

異樹種複合集成材の弾塑性解析と実験

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS AND TESTS OF TWO-SPECIES LAMINATED TIMBER BEAMS

長谷部 薫^{*}, 薄木 征三^{**}
 Kaoru HASEBE and Seizo USUKI

^{*} 工博 秋田大学助教授 鉱山学部土木環境工学科 (〒010 秋田市手形学園町1-1)

^{**} 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木環境工学科 (〒010 秋田市手形学園町1-1)

This paper presents an elastic-plastic analysis of glued laminated timber beam composed of two wood species. In this beam, the concept of developing beam stiffness using lower stiffness species for the inner timber laminations and higher stiffness species for the outer timber laminations are used. The glued laminated timber made of Douglas Fir outer laminas and Japanese Cedar inner laminas are modeled to three-layer beam. The deflections in the elastic-plastic range due to bending and shear are calculated by using the virtual work principle. For Douglas Fir and Japanese Cedar, bi-linear stress-strain relationships are assumed, and the strain is linearly distributed in the cross section of timber beam as a result of bending up to failure. The numerical solutions are compared with the test results.

Key Words : glued laminated timber, elasto-plastic, shear deformation

1. まえがき

近年、構造用集成材が橋梁の主構造材料として使用されるようになり、欧米はもとより国内各地においても公園内の歩道橋や林道橋が建設されている。集成材はり是一般に同一樹種のラミナ（ひき板）を用いて製造されているが、はりの曲げ剛性と耐力を高めるため、圧縮側と引張側の外層材に高品質高強度のラミナを配置し、断面中央部の内層材に同一樹種で低品質強度のラミナを用いて構成される。しかし、異樹種のラミナ間における強度および品質の差異は、同一樹種間におけるそれらより一般に大であり、間伐材等の低品質材と米松等の高強度の異樹種材を複合化することにより、集成材の力学的性質を改良することができる。JAS¹⁾（日本農林規格）においては、異樹種ラミナの接着は禁止されていないが、異樹種複合集成材に関する規定はない。間伐材等の低品質材を活用するためにも、異樹種複合集成材に関する資料を蓄積して設計規準を作成することが必要であると思われる。

異樹種複合集成材の強度性状に関する研究は、国内外で古くから行われており、曲げ剛性と曲げ耐力およびせん断耐力についての研究成果が報告されている。複合集成材はりの終局曲げ強さに関する報告によると、応力-ひずみ曲線をもとに、はり断面内のひずみ分布の直線性を仮定することにより、終局曲げ強さが評価できるとされている。森ら²⁾は、異樹種複合集成材が曲げを受ける

場合の、弾性状態と終局状態を対象として設計計算式を提案し、なら（広葉樹）と杉（針葉樹）およびぶな（広葉樹）と杉を用いた2種類の複合集成材の実験を行うことにより、設計式が実験結果とよく適合することを示している。沢田³⁾は、2層はりとはり3層はりを対象として終局曲げ強さ理論を展開し、森らによる実験結果との適合性が高いことを報告している。この理論では、弾性状態から終局状態までの断面内応力分布の進展を考慮し、終局時に圧縮応力に対して完全弾塑性、引張応力に対しても完全弾塑性とする応力-ひずみ関係を仮定している。Curry⁴⁾は、3層はりの終局状態を対象として圧縮側で完全弾塑性、引張側で弾性として終局モーメントを求め、終局時のせん断応力を示している。Ethington⁵⁾は、沢田と同様に断面内応力分布の進展を考慮しているが、終局時は圧縮側で完全弾塑性、引張側で弾性と仮定して理論を展開し、沢田が示したと同様な塑性域におけるせん断応力を示している。

これまでの研究報告では、異樹種複合集成材の曲げ強度とせん断強度に関する報告は多数行われているが、弾塑性状態のはりのたわみについては言及していない。著者ら⁶⁾はすでに、合成集成材桁の弾塑性状態における曲げとせん断によるたわみを求めており、また、複合集成材の各層のヤング係数とせん断弾性係数を評価する方法について報告している⁷⁾。ここではこれを進展させ、異樹種複合集成材を三層はりにモデル化して弾塑性解析を

行い、破壊に至るまでの曲げとせん断によるはりのたわみを求めた。また、米松（針葉樹）を外層部に、杉を内層部に用いて試作した複合集成材を用いて模型実験を行うことにより本解析法の検証を行った。

2. 応力分布と塑性域

2 軸対称断面を対象とし、曲げとせん断を受ける 3 層はり集成材桁を考える。ここで、圧縮側外層材と内層材のヤング係数比 E_1/E_2 と圧縮強さ比 σ_{c1}/σ_{c2} の関係は、 $E_1/E_2 \geq \sigma_{c1}/\sigma_{c2}$ の一般的な場合を対象とする。図-1 は、杉と米松の応力-ひずみ関係を示しており、圧縮側では完全弾塑性、引張側では破断点まで直線関係とする、bi-linear 形のモデルを採用する。材料試験によると、引張試験側では破断点まではほぼ直線で、圧縮側では圧縮ひずみのひずみ軟化が見られるがその程度は大きくなく、ここでは完全弾塑性にモデル化する。また、破壊に至るまで曲げによる断面内直ひずみ分布は線形と仮定する。

