

伝統的石積技法の力学的考察

Structural Analysis of Japanese Traditional Masonry Retaining Wall

市岡隆興* 石井信行** 篠原修***

by Takaoki ICHIOKA, Nobuyuki ISHII and Osamu SINOHARA

*東京大学修士過程在学中 大学院工学系土木工学専攻

**東京大学助手 大学院工学系土木工学専攻

***工博 東京大学教授 大学院工学系土木工学専攻

(〒113 文京区本郷7-3-1)

Stone retaining walls of the Japanese castles are considered one of the most beautiful structures in Japan. However, structural analysis of the stone retaining walls have been done little until now. The authors consider that a sectional curvature of the inclined wall is an important factor of its beauty, and studied the relationship between the geometry and the soil mechanics concerning the slope. The authors made a hypothesis to explain a theory of the mechanical aspect of the walls and compared the slopes obtained by the hypothetical theory to those of the existing walls and obtained by an initiated secret technique of building a wall named 'Ano.' The authors concluded that the theory could apply a wall, whose height was more than twenty-two meters.

Key Words: stone retaining wall, geometry, soil mechanics, Ano, sectional curvature

1. はじめに

1. 1 背景

現在の土木構造物において、景観デザインという名の下にその構造を無視した表面的装飾や、構造とは無縁の奇抜な造形がしばしば行われている。その一方で、構造に着目し、特有の形態を得ようとする造形の考え方が求められてきている。このような考え方は構造デザインと呼ばれ、構造的な制約を受けることを造形に対する足枷とは考えずに、むしろこの制約を構造物それぞれの形を決定する際の足がかりとするものである。

現在、構造と工学的あるいは経済的な制約との関係が比較的明快な橋梁の分野において、この構造デザインをめぐる議論が盛んに行われている。このような流れは橋梁以外の土木構造物においても、今後広がっていくと考えられる。

土木構造物の中で造形の美が注目されてきたものに我が国の城郭石垣がある。そのひとつの重要な要素である石垣の勾配曲線に対する様々な図形的解釈もなされてきた。しかし、力学的、構造的合理性との関連については説明が十分になされていない。

このような背景を踏まえ、造形美の議論の対象となり、しかも工学的制約条件が明快な石垣における構造デザインについて考えてみたい。

1. 2 研究の目的

(1) 組積擁壁の合理的な構造モデルを提案し、それに

基づいた勾配曲線の提示を行う。

(2) 提案構造モデルと戦国時代から江戸時代の城郭石垣の築成者で知られる穴太による城郭石垣の勾配曲線及び実際の城郭石垣の勾配曲線を比較することによって既存城郭石垣の工学的解釈を行う。

2. 境界面均衡曲線

組積擁壁の合理的な断面形を求めるために、新たな理論の提案を試みる。この理論に基づく組積擁壁のモデルを用いて、理論の適用性の検証を行う。

2. 1 境界面均衡モデル理論

石垣の形態と力学の対応関係については筆者の一人と中村が個々の石の回転のみに着目した理論¹⁾を既に報告している。しかしながら、石垣を構成する要素(石・ブロック)の滑動を無視したその理論では城郭石垣の形態を天端から下端まで統一的に説明するには至らなかった。また、石垣形態の決定に安全率という人為的なパラメーターの設定を必要としているという点においても城郭石垣の形態の説明には不十分であった。そこで、それらの問題を踏まえた上で、甲府城の高い石垣(約15m)の様に不整形な石で積み上げられ、それら全ての石に対し摩擦力や回転に対する安定を期待できない組積構造をも説明できる理論が必要となった。

石垣を構成する個々の石を観察すると、土圧の小さい上部では石の傾きが小さく、土圧が大きくなる下部では

石の傾きも大きくなっている。それらのことから、石垣断面を考えたときに、基本的には、石は各々積み上げられている城郭石垣面の法線方向でその自重と土圧とで力の釣り合いをとっていると推定し、これを境界面均衡モデル理論として提案する(図-1)。但し、地震も石垣の破壊の一つの要因と考えられるが、城郭石垣が地震を考慮して設計されたという記録はない。現時点では、設計と地震との関係が明白でなく、今回の研究ではまず平常時の力学的モデルを扱った。

