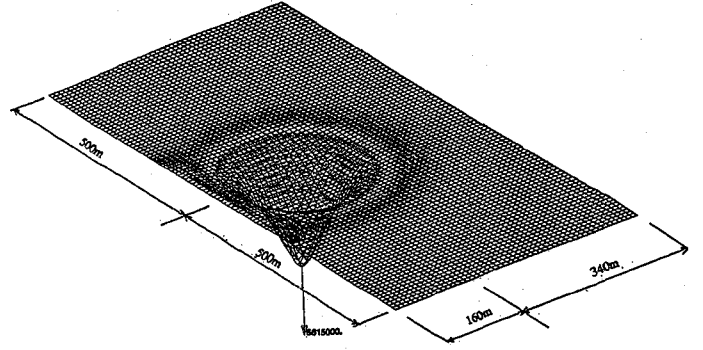


図-1 静解析による浮体変形図

一般に周波数領域での解析においては、流体部と弾性体部をそれぞれ独立に解くことが可能だが、前章での定式化のとおり、過渡応答解析においては両者を独立して解くことはできず、弾性体部の変位と流体部の圧力を同時に未知量として解析する必要がある。本研究で使った NASTRAN においては、1 節点あたり、移動変位が 3 つ、回転変位が 3 つの合計 6 自由度で構成されているが、前章の解析理論では、流体部分に関して新たに圧力を未知量として考慮することが求められる。

そこで本研究では、軸対称要素において未使用となっている変位の自由度を拘束せずに、これを圧力の自由度として利用することで対応した。本方法によれば、構造物に関するマトリクスは NASTRAN により作成し、これにあらかじめ別プログラムで作成した流体部・自由表面・結合面のマトリクスを重ね合わせるにより、流弾性解析が容易に実行できる。

4. 解析モデル

本解析で対象とする実機相当モデルは、長さ 5,000 m、幅 500 m、高さ 4 m、喫水 0.72 m の諸元を有する鋼製ポンツーン浮体である。本モデルの断面 2 次モーメントを、 $I = 0.1 \text{ m}^4/\text{m}$ と想定し、 $EI = 2.06 \times 10^{10} \text{ Nm}^2/\text{m}$ の曲げ剛性を設定する。

まず、この部分モデル (長さ 1,000 m、幅 500 m) の着陸点相当位置に B747 機の着陸時荷重に相当する 675 tf の静荷重⁵⁾を与えた時の有限要素解析による変形図を図-1 に示す。

同図より、載荷点を対称軸としたほぼ軸対称な変形状状となっていることから、本解析においてはこれを、軸対称モデルとしてモデル化することにする。すなわち、図-2 の様な有限の円筒形水槽を想定し、この水槽の中心に円板を浮かべることで軸対称モデルとしてのモデル化を行う。ここで水槽が有限であるための影響が懸念されるが、これに関しては水槽を十分大き

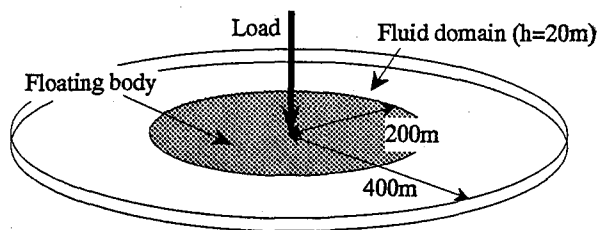


図-2 軸対称浮体モデル

表-1 解析モデルの諸元

断面 2 次モーメント I (m^4/m)	0.0311
ヤング率 E (N/m^2)	6.617×10^{11}
ポアソン比 ν	0.3
流体密度 ρ (kg/m^3)	1,025
重力加速度 g (m/sec^2)	9.8
喫水 d (m)	0.72
浮体質量 m (kg/m^2)	738
水深 h (m)	20

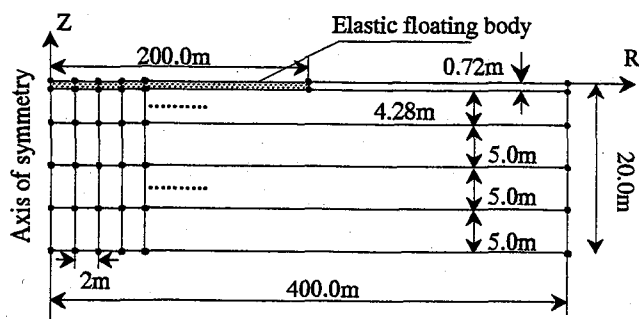


図-3 有限要素分割図

なものとし、着陸時の造波が境界壁において反射されることによる反射波の影響がでない想定される短時間での過渡応答について考えるものとする。また浮体モデルの静水圧による復元力は式 (18) によりマトリクスの形で考慮できるが、ここでは円板下面の節点に復元バネを取り付けることにより構造モデルとして入力した。

