

構造基本断面の非定常空力特性とフラッター発生機構

ON UNSTEADY AERODYNAMIC CHARACTERISTICS AND MECHANISM OF FLUTTER
OF FUNDAMENTAL BLUFF BODIES

松本 勝* 浜崎 博** 吉住文太***

Masaru MATSUMOTO, Hiroshi HAMASAKI, Fumitaka YOSHIZUMI

* 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 工修 富士総合研究所 (〒100 東京都千代田区大手町1-5-4)

*** 京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)

The aerodynamic stabilization against catastrophic flutter is highly important for super long-span suspension bridges. The aerodynamic derivatives have been often and widely used for the evaluation of flutter property, including the flutter onset velocity, however the relation of unsteady pressure and phase difference to these aerodynamic derivatives and the role of each aerodynamic derivative on flutter has not been cleared enough yet. This paper investigates to clear the relation of aerodynamic characteristics to aerodynamic derivatives and clear the role of each aerodynamic derivative on flutter by using step-by-step analysis in place of conventional complex eigen value method for fundamental bluff bodies.

Key Words: Unsteady pressure, Phase difference, Aerodynamic Derivatives,
Step-by-step analysis,

1. まえがき

超長大橋梁を実現させるためには、フラッターをはじめとする振動現象に対して安定な桁断面を開発することが重要である。本研究においては、基本的な断面について、その非定常空力特性からフラッターの発生機構を明らかにすることを試みた。非定常空力特性から決定される各非定常空力係数のフラッター発生における役割については十分な検討がなされているとはいえない。そこで、非定常空力係数の連成項を介したねじれ振動とたわみ振動の相関から、フラッターの発生機構について考えた (Step-by-step解析)。それにより、各断面について、各係数のフラッターにおける役割を明らかにした。

2. 風洞実験概要

図1に示す模型を用いて、たわみ、ねじれそれぞれについて1自由度強制加振実験を行い、模型表面に設けられたpressure hole (上面19点、逆三角形は上下面各々19点) における平均圧力、模型振動数成分の変動圧力、位相差を測定した。求めた圧力を断面回りで積分して模型に作用する非定常揚力L、非定常モーメントMを求めた。

3. 非定常圧力特性と非定常空力係数

たわみとねじれの2自由度連成振動する桁断面に作用する非定常空力は、8つの非定常空力係数を用いて式(1)のように表される[1]。

$$L = \frac{1}{2} \rho (2b) U^2 \left\{ k H_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k H_2^* \frac{b \dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \phi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right\}$$

$$M = \frac{1}{2} \rho (2b^2) U^2 \left\{ k A_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k A_2^* \frac{b \dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \phi + k^2 A_4^* \frac{\eta}{b} \right\} \quad (1)$$

ここで、L：単位スパン当たりの揚力 (下向き正)、M：単位スパン当たりのモーメント (頭上げ正)、 η ：たわみ変位 (下向き正)、 ϕ ：ねじれ変位 (頭上げ正)、 $(\cdot)$ ：時間微分、U：風速、 ρ ：空気密度、b：半弦長、k：換算振動数 ($= b \omega / U$)、 ω ：円振動数、式(1)を踏まえると、たわみ1自由度振動実験で得られた非定常揚力L、非定常モーメントMを式(2)のように置けば、たわみに関する非定常空力係数が(3)で与えられる。

$$\begin{aligned} L(t) &= L_{\eta 0} \cos(\omega t - \Psi_{L\eta}) \\ M(t) &= M_{\eta 0} \cos(\omega t - \Psi_{M\eta}) \\ \eta(t) &= \eta_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $L_{\eta 0}$ ：たわみ1自由度振動時の揚力の振幅、 $M_{\eta 0}$ ：たわみ1自由度振動時のモーメント振幅、 $\Psi_{L\eta}$ ：たわみ速度下向き最大から揚力下向き最大までの位相遅れ、 $\Psi_{M\eta}$ ：たわみ速度下向き最大からモーメント頭上げ最大までの位相遅れ、 η_0 ：たわみ片振幅 ($\eta_0 = 5 \text{ mm}$)

$$H_1^* = \frac{L_{\eta 0} \cos \Psi_{L\eta}}{\rho b^2 \omega^2 \eta_0}, \quad H_4^* = \frac{L_{\eta 0} \sin \Psi_{L\eta}}{\rho b^2 \omega^2 \eta_0}$$

