

振動法によるケーブル曲げ剛性と張力の同時推定法

Vibration method to estimate flexural rigidity of cable and cable tension at one time

山極伊知郎*、宇津野秀夫**、菅野直紀***、杉井謙一****

Ichiro YAMAGIWA, Hideo UTSUNO, Naoki SUGANO and Ken-ichi SUGII

*工修 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台1丁目5-5)

**工博 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 主任研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台1丁目5-5)

***工博 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台1丁目5-5)

**** 神戸製鋼所 建設エンジニアリング センタ構造技術部 次長(〒657 神戸市灘区岩屋中町4丁目2-15)

A new vibration method to estimate flexural rigidity of cables and cable tension is studied. Eigenvalues of the cable, clamped at both ends with tension T , are assumed to be periodic for actual bridge cables. Utilizing this periodicity, square of resonance frequency can be written as a function of the fourth power of mode I plus the second power of mode I . Bending rigidity EI , coefficient of the fourth power of mode I , is calculated from a series of measured resonance frequencies by means of least square method. Then cable tension is also calculated, substituting both low resonance frequencies and flexural rigidity above mentioned into previously presented tension calculating equation.

Experiments were achieved to verify the present method. Flexural rigidity EI is calculated for steel rods and compared with theoretical values. Calculated values are within 2% error for steel rods. Flexural rigidity for spiral ropes are also calculated at several tension T , then tension is calculated by previous method. There is a good accuracy between measured and calculated cable tensions within 8% error. These good agreements achieved suggest that the present method is sufficiently reliable to estimate flexural rigidity of cable and cable tension.

Key Words: Cable, flexural rigidity, tension, vibration method, measurement

1. まえがき

ニールセン橋や斜張橋などのケーブル構造物では、架設時に張力が設計値を満足する様に、ケーブル張力の調整が行われる。ケーブルの張力は、ロードセルや油圧ジャッキを用いて直接測定する事もできるが、最近ではケーブルの固有振動数から張力を推定する振動法が、定着しつつある。振動法の研究として、ケーブルの曲げ剛性やサグの影響を考慮し、1次または2次の固有振動数から張力を算出する実用的な式を導いた、新家らの研究¹⁾が知られている。またケーブルの高次固有振動数から張力を推定する方法²⁾も研究されている。

ところで振動法では、ケーブルを曲げと張力を受ける梁として取り扱うため、曲げ剛性 EI を把握しておく必要がある。しかし山口ら³⁾も述べているように、ケーブルは素線の集合体であり、棒材のように縦弾性係数と断面形状とから一義的に決定されるものではない。

曲げ剛性はケーブル架設時に油圧ジャッキと振動法とを併用して架設現場で求める場合もあるが、一般的には事前に室内の予備実験(以下テストベンチと記述)で測定される場合が多い。テストベンチでは、張力をかけたケーブルの中央に荷重を与え、その時の撓みの測定値から曲げ剛性を計算する静的載荷法が用いられる。しかし島田ら⁴⁾は、荷重が大きくなると載荷点で折れ角が発生

する危険性を指摘し、テストベンチで張力を変化させ、その時の固有振動数を測定して、理論解と比較することで曲げ剛性を推定する振動法を提案している。

しかし、静的載荷法と曲げ剛性に関する振動法のいずれの方法を用いるにしても、ケーブルの曲げ剛性を求めるには、現状ではテストベンチにおける予備実験を行う場合が多い。ケーブルの種類によっては、ケーブル長や張力、ソケット固定具合で曲げ剛性が異なるとの報告⁴⁾もあるが、予備実験で全条件を包含することは困難なため、現状では代表的な条件に対して曲げ剛性を測定するに留まっている。

本研究の目的は、テストベンチにおける予備実験を行うことなく、ケーブル架設現場で簡便に曲げ剛性を推定する手法を提案することにある。ケーブルの固有振動数を記述する振動数方程式は、一般に三角関数と双曲線関数とで表現される。ケーブル両端固定境界条件のもとに振動数方程式を考察すると、解の次数が大きくなるに従い双曲線関数項は簡略化され、三角関数項が支配的となる。このため振動数方程式の解には周期性が出現する。この周期性に着目し、測定した固有振動数とそのモード次数との関係から、曲げ剛性を推定する手法を提案する。なお推定した曲げ剛性と低次の固有振動数とを、従来から用いられている張力算定式に代入すれば、張力の推定

も可能である。

このため本手法によれば、架設現場でケーブル固有振動数を低次から高次迄測定するだけで、曲げ剛性と張力とを同時に推定することが可能となる。従って事前にテストベンチにおいて曲げ剛性の把握を行っていないケーブルについても、維持管理上のニーズに応じて張力の検出が可能である。

2. 曲げ剛性の推定手法

2. 1 軸力を有するケーブルの撓み振動

軸力のかかったケーブルの撓みに関する運動方程式はサグの影響を無視すると次式で表される。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで w はケーブルの撓み変位、 EI は曲げ剛性、 T は張力、 ρ は密度、 A は断面積を表す。ところで撓みをモード $W(x)$ と時間の関数 $\exp(j\omega t)$ との積と考える。

$$w(x, t) = W(x) \exp(j\omega t) \quad (2)$$

式(1)に式(2)を代入し、変数分離して次の常微分方程式を得る。

$$EI \frac{d^4 W}{dx^4} - T \frac{d^2 W}{dx^2} - \rho A \omega^2 W = 0 \quad (3)$$

式(3)の一般解を次のように仮定する。

$$W = C \exp(sx) \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入して、次の特性方程式を得る。

$$EIs^4 - Ts^2 - \rho A \omega^2 = 0 \quad (5)$$

式(5)を解いて以下の4個の解を得る。

$$s = \pm j\alpha, \pm \beta$$

ただし

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI}} - \frac{T}{2EI}} \quad (6)$$

$$\beta = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI}} + \frac{T}{2EI}} \quad (7)$$