本モデルの構造諸元ならびに諸定数を表 1 に示す。ここで、構造物モデルは等価な曲げ剛性を有する全没水浮体モデルとし、浮体部分における要素分割数を減らしている。

また、有限要素法による要素分割は図-3 に示す通り行った。

つぎに荷重に関しては航空機の着陸荷重を想定した衝撃による挙動の解析を目的としているが、実機浮体空港に作用する荷重の特性については、現在のところ

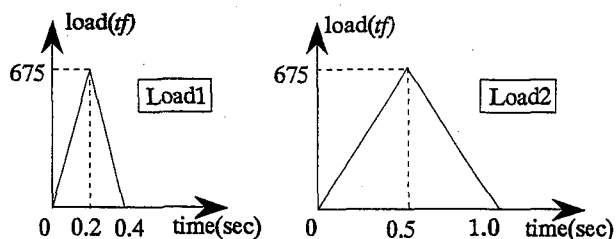


図-4 荷重モデル

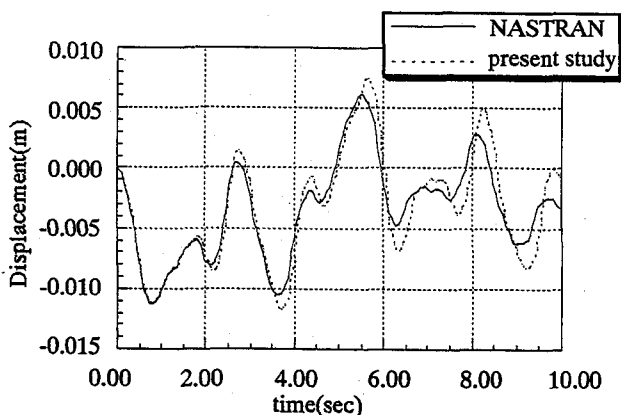


図-5 解析モデルの検証

明らかにされておらず、これをモデル化することは困難である。そこで本研究では、過渡応答解析における着陸荷重のモデルとして、文献⁵⁾に示される 4 つの荷重パターンの内、図-4 に示す 2 つの荷重パターンを採用した。

解析には、NASTRAN の直接積分法による過渡応答解析機能を利用したが、これは、Newmark β 法において $\beta = 1/3$ とし、また荷重に関して 3 ステップ分の平均値を採用したものに相当する⁸⁾。タイムステップに関しては、十分な収束値が得られることを確認した上で、 $\Delta t = 0.05$ 秒を標準値として採用している。

5. 解析結果

(1) 本解析法の検証について

本解析法を検証するため、NASTRAN に用意されている流力弾性解析機能により、同じ軸対称モデルに関しての解析をおこなった。なお、NASTRAN 標準機能としての流力弾性解析は軸対称問題に限られているが、本研究による手法は断面 2 次元問題、あるいは 3 次元問題への拡張も容易であることを付記する。