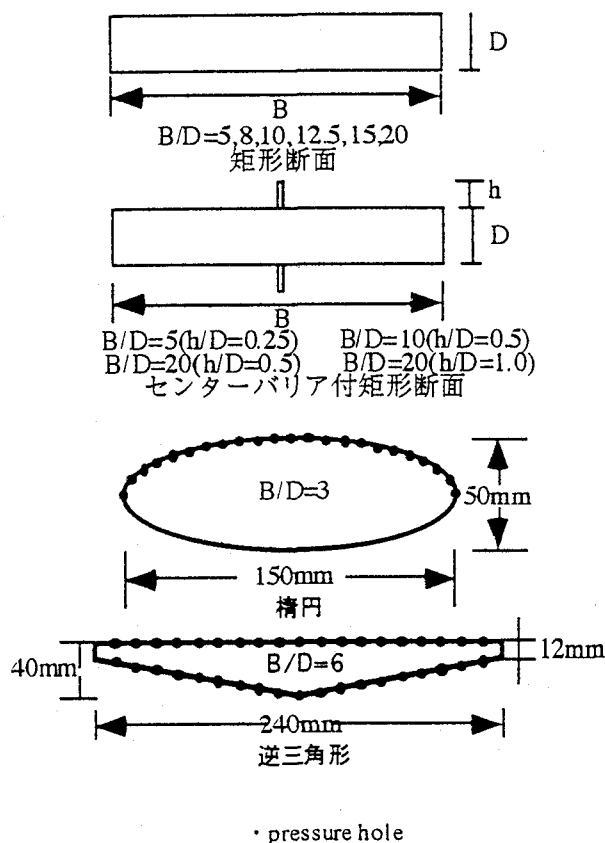


図-1 実験に使用した模型の断面図

$$A_1^* = \frac{M_{\eta 0} \cos \psi_{M\eta}}{\rho b^3 \omega^2 \eta_0}, \quad A_4^* = \frac{L_{\eta 0} \sin \psi_{M\eta}}{\rho b^3 \omega^2 \eta_0}, \quad (3)$$

ねじれに関して同様に、

$$L(t) = L_{\phi 0} \sin(\omega t - \psi_{L\phi})$$

$$M(t) = M_{\phi 0} \sin(\omega t - \psi_{M\phi})$$

$$\phi(t) = \phi_0 \sin \omega t \quad (4)$$

ただし、 $L_{\phi 0}$: ねじれ1自由度振動時の揚力の振幅、 $M_{\phi 0}$:

ねじれ1自由度振動時のモーメントの振幅、 $\psi_{L\phi}$: ねじれ

変位頭上げ最大から揚力下向き最大までの位相遅れ、

$\psi_{M\phi}$: ねじれ変位頭上げ最大からモーメント頭上げ最大

までの位相遅れ、 ϕ_0 : ねじれ片振幅($\phi_0 = 2.0^\circ$)

とおけば、

$$\begin{aligned} H_2^* &= \frac{-L_{\phi 0} \sin \psi_{L\phi}}{\rho b^3 \omega^2 \phi_0}, & H_3^* &= \frac{L_{\phi 0} \cos \psi_{L\phi}}{\rho b^3 \omega^2 \phi_0}, \\ A_2^* &= \frac{-M_{\phi 0} \sin \psi_{M\phi}}{\rho b^4 \omega^2 \phi_0}, & A_3^* &= \frac{M_{\phi 0} \cos \psi_{M\phi}}{\rho b^4 \omega^2 \phi_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

