

相対変位応答スペクトルの提案とその適用

RELATIVE DISPLACEMENT RESPONSE SPECTRUM AND ITS APPLICATION

川島一彦*, 佐藤貴志**
KAWASHIMA Kazuhiko and SATO Takashi

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科 (〒112 東京都目黒区大岡山2-12-1)

** 正会員 建設省土木研究所 地震防災部耐震研究室 (〒305 茨城県つくば市旭1)

Relative displacement developed between two linear single-degree-of-freedom oscillators which are subjected to the same ground motion at their bases was studied. Relative displacement is very important in design of hinges in bridges. "Relative displacement response spectrum" was proposed here to evaluate the relative displacement developed between the two oscillators. Effect of earthquake magnitude, epicentral distance and soil condition on the relative displacement response spectrum was clarified based on the analysis for 63 components of strong motion records.

It was found from the analysis that the dependence of the relative displacement response spectrum on earthquake magnitude, epicentral distance and soil condition is less significant. A design value of the relative displacement response spectrum was proposed by averaging those values for 63 components of strong ground records.

Key Words : Response Spectra, Relative Displacement, Seismic Design, Bridges, Strong Motion Records, Structural Response

1. まえがき

構造物の耐震設計では、橋梁のかけ違い部のように相対変位が重要な役割を果たす場合がある。かけ違い部では、固有周期の異なった2つの設計振動単位¹⁾に生じる変位差に耐えるだけの余裕を設けておかないと、支持されている側の桁が支持している側の桁から落下することになる。

かけ違い部のように2つの異なる固有周期を有する構造系の間に生じる相対変位は、動的解析によって求めることができる。しかし、相対変位は系の固有周期や地震動特性によって複雑に変化するため、簡単な構造系によってその基本的な特性を検討しておくことが必要である。

このような点に関して体系的に検討された例は従来ほとんどないことから、ここでは相対変位応答スペクトルを新たに提案し、これによって相対変位の基本的な特性を検討する。相対変位応答スペクトルとは、異なった固有周期を有する2つの1自由度系の間に生じる相対変位をいろいろな固有周期及び減衰定数に対して計算したもので、これによって相対変位の基本的な特徴を把握することが可能となる。

本文では、相対変位応答スペクトルの定義とその基本的な特性、利用の形態について示す。

2. 相対変位応答スペクトルの定義

2つの異なった固有周期を有する構造系の間に生じる相対変位を解析するために、図-1に示すモデルを考える。構造系は、それぞれ固有周期 T_1 、 T_2 、減衰定数 h_1 、 h_2 を有する

1自由度系によってモデル化し、両者は同一の地震動 $\ddot{u}_B(t)$ を受けるものとする。ただし、2つの1自由度系の間にはインターアクションはなく、それぞれ単独に自由に振動できるものとする。実際の橋梁のかけ違い部では、相隣る桁間に摩擦力等が作用する場合が多いが、ここでは簡単のため摩擦力等の影響は小さいとみなし、

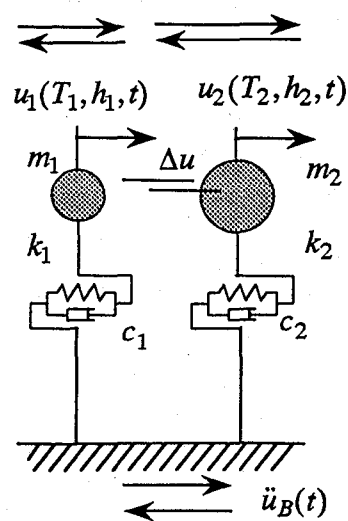


図-1 相対変位応答
スペクトルの定義

無視することとする。

また、実際に構造物間に生じる相対変位を求めるためには、構造物に作用する地震動が箇所別に異なる影響が重要となる場合もある。これについては、解析そのものよりも入力地震動の評価が重要であるが、多点入力地震動の評価についてはまだ研究途上の課題が多い。このためこうした影響は将来別途取り扱うこととし、ここでは考慮しないこととする。

以上のような仮定の下で、質点1、2に同一の地震動が作用した場合に質点に生じる変位をそれぞれ、 $u_1(T_1, h_1, t)$ 、 $u_2(T_2, h_2, t)$ とする。両点間の相対変位 $\Delta u(T_1, T_2, h_1, h_2, t)$ を、次式で表す。

$$\Delta u(T_1, T_2, h_1, h_2, t) = u_2(T_2, h_2, t) - u_1(T_1, h_1, t) \quad (1)$$

いま、これらの最大値を、次のように表わす。

$$SD(T_1, h_1) = \max |u_1(T_1, h_1, t)| \quad (2)$$

$$SD(T_2, h_2) = \max |u_2(T_2, h_2, t)| \quad (3)$$

$$\Delta SD(T_1, T_2, h_1, h_2) = \max |\Delta u(T_1, T_2, h_1, h_2, t)| \quad (4)$$

ここで、 $u(T, h, t)$ の最大値をいろいろな固有周期 T や減衰定数 h に対して計算したものが変位応答スペクトルである²⁾。したがって、変位応答スペクトルとのアナロジーで、いろいろな固有周期 T_1 、 T_2 及び減衰定数 h_1 、 h_2 に対して $\Delta SD(T_1, T_2, h_1, h_2)$ を計算したものを、ここでは相対変位応答スペクトルと新たに定義することにする。相対変位応答スペクトルは、2つの1自由度系の間に生じる相対変位の最大値を各種の固有周期や減衰定数に対して計算したものである。