検証には荷重パターンは Load2 を用いて行い、荷重載荷点での応答変位について注目した。両者の解析の結果の比較を図-5 に示す。

時間が経過するにつれて検証モデルの応答変位の減少が大きくなっているが、荷重載荷後短時間では良く

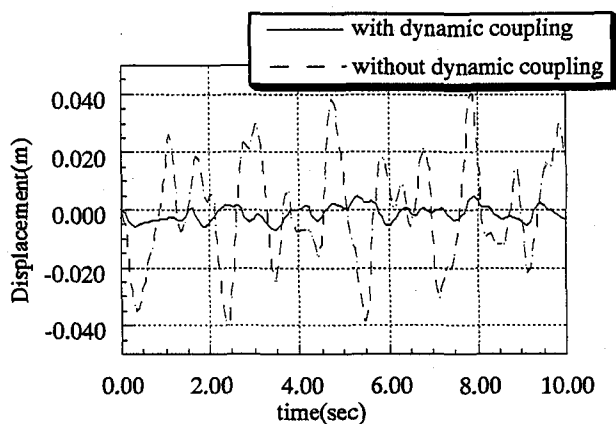


図-6 Load1 による載荷点の応答変位

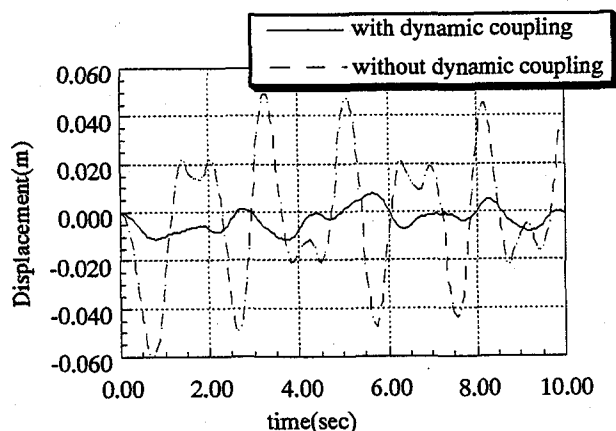


図-7 Load2 による載荷点の応答変位

一致していることが認められる。以上の結果より本解析モデルによる結果は信頼できると判断した。約5秒以降に関しては両者の値に誤差があるので解析の結果においては誤差を若干含むものであると考えることとする。

(2) 付加質量の影響について

先に求めたマトリクスによる付加質量の効果を見るために DMIG 命令によってマトリクスを考慮する場合と考慮しない場合とを比較して解析を行った。これらの結果について荷重載荷点の数値解析例を荷重載荷直後より 10 秒間計算し、その応答変位をグラフに示した。Load1 での応答変位を図-6 に、Load2 での応答変位を図-7 に示す。

両者のグラフについて見られるように付加質量を考慮した場合、考慮しない場合と比較して明らかに変化が見られ応答の減少があることが認められる。Load2 の荷重パターンを採用した場合、付加質量を考慮しない時は最大変位は 5.98 cm であったが、付加質量を考慮したあとでは 1.167 cm となり約 80 % の減少が認められる。また時刻歴解析における流体力を表すマトリクスの生成が今回の目的の一つであったが、以上のよ

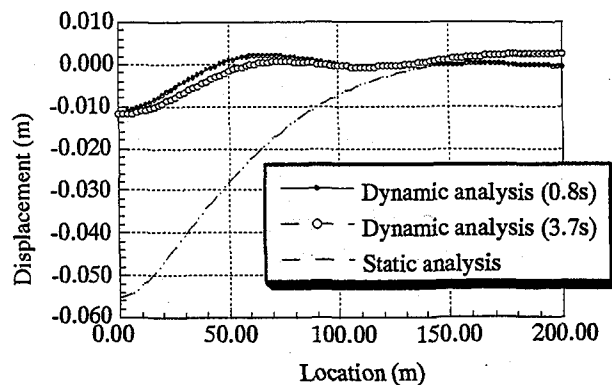


図-8 最大変位時の浮体応答

うに本研究での解析理論により導いたマトリクスが付加質量の効果を十分示している。

(3) 浮体の応答形状について

荷重パターンとして Load2 を採用した時、付加質量を考慮した場合には荷重載荷後約 0.8 秒後及び 3.7 秒後に最大変位を与えている。この時の浮体の応答形状を図-8 に示し、静荷重を与えたときの応答形状と比較した。

ここで荷重は鉛直下向き方向に与えられているにもかかわらず、半径 70 m 付近では鉛直上向き方向の変位が生じている。半径 70 m 付近での上向き変位は付加質量を考慮した過渡応答解析においてのみ見られる現象であり、浮体下面に流体が存在するため起こる特有のものであると考えられる。この点においても今回算出したマトリクスは動解析における流体の特性を十分に表現していると思われる。

(4) PAPI に対する検討

航空機が浮体式海上空港に着陸する際の安全性に関わる問題として、進入角指示灯 (PAPI) が航空機着陸時に生じる衝撃によって受ける影響の評価がある。

進入角指示灯 (PAPI) は航空機の着陸時における進入角のずれをパイロットに伝えるもので、最適進入角は 30° とされているが、浮体空港ではこの角度が先行機の着陸の衝撃による撓み及び振動で誤差が生じることが問題となっている。ここで PAPI においては「設定角に 1 分 ($=0.017^\circ$) 以上の誤差が発生したとき、適正な角度に修正する必要がある。」⁹⁾ ので、図-9 に示されるような PAPI ユニットの Y 軸回りの傾斜を調べて適正な角度であるかどうかの評価及び対策が求められている。

そこで、航空機着陸時の動的応答が浮体空港の進入角指示灯に及ぼす影響についての検討を本解析結果に基づき行う。本研究では、進入角指示灯に受ける誤差を載荷点と半径方向に 50 m 離れた点との変位差から