以上より撓みモードの一般解は次式で表される。

$$W(x) = C_1 \cos(\alpha x) + C_2 \sin(\alpha x) + C_3 \cosh(\beta x) + C_4 \sinh(\beta x) \quad (8)$$

斜張橋やニールセン橋に用いられるケーブルでは、両端の境界条件は完全固定と考えられている。ケーブル支点間距離を L とすると、両端固定境界条件は次式で表される。

$$W = 0, \quad \frac{dW}{dx} = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (9), (10)$$

$$W = 0, \quad \frac{dW}{dx} = 0 \quad \text{at } x = L \quad (11), (12)$$

境界条件式(9)-(12)のもとに式(8)を解くと、次の振動数方程式が得られる。

$$2\alpha\beta \{1 - \cos(\alpha L) \cosh(\beta L)\} + \{\beta^2 - \alpha^2\} \sin(\alpha L) \sinh(\beta L) = 0 \quad (13)$$

式(13)は、張力のかかったケーブルの両端固定条件における撓みに関する振動数方程式で、従来から用いられている式である。

2. 2 曲げ剛性の推定式

双曲線関数項は βL の値が大きい場合、次のように簡略化することができる。

$$\cosh(\beta L) \approx \sinh(\beta L) \approx \frac{e^{\beta L}}{2} \quad (14)$$

例えば $\beta L > 2.65$ の場合、上式の誤差は1%以下になる。本研究で用いたケーブル供試体では、後述するが式(14)の仮定が成立する。この時振動数方程式(13)は次のように変形される。

$$2\alpha\beta \left\{1 - \frac{e^{\beta L}}{2} \cos(\alpha L)\right\} + \{\beta^2 - \alpha^2\} \frac{e^{\beta L}}{2} \sin(\alpha L) = 0 \quad (15)$$

同式の両辺を $e^{\beta L}/2$ で除して整理すると、最終的に振動数方程式は次式に簡略化できる。

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sin(\alpha L + \phi) = 0 \quad (16)$$

ただし

$$\tan \phi = -\frac{2\alpha\beta}{\beta^2 - \alpha^2} = -\frac{2\omega}{T} \sqrt{AEI} \quad (17)$$

振動数方程式(16)の解は周期性を有し、次のように表現できる。

$$\alpha L + \phi = i\pi, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

同式に式(6)を代入するとモード次数 i とその固有振動数 f_i との間に次の関係式が導かれる。

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} \left(i - \frac{\phi}{\pi}\right)^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} \left(i - \frac{\phi}{\pi}\right)^2 \quad (19)$$

ここで ϕ の値は式(17)より最大でも $\pi/2$ であり、モード次数が大きくなるに従い $i \gg \phi/\pi$ と考えられる。

このため式(19)は次のように変形される。

$$f_i^2 \approx \frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} i^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} i^2 \quad (20)$$

すなわち、固有振動数の2乗はモード次数 i の4乗の項と2乗の項との和で表現できる。このため、複数個の固有振動数測定値に対し、最小自乗法を適用して i^4 の係数を計算して、曲げ剛性 EI を定めることができる。

3. 実験

前章で示した曲げ剛性推定方法の妥当性を、棒鋼とスパイラルロープを用いた実験により検証する。

3. 1 棒鋼を用いた実験

表1に実験に用いた棒鋼の諸元を示す。棒鋼の長さは $L=1.5\text{m}$, 2m の2条件とし、棒鋼の直径 D は長さ方向の数力所で測定した平均値を用いている。図1に示すように、境界条件を完全固定境界に近づけるため、棒鋼の両端をネジ加工し、十分に大きな鋼製ブロックにねじ込んで固定した。なお前述の棒鋼長さ L は、この鋼製ブロック間の距離を用いている。棒鋼の張力は、ボルトの長さを変えることで鋼製ブロックBをスライドさせて載荷し、その時の棒鋼の歪みを歪みゲージで測定して求めている。振動実験では、棒鋼の固定端から20cm位置をハンマで打撃加振し、打撃点近傍の振動応答を加速度センサで測定し、高速フーリエ変換器で周波数分析を行って固有振動数を求めている。なお、本測定条件では $\beta L > 6$ となっており、式(14)の近似は十分に成立する範囲にある。

図2に、実験条件 $L=2\text{m}$, $T=200\text{kgf}$ における振動応答の周波数分析結果の例を示す。同図から1次から12次の固有振動数を読みとることができる。なお固有振動数の測定精度を上げるため、低次モードはサンプリング周波数を小さく設定し、高次モードは大きく設定して測定を行っている。表2に $L=2\text{m}$ の場合の各軸張力における固有振動数測定結果の一覧表を示す。本実験では各張力条件とも、20次までの固有振動数を測定している。図3に、モード次数と固有振動数との関係の一例を示す。図中の実線は固有振動数測定結果を最小自乗近似して求めた曲線を意味するが、測定結果と良く一致している。1次から20次までの固有振動数測定結果が、本研究で提案した計算式(20)で、十分に近似できることが分かる。すなわち、複数の固有振動数測定値から、最小自乗法で曲線近似を行いその係数より曲げ剛性を推定できることになる。

表3に、提案した手法による曲げ剛性推定値と、断面形状および材料定数から求まる曲げ剛性理論値とを比較する。なおカッコ内の数値は、曲げ剛性推定値を理論値で除した値である。同表より、今回提案する手法で、曲げ剛性を±2%程度の誤差で推定できていることが分かる。また張力がかかっている場合でも、張力のない場合と同等の精度で曲げ剛性を推定できることが分かる。