位相差は、たわみ、ねじれともに相対迎角最大の時からの遅れとして定義しているので、たわみ1自由度振動の場合は、たわみ速度下向き最大からの遅れと定義され

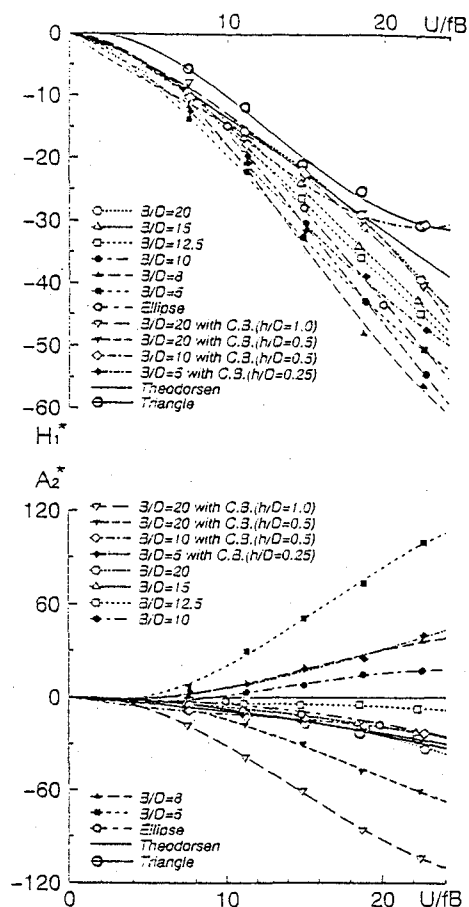


図-2 Aerodynamic Derivatives

る。例として A_2^* 、 H_1^* を図-2に示す。 A_2^* は、ねじれ1自由度振動の減衰定数にかかわる係数である。この A_2^* が正の値を示すならばねじれフラッターが発現し、また負の場合には連成フラッターが発現し得る。また、たわみ1自由度振動の減衰定数にかかわる H_1^* は $B/D=5$ 以上の矩形断面では負の値を示しておりたわみ1自由度フラッターは発現しないことがわかる。

次に、これらの非定常空気力係数が変動圧力係数及び位相差といった変動圧力特性とどのような関係にあるかを検討する。たわみ1自由度或いはねじれ1自由度振動における断面上のある弦長位置 x における上下面の無次元圧力差を C_p^* とする。 C_p^* は、上面の圧力 C_{pu} から下面の圧力 C_{pd} を引けばよい。上下対称断面の場合、両者の位相差は π である。 C_p^* は、たわみ1自由度振動では、 $\eta(t) = \eta_0 \sin \omega t$ とすると、

$$\begin{aligned} C_p^* &= C_{pu} - C_{pd} \\ &= \left\{ \bar{C}_p - \frac{1}{2} \tilde{C}_p \cos(\omega t - \psi_B) \right\} - \left\{ \bar{C}_p - \frac{1}{2} \tilde{C}_p \cos(\omega t - \psi_B - \pi) \right\} \\ &= -\tilde{C}_p \cos(\omega t - \psi_B) \end{aligned} \quad (6)$$

ねじれ1自由度振動では、

$$\phi(t) = \phi_0 \sin \omega t$$

とすると、

$$C_p^* = C_{pu} - C_{pd}$$

$$= \left\{ \bar{C}_p - \frac{1}{2} \tilde{C}_p \sin(\omega t - \psi_T) \right\} - \left\{ \bar{C}_p - \frac{1}{2} \tilde{C}_p \sin(\omega t - \psi_T - \pi) \right\} \\ = -\tilde{C}_p \sin(\omega t - \psi_T) \quad (7)$$

ただし、

ψ_B : たわみ1自由度振動における、たわみ速度下向き最大から断面上面の負圧が最大となるまでの位相差、

ψ_T : ねじれ1自由度振動における、ねじれ変位頭上げ最大から断面上面の負圧が最大となるまでの位相差、

$\tilde{C}_p$: 変動圧力係数 (変動圧力の倍振幅を無次元化)、
 ここでも位相差は相対迎角を基準として定義している。
 たわみ1自由度或いはねじれ1自由度振動における揚力L
 モーメントMは、

$$L = \int_{-b}^b \frac{1}{2} \rho U^2 C_p^* dX = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \rho U^2 b C_p^* dx \quad (8)$$

$$M = \int_{-b}^b \frac{1}{2} \rho U^2 C_p^* X dX = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \rho U^2 b^2 C_p^* x dx \quad (9)$$

ただし、

X : 断面中心からの距離 (下流向きを正)、

x : 断面中心からの無次元距離 ($x = X/b$)、

式(1)、(6)、(7)、(8)、(9)より、

$$H_1^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2 \eta_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p \cos \psi_B dx \quad H_4^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2 \eta_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p \sin \psi_B dx \\ A_1^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2 \eta_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p x \cos \psi_B dx \quad A_4^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2 \eta_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p x \sin \psi_B dx \\ H_2^* = \frac{U^2}{2b^2 \omega^2 \phi_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p \sin \psi_T dx \quad H_3^* = \frac{-U^2}{2b^2 \omega^2 \phi_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p \cos \psi_T dx \\ A_2^* = \frac{U^2}{2b^2 \omega^2 \phi_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p x \sin \psi_T dx \quad A_3^* = \frac{-U^2}{2b^2 \omega^2 \phi_0} \int_{-1}^1 \tilde{C}_p x \cos \psi_T dx \quad (10)$$