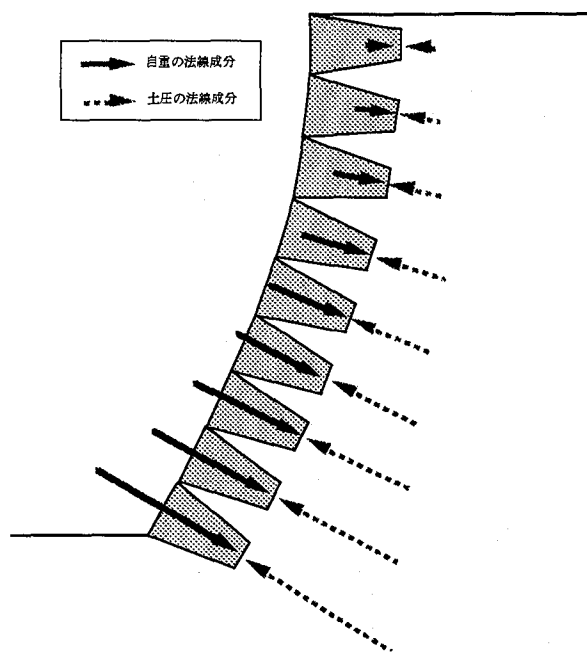


図-1 境界面均衡モデルの考え方

2. 2 土圧の求め方

土圧の求め方としてクーロン土圧、ランキン土圧が一般的であるが、土との境界が曲線のときの土圧分布に関しては、ふれていない。これを求める際には、有限要素法、すべり線法(応力特性曲線法)、「試行くさび法」(クーロン土圧による)による応用の3つが考えられる。この中から、今回のモデル化に適した試行くさび法を選択した。試行くさび法及びその応用法を以下で説明する。

(1) 試行くさび法

これは壁面の断面が直線の場合での全土圧合力を求める方法である。

仮定した滑り線によって切り取られる三角形土塊の力のつり合い(W 土塊自重、 P' 壁面が土塊を支える力、 R 滑り線下の土が土塊を支える力)を考えることにより壁面が土塊を支える力 P' が求まる(図-2)。これは土圧合力 P の大きさに等しく逆向きの力であり、滑り線の傾斜角によってその値は変化する。その傾斜角を変化させて得られる土圧合力の最大値を土圧とする。(壁面の垂直からの傾きを α 、滑り線の水平からの傾き ω 、壁面摩擦角を δ 、土の内部摩擦角を ϕ とした。)上載荷重がある場

合は、それを力の釣り合いに加えればよい。

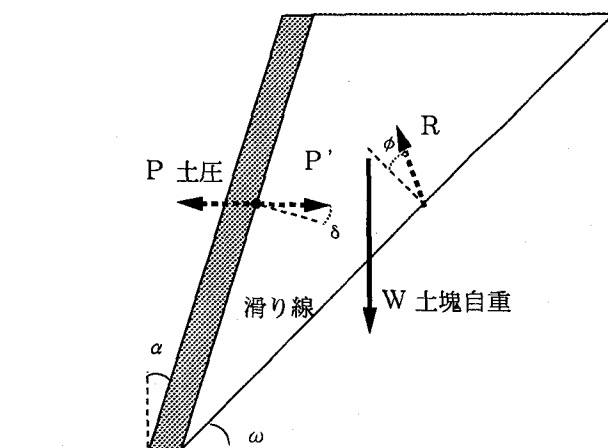


図-2 試行くさび法 (土圧の求め方)

(2) 壁面の断面が曲線の場合における土圧分布

この試行くさび法を応用することにより土圧分布を求める。

土を数段のくさび状に分割した k 番目の土塊について、その力の釣り合いを試行くさび法を用いて計算し土圧を求める(図-3)。まず一番上の土塊について土圧を求める。同時に滑り線角度も決まる。次に2番目の土塊については上側の境界線が決まっているので同様に試行くさび法により、土圧と下側の境界線(滑り線)が決定する。これを上部より、分割した全ての土塊部分での土圧を求め、これを土圧分布とする。分割を細かくしていくことにより曲線断面上での土圧分布も求まる。