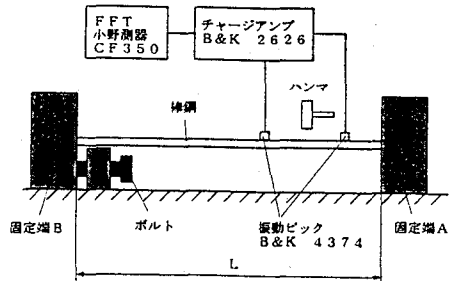


図1 実験装置の概要

表1 棒鋼の諸元

材質	SS41	
密度 ρ	$7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	
縦弾性係数 E	$2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	
長さ L (m)	直径 D (mm)	線密度 ρA (kg/m)
1.5	5.73	0.201
2	5.70	0.199

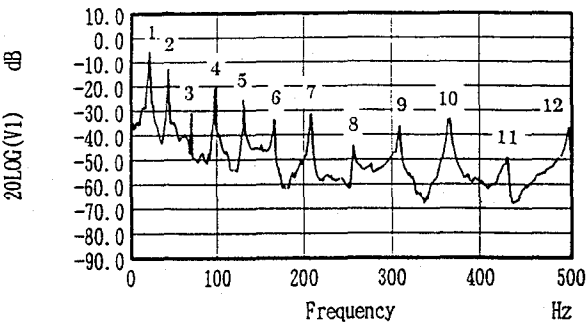


図2 振動応答の周波数特性
(丸棒 $L=2.0\text{m}$ $T=200\text{kgf}$)

表2 固有振動数一覧 ($L=2.0\text{m}$) (単位:Hz)

次数	設定張力				
	0 kgf	100kgf	200kgf	300kgf	400kgf
1	11.25	15	21.25	27.5	32.5
2	—	31.25	45	56.25	65
3	—	50	70	86.25	101.25
4	63.75	75	98.75	118.75	136.25
5	86	103.75	131.25	155	176.25
6	117.5	137.5	168.75	195	220
7	156.5	176.25	210	240	266.25
8	201.25	222.5	257.5	290	318.75
9	251.25	272.5	308.75	342.5	375
10	310	328.75	368.25	402.5	436.25
11	368.75	390	430	467.5	505
12	435	456.25	496.25	535	570
13	510	530	570	610	650
14	585	605	650	690	730
15	670	690	730	775	815
16	760	780	825	865	910
17	850	875	915	960	1000
18	955	975	1020	1065	1105
19	1065	1085	1130	1175	1220
20	1175	1190	1240	1290	1330

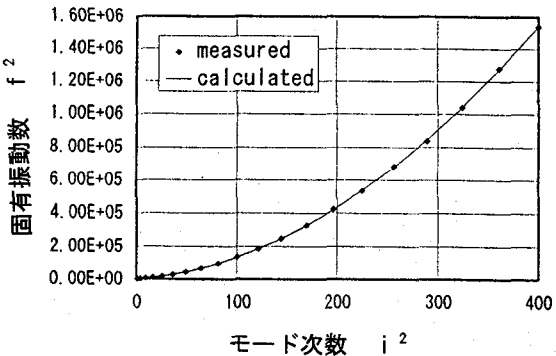


図3 実験結果の曲線近似 ($L=2.0\text{m}$ $T=200 \text{ kgf}$)

表3 棒鋼の曲げ剛性の比較

長さ (m)	理論値 EI ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)	推定値 EI ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)				
		$T=0\text{kgf}$	$T=100\text{kgf}$	$T=200\text{kgf}$	$T=300\text{kgf}$	$T=400\text{kgf}$
$L=1.5\text{m}$	10.9	10.6 (0.98)	10.5 (0.96)	10.7 (0.98)	10.7 (0.98)	10.7 (0.98)
$L=2.0\text{m}$	10.7	10.8 (1.01)	10.6 (0.99)	10.8 (1.01)	11 (1.03)	10.8 (1.02)

3.2 スパイラルロープを用いた実験

(1) 実験装置と供試体

橋梁に用いられることを想定し、供試体にはスパイラルロープとポリエチレン被覆付きスパイラルロープの2種類のロープを使用した。各ロープの諸元を表4に示す。

実験装置の構成を図4に、実験状況の写真を図5に示す。ロープの両端にはスリーブを圧着し、一端は鋼製治具で直接張力を受ける構造とし、他端は油圧ジャッキとロードセルとを介した後、鋼製治具で張力を受ける構造とした。ロープの張力は油圧ジャッキで載荷し、ロードセルで測定した。なお最長ロープ支点間長さは、同図に示すスリーブ間距離 $L=18\text{m}$ とし、それより短い支点間長はスパン調整治具を使用して設定した。

振動実験は、張力をかけたロープの x_0 点をハンマーで打撃加振し、点 x_1 における振動応答 V_1 と、点 x_2 における振動応答 V_2 とを加速度センサで測定した。2点で振動応答を測定した理由は、振動モードの節位置とセンサ位置とが合致し、固有振動数のピークを見逃すことを避けるためである。

表5に各実験におけるロープ支点間長さ、張力、測定位置を示す。張力は実橋架設時の応力を想定し、各ロープの軸応力に換算して $4.0\sim 40\text{kgf/mm}^2$ の範囲に設定している。なお各実験条件で $\beta L>10$ であり、式(14)は充分に成立する範囲にある。

表4 ロープの諸元

ケーブル種類	長さ L (m)	直径 D (mm)	断面積 A (mm ²)	線密度 ρA (kg/m)
スパイラルロープ	18.10.5	42	1067	8.74
ポリエチレン被覆 スパイラルロープ	18.10.5	34 (44)	695	5.73 (6.31)