図-2(a)に示すように、はり上縁の外層材の応力度が圧縮強さ $-\sigma_{c1}$ になるまでは弾性であるが、荷重を増加すると、(b)に示すように圧縮側外層材の応力度が $\sigma_z = -\sigma_{c1}$ となり塑性化を始める。圧縮側外層材が全塑性化後、内層材上縁の応力が $-\sigma_{c2}$ になるまでは(c)の応力分布のまま推移するが、荷重の増加とともに(d)に示すように、圧縮側内層材が塑性化を始める。終局時は、引張縁の外層材が引張強さ σ_t に達するとき、あるいは圧縮縁のひずみが図-1 の $-\epsilon_{cu}$ になると崩壊すると考える。

図-2(c)' は、 $E_1/E_2 < \sigma_{c1}/\sigma_{c2}$ の場合の応力分布を示しているが、圧縮側外層材が全塑性化する前に圧縮側内層材も一部塑性化する応力分布となっている。木構造計算規準・同解説⁸⁾によると、外層材になら等の広葉樹ラミナを用い、内層材に針葉樹ラミナを用いた複合集成材の場合(c)'の応力分布が考えられるが、ここでは上述のようにこの場合については対象外とする。

圧縮側外層材が全塑性化するまでは、図-2(b)の応力分布から、弾性部の応力と塑性部の応力 σ_z が次式で示される。

$$\sigma_z = -\sigma_{c1} \quad (-e \leq x \leq -c) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_i}{E_1} \\ &= \frac{(x-\eta)\sigma'_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_i}{E_3} \quad (-c \leq x \leq c_3) \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 $c(z)$ =弾塑性境界の位置、 $\eta(z)$ =断面重心から中立軸までの距離、 e, c_3 =重心から、圧縮側上縁と引張側下縁までの距離、 $\sigma'_{c1} = E_3$ を基準としたときの $c(z)$ における応力、 $E_i = E_1, E_2, E_3$ で、3 層はり各層のヤング係数である。

曲げによる断面内の直ひずみ分布は、破壊に至るまで線形と仮定すると、図-2(e)より(b)と(c)および(d)の応力分布に対して弾性部と塑性部において

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{(x-\eta)}{(\eta+c)} \frac{\sigma_{c1}}{E_1} = \frac{(x-\eta)}{(\eta+c)} \frac{\sigma'_{c1}}{E_3} \\ &= \frac{(x-\eta)}{(\eta+c)} \frac{\sigma_{c2}}{E_2} \quad (-e \leq x \leq c_3) \quad (3) \end{aligned}$$

断面に生じる軸力 $N (=0)$ と、曲げモーメント M は、図-2(b)の弾塑性状態に対して式(1)、(2)を用いると

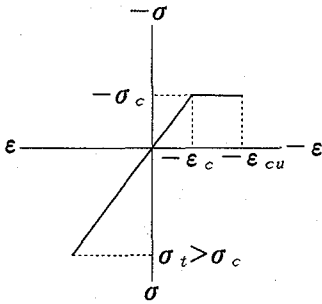


図-1 応力-ひずみ関係

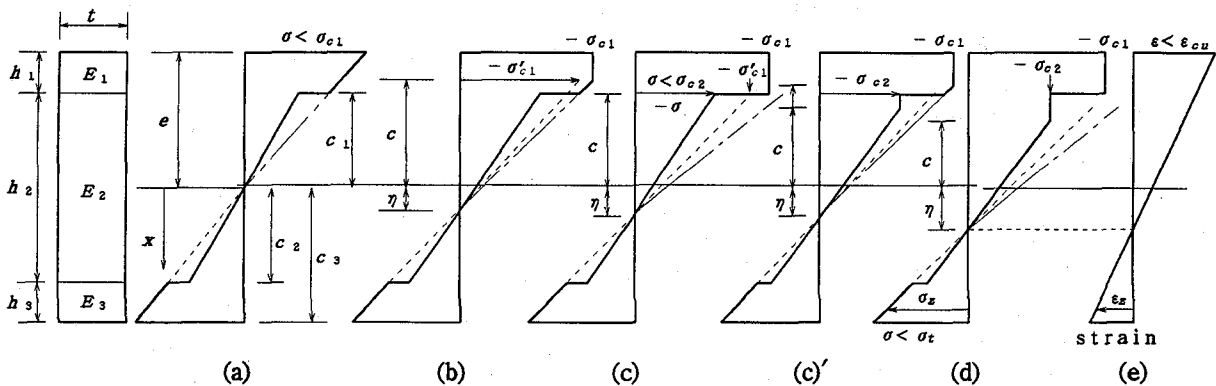


図-2 3層はりの断面内応力分布とひずみ分布

$$N = \int_F \sigma_z dF = \int_{-e}^{-c} -\sigma_{c1} t dx + \int_{-c}^{c_1} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_1}{E_1} t dx + \int_{-c_1}^{c_2} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_2}{E_1} t dx + \int_{c_2}^{c_3} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_3}{E_1} t dx = 0 \quad (4)$$

$$M = \int_F \sigma_z x dF = \int_{-e}^{-c} -\sigma_{c1} x t dx + \int_{-c}^{c_1} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_1}{E_1} x t dx + \int_{-c_1}^{c_2} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_2}{E_1} x t dx + \int_{c_2}^{c_3} \frac{(x-\eta)\sigma_{c1}}{(\eta+c)} \frac{E_3}{E_1} x t dx = M(z) \quad (5)$$