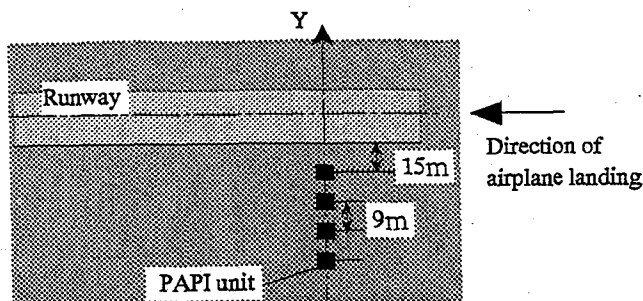


図-9 進入角指示灯について

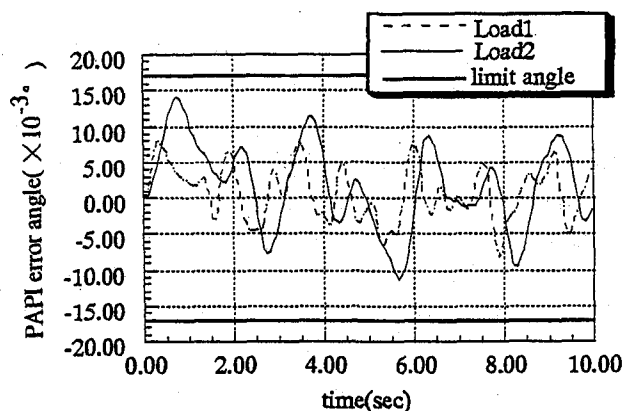


図-10 PAPI 誤差角と許容値

算出した。まず解析モデルに 675 tf の静荷重を載荷したときの誤差角を算出すると

$$(5.5156 - 2.8020)/5000 = 5.4272 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0.0311^\circ$$

となる。これは進入角指示灯の許容誤差角の 0.017° をかなり上回る結果となっている。つぎに付加質量を考慮した過渡応答解析を行いそのときの進入角指示灯に生じる誤差角の変化を図-10 に示した。

それぞれの荷重パターンについて最大誤差角を算出すると Load1 では

$$(0.5843 + 0.1212)/5000 = 1.4110 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0.0081^\circ$$

となり 0.35 秒後に与えられている。Load2 では 0.75 秒後に最大誤差角を生じているので

$$(1.1128 + 0.1174)/5000 = 2.4603 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0.0141^\circ$$

となる。

以上の結果より静解析の結果は進入角指示灯の許容値を超えており、過渡応答解析においては Load1, 2 に対しては進入角指示灯は許容値 0.017° 以内の誤差しか生じていない。

6. 結論

- 汎用構造解析有限要素法プログラム (NASTRAN) を利用して、浮体構造物の時間領域での流力-弾性応答解析を行うことが可能であり、その妥当性及び解析結果が保証された。
- 衝撃荷重における最大変位は載荷直後にあらわれていることより進入角指示灯の受ける影響については、本研究で用いた荷重モデルに対しては短時間での解析でも十分な結果が得られることがわかった。
- 付加質量マトリクスを考慮することで、これを考慮しない場合より衝撃荷重に対する応答はかなり低減することがわかった。

参考文献

- Newman, J.N.: Wave effects on deformable bodies, Applied Ocean Research, Vol. 16, No. 1, pp. 47-59, 1994.
- Mamidipudi, P. and Webster, W.C.: The motions performance of a mat-like floating airport, Hydroelasticity in Marine Technology, (eds.) Faltinsen, et. al., pp. 363-375, 1994.
- Wang, S.Q., Erteken, R.C., van Stiphout, A.T.F.M. and Ferier, P.G.P.: Hydroelastic-response analysis of a box-like floating airport with a shallow draft, Proc. of the Fifth International Offshore and Polar Engineering Conference, pp. 145-152, 1995.
- Utsunomiya, T., Watanabe, E., Wu, C., Hayashi, N., Nakai, K. and Sekita, K.: Wave response analysis of a flexible floating structure by BE-FE combination method, Proc. of the Fifth International Offshore and Polar Engineering Conference, pp. 400-405, 1995.
- 宝田直之助:「超大型海洋構造物のテクノロジー・アセスメント」の1例(その5), 日本造船学会誌, 第642号, pp. 20-37, 1982.
- Newman, J.N.: The approximation of free-surface Green functions, Wave Asymptotics, (eds.) Martin, P.A. and Wickham, G.R., pp. 107-135, 1992.
- Mei, C.C.: The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, Chapter 7, World Scientific Publishing Co., 1989.
- MacNeal, R.H.: NASTRAN Theoretical Manual, The MacNeal-Schwendler Corporation, 1969.
- マリフフロート推進機構: 浮体式海上空港の提案, 1994.

(1996 年 9 月 6 日 受付)