*カッコ内は被覆後の値を示す

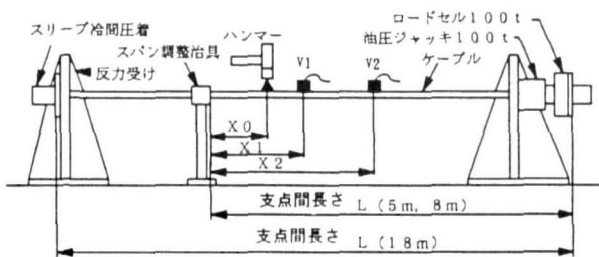


図4 実験装置の構成

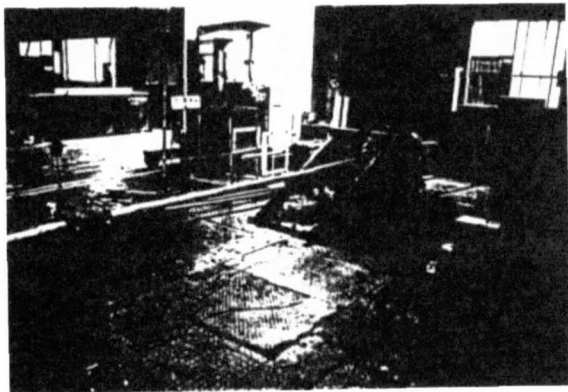


図5 実験状況

表5 実験条件

スパイラル 42φ					
長さ L (m)	打撃点 X0 (m)	V1 X1 (m)	V2 X2 (m)	設定張力 (tonf)	
18	1	3	5	4.2	14.0 28.0 42.0
10	1.5	2	3	4.2	14.0 28.0 42.0
5	0.25	1	1.5	4.2	14.0 28.0 42.0

被覆スパイラル					
長さ L (m)	打撃点 X0 (m)	V1 X1 (m)	V2 X2 (m)	設定張力 (tonf)	
18	1	3	5	2.75	9.10 18.20 27.35
10	1.5	2	3	2.75	9.10 18.20 27.35
5	0.25	1	1.5	2.75	9.10 18.20 27.35

(2) 振動実験結果

図6(a)、(b)は、スパイラルロープを $L=10\text{m}$ とし、張力を $T=4.2$ 、 42 tonf と変化させた場合の振動応答の周波数分析結果を示す。同図で、固有振動数がスパイラルロープにおいて、棒鋼と同様に高次モードまで明確に励起されることが分かる。また、図中の数字は固有振動数の次数を表わしている。各次の固有振動数は周波数に対してある程度規則的に出現するため図6(a)のように6次、7次が励起されない場合でも次の次数が8次であると判断できる。同じ理由により図6(b)のようにケーブルの固有振動数以外のピーク周波数が出現しても、妥当なものであるかどうか判断できる。

図6(c)、(d)は、スパイラルロープに $T=14\text{ tonf}$ の張力をかけ、ロープ支点間長さを $L=5, 18\text{m}$ と変化させた場合の振動応答の周波数分析結果を示す。当然ではあるが、同じモード次数の固有振動数であれば、ロープ支点間長さが長くなるほど低周波数に出現している。

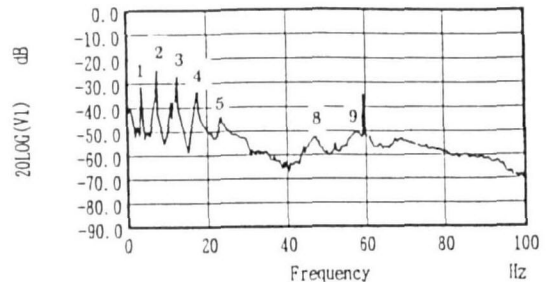


図6(a) 振動応答の周波数特性
(スパイラル $L=10\text{m}$ $T=4.2\text{ tonf}$)

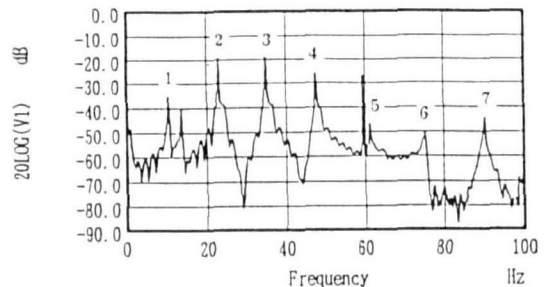


図6(b) 振動応答の周波数特性
(スパイラル $L=10\text{m}$ $T=42\text{ tonf}$)

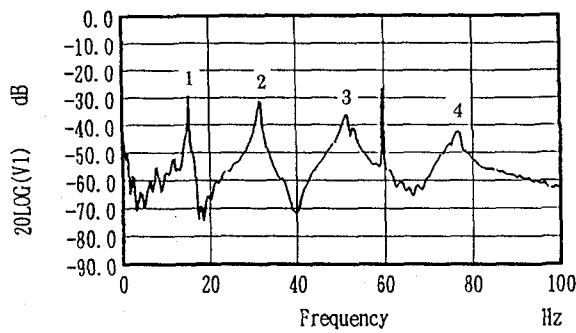


図 6 (c) 振動応答の周波数特性
(スパイラル L=5m T=14 tonf)

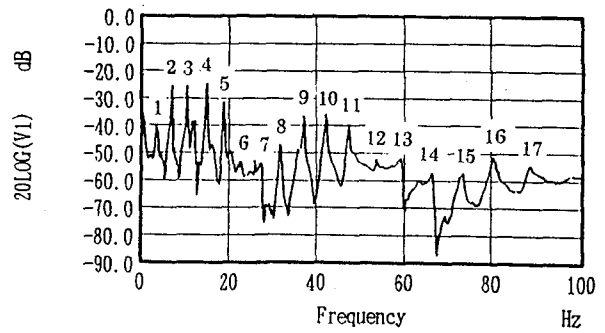


図 6 (d) 振動応答の周波数特性
(スパイラル L=18m T=14 tonf)

表 6 (a)、(b)にスパイラルロープと被覆付きスパイラルロープの各実験条件に対し、測定したモード次数と固有振動数とを整理する。空欄は、スパン調整治具背後のロープ振動が、対象とするロープの振動に影響を与え固有振動数を正確に測定できなかつたり、加速度センサ位