いま、固有周期 T_1 と T_2 の差 ΔT (以下、固有周期差と呼ぶ) を表示するため、

$$T_2 = \alpha T_1 \quad (5)$$

と表わす。このようにすると、固有周期差 ΔT は、以下のように表される。

$$\Delta T = (\alpha - 1)T_1 \quad (6)$$

したがって、 $\alpha - 1$ は基本とする固有周期 T_1 に対する固有周期差の比 ($\Delta T / T_1$) を表す。

式 (5) の表現を用いれば、 $\Delta SD(T_1, T_2, h_1, h_2)$ は $\Delta SD(T_1, \alpha T_1, h_1, h_2)$ と表される。ここで、変位応答スペクトル $SD(T_1, h_1)$ によって相対変位応答スペクトル $\Delta SD(T_1, \alpha T_1, h_1, h_2)$ を次のように正規化する。

$$RD = \Delta SD(T_1, \alpha T_1, h_1, h_2) / SD(T_1, h_1) \quad (7)$$

以下、 RD を相対変位応答スペクトル比と呼ぶ。

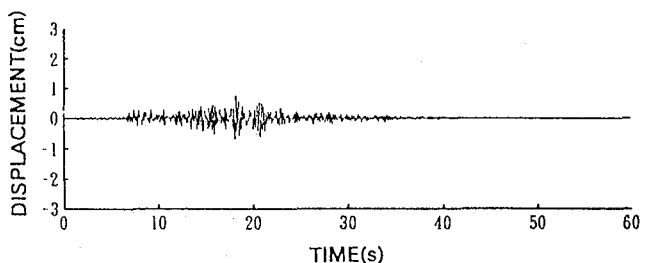
なお、以下の解析では、簡単のため $h_1 = h_2$ と仮定し、これらを 0.05 とする。これは、一般クラスの橋梁等の土木構造物の減衰定数はこの程度の値であることを考慮したものである。このため、以下では式 (7) の表現から減衰定数 h を省略し、さらに、固有周期 T の下添字も省略して、以下のように表す。

$$RD = \Delta SD(T, \alpha) / SD(T) \quad (8)$$

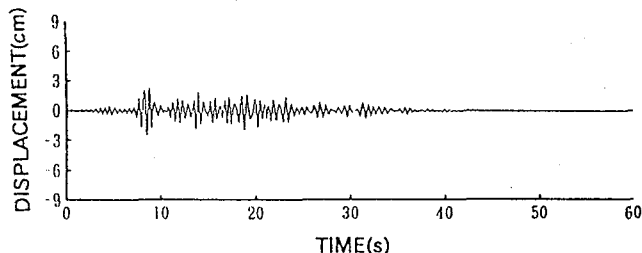
3. 代表的な強震記録に対する相対変位応答スペクトル

図-2は、1968年の日向灘沖地震による板島橋近傍地盤上で得られた強震記録に対して固有周期=0.25、0.5、1秒の場合の変位応答 $u(T, t)$ を計算したものである。

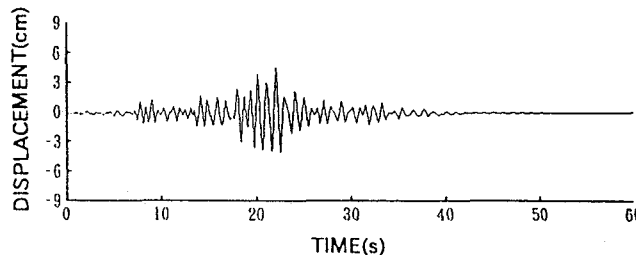
これから、式 (1) による相対変位 $\Delta u(0.5, \alpha, t)$ を計算すると、図-3のようになる。 α としては0.5、1.5、2の3種類に対する結果を示しているが、これは上述したように、固有周期0.5秒の系を基本に、固有周期が0.25秒、0.75秒、1.0秒の各系との間に生じる相対変位を示している。図-2と比較すると $T=0.5$ 秒の場合の最大変位は2.39cmであるが、最大相対変位は $\alpha=1.5$ の場合には8.0cm、 $\alpha=2$ の場合には5.48cmと、ともに最大変位よりもそれぞれ3.3倍、2.3倍大きい。固有周期差が大きいと、最大相対変位は一方の質点に生じる最大変位よりもかなり大きくなることもある。



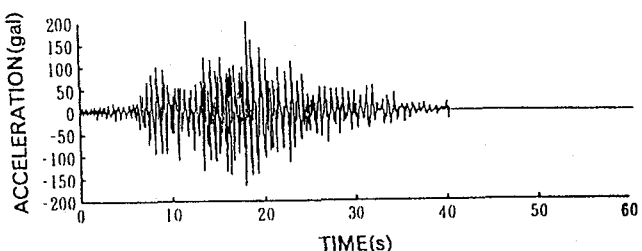
(a) $T = 0.25$ s



(b) $T = 0.5$ s



(c) $T = 1$ s



(d) Itajima Record

図-2 応答変位 $u(T, t)$ (板島橋記録)