ここで、 F = 断面積、 t = 3層はりの断面の幅、 c_1, c_2 = 断面重心から内層部の上縁と下縁までの距離、 $n_1 = E_2/E_1$ 、 $n_2 = E_3/E_1$ である。

式(4)から η を求め式(5)に代入し積分すると η と c が次式のように得られる。

$$\eta = \frac{c^2 - 2ec + B_1}{A_1} \quad (6)$$

$$A_1 t \sigma_{c1} c^3 - (D_1 - 6M) c^2 + \{2D_1 e - 3A_1 t \sigma_{c1} e^2 + 6(A_1 - 2e)M\} c - B_1 (D_1 - 6M) - 2A_1 t \sigma_{c1} \times \{c_1^3(n_1 - 1) + c_2^3(n_1 - n_2) + c_3^3 n_2\} = 0 \quad (7)$$

ここで、

$$A_1 = 2\{e - c_1 + n_1(c_2 + c_1) + n_2(c_3 - c_2)\} \\ B_1 = c_1^2 + n_1(c_2^2 - c_1^2) + n_2(c_3^2 - c_2^2) \\ D_1 = 3t\sigma_{c1}\{e^2 + c_1^2(n_1 - 1) + c_2^2(n_2 - n_1) - n_2 c_3^2\} \quad (8)$$

式(7)は、 c に関する3次式であるので、弾塑性境界 c はニュートン法を用いて求める。

断面の圧縮側外層部が全塑性化すると、内層部が塑性化を始めるまでは、 c は定数となり $c = c_1$ である。この場合、式(2)と式(3)で σ'_{c1} を未知数とし、式(4)と(5)から η と σ'_{c1} が得られる。図-2(c)の状態に対して、

$$\eta = \frac{-c_1 \kappa + \{c_2^2 - c_1^2 + n_3(c_3^2 - c_2^2)\} \sigma'_{c1}}{\kappa + 2\{c_2 + c_1 + n_3(c_3 - c_2)\} \sigma'_{c1}} \quad (9)$$

$$\sigma'_{c1} = -\frac{H_2}{H_1} \quad (10)$$

ここで、 $n_3 = E_3/E_2$ 、 $\kappa = 2n_3\sigma_{c1}(e - c_1)$

$$H_1 = 4t\{c_1 + c_2 + n_3(c_3 - c_2)\} \\ \times \{(c_2^3 + c_1^3) + n_3(c_3^3 - c_2^3)\} \\ - 3t\{c_2^2 - c_1^2 + n_3(c_3^2 - c_2^2)\}^2 \\ H_2 = 2n_3 t \sigma_{c1}(e - c_1)[n_3\{2(c_3^3 - c_2^3) \\ - 3c_1(c_2^2 - c_3^2)\} + (c_2 + c_1)^2(2c_2 - c_1)] \\ + 3n_3\{t\sigma_{c1}(e^2 - c_1^2) - 2M\} \\ \times \{(c_2 + c_1)^2 + n_3(c_3 - c_2)(2c_1 + c_2 + c_3)\} \quad (11)$$

次に、図-2(c)において、さらに荷重が増加し内層部が塑性化を始めた後の応力は、図-2(d)の応力分布より

$$\sigma_z = -\sigma_{c1} \quad (-e \leq x \leq -c_1) \quad (12)$$

$$\sigma_z = -\sigma_{c2} \quad (-c_1 \leq x \leq -c) \quad (13)$$

$$\sigma_z = \frac{(x-\eta)\sigma_{c2}}{(\eta+c)} \frac{E_i}{E_2} \quad (-c \leq x \leq c_3) \quad (14)$$

ここで、 $E_i = E_2, E_3$ である。この時の η と c は、上記と同様な方法により、次式で与えられる。

$$\eta = \frac{\sigma_{c2} c^2 + 2\{\sigma_{c1}(c_1 - e) - \sigma_{c2} c_1\} c + B_2}{A_2} \quad (15)$$

$$A_2 t \sigma_{c2} c^3 + \sigma_{c2}(6M - D_2) c^2 \\ + [2(6M - D_2)\{\sigma_{c1}(c_1 - e) - \sigma_{c2} c_1\} + 6A_2 M \\ - 3A_2 t\{\sigma_{c1}(e^2 - c_1^2) + \sigma_{c2} c_1^2\}] c \\ + B_2(6M - D_2) \\ - 2A_2 t \sigma_{c2}\{c_2^3 + n_3(c_3^3 - c_2^3)\} = 0 \quad (16)$$

ここで、

$$A_2 = 2\{\sigma_{c1}(e - c_1) \\ + \sigma_{c2}(c_1 + c_2) + n_3\sigma_{c2}(c_3 - c_2)\} \\ B_2 = \sigma_{c2}\{c_2^2 + n_3(c_3^2 - c_2^2)\} \\ D_2 = 3t\{\sigma_{c1}(e^2 - c_1^2) + \sigma_{c2}(c_1^2 - c_2^2) \\ + n_3\sigma_{c2}(c_2^2 - c_3^2)\} \quad (17)$$