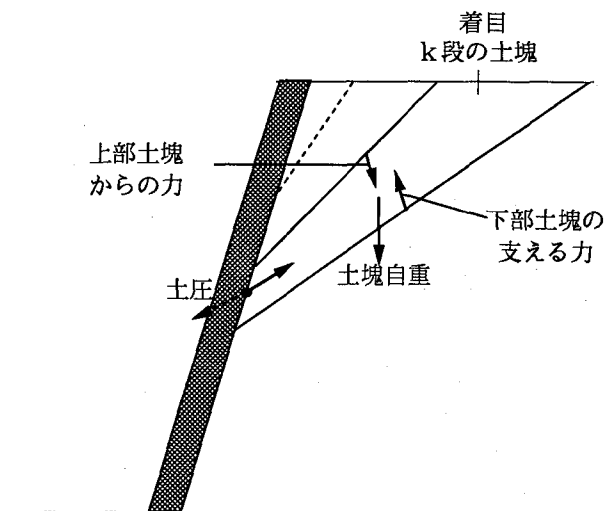


図-3 土圧分布の求め方

2. 3 境界面均衡曲線

石垣断面において、境界面均衡モデル理論による断面形を求めると曲線が得られる。この断面曲線を境界面均衡曲線と名付ける。

計算方法を以下に示す。まず、一番上の石について、石垣要素の石の傾きを変化させ、その石垣面に対する法

線方向に働く自重の大きさと、試行くさび法の応用によって求まる土圧の法線方向成分とが釣り合う角度 α を求める。これで、最上段の石の傾きが決定する。次に2段目の石について同様に石垣面の法線方向に対し力の釣り合いを満たすように石の傾きを求める。この時の土圧計算の際には上部土塊から加わる力を試行くさび法における上載荷重としている。この計算を最上部の石から順次行い、これをつなげていくことにより全体の断面形が求まる。但し、自重と土圧の他に石積みの石垣面の方が変化するときが発生する、上の石から加わる法線方向の力についても考慮する必要がある(図-4、式1)。 V_{k-1} はK-1石からK石が受ける力で、方向はK-1石の法線に直角方向。

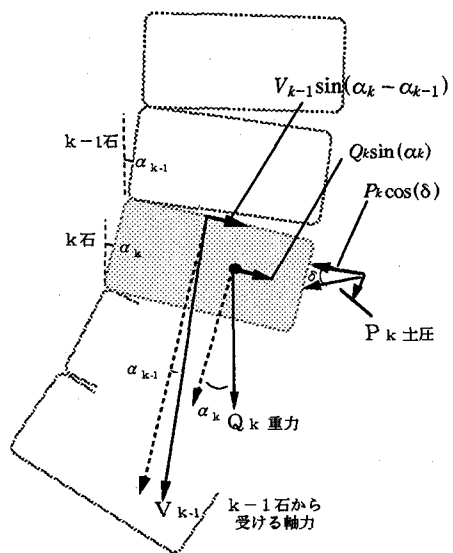


図-4 境界面均衡モデルにおける力の釣り合い

$$Q_k \sin(\alpha_k) + V_{k-1} \sin(\alpha_k - \alpha_{k-1}) = P_k \cos(\delta) \quad (\text{式1})$$

この計算には、以下のパラメーターが必要となる。

控え長	a (m)
石の単位重量	γ_b (tf/m ³)
土の単位重量	γ (tf/m ³)
土の内部摩擦角	ϕ (度)
壁面摩擦角	δ (度)

2. 4 断面形の提示

境界面均衡曲線とパラメーターとの関係を示す。また、それぞれのパラメーターが境界面均衡曲線にどの程度影響を与えるか調べるために、以下の条件を基本としてそれぞれのパラメーターを変化させた時の断面形を示す。

比較の基本となる境界面均衡曲線 (図-5)

高さ	18m
土の内部摩擦角	30°
壁面摩擦角	20°
石の単位体積重量	2.5 (tf/m ³)
土の単位体積重量	1.8 (tf/m ³)