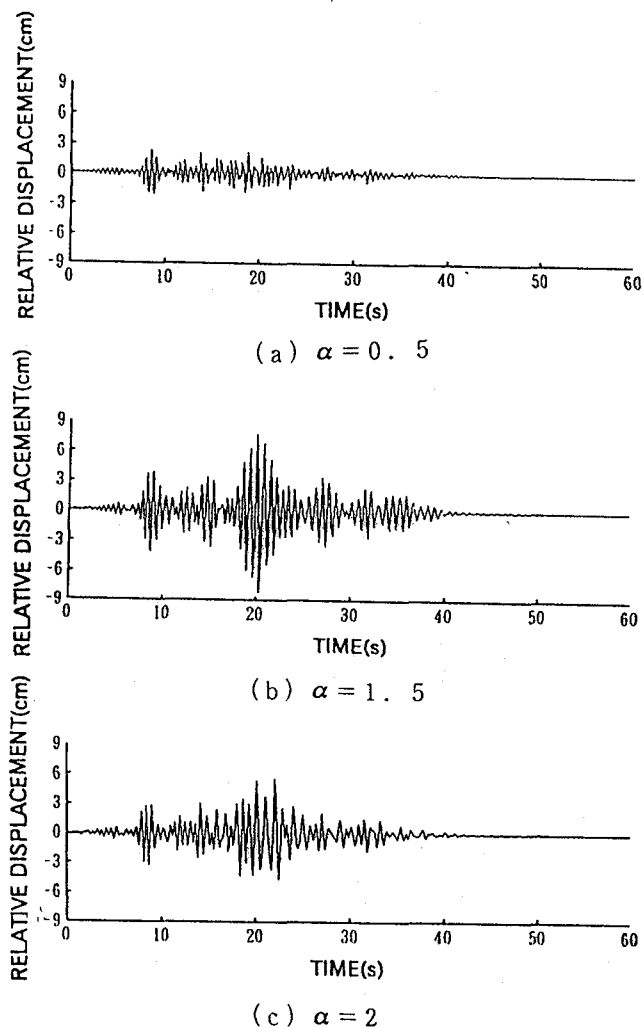
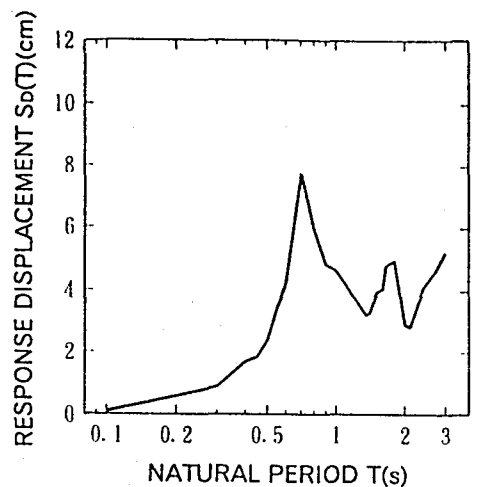


図-3 相対変位 $\Delta u(0.5, \alpha, t)$ (板島橋記録)

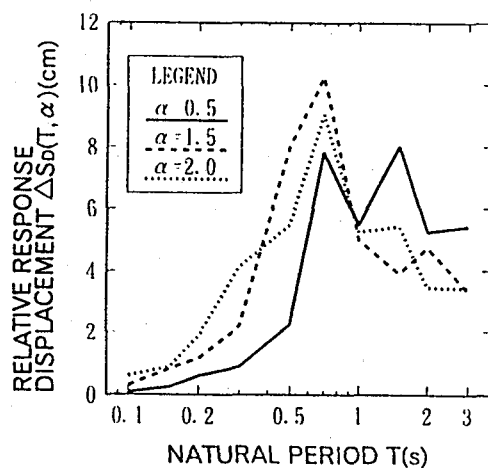
図-3の計算をいろいろな固有周期に対して行い、相対変位応答スペクトル $\Delta S_D(T, \alpha)$ 、相対変位応答スペクトル比 R_D を計算すると、図-4のようになる。ここには、入力地震動の変位応答スペクトル $S_D(T)$ も比較のために示している。これによれば $\Delta S_D(T, \alpha)$ は0.7秒付近で大きい。これは、入力地震動の卓越周期特性によるもので $S_D(T)$ がこの付近で応答が大きくなることを反映したものである。

式(4)の定義から明らかなように T と αT の値が入れ替わっても $\Delta S_D(T, \alpha)$ は同じ値となる。たとえば、固有周期が0.5秒で $\alpha = 2$ の場合 ($\alpha T = 1$ 秒) と固有周期が1秒で $\alpha = 0.5$ の場合 ($\alpha T = 0.5$ 秒) には $\Delta S_D(T, \alpha)$ は同じ値である。一方、 R_D は固有周期が短くなるにつれて値が大きくなるが、これは短周期になるほど $\Delta S_D(T, \alpha)$ に比較し $S_D(T)$ が相対的に小さくなるためである。