3. 曲げによる変位

前節で求めた結果を用い、弾塑性状態にある3層はりの曲げによる変位を求める。

図-3の単純ばりに2点集中荷重が作用するときの、支間中央の曲げによる変位を u_b 、はり内部の応力とひずみを (σ, ε) とし、支間中央に仮想単位力 $P=1$ を作させた弾性はり内部の応力とひずみを $(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})$ とすると、弾塑性状態で補仮想仕事の原理は

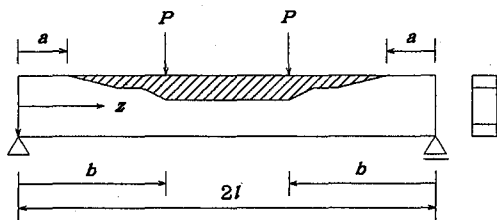


図-3 弾塑性境界

$$1 \cdot u_b = \int_V \bar{\sigma} \varepsilon dV = 2 \int_0^a \bar{\sigma} \varepsilon dF dz + 2 \int_a^b \bar{\sigma} \varepsilon dF dz + 2 \int_b^l \bar{\sigma} \varepsilon dF dz \quad (18)$$

ここで、 V =体積、 a =弾塑性境界の位置、 b =支点から荷重点までの距離である。

弾性域 $0 \leq z \leq a$ において、3層はりの引張側外層部に換算した断面二次モーメント

$$I_v = \sum \int_F x^2 (E_i / E_3) dF; i = 1, 2, 3$$

を用いると、ひずみは $\varepsilon = xM / (E_3 I_v)$ 、弾塑性域 $a \leq z \leq l$ において式(3)が成り立つ。仮想の状態での曲げモーメントを $\bar{M}$ とすると、 $0 \leq z \leq l$ において $\bar{\sigma} = x \cdot \bar{M} \cdot E_i / (E_3 \cdot I_v)$ であり、これらを式(18)に代入すると次式ようになる。

$$\begin{aligned} u_b &= 2 \int_0^a \frac{M \bar{M}}{E_3 I_v} dz + 2 \int_a^b \frac{\sigma_{e1} \bar{M}}{E_1 (\eta + c)} dz \\ &\quad + 2 \int_b^l \frac{\sigma_{e1} \bar{M}}{E_1 (\eta_b + c_b)} dz \\ &= \frac{P a^3}{3 E_3 I_v} + \frac{\sigma_{e1}}{E_1} \int_a^b \frac{z}{(\eta + c)} dz \\ &\quad + \frac{\sigma_{e1} (l^2 - b^2)}{2 E_1 (\eta_b + c_b)} \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 c_b, η_b は、 $z = b$ における値である。式(19)は図-2(b)の状態に対するたわみ式であるが、図-2(c)と(d)の状態に対しては、右辺第2項と第3項の E_1 と σ_{e1} の代わりに E_3 と σ'_{e1} 、 E_2 と σ_{e2} を用いて積分を行う。

はり上縁の応力が圧縮強さ σ_{e1} に達するときの弾塑性境界位置 a におけるモーメントは

$$M = P a = \sigma_{e1} n_2 I_v / e$$

となり、これより a は

$$a = \frac{n_2 I_v \sigma_{e1}}{P e} \quad (20)$$

4. セン断による変位

2節で示した直応力分布を用いてつり合い条件を満たすせん断応力を求め、弾塑性状態にある3層はりのせん断による変位を求める。

(1) セン断応力分布

はり断面部材の微小要素の z 方向のつり合い条件より、せん断応力 τ_{xz} は

$$\frac{\partial (\tau_{xz} b)}{\partial x} = - \frac{\partial (\sigma_z b)}{\partial z} \quad (21)$$

上式を積分し、 $x = -c$ で $\tau_{xz} = 0$ より積分定数を決定すると、

$$\tau_{xz} b = - \int_{-c}^x b \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dx \quad (22)$$

図-2(d)の内層材の一部が塑性化している状態に対し、式(12)~(14)を式(22)に代入して積分を行い整理すると、弾塑性状態にある断面内のせん断応力 τ_{xz} が次式で与えられる。

$$\tau_{xz} = 0 \quad (-e \leq x \leq -c) \quad (23)$$

$$\tau_{xz} = - \frac{S_1}{2} (x^2 - c^2) - S_2 (x + c) \quad (-c \leq x \leq c_2) \quad (24)$$

$$\tau_{xz} = \tau_2 - \frac{n_3 S_1}{2} (x^2 - c_2^2) - n_3 S_2 (x - c_2) \quad (c_2 \leq x \leq c_3) \quad (25)$$

ここで、

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{10} \frac{dc}{dz} \\ &= - \frac{A_2 \sigma_{e2} \{2\sigma_{e2} c + \mu\}}{[\sigma_{e2} c^2 + \mu c + B_2]^2} \frac{dc}{dz} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} S_2 &= S_{20} \frac{dc}{dz} \\ &= - \frac{A_2 (\sigma_{e2} c^2 - B_2) \sigma_{e2}}{[\sigma_{e2} c^2 + \mu c + B_2]^2} \frac{dc}{dz} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\mu = 2\sigma_{e1}(c_1 - e) - 2\sigma_{e2}c_1 + A_2$$