上下非対称断面の場合も同様である。式(10)を用いて、

A_2^* を見直してみる。図-3には、各矩形断面について、横の座標を断面高さで無次元化した場合の $\tilde{C}_p \sin \psi_T$ が示されている。断面辺長比にかかわらず、ほぼ同じ特性を示している。図-4には、横の座標を断面幅員で無次元化した場合の $\tilde{C}_p \sin \psi_T$ が示されている。この $\tilde{C}_p \sin \psi_T$ に断面中心からの無次元距離xを掛けた $\tilde{C}_p x \sin \psi_T$ を用いれば、式(10)の様に A_2^* が求められるわけである。図-3、4から、 A_2^* の正負は、単に $\tilde{C}_p \sin \psi_T$ の分布図の重心とねじれ中心の相対的な位置関係で決まるものであることがわかる。即ち、ねじれフラッターの場合も連成フラッターの場合も (A_2^* が正の場合も負の場合も)、断面前縁付近の局所的流れの剥離バブルが断面の振動によって時間的に変化していることが高風速域のフラッター発生の原因

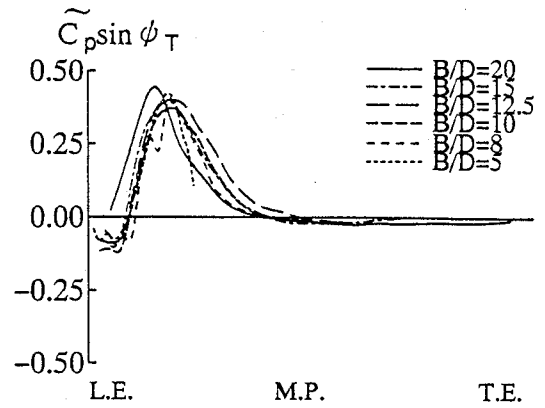


図-3 変動圧力のねじれ速度同相成分
 (横軸を断面高さDで無次元化)

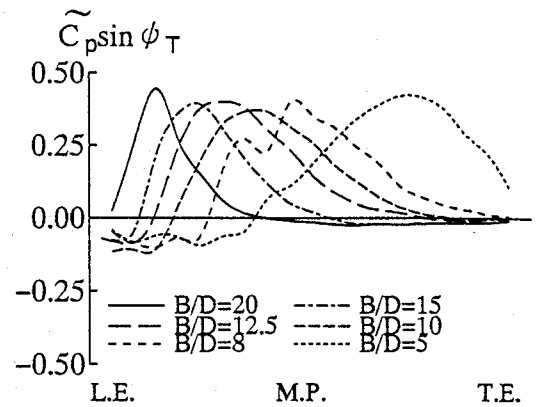


図-4 変動圧力のねじれ速度同相成分
 (横軸を断面幅員Bで無次元化)

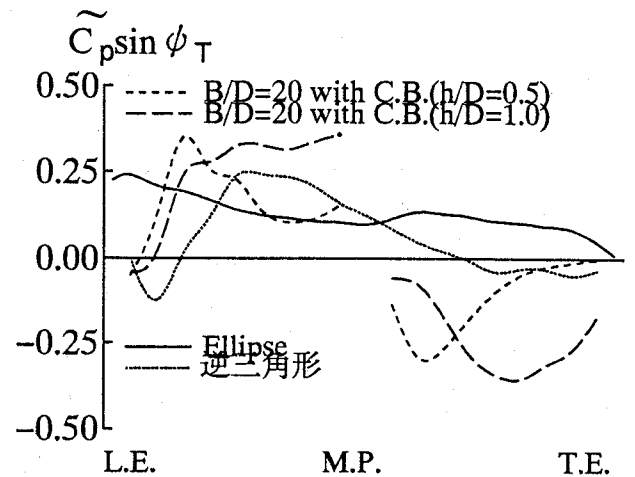


図-5 変動圧力のねじれ速度同相成分
 (横軸を断面幅員Bで無次元化)

であるといえる。矩形以外の断面についても、 A_2^* の正負は、 $\tilde{C}_p \sin \psi_T$ の分布図の重心とねじれ中心の相対的な位置関係で決まるものであり(図-5)、局所的流れの剥離バブルがフラッターの原因であるといえる。