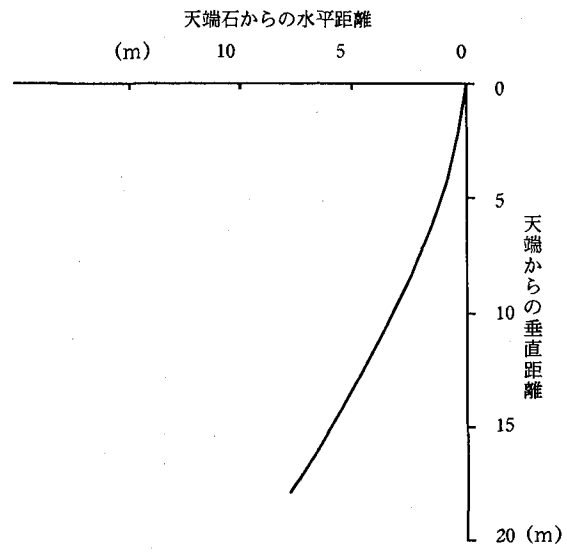


図-5 比較の基本となる境界面均衡曲線

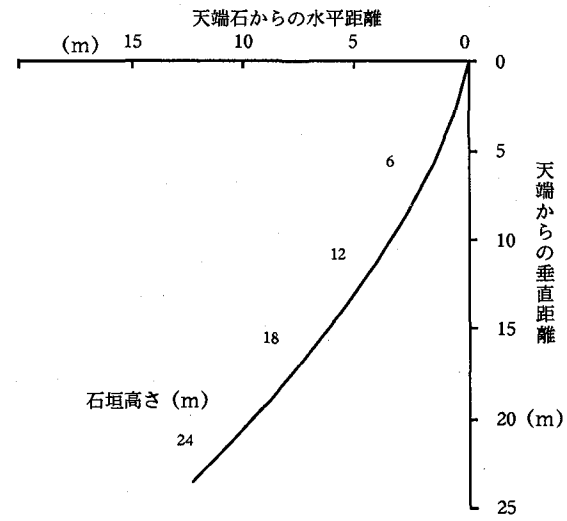


図-6 石垣高さを変化させた場合

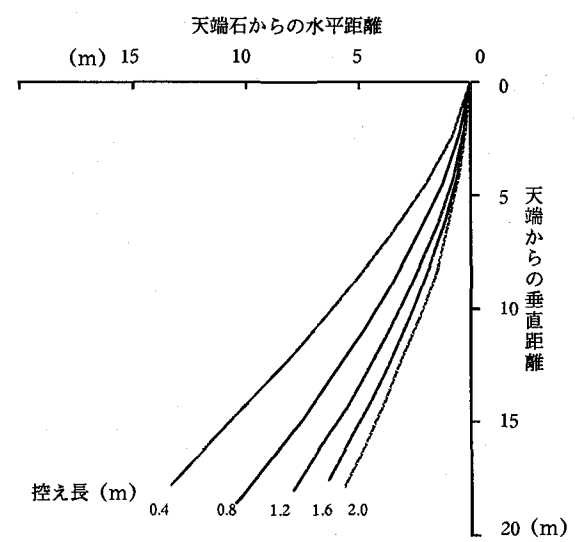


図-7 石の控え長を変化させた場合

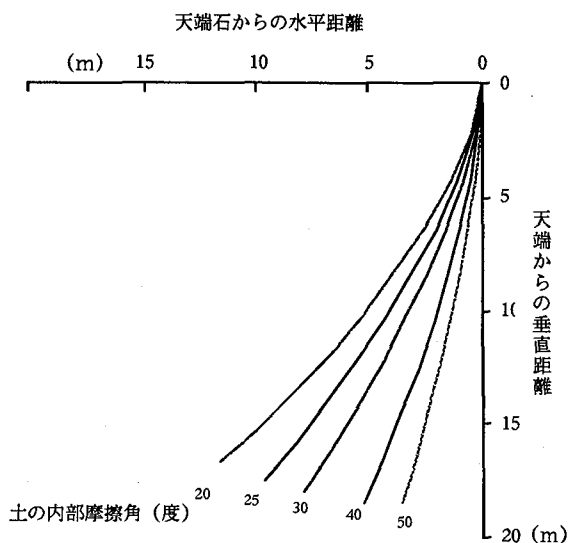


図-8 土の内部摩擦角を変化させた場合

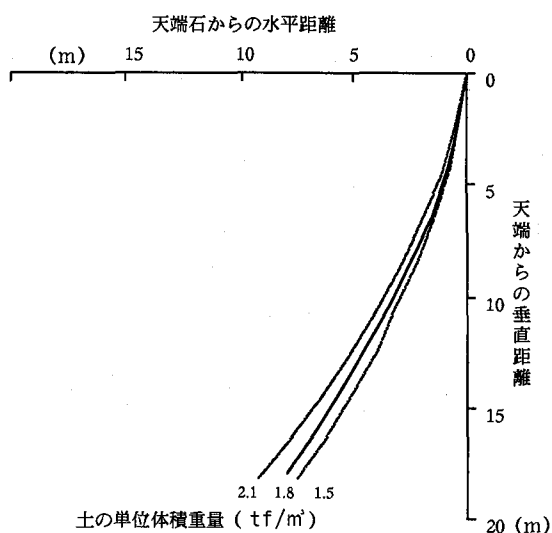


図-9 土の単位体積重量を変化させた場合

2.5 まとめ

石垣の石の自重と土圧との釣り合いをとることによって、石垣が構造的に安定するという境界面均衡モデル理論に基づき、境界面均衡曲線を提示しパラメーターの違いによる曲線の変化を見た。その結果、境界面均衡曲線の性質について次のようなことが言える。

- ・石垣上部の曲率が小さく、下部では直線に近い形となる。
- ・曲線の形に与える影響の大きいパラメーターは、土の内部摩擦角と、石の控え長であり、土の単位体積重量、石の単位体積重量の影響は比較的小さい。
- ・境界面均衡曲線は上部より下方向に計算していくため、同じパラメーターを与えた場合は高さが変化しても同じ曲線となる。