置を振動モードの節位置から回避できなかった場合を意味する。同表よりロープ支点間長が長い程、固有振動数を高次モードまで測定できること、またロープに高い張力がかかる程、高次モードまで固有振動数が測定できることが分かる。

表 6 (a) ϕ 42mm スパイラルロープの固有振動数一覧

次数 (n)	ロープ長さ 18 m				ロープ長さ 10 m				ロープ長さ 5 m			
	4.2tonf	14tonf	28tonf	42tonf	4.2tonf	14tonf	28tonf	42tonf	4.2tonf	14tonf	28tonf	42tonf
1	—	3.600	5.050	6.150	3.850	6.700	9.300	—	8.875	15.500	21.000	25.375
2	3.950	7.200	10.100	—	7.750	14.000	19.400	23.500	19.875	32.125	43.125	51.500
3	6.050	10.800	15.700	19.000	12.550	21.250	29.375	35.500	34.250	51.750	68.250	81.250
4	8.300	14.950	20.875	25.375	17.650	29.250	40.000	48.125	52.000	76.750	97.000	114.000
5	10.750	18.900	26.250	31.875	23.750	38.250	51.500	61.250	73.000	105.500	132.000	151.000
6	13.450	23.000	31.875	38.500	30.625	47.875	63.250	75.250	105.500	140.000	171.250	192.500
7	16.375	27.750	37.625	45.375	—	60.000	77.250	90.500	—	176.000	—	—
8	—	32.125	43.750	—	47.250	70.250	91.250	107.000	166.000	—	260.000	290.000
9	23.000	37.250	50.000	59.500	58.250	83.250	106.500	123.500	—	—	315.000	350.000
10	26.875	42.500	56.500	67.000	—	—	123.000	141.500	—	—	—	—
11	31.125	48.000	63.250	74.750	—	—	140.500	160.500	—	—	—	—
12	34.750	53.750	70.250	83.000	—	—	160.000	181.500	—	—	—	—
13	39.750	60.000	78.000	91.250	—	—	180.000	—	—	—	—	—
14	—	66.500	86.000	99.500	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	73.500	93.750	109.000	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	80.750	102.000	118.500	—	—	—	—	—	—	—	—
17	—	88.250	111.000	128.000	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	120.000	137.500	—	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	130.000	148.000	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	140.000	159.000	—	—	—	—	—	—	—	—

表 6 (b) ポリエチレン被覆スパイラルロープの固有振動数一覧

次数 (n)	ロープ長さ 18 m				ロープ長さ 10 m				ロープ長さ 5 m			
	2.75tonf	9.1tonf	18.2tonf	27.35tonf	2.75tonf	9.1tonf	18.2tonf	27.35tonf	2.75tonf	9.1tonf	18.2tonf	27.35tonf
1	2.350	3.500	4.800	5.850	3.900	6.400	8.700	—	9.000	14.250	19.125	22.875
2	4.050	6.900	9.600	11.100	7.850	13.200	18.050	21.875	20.375	29.500	38.750	46.000
3	6.200	10.750	14.850	17.950	12.650	20.125	27.250	32.875	34.875	47.625	60.750	71.000
4	8.500	14.250	19.700	23.875	18.050	27.625	36.875	44.250	54.750	69.250	85.250	99.000
5	11.000	18.050	24.750	30.000	24.375	35.750	47.000	56.000	76.250	95.250	113.500	129.500
6	13.800	22.000	30.000	36.125	31.630	44.625	57.750	68.250	105.000	123.000	143.500	162.000
7	16.650	26.000	35.250	42.380	—	53.750	69.250	81.500	—	154.000	178.000	201.250
8	20.000	30.375	40.750	48.875	49.380	64.500	81.500	95.500	162.500	191.500	220.000	241.250
9	23.500	34.875	46.375	55.500	59.250	76.500	94.000	109.500	202.500	231.500	263.800	286.300
10	27.250	39.625	52.250	62.000	—	90.000	108.500	124.500	—	—	—	—
11	31.250	44.625	58.250	69.250	—	102.000	123.000	140.500	—	—	—	—
12	—	49.750	64.250	76.250	—	117.000	138.500	157.000	—	—	—	—
13	—	55.000	71.000	83.250	—	132.500	154.500	175.500	—	—	—	—
14	—	61.250	77.500	90.750	—	149.000	172.500	194.500	—	—	—	—
15	—	67.250	84.500	98.500	—	166.500	190.500	215.000	—	—	—	—
16	—	73.750	91.750	106.500	—	185.500	208.800	232.500	—	—	—	—
17	—	80.500	99.250	114.500	—	203.800	228.800	256.300	—	—	—	—
18	—	86.000	106.500	123.000	—	225.000	251.300	278.800	—	—	—	—
19	—	94.750	115.000	131.500	—	247.500	275.000	302.500	—	—	—	—
20	—	102.500	123.000	140.500	—	—	—	—	—	—	—	—

図7(a), (b)に、モード次数に対する固有振動数の挙動を示す。ただし縦軸は、測定した固有振動数を弦の理論式から求まる固有振動数で無次元化した値で整理している。

図7(a)に、スパイラルロープ10mのモード次数と固有振動数の関係を示す。各張力条件とも、モード次数が低くなるに従い固有振動数比は1に近づき、モード次数が高くなるに従い1から単調に増大する傾向にある。すなわち低次モードほど弦振動の特性が強く、高次モードになるに従い曲げの影響が強くなり現れてきている。また各モード次数とも、張力が高くなるに従い弦振動の挙動に近づき、張力が低いほど固有振動数に曲げの影響が強くなり現れ固有振動数比が1より離れてゆく傾向にある。