なお、相対変位応答スペクトルはどのような固有周期と α に対しても定義可能であるが、強震記録が得られた強震計の記録精度や数値化精度によって、精度が保証さ



(a) Displacement Response Spectra $S_D(T)$



(b) Relative Displacement Response Spectra $\Delta S_D(T, \alpha)$

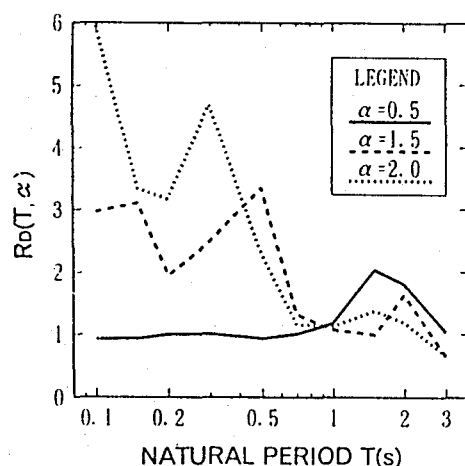


図-4 板島橋記録に対する相対変位応答スペクトル

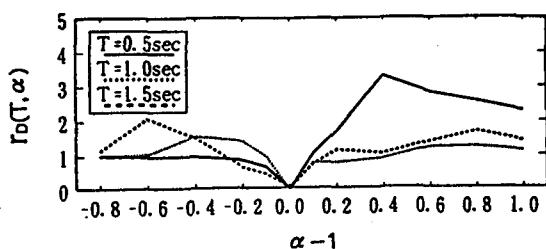


図-5 相対変位応答スペクトル比 R_D と α の関係

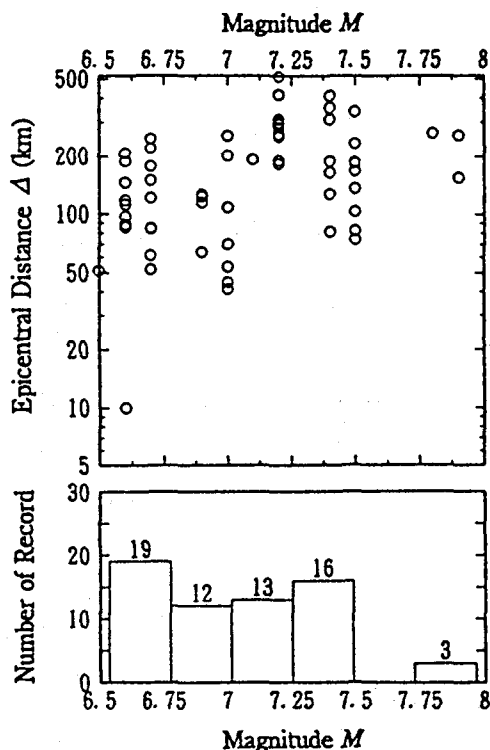


図-6 解析に用いた記録の得られた地震の特性

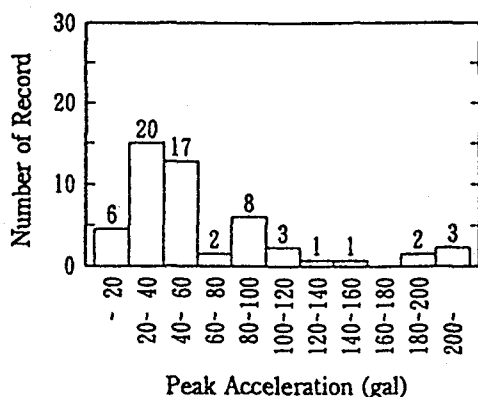
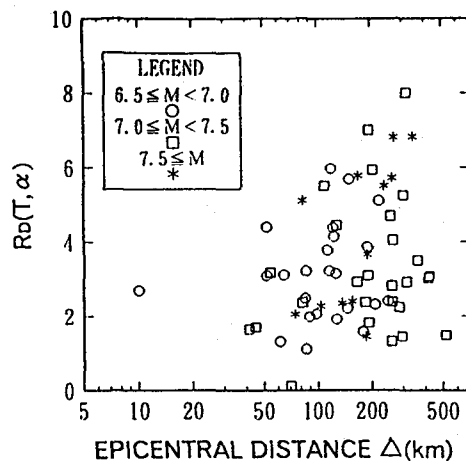
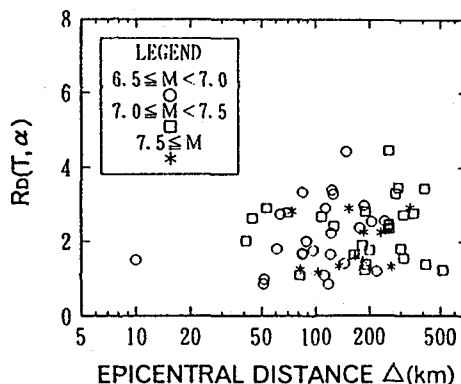


図-7 解析に用いた記録の最大加速度

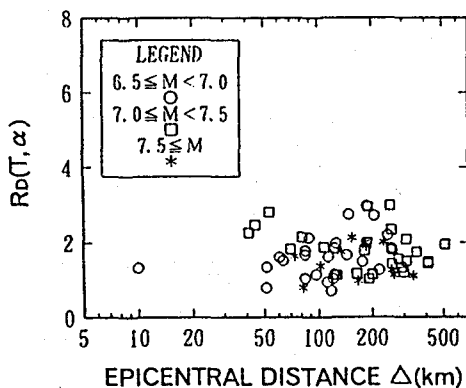
れない周期領域がある。今回の解析には、SMAC型の強震計によって得られた記録を計器補正を加えて用いている。記録の振幅によっても異なるが、このタイプの強震計によって得られる記録の実用的な精度は0.1~6秒程度と言われている^{3)~6)}ことから、ここではこ