3. 境界面均衡曲線と既存の組積擁壁及びその構築法との比較

穴太による石垣の断面形を石垣の高さを変化させて境界面均衡曲線と比較することによってその力学的特徴を考える。

また、既存の城郭石垣で断面図から石の控え長の分かるものについて、その断面形を境界面均衡曲線と比較することによってその特徴を考える。

3.1 境界面均衡曲線と穴太理論の比較

(1) 穴太理論による断面形

穴太は石垣の断面形(石垣勾配曲線)を経験により決め、その形を図表化した。

矩方・・・高さ1尺に対する三角形の底辺

規合・・・高さ1尺に対する三角形の頂部での戻し

惣矩方・・・矩方をあわせたもの

惣規合・・・規合をあわせたもの

これらの関係を図-10に示す。山高さに対する矩方、惣矩方、惣規合の関係を表-1に示す。

山高さに応じた矩方(等差数列)より惣矩方が決められる。ここで基本三角形が出来上がり、惣規合を惣矩方の4分の1にとる。そして法則に従い(例を使って後で説明)基本三角形から規合をもどして勾配曲線をつくる。本研究では、この方法によって求められる勾配曲線を、「穴太曲線」と呼ぶことにする。北垣聡一郎、石垣普請²⁾による穴太曲線の作り方を示す。

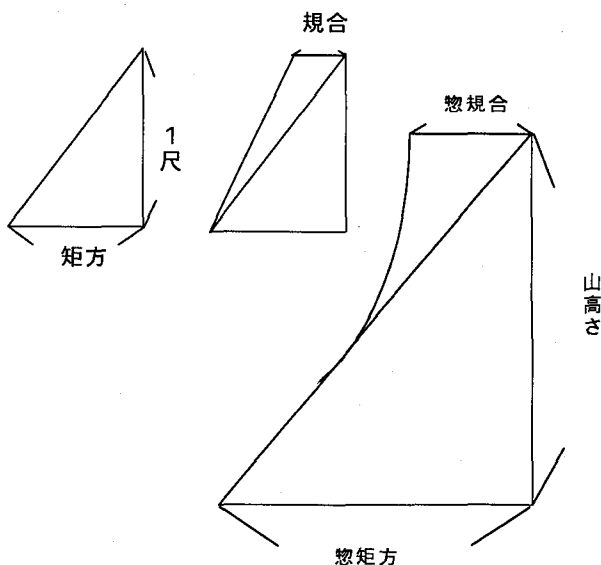


図-10 規合・矩方の関係

<例>山高さ8丈での穴太による勾配曲線の求め方。(図-11)