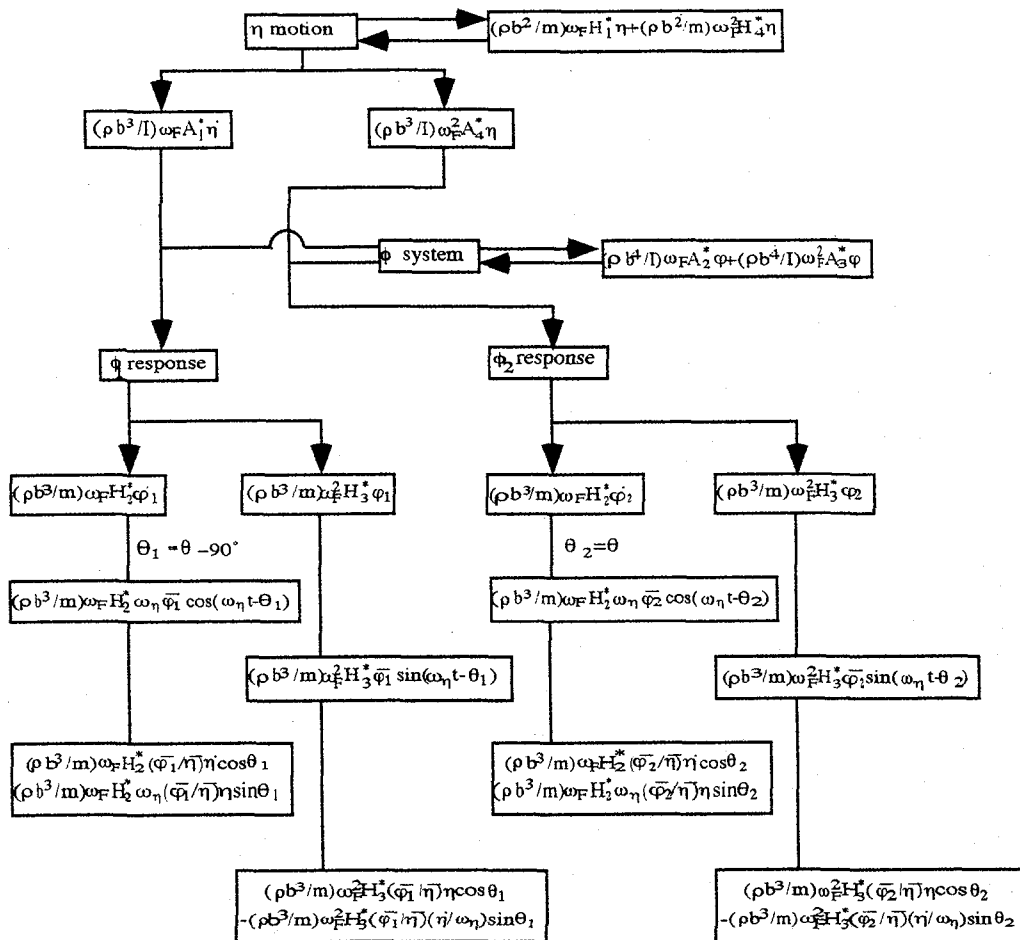


図-6 たわみ振動とねじれ振動の相関図
(Heaving branch)

4. 各断面のフラッター安定性と非定常空気力係数の役割

非定常空気力係数を用いて、風速の変化に伴う減衰、振動数の変化を解析することができる。一般には、複素固有値解析が用いられるが、この方法では各非定常空気力係数の役割が不明確である。そこで、非定常空気力係数の連成項を介したねじれ振動とたわみ振動の相関から、連成フラッターの発生機構の解明を試みるためにStep-by-step解析法を考え解析を行った。以前のねじれ主導モード[2]に加え、本研究ではたわみ主導モードについても、Step-by-step解析法を考案した。

このたわみ主導モードにおける解析の流れは以下のようである。ただし構造減衰はゼロとしている。たわみ1自由度振動においては、式(1)より運動方程式は以下のようになる。

$$\ddot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2 \eta = (\rho b^2/m) \omega_F H_1^* \dot{\eta} + (\rho b^2/m) \omega_F^2 H_4^* \eta \quad (11)$$

ただし、

$\omega_{\eta 0}$: たわみ固有振動数、 ω_F : フラッター振動数、 m : 単位スパン当たりの質量、
右辺を左辺に移項して以下のように置く。

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{\eta} + \omega_{\eta}^2 \eta = 0 \quad (12)$$

収束計算により、最終的には $\omega_{\eta} = \omega_F$ となる。このたわみ振動により励起されるねじれ振動を考えるとその運動方

程式は式(1)より以下になる。

$$\ddot{\phi} + \omega_{\phi 0}^2 \phi = (\rho b^3/L) \omega_F A_1^* \dot{\eta} + (\rho b^3/L) \omega_F A_2^* \dot{\phi} + (\rho b^4/L) \omega_F^2 A_3^* \phi + (\rho b^3/L) \omega_F^2 A_4^* \eta \quad (13)$$