(a) $T = 0.5$ s



(b) $T = 1$ s

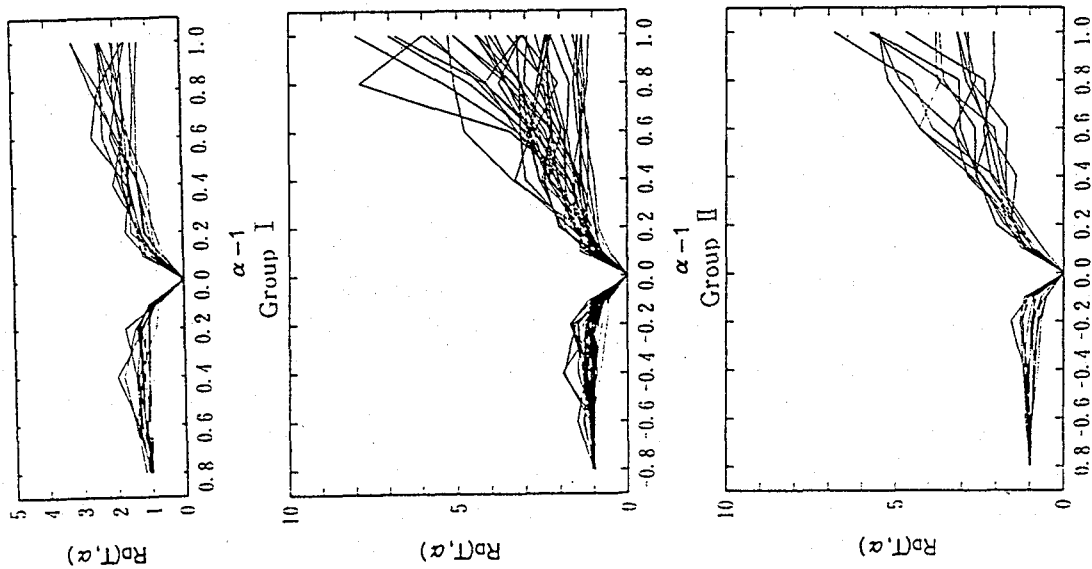


(c) $T = 1.5$ s

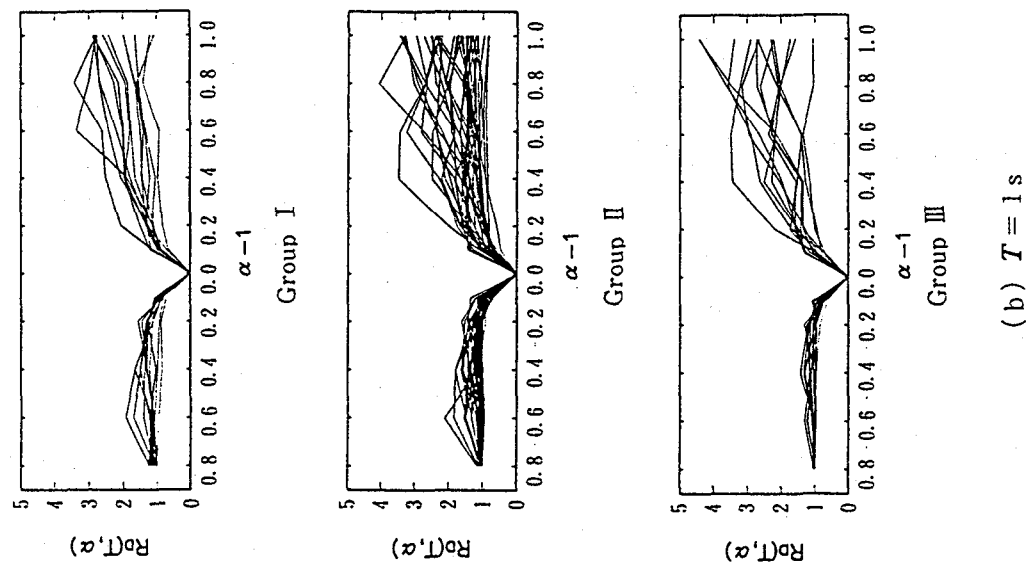
図-8 相対変位応答スペクトルと地震のマグニチュード M 、震央距離 Δ の関係 ($\alpha = 2$ の場合)

の範囲に収まる領域に対して相対変位応答スペクトルを計算することとしている。

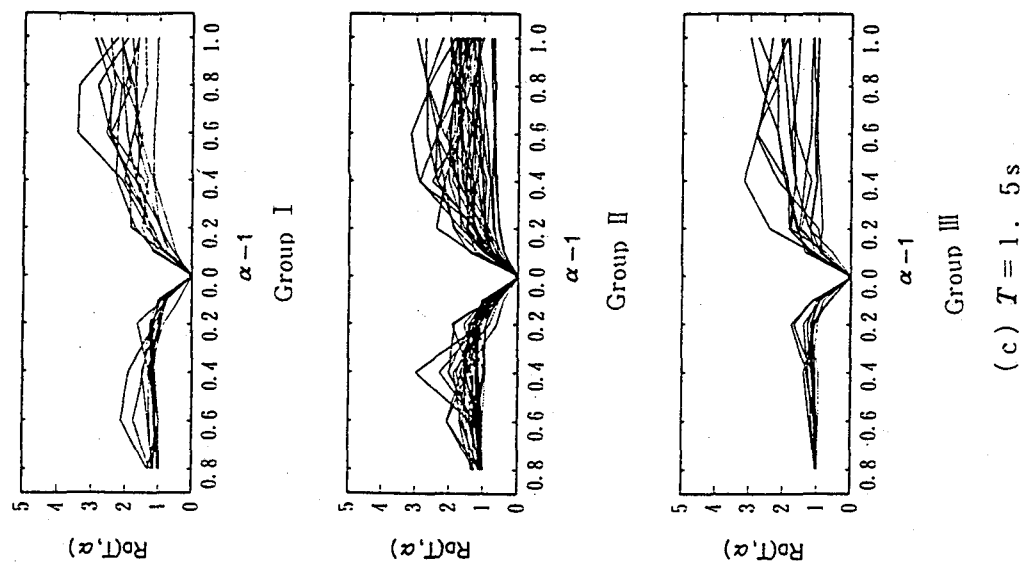
図-5は固有周期 T をパラメーターにし、 R_D と $\alpha - 1 (= \Delta T / T)$ の関係として図-4を整理したものである。固有周期 T が0.5秒の場合を例に取れば、 R_D は $\alpha - 1 = 0$ 、