τ_2 は内層部下縁のせん断応力で、式(24)で $x = c_2$ より得られる。図-2(b)と(c)の状態に対するせん断応力は、式(1)と(2)を式(22)に代入することにより得られる。

断面に生じているせん断力 Q は

$$Q = \int_{F_P} \tau_{xz} dF + \int_{F_E} \tau_{xz} dF = \int_{F_E} \tau_{xz} dF \quad (28)$$

ここで、 F_P と F_E は断面内の塑性部分および弾性部分の断面領域を示す。式(28)に式(23)～(25)を代入すると、式(26)と(27)の dc/dz は次式のように得られ、せん断応力がせん断力と断面定数で表示できる。

$$\frac{dc}{dz} = \left[-\frac{S_{10}}{2} \left\{ I_E - c^2 F_2 + \left(\frac{c_2^2 - c^2}{n_3} - c_2^2 \right) F_3 \right\} - S_{20} \left\{ Z_E + c F_2 + \left(\frac{c_2 + c}{n_3} - c_2 \right) F_3 \right\} \right]^{-1} Q \quad (29)$$

ここで、断面定数は以下のような、内層部に換算した弾性部の内層部と外層部の断面積、弾性部の断面一次および断面二次モーメントである。

$$[F_2, F_3] = \int_{F_E} [1, n_3] dF \quad (30)$$

$$[Z_E, I_E] = \sum_i \int_{F_E, i} \left[\frac{E_i}{E_2} x, \frac{E_i}{E_2} x^2 \right] dF \quad (31)$$

($i = 2, 3$)

(2) せん断による変位

曲げによる変位を求める方法と同様に、補仮想仕事の原理を用い、せん断による変位を求める。図-3の単純ばりに2点集中荷重が作用するときの、はり中央点のせん断による変位を u_s 、はり内部のせん断応力とせん断ひずみを (τ, γ) とし、支間中央に仮想単位力 $P=1$ を作用させた弾性はり内部のせん断応力とせん断ひずみを $(\bar{\tau}, \bar{\gamma})$ とする。

$b \leq z \leq l$ の荷重点間において、曲げモーメントが一定ゆえに式(22)で $\partial \sigma_z / \partial z = 0$ となり、荷重点間でせん断ひずみは零となる。これより、弾塑性状態での補仮想仕事の原理は

$$1 \cdot u_s = \int_V \bar{\tau} \gamma dV$$

$$= 2 \int_0^a \bar{\tau} \gamma dF dz + 2 \int_a^b \bar{\tau} \gamma dF dz \quad (32)$$

弾性域 $0 \leq z \leq a$ において、せん断ひずみは $\gamma = \tau/G$ と仮定して

$$\gamma = -\frac{Q}{G_i I_v b} s_x, \quad s_x = \int_{-e}^x x b \frac{E_i}{E_3} dx \quad (33)$$

ここで、 $G_i = G_1, G_2, G_3$ で、各層の木材のせん断弾性係数である。また、弾塑性域 $a \leq z \leq b$ において、塑性部と弾性部のせん断ひずみは、式(23)～式(25)より求めることができる。

仮想状態でのせん断力を $\bar{Q}$ とすると、 $0 \leq z \leq b$ において $\bar{\tau} = -s_x \bar{Q} / (I_v t)$ であるから、これらを式(32)に代入すると、支間中央のせん断による変位は

$$u_s = 2a(u_{sE1} + u_{sE2} + u_{sE3}) + 2 \int_a^b (u_{sP1} + u_{sP2} + u_{sP3}) dz \quad (34)$$

ここで

$$u_{sE1} = \frac{Pb}{120G_1 I_v n_2^3} \times (-3c_1^5 + 10e^2 c_1^3 - 15e^4 c_1 + 8e^5)$$

$$u_{sE2} = \frac{Pb}{8G_2 I_v^2 n_3} \times \left\{ \frac{3c_2^5 - 10c_1^2 c_2^3 + 15c_1^4 c_2 + 8c_1^5}{15n_3^2} - \frac{2(c_1^2 - e^2)(c_1 + c_2)^2(2c_1 - c_2)}{3n_2 n_3} + \frac{(c_1^2 - e^2)^2(c_2 + c_1)}{n_2^2} \right\}$$

$$u_{sE3} = \frac{Pb}{8G_3 I_v^2} \times \left\{ \frac{3c_3^5 - 10c_2^2 c_3^3 + 15c_2^4 c_3 - 8c_2^5}{15} + 2 \left\{ \frac{(c_1^2 - e^2)}{n_2} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{n_3} \right\} \times \frac{(c_3 - c_2)^2(c_3 + 2c_2)}{3} + \left\{ \frac{(c_1^2 - e^2)}{n_2} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{n_3} \right\}^2 (c_3 - c_2) \right\}$$