ただし、

$\omega_{\phi 0}$: ねじれ固有振動数、 L : 単位スパン当たりの慣性モーメント、

式(13)右辺の2、3項目を左辺に移項して以下のように置く。

$$\ddot{\phi} + 2\zeta_{\phi} \omega_{\phi} \dot{\phi} + \omega_{\phi}^2 \phi = (\rho b^3/L) \omega_F A_1^* \dot{\eta} + (\rho b^3/L) \omega_F^2 A_4^* \eta \quad (14)$$

ここで、

$$\eta = \bar{\eta} \sin \omega_F t \quad (15)$$

と置く。式(14)において、 η による定常応答を ϕ_1 、 η による定常応答を ϕ_2 とすると、

$$\phi_1 = \frac{(\rho b^3/L) \omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \cos(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_{\phi}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\phi}^2 \omega_{\phi}^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3/L) \omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \sin\{\omega_F t - (\theta - \frac{\pi}{2})\}}{\sqrt{(\omega_{\phi}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\phi}^2 \omega_{\phi}^2 \omega_F^2}}$$

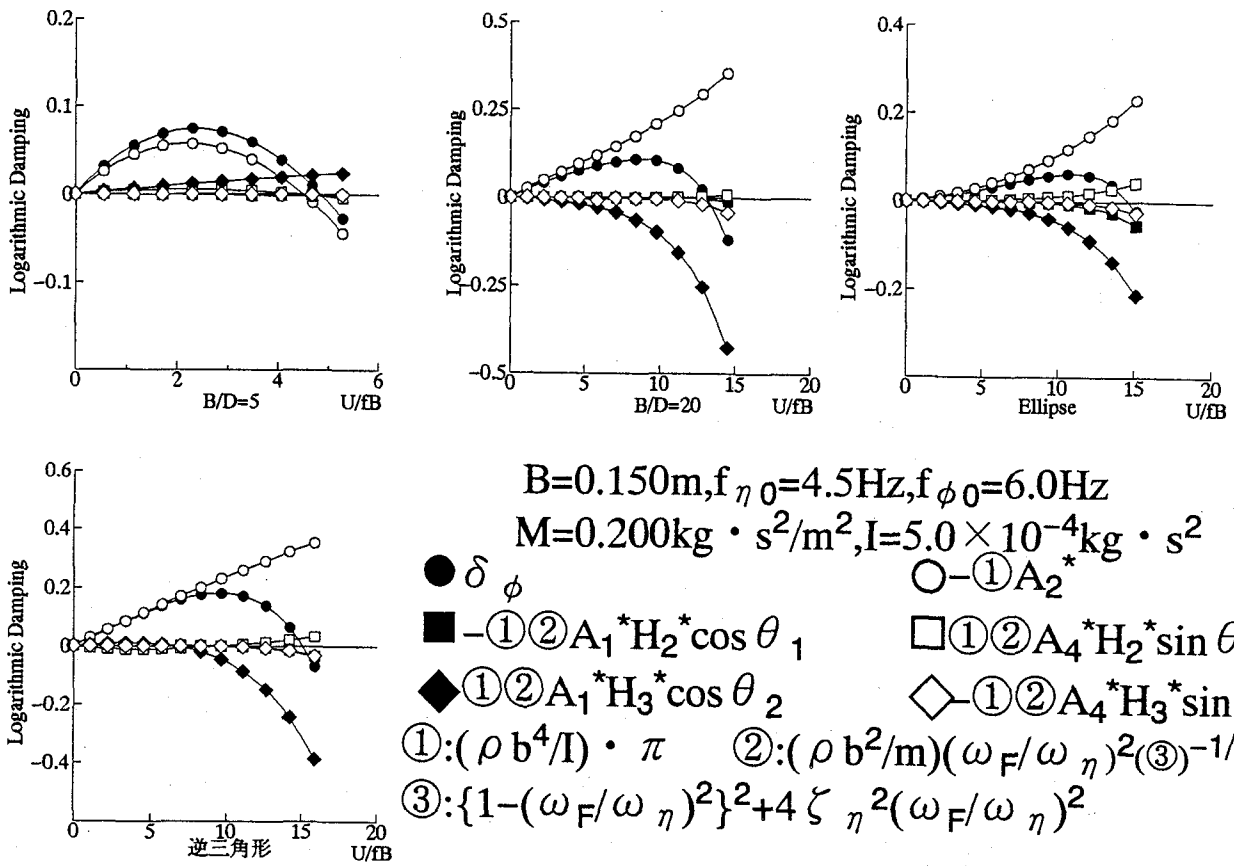


図-7 Step-by-step analysis (Torsional branch)