(a) $T = 0.5$ s

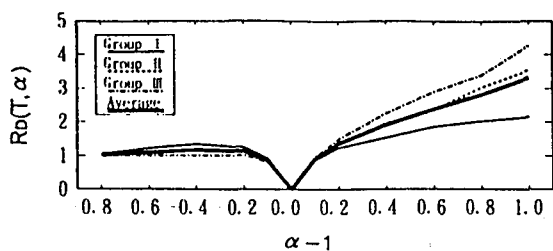


(b) $T = 1$ s

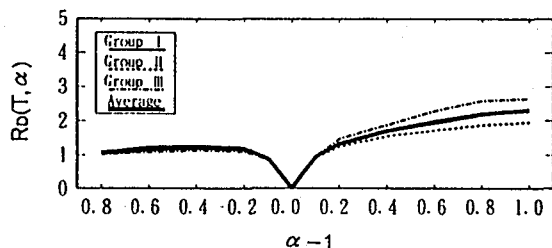


(c) $T = 1.5$ s

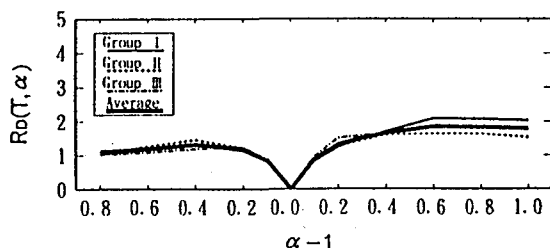
図-9 相対変位応答スペクトルに及ぼす地盤条件の影響



(a) $T = 0.5s$

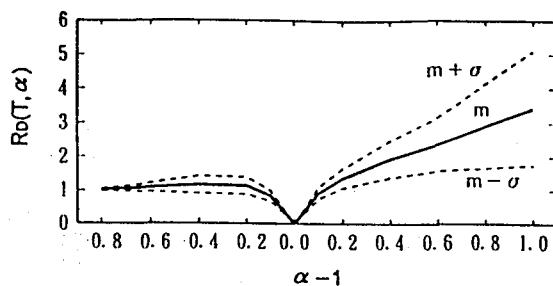


(b) $T = 1s$

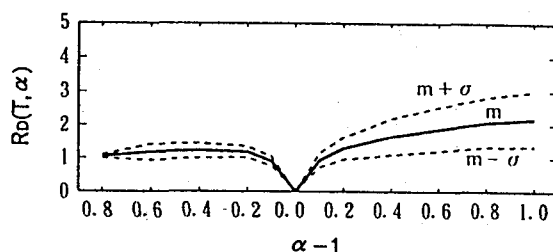


(c) $T = 1.5s$

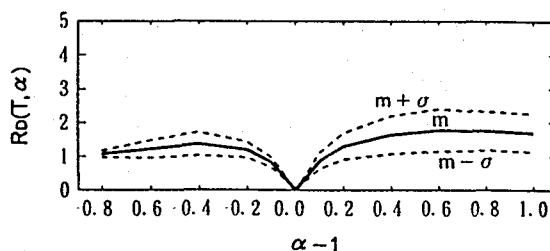
図-10 地盤種別ごとに平均した
相対変位応答スペクトル



(a) $T = 0.5s$



(b) $T = 1s$



(c) $T = 1.5s$

図-11 平均相対変位応答スペクトル

すなわち、 $\alpha=1$ の場合に 0 となり、 $\alpha-1=0.4$ 、すなわち、 $\alpha=1.4$ の場合に最大値をとる。また、 $\alpha-1$ が -0.4 程度以下となると、 R_D はほぼ 1.0 となる。これは、式 (7) の定義から明らかのように、 αT が小さくなると変位 $u_1(T, h_1, t)$ に比較して $u_2(T, h_2, t)$ が小さくなり、結果的に $\Delta u \approx u_1$ となるためである。

4. 相対変位応答スペクトルの特性

以上のような解析をわが国の地盤上で得られたマグニチュード 6.5 以上の地震によって得られた 63 成分の水平成分強震記録に対して行った。図-6 は、解析に用いた強震記録の得られた地震のマグニチュードと震央距離の関係を示したものである。解析に用いた記録の 51% はマグニチュード 7 以上の地震によって得られたものである。記録の得られた地点の地盤条件を道路橋示方書の地盤種別¹⁾によって分類すると、I 種地盤 (硬質地盤)、II 種地盤 (普通地盤)、III 種地盤 (軟質地盤) 上の記録数はそれぞれ 13、37、13 である。

図-7 は、解析に用いた強震記録の最大加速度の分布を示したものである。全体の約 2/3 は、最大加速度が 60gal 以下の記録であるが、200gal 以上の記録も含まれ

ている。

(1) マグニチュード及び震央距離の影響

強震記録が得られた地震のマグニチュード M 及び震央距離 Δ によって相対変位応答スペクトル比 R_D がどのように変化するかを示した結果が、図-8 である。地震のマグニチュード M を、 $6.5 \leq M < 7$ 、 $7 \leq M < 7.5$ 、 $7.5 \leq M$ に区分して示している。他の条件でも結果は同じような傾向を示すため、ここでは地震記録ごとに R_D のばらつきが大きい $\alpha=2$ の場合を示している。