$$u_{sP1} = 0 \quad (-e \leq x \leq -c)$$

$$u_{sP2} = \frac{b(c_2 + c)^2}{4I_v G_2 n_3} \times \left\{ \frac{S_1}{30} \left[\frac{5(c_1^2 - e^2)(c_2 - 2c)}{n_2} + \frac{(c_2 - 2c)(3c_2^2 - 5c_1^2) + 2c^2(2c_2 - c)}{n_3} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{S_2}{12} \left\{ \frac{6(c_1^2 - e^2)}{n_2} \right. \\
& \left. + \frac{3c_2^2 - 2c_2c + c^2 - 6c_1^2}{n_3} \right\} \Bigg] \\
& \quad (-c \leq x \leq c_2) \\
u_{SP3} = & \frac{b}{4G_3I_v} \left[-\tau_2\alpha(c_3 - c_2) + \frac{(c_3 - c_2)^2}{6} \right. \\
& \times \{ (c_3 + 2c_2)(n_3S_1\alpha - 2\tau_2) + 3n_3S_2\alpha \} \\
& + \frac{n_3S_1}{30}(3c_3^5 - 10c_2^2c_3^3 \\
& \quad + 15c_2^4c_3 - 8c_2^5) \\
& + \frac{n_3S_2}{12}(3c_3^4 - 4c_2c_3^3 \\
& \quad - 6c_2^2c_3^2 + 12c_2^3c_3 - 5c_2^4) \Bigg] \\
& \quad (c_2 \leq x \leq c_3) \quad (35)
\end{aligned}$$

ここで

$$\alpha = \frac{(c_1^2 - e^2)}{n_2} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{n_3}$$

式(35)で示した u_{SP1} , u_{SP2} , u_{SP3} は、図-2(d)の状態に対する結果である。 $a \leq z \leq b$ 間において、図-2(b)、(c)、(d)の応力状態が存在するが、(b)と(c)に対しても上記と同様な方法により解が得られる。

5. 実験結果と数値計算

図-4は、針葉樹集成材1級の異樹種間におけるヤング係数 E 比と許容応力度を基にした圧縮強さ σ 比の関係を示したものである³⁾。以下の数値計算において、 E 比と σ 比を直線関係(図中の実線)とみなし、各ケースごとの外層部と内層部のヤング係数比を基に圧縮強さ比を読みとり、外層部の圧縮強さ $-\sigma_{c1}$ と内層部の圧縮強さ $-\sigma_{c2}$ を推定し計算を行った。

実験で使用した試験体は、長さ6m、22×45cmの長方形断面で米松のラミナを外層に2枚、秋田杉のラミナを10枚、合計14枚のラミナを接着積層した大断面集成材である。実験に用いた供試体は、弾性係数が異なるラミナを複合した集成材4体(ケース1～4)であるが、図-5は、ケース1と4の各ラミナのヤング係数を棒グラフ状に示したものである。図中の E_1 , E_3 は、外層に用いた4枚の米松ラミナのヤング係数の平均値で、 E_2 は内層に用いた10枚の杉の等価ヤング係数⁷⁾である。

実験は写真-1に示したように支間を5.6mとし、支間中央に集中荷重を作用させて曲げ破壊実験を行い、支

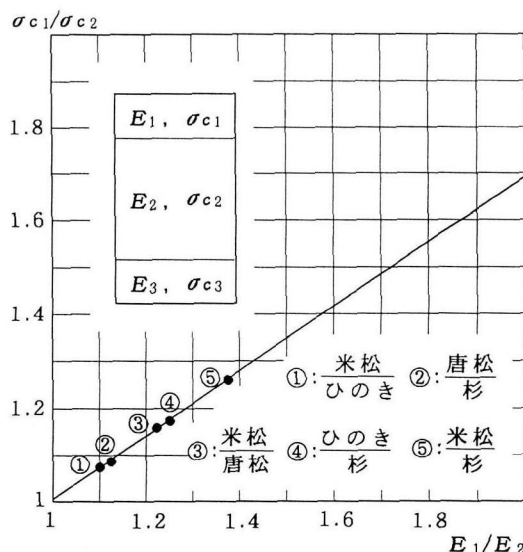


図-4 異樹種間における E 比- σ 比関係

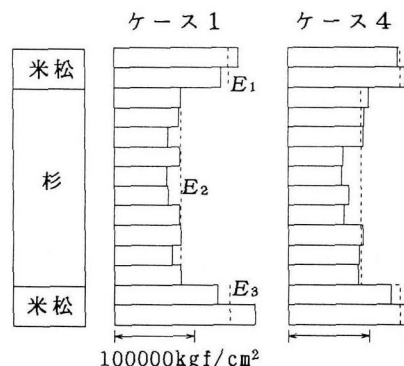


図-5 ラミナのヤング係数

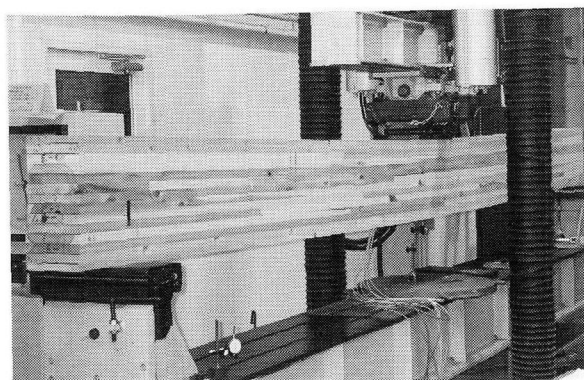


写真-1 曲げ試験

間中央における垂直変位と直ひずみを測定した。図-6は、ケース1～4の荷重と支間中央における変位の関係を示しており、図中の黒丸は実験値、実線は解析値である。図-6(d)のケース4は、支間中央付近の引張側で曲げにより破壊したが、数値計算において外層部の比例限応力度 $-\sigma_{c1}$ を -420kgf/cm^2 とし、図-4より内層部