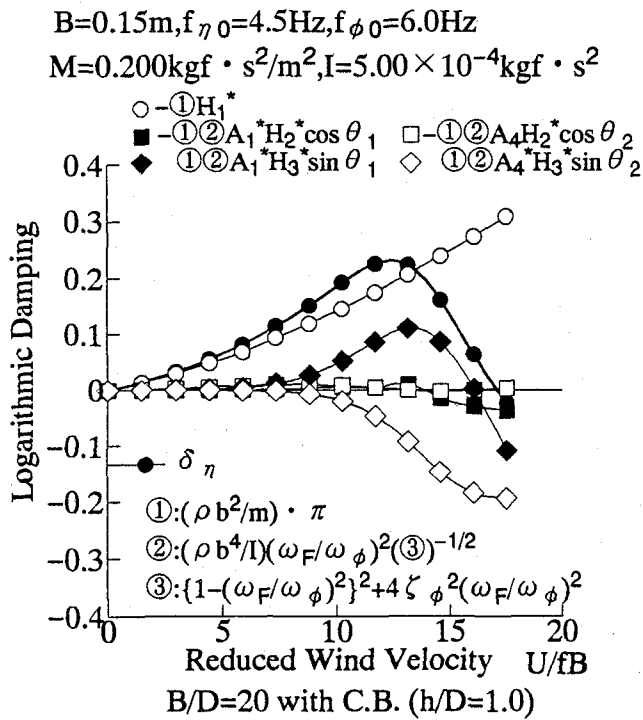


図-8 Step-by-step analysis (Heaving branch)

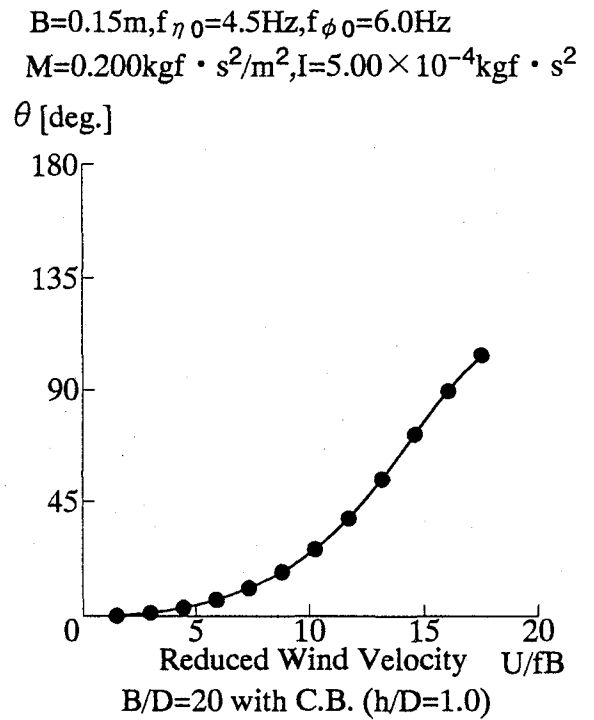


図-9 風速による θ の変化

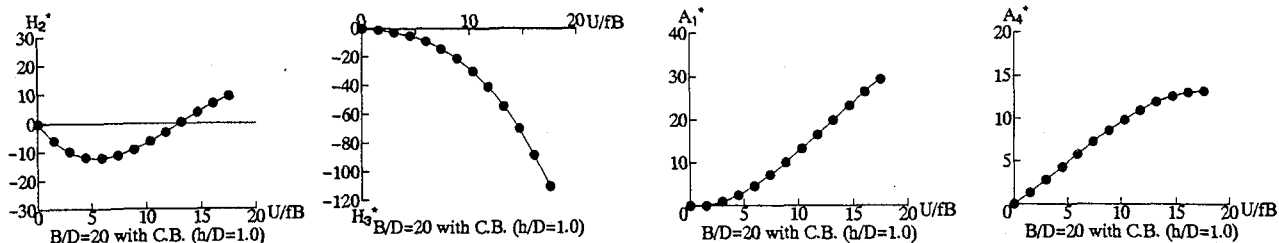


図-10 Aerodynamic derivatives (coupling term)

$$\begin{aligned} &= \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta_1)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} \quad (16)-1 \\ \phi_2 &= \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta_2)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} \quad (16)-2 \end{aligned}$$