これによれば、 R_D は M や Δ によって有意に変化しない。実務的には、 R_D は M や Δ によらないとみることができる。

(2) 地盤種別の影響

図-9 は、図-5 に示した R_D と $\alpha-1$ の関係を地盤種別ごとに比較したものである。固有周期 T が 0.5 秒で II 種及び III 種地盤の場合には、 α が 1.6 程度以上の領域で R_D のばらつきが大きい。しかし、全体として平均値と比較すると地盤条件の違いは顕著ではない。

これを示したのが、図-10 であり、地盤種別ごとに平均した R_D の平均値を比較している。上述の固有周期が 0.5 秒の場合には、地盤が軟らかいほど多少 R_D が大

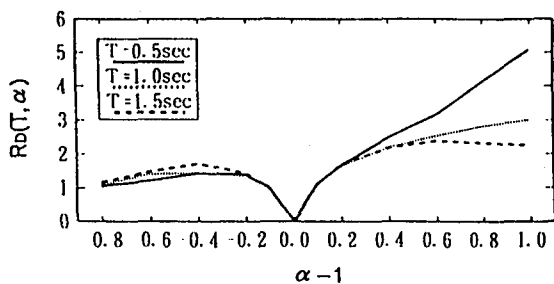


図-1 2 設計用相対変位応答スペクトル比

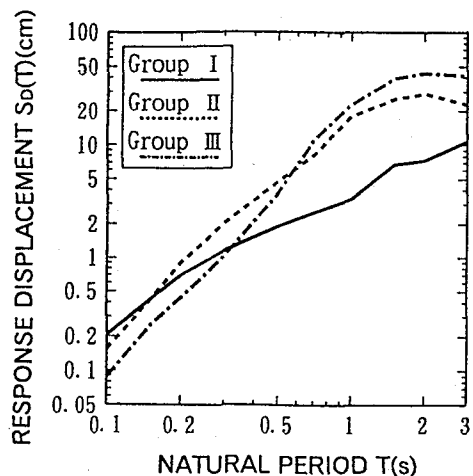


図-1 3 式 (9)、(10) による
変位応答スペクトル ($M=8$, $\Delta=50\text{km}$)

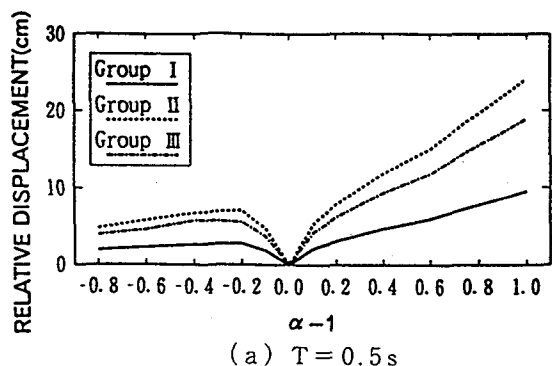
きくなるが、実務的にみれば R_D は地盤条件によって顕著に変化しないとみてよい。

5. 設計用相対変位応答スペクトル比

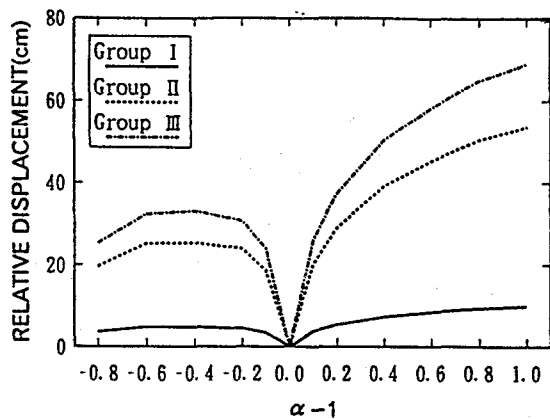
以上のように、 R_D は記録の得られた地震のマグニチュード M や震央距離 Δ 、地盤条件によって有意に変化しない。このため、固有周期ごとに R_D を平均し、平均値 m とこれに標準偏差 σ の 1 倍を加減した結果が図-1 1 である。

上述したように、 R_D の平均値は $\alpha=1$ の場合に 0 となり、 α が 0.6 程度以下になるとほぼ 1.0 となる。これに対して、 α が 1 以上では α が増加するにつれて R_D は大きくなるが、固有周期が 1.5 秒程度になると α が 1.6 ~ 1.8 程度で R_D は最大値を取るようになる。これは、固有周期が 1.5 秒 $\times$ (1.6 ~ 1.8) = 2.4 ~ 2.7 秒以上になると、地震動の卓越周期帯域からはずれるためと考えられる。

R_D としては以上のような特性を持つが、ここでは R_D のばらつきが大きいことを考慮し、図-1 1 の平均値に標準偏差の 1 倍を加えた値を設計用の相対変位応答スペクトル比とすることを提案する。図-1 2 は、このようにして求めた設計用相対変位応答スペクトル比を主要な α に対して示したものである。



(a) $T=0.5\text{s}$



(b) $T=1\text{s}$

図-1 4 かけ違い部に生じる相対変位
($M=8$, $\Delta=50\text{km}$)

6. 相対変位応答スペクトルの適用例

前章までに求めた相対変位応答スペクトルの適用例を示すために、橋のかけ違い部に生じる相対変位を解析してみよう。2 連の橋がかけ違い部で接続されており、両者の固有周期を T 及び αT 、減衰定数をともに 0.05 とする。固有周期 T としては、0.5 秒の場合と 1 秒の場合の 2 ケースを考える。どの程度の固有周期差を持つ橋がかけ違い部で接合されているかは千差万別であるため、ここでは $\alpha=0.2 \sim 2$ の範囲を考えることにする。このようにすると、 αT は 0.1 ~ 2 秒となり、一般には、ほとんどの橋では固有周期差はこの程度の値に収まると考えられる。