図7(b)は、スパイラルロープの張力を $T=14 \text{ tonf}$ に設定し、ロープ支点間長さを変化した場合の固有振動数比を表す。各モード次数とも、ロープ支点間長さが長いほど固有振動数比は1に近い値を示す。すなわちロープ支点間長が長いほど弦振動の傾向が強く、短くなるに従い曲げの影響が強くなり現れてくる。

両図から、張力条件やロープ支点間長さ条件にかかわらず、固有振動数比はモード次数が高くなるに従って増大し、高次モードほど弦振動の特性より曲げ振動の特性が強くなり現れる傾向にあることがわかる。

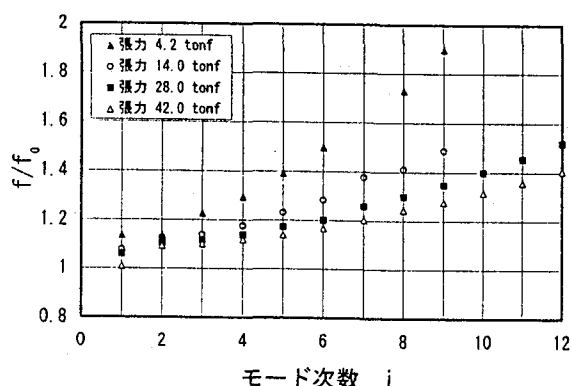


図7(a) 実験／弦理論周波数比とモード次数との関係
($\phi 42\text{mm}$ スパイラルロープ $L=10\text{m}$)

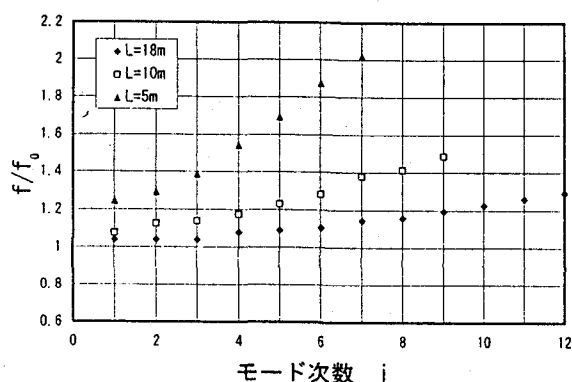


図7(b) 実験／弦理論周波数比とモード次数との関係
($\phi 42\text{mm}$ スパイラルロープ $T=14.0\text{tonf}$)

(3) 曲げ剛性の推定

前章で提案した理論に従い、供試体ロープの曲げ剛性を計算する。表6(a), (b)に示した固有振動数とモード次数とを、式(20)に代入し、最小自乗法で曲線近似を行った。図8(a), (b)に固有振動数測定値と最小自乗法による近似曲線の比較例を示す。固有振動数測定結果はモード次数の4乗と2乗の和で表現される式(20)で充分近似されていることが分かる。最小自乗法で求めた4乗の項の係数から、ロープの曲げ剛性を算出した結果を表7(a), (b)および図9(a), (b)に整理する。スパイラルロープの曲げ剛性推定結果は、棒鋼の場合と異なり、張力によって値が異なっている。一つの傾向として、張力が大きくなるに従い、曲げ剛性の値も増加する傾向にある。一方、被覆付きスパイラルロープでは、張力が増加しても曲げ剛性の値はスパイラルロープの場合ほど変化せず $EI=9500 \text{ N/m}^2$ 前後の値を保っている。

このことは、これまで報告されているように、張力がかかると素線がねじれを解消する方向に自転し、ロープ断面内で素線同士の間隔が密になり、ロープの各素線同士が固く拘束されることで、曲げ剛性が増大したと考えられる。一方被覆付きスパイラルロープでは、表面が厚さ5mmのポリエチレンで被覆されているため、張力をかけても素線の結束が変化せず、ほぼ一定の曲げ剛性を保持したものと考えられる。

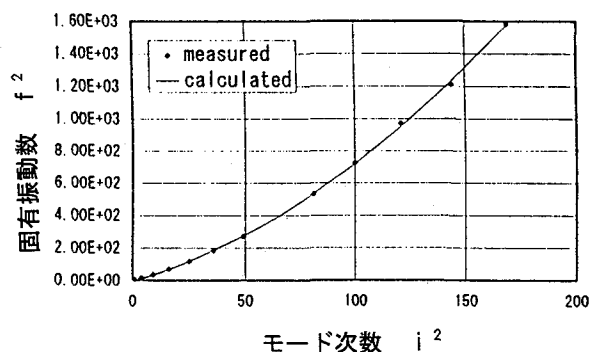


図8(a) 実験結果の曲線近似
($\phi 42$ スパイラルロープ $L=18\text{m}$ $T=4.2 \text{ tonf}$)

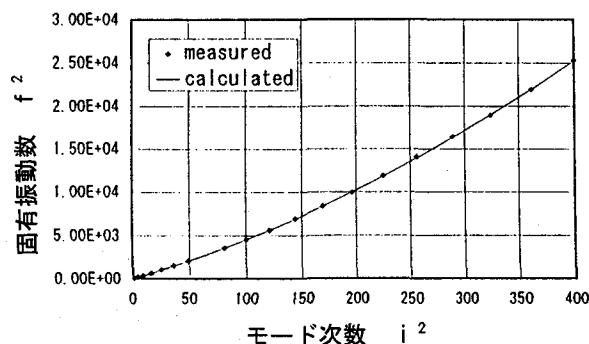


図8(b) 実験結果の曲線近似
($\phi 42$ スパイラルロープ $L=18\text{m}$ $T=42.0 \text{ tonf}$)

表7 (a) $\phi 42$ スパイラルロープの曲げ剛性推定結果

長さ (m)	E I 実験値 ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)			
	4.2 tonf	14.0 tonf	28.0 tonf	42.0 tonf
L=18m	11600	17800	21500	22600
L=10m	13100	16100	21500	23500
L=5m	10800	16700	21200	25100