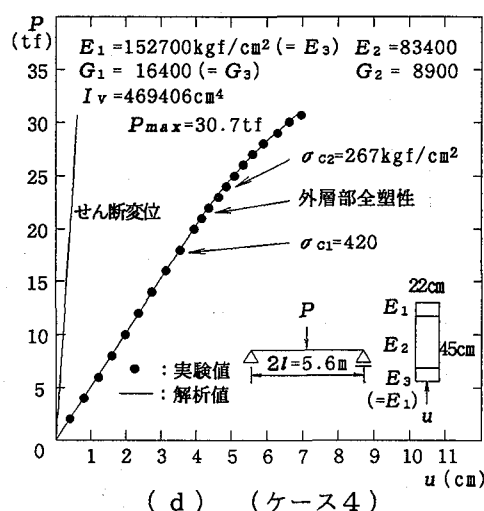
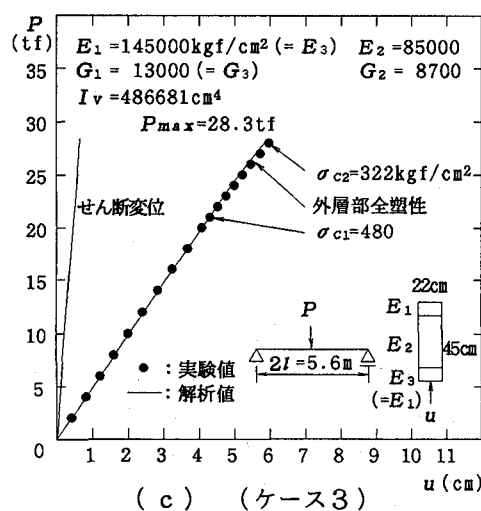
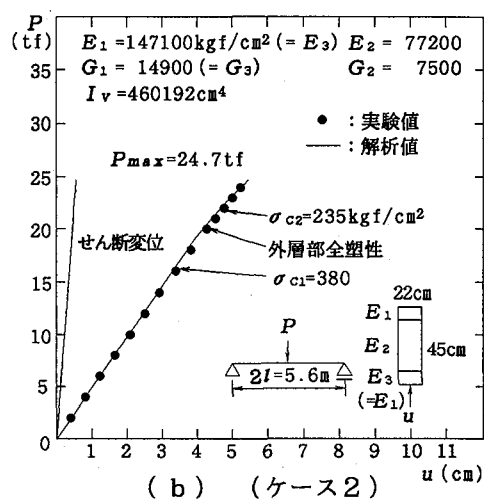
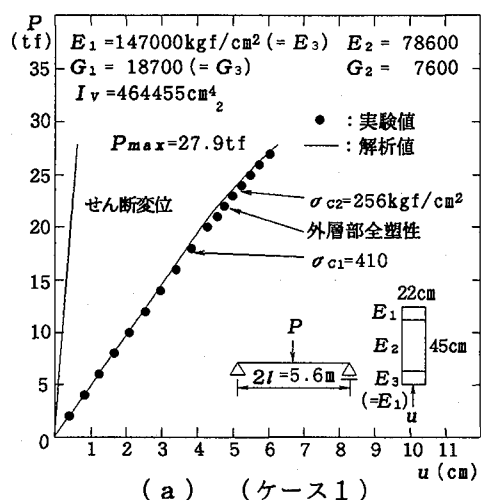
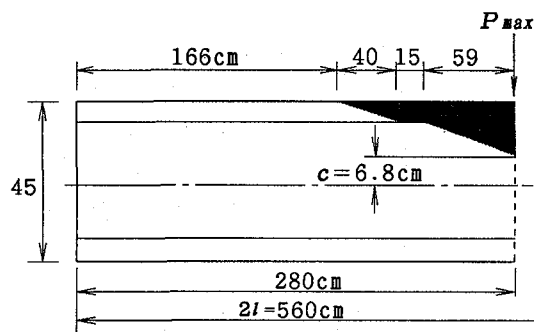


図-6 荷重-変位曲線



の σ_{c2} を -267 kgf/cm^2 と推定した。材料試験によると、圧縮強さは同じ樹種でもバラツキが見られるが、ここで用いた推定値は平均的な値である。これによる解析値と実験値を比較すると、終局時で解析値が実験値より約3%程度小さくなっているが比較的良い対応を示しており、本解析法は実験結果をよく説明し得るものと思わ

れる。図中にはせん断による変位も示しているが、変位に及ぼすせん断変形の影響は、曲げ変位に対し10%程度となっている。

図-7は、2. で示した塑性判定法によるケース4の終局時における塑性域の分布の計算値を示している。図より、外層部の一部が塑性化している域と外層部が全塑性化している域、および内層部の一部が塑性化している域が混在していることが分かる。なお内層部の塑性域は支間長に対し0.2で、外層部の塑性域の広がり支間長に対して0.4である。