橋は倒立振り子型の質量分布をしているから、一般に桁に生じる応答変位を変位応答スペクトルによって近似することができる。なお、相対変位応答スペクトルの定義で仮定したように、両者間にはかけ違い部で摩擦力は作用しないものとする。

この橋にマグニチュード $M=8$ の地震が震央距離 $\Delta=50\text{km}$ の位置で生じたとした場合の地震動が作用した場合にかけ違い部に生じる最大相対変位を推定してみよう。式 (2) の変位応答スペクトル S_D は、近似的に次式により推定することができる。

$$S_D = (T/2\pi)^2 \times S_A \quad (9)$$

ここで、 S_A は減衰定数0.05の加速度応答スペクトルであり、川島らの推定式⁷⁾を用いれば、次式で推定することができる。

$$S_A = a(T, GC) \times 10^{b(T, GC)M} \times (\Delta + 30)^{-1.178} \quad (10)$$

ここで、 $a(T, GC)$ 、 $b(T, GC)$ ＝地盤種別 GC 及び固有周期 T によって与えられる係数、 M ＝地震のマグニチュード、 Δ ＝震央距離 (km) である。なお、式 (10) の距離減衰式はあくまでも多数の強震記録から得られた加速度応答スペクトルの平均値を与えるものであり、これに標準偏差の1倍のばらつきを考慮すると、式 (10) による値の1.7～1/1.7倍となる。

式 (9) の変位応答スペクトルは、図-13に示すとおりである。変位応答スペクトルはⅡ種及びⅢ種地盤の場合に大きく、Ⅰ種地盤の場合には小さい。また、固有周期が長くなると、当然変位応答スペクトルは大きくなる。

式 (8) に従い、図-12及び図-13から最大相対変位を求めると図-14のようになる。 α が大きくなるほど相対変位は大きく、例えば固有周期が1秒、Ⅲ種地盤で $\alpha=2$ の場合には、最大相対変位は68.9cmに達する。

一方、道路橋示方書では、かけ違い部の最小値 $S_E(m)$ を支間長 l の関数として次式で与えている¹⁾。

$$S_E = 0.7 + 0.005 l \quad (11)$$

上式は、地震動の箇所別の変化によって橋脚間の平均地盤ひずみを5000マイクロストレーン、2連の桁間の振動特性の違いによる相対変位の最大値を70cmとみなして、両者の線形和によってかけ違い長さを与えたものとみなすことができる。最初に示したように、今回の解析には地震動の箇所別の変化の影響による相対変位は含まれていないため、図-14の縦軸が式 (11) の第1項の70cmに対応するとみなすことにする。これからみると、図-14の値は地盤種別がⅠ種の場合には道路橋示方書の適用範囲にある一般橋に対しては余裕のある値とすることができる。しかし、地盤種別がⅡ、Ⅲ種の場合には、上述した式 (9) による距離減衰式のばらつき等も合わせ考えると、固有周期差が大きくなるにつれて余裕の少ない値になっている可能性がある。

7. 結論

橋梁のかけ違い部等、固有周期差のある2つの構造系間に生じる相対変位の大きさを定量的に検討するための手段として、新たに相対変位応答スペクトルを提案し、その特性を検討した。本研究の結論をまとめると、以下のようなになる。

(1) 2つの構造系間に生じる相対変位は構造系に生じる変位そのものよりも大きくなる場合がある。このような特性は、構造系の固有周期、固有周期差、入力地震動の特性等によって複雑に変化するため、このような特性を表すためには相対変位応答スペクトルは有効である。

(2) 相対変位応答スペクトル比は、記録の得られた地震のマグニチュード、震央距離、地盤種別によって複雑に変化する。しかし、実務的に見れば、これらの特性が R_D と $\alpha-1$ の関係に及ぼす影響は著しいものではない。

(3) わが国の地盤上で得られた63成分の強震記録に対する平均から、設計用相対変位応答スペクトル比を求めると図-12のようになる。

(4) 図-12の設計用相対変位応答スペクトル比及び式 (9)、式 (10) を用いて、道路橋示方書に規定される式 (11) のかけ違い部の桁の最小長さ S_E を評価すると、この第1項は地盤種別がⅠ種の場合には余裕を持った値とすることができるが、Ⅱ、Ⅲ種地盤の場合には固有周期差が大きくなるに従い余裕が少なくなっていると考えられる。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書V耐震設計編、1990
- 2) Housner, G. W. : Behavior of Structures during Earthquakes, Proc. ASCE, Vol.85, No. EM4, 1959
- 3) 岩崎敏男、川島一彦、若林進、高木義和：地震応答スペクトルに及ぼすSMA C型強震計特性に関する実験的研究、土木学会論文報告集、第309号、pp.13-23、1981
- 4) 川島一彦、高木義和、相沢興：ディジタル化によるSMA C型強震計記録の数値化精度、土木学会論文報告集、第323号、pp.67-75、1982
- 5) 川島一彦、高木義和、相沢興：数値化精度を考慮したSMA C-B2型強震計記録の計器補正法及び変位計算法、土木学会論文報告集、第325号、pp.35-44、1982
- 6) 土岐憲三、澤田純男、中瀬仁、杉山和久：SMA C強震記録の長周期成分の補正法について、京都大学防災研究所年報、第30号、B-2、pp.19-26、1987
- 7) 川島一彦、相沢興：強震記録の重回帰分析に基づく加速度応答スペクトルの距離減衰式、土木学会論文集、第350号/I-2、pp.181-186、1984

(1995.9.18 受付)