表7 (b) 被覆スパイラルロープの曲げ剛性推定結果

長さ (m)	E I 実験値 ($\text{N}\cdot\text{m}^2$)			
	2.75 tonf	9.1 tonf	18.2 tonf	27.35 tonf
L=18m	9870	9550	9600	9710
L=10m	8830	9000	9260	9900
L=5m	7450	8740	10600	10100

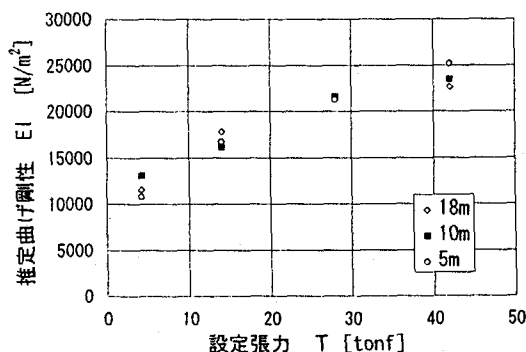


図9 (a) 推定曲げ剛性と設定張力の関係 ($\phi 42\text{mm}$ スパイラルロープ)

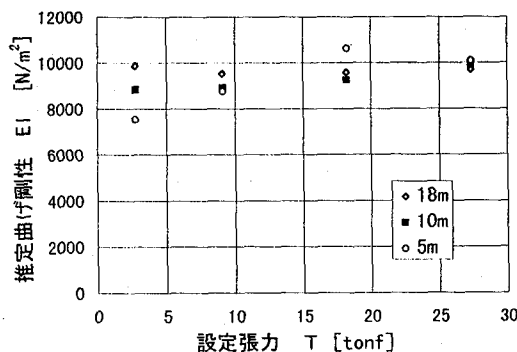


図9 (b) 推定曲げ剛性と設定張力の関係 (ポリエチレン被覆スパイラルロープ)

(4) 張力の算定

張力は式(20)を使い i^2 の係数より推定することもできるが、本研究では従来法である式(13)を用いて計算を行った。

計算方法は、式(13)に示した振動数方程式に低次モードの固有振動数測定値と表7に示した曲げ剛性推定値とを代入し、振動数方程式が0となるようにTを求める。

図10に張力の計算例を示す。解となる張力の設定値は $T=14\text{tonf}$ で、長さ $L=10\text{m}$ のスパイラルロープの一次固有振動数 $f=6.7\text{Hz}$ と曲げ剛性 $EI=16100\text{N}\cdot\text{m}^2$ とを振動数方程式に代入し、Tを変化させた場合の振動数方程式の値を表示した。同図で、振動数方程式が0となるTの値は複数存在している。求められた複数の張力を、弦理論における固有振動数計算式に代入すると、それぞれに固有振動数が計算されるが、図7の結果を参考にすると、測定値 $f=6.7\text{Hz}$ より小さく、最も近い固有振動数の値を与える張力Tが真の値と考えられる。

この手順で張力を計算した結果を表8(a)、(b)に整理する。2種類のロープに対し、全実験条件で1次から4次までの固有振動数に対して、張力を算定している。空欄は既述表6で、固有振動数が読み取れなかった条件に対応している。同表でカッコ内の値は、計算した張力値とロードセルで測定した張力値との比を表している。従って、カッコ内の値が1に近いほど張力の推定精度が高いと言える。

全体的な傾向として、張力は1次から4次までの異なる固有振動数を用いても、ほぼ同等の精度で張力が計算されている。また、弦の挙動が強く現れる条件で、推定精度が高くなっている。すなわち、張力の高い条件ほど、またロープ長が長いほど計算精度が高くなっている。

低張力で精度が低い原因としてはサグの影響が考えられる。本手法ではサグを無視しているが実際には低張力になるとその影響が現れる。新家らの研究¹⁾ではサグの影響を無次元値 Γ で判定しており、本実験条件では $\phi 42$ スパイラルロープの張力4.2ton、ポリエチレン被覆スパイラルロープの張力2.75tonの場合はサグの影響範囲になる。ただし、固有振動数として二次以上の値を用いればサグの影響が小さいため張力推定精度は比較的良好と言える。

またサグ以外の原因としては、ロープの境界条件が考えられる。本実験ではロープ両端の圧着スリーブは、反力壁に固定されたわけではなく、張力を受けた状態で反力壁に接触して摩擦力で保持された状態にある。このため、変位零の条件は満足するが、傾き零の条件は必ずしも成立していない可能性が高い。この結果、曲げの挙動が大きくなる条件で計算精度が低下したものと予想される。しかしながら、大部分の条件で張力は $\pm 8\%$ 程度の誤差に収まっていると言える。

なお上記手法では、複数の固有振動数を用いて張力を同定できるので、例えば1次、2次の固有振動数が励起でき難い場合でも他の明らかに励起されている固有振動数によって張力の推定が可能である。また、ケーブル以外の固有振動数ピークが混入して誤った張力を算出しても、他の固有振動数より算出した張力値と比較した上で除外できるなどの利点を有する。

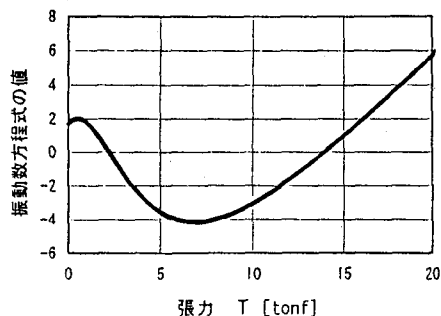


図10 振動数方程式の値と張力の関係

($\phi 42\text{mm}$ スパイラルロープ 10m 14.0tonf)