図-8は、終局時における載荷点近傍の断面内応力分布の解析値を示している。図中で弾性解を点線で示しているが、下縁部の最大曲げ応力で24%、最大せん断応力で59%弾性解より大きくなっている。実験では下縁部で曲げ破壊を生じたが、木構造計算規準⁹⁾における許容せん断応力度 (杉に対し 9 kgf/cm^2) の3倍を材料強度とみなすと、図に示すように内層部での水平せん断破壊の可能性も考えられる。なお、断面が変断面の場合、2次元

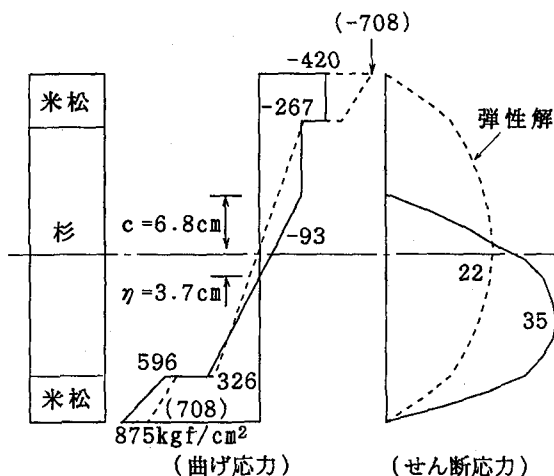


図-8 断面内応力分布図(ケース4、終局時)

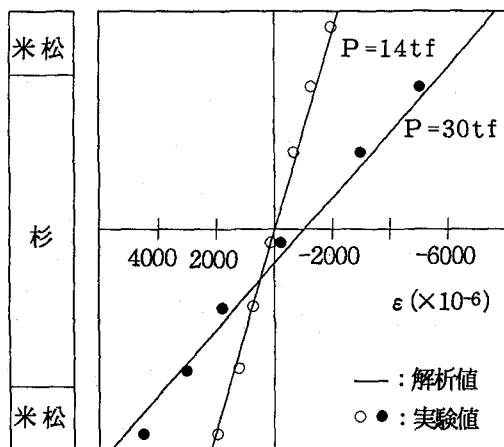


図-9 断面内ひずみ分布(ケース4)

応力状態として破壊規準を考える必要がある。

図-9は支間中央における弾性状態と弾塑性状態の断面内ひずみ分布を示している。実線が式(3)から得られる解析値で、黒丸と白丸が実験値を示しており、弾塑性状態でも断面内のひずみ分布を直線関係とみなしてよさそうである。

6. あとがき

異樹種複合集成材の弾塑性状態における変位を求める手法を示した。圧縮側の外層と内層材の応力-ひずみ関係は完全弾塑性とし、引張側では破断点まで直線関係とするモデルを採用した。複合集成材を三層はりにモデル化し、断面内の応力分布を基に、軸力および曲げモーメントとのつり合いより中立軸の移動と塑性域を求めた。

曲げを受ける弾性はりの補仮想仕事の原理を弾塑性状態のはりへ適用し、曲げによる複合集成材の変位を求めた。また、断面内の直応力分布とつり合うせん断応力を用いて、曲げによる変位を求めるのと同様な手法でせん断による変位を求めた。

米松と杉を外層と内層に用いた異樹種複合集成材の曲げ破壊実験と比較するために、曲げとせん断による変位の解析解を求め比較検討を行った。垂直変位の実験値と計算値は4ケースともほぼ一致しており、本解析法は実験結果をよく説明し得るものと思われる。また、破壊形態は4ケースともに載荷点付近の引張側での曲げ破壊であるが、数値計算より、弾塑性状態におけるせん断応力の増加がみられ、終局状態において曲げ破壊のみならずせん断破壊に対しても留意すべきであると思われる。

ここで用いた、断面内直ひずみ分布を弾塑性状態でも直線とする仮定の妥当性が実験結果より認められ、以上のように、実験の範囲内において本解析法の妥当性が認められた。

参考文献

- 1) 日本合板検査会：構造用大断面集成材の日本農林規格，1987.
- 2) 森徹，浅野猪久夫：異強度材の組合わせによる接着合成ばりの研究，建築学会関東支部第23回研究発表会，1958.
- 3) 沢田稔：矩形断面集成材梁の曲げ破壊係数，農林省林業試験場研究報告，No.71，pp.82-119，1954.
- 4) Curry, W. T. : Laminated Beams from Two Species of Timber, Dept. of Scientific and Industrial Research, Forest Products Research Special Report No.10, pp.1-28, 1955.
- 5) Ethington, R. L. : Stiffness and Bending Strength of Beams Laminated from Two Species of Wood, USDA Forest Service Research Report No.2156, pp.1-28, 1960.
- 6) 長谷部薫，薄木征三：合成集成材桁の弾塑性解析と実験，構造工学論文集，Vol.36A，pp.905-914，1990.
- 7) 長谷部薫，薄木征三，飯島泰男，藤原直之：異樹種複合集成材の弾性係数と強度に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.41A，pp.907-914，1995.
- 8) 日本建築学会：木構造計算規準・同解説，1988.

(1995年9月18日受付)