ただし、

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_\phi \omega_\phi \omega_F}{\omega_\phi^2 - \omega_F^2} \right), \quad \theta_1 = \theta - \frac{\pi}{2}, \quad \theta_2 = \theta,$$

このねじれ振動による連成力が加わることで、たわみ振動の運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2 \eta = (\rho b^2/m)\omega_F H_1^* \dot{\eta} + (\rho b^2/m)\omega_F^2 H_4^* \eta + (\rho b^3/m)\omega_F H_2^* (\phi_1 + \phi_2) + (\rho b^3/m)\omega_F^2 H_3^* (\phi_1 + \phi_2) \quad (17)$$

式(16)を式(17)に代入して、 η の係数について左辺でまとめたものが連成項を含めたたわみ振動の減衰係数となる。この減衰係数に (π/ω_F) を乗じて対数減衰率とすると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \delta_\eta &= -\textcircled{1}H_1^* \\ &\quad -\textcircled{1}\textcircled{2}A_1^* H_2^* \cos \theta_1 - \textcircled{1}\textcircled{2}A_4^* H_2^* \cos \theta_2 \\ &\quad + \textcircled{1}\textcircled{2}A_1^* H_3^* \sin \theta_1 + \textcircled{1}\textcircled{2}A_4^* H_3^* \sin \theta_2 \quad (18) \end{aligned}$$

①、②の定義は図-8に示した通りである。以上の解析の流れを図-6に示す。

ねじれ主導モードのStep-by-step解析法においても対数減衰率が式(18)のように5つの項を用いて表される。ねじれ主導モードの解析を行った結果を図-7に示す。B/Dが小さい矩形断面では、 A_2^* の役割が支配的でありねじれフラッターが発現していることがわかる。一方、B/Dが大きい矩形断面や楕円断面、逆三角形断面といった A_2^* が負の値を示す断面では、 $\textcircled{1}\textcircled{2}A_1^* H_3^* \cos \theta_2$ の項が支配的である。即ち、 A_1^* と H_3^* という連成項が積の形となってフラッター発現に大きく寄与していることがわかる。

連成フラッターは、ねじれ主導で発現するケースが多いが、たわみ主導でフラッターが発現する例としてB/D=20のセンターバリア付矩形断面が挙げられる。そのStep-by-step解析によるたわみ主導モードの解析結果を図-8に

示す。また、 θ と連成項の動向をそれぞれ図-9、10に示す。ここでは、 A_1^* よりは A_4^* と H_3^* との積（ $\textcircled{1}\textcircled{2}A_4^* H_3^* \sin \theta_2$ の項）がフラッター発現に大きく寄与している。（どちらの効果が大きくなるかは、定常応答の位相差 θ （式(16)）による。）しかしいずれの場合も、 H_3^* との積の形でフラッター発現に大きく寄与している。連成フラッターにおいては、ねじれ変位に比例した揚力 H_3^* とたわみ振動によるモーメント（ A_1^* 或いは A_4^* ）との積がフラッター発現に大きく寄与していることがわかる。

5. 結論

本研究で得られた結論を以下に挙げる。

1. フラッター安定性を高めるには、まず非連成項の内、たわみ、ねじれそれぞれの1自由度振動の減衰項となる

A_2^* 、 H_1^* を負に保つことが必要である。また、連成フラッターにおいては、ねじれ変位に比例した揚力係数 H_3^* とたわみ振動によるモーメント係数（ A_1^* 或いは A_4^* ）が積の形でフラッター発現に大きく寄与していると考えられる。

2. 高風速域におけるねじれフラッターと連成フラッターの発生機構は基本的には同じであり、特に矩形断面の場合どちらのフラッターも断面前縁付近の局所的流れの剥離バブルが断面の振動によって時間的に変化しているため起こるものであると考えることができる。

謝辞

本研究を進めるにあたって多大なるご協力を頂いた京都大学工学部白石成人教授、京都大学工学部白土博通助手、京都大学工学部陳 新中助手に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Scanlan, R. H., Beliveau, J. G., and Budlong, K. S.: Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of ASCE, Vol. 100, EM4, August, 1974
- [2] 松本、小林、浜崎；構造基本断面における連成フラッターに関する研究、第13回風工学シンポジウム論文集、pp.359-364, 1994

(1995年9月18日受付)