表 8 (a) $\phi 42$ スパイラルロープの張力計算値一覧

長さ L (m)	張力 T (tonf)	曲げ剛性 EI (N·m ²)	張力固定値 (T tonf)			
			張力(一次)	張力(二次)	張力(三次)	張力(四次)
			同定/設定	同定/設定	同定/設定	同定/設定
18	4.20	11600	—	3.35 (0.92)	3.34 (0.91)	3.34 (0.91)
	14.00	17800	13.94 (0.99)	13.67 (0.98)	13.38 (0.96)	14.11 (1.01)
	28.00	21500	27.95 (0.99)	27.65 (0.99)	29.44 (1.05)	28.78 (1.03)
	42.00	22600	41.34 (1.00)	—	43.88 (1.04)	43.52 (1.04)
10	4.20	13100	4.06 (0.97)	3.68 (0.88)	3.77 (0.90)	3.4 (0.81)
	14.00	16100	13.92 (0.99)	14.79 (1.06)	14.32 (1.02)	14.24 (1.02)
	28.00	21500	27.74 (0.99)	29.67 (1.06)	29.14 (1.04)	28.97 (1.03)
	42.00	23500	—	44.75 (1.07)	44.21 (1.05)	44.14 (1.05)
5	4.20	10800	4.04 (0.96)	4.04 (0.96)	4.05 (0.96)	3.76 (0.90)
	14.00	16700	15.68 (1.12)	14.8 (1.06)	14.24 (1.02)	14.87 (1.06)
	28.00	21200	31.26 (1.12)	30.39 (1.09)	30.08 (1.07)	29.51 (1.05)
	42.00	25100	39.29 (0.94)	45.73 (1.09)	46.19 (1.10)	45.27 (1.08)

表 8 (b)
ポリエチレン被覆スパイラルロープの張力計算値一覧

長さ L (m)	張力 T (tonf)	曲げ剛性 EI (N·m ²)	張力固定値 (T tonf)			
			張力(一次)	張力(二次)	張力(三次)	張力(四次)
			同定/設定	同定/設定	同定/設定	同定/設定
18	2.75	9870	4.11 (1.49)	2.88 (1.05)	2.85 (1.04)	2.82 (1.03)
	9.10	9550	9.55 (1.05)	9.17 (1.01)	9.78 (1.07)	9.45 (1.04)
	18.20	9600	18.39 (1.01)	18.3 (1.01)	19.34 (1.06)	18.93 (1.04)
	27.35	9710	27.63 (1.01)	24.72 (0.90)	28.69 (1.05)	28.33 (1.04)
10	2.75	8830	3.06 (1.11)	2.81 (1.02)	2.88 (1.05)	2.82 (1.03)
	9.10	9000	9.31 (1.02)	9.67 (1.06)	9.54 (1.05)	9.55 (1.05)
	18.20	9260	17.96 (0.99)	19.11 (1.05)	18.89 (1.04)	18.83 (1.03)
	27.35	9900	—	28.64 (1.05)	28.31 (1.04)	28.17 (1.03)
5	2.75	7540	3.09 (1.12)	3.3 (1.20)	3.36 (1.22)	4.06 (1.48)
	9.10	8740	9.9 (1.09)	9.55 (1.05)	9.63 (1.06)	9.78 (1.07)
	18.20	10600	19.24 (1.06)	18.41 (1.01)	18.17 (1.00)	17.62 (0.97)
	27.35	10100	29.13 (1.07)	28.18 (1.03)	27.94 (1.02)	28.17 (1.03)

4. 結言

ケーブルの曲げ剛性を、テストベンチにおける予備実験を行うことなく、架設現場で簡便に推定する手法を提案し、併せて推定した曲げ剛性と低次の固有振動数とからケーブルの張力を計算し、以下のことを明らかにした。

- 1) 張力の作用する両端固定梁の撓みに関する振動数方程式において、高次の解には周期性がある。
- 2) 解の周期性に着目すると、複数個の固有振動数測定値から、梁の曲げ剛性を計算することが可能である。
- 3) 棒鋼を供試体に用い、種々の張力条件下で曲げ剛性を推定した値は、断面形状と縦弾性係数から定まる曲げ剛性の理論値に±2%の誤差で一致した。
- 4) スパイラルロープと被覆スパイラルロープを供試体に用い、種々の張力条件下で曲げ剛性を推定し、前者では張力が増加するに従い曲げ剛性が増加するが、後者では張力に関係なくほぼ一定の値を保つ結果を得た。
- 5) 求められた曲げ剛性と低次の固有振動数とを用い、張力を計算したところ、用いた解の次数によらずほぼ同一の張力を得た。
- 6) 計算した張力をロードセルで測定した張力と比較し、計算精度を検討したところ、曲げの影響が強くなる条件を除いては、張力の推定誤差はほぼ±8%以内であった。

なお今後の課題として、本手法を実橋で適用した場合の張力算出精度の検証と(20)式で曲げ剛性と張力を一括して求めた場合の張力算出精度の検討などが残されている。

参考文献

- 1) 新家徹、広中邦汎、頭井洋、西村春久：振動法によるケーブル張力の实用算定式について、土木学会論文報告集、第287号、pp. 26～32、1979年7月
- 2) 島田忠幸：ケーブルの高次振動モードの固有振動数測定からの張力測定法について、土木学会論文集、第501号／1-29、pp. 163～171、1994年10月
- 3) 山口宏雄、宮田利雄、伊藤学：曲げ剛性を考慮した面内線形自由振動、土木学会論文報告集、第319号、pp. 314～318、1982年3月
- 4) 島田忠幸、西村昭：振動法によるケーブル張力測定値への曲げ剛性の影響、土木学会論文集、第398号／1-10、pp. 409～412、1988年10月
- 5) 会田俊夫、佐藤進、中井幹雄：多層よりスパンワイヤロープの自転性について、日本機械学会論文報告集、34巻、285号、pp. 355～361、昭和43年2月

(1995年 9月18日受付)