山高さ8丈の時の惣矩方は5丈4寸(15.3

m) で基本三角形ABCが決まる (表-1より)。
惣規合は惣矩方の4分の1で1丈2尺6寸 (3.82m) と求まる。

表-1 山高さに対する矩方、惣矩方、惣規合の関係

山高さ		矩方 (1尺に対し)		惣矩方		惣規合	
丈・尺	(m)	寸・分	(m)	丈・尺・寸・分	(m)	丈・尺・寸・分	(m)
9・0	(27.3)	7・3	0.221)	6・5・7	(9.9)	1・6・4・0	(4.97)
8・5	(25.8)	6・7	0.203)	5・7・0	(7.3)	1・4・2・5	(4.32)
8・0	(24.2)	6・3	0.191)	5・0・4	(5.3)	1・2・6・0	(3.82)
7・5	(22.7)	6・0	0.182)	4・5・0	(3.6)	1・1・2・5	(3.41)
7・0	(21.2)	5・6	0.170)	3・9・2	(1.9)	0・9・8・0	(2.97)
6・5	(19.7)	5・2	0.158)	3・3・8	(0.2)	0・8・4・5	(2.56)
6・0	(18.2)	4・8	0.145)	2・8・8	(8.7)	0・7・2・0	(2.18)
5・5	(16.7)	4・4	0.133)	2・4・2	(7.3)	0・6・0・5	(1.83)
5・0	(15.2)	4・0	0.121)	2・0・0	(6.1)	0・5・0・0	(1.52)
4・5	(13.6)	3・6	0.109)	1・6・2	(4.9)	0・4・1・0	(1.24)
4・0	(12.0)	3・2	0.097)	1・2・8	(3.9)	0・3・2・0	(0.97)
3・5	(10.6)	2・8	0.085)	0・9・8	(3.0)	0・2・4・5	(0.74)
3・0	(9.1)	2・4	0.073)	0・7・2	(2.2)	0・1・8・0	(0.55)
2・5	(7.6)	2・0	0.061)	0・5・0	(1.5)	0・1・2・5	(0.38)
2・0	(6.1)	1・6	0.048)	0・3・2	(1.0)	0・0・8・0	(0.24)
1・5	(4.6)	1・2	0.036)	0・1・8	(0.55)	0・0・4・5	(0.14)
1・0	(3.0)	0・8	0.024)	0・0・8	(0.24)	0・0・2・0	(0.06)
0・6	(1.8)	0・4	0.012)	0・0・2・4	(0.07)	0・0・0・6	(0.02)
(注) 等差数列				惣矩方の4分の1			

表-2 高さ8丈の規合の割り付け

	尺 寸 分	尺 寸 分 (m)
11' ①の規合	(1・2・6)/105×14	1・6・8 (0.509)
12' ②の規合	(1・2・6)/105×13	1・5・6 (0.473)
13' ③の規合	(1・2・6)/105×12	1・4・4 (0.436)
14' ④の規合	(1・2・6)/105×11	1・3・2 (0.400)
15' ⑤の規合	(1・2・6)/105×10	1・2・0 (0.364)
16' ⑥の規合	(1・2・6)/105×9	1・0・8 (0.327)
17' ⑦の規合	(1・2・6)/105×8	9・6 (0.291)
18' ⑧の規合	(1・2・6)/105×7	8・4 (0.255)
19' ⑨の規合	(1・2・6)/105×6	7・2 (0.218)
110' ⑩の規合	(1・2・6)/105×5	6・0 (0.182)
111' ⑪の規合	(1・2・6)/105×4	4・8 (0.145)
112' ⑫の規合	(1・2・6)/105×3	3・6 (0.109)
113' ⑬の規合	(1・2・6)/105×2	2・4 (0.072)
114' ⑭の規合	(1・2・6)/105×1	1・2 (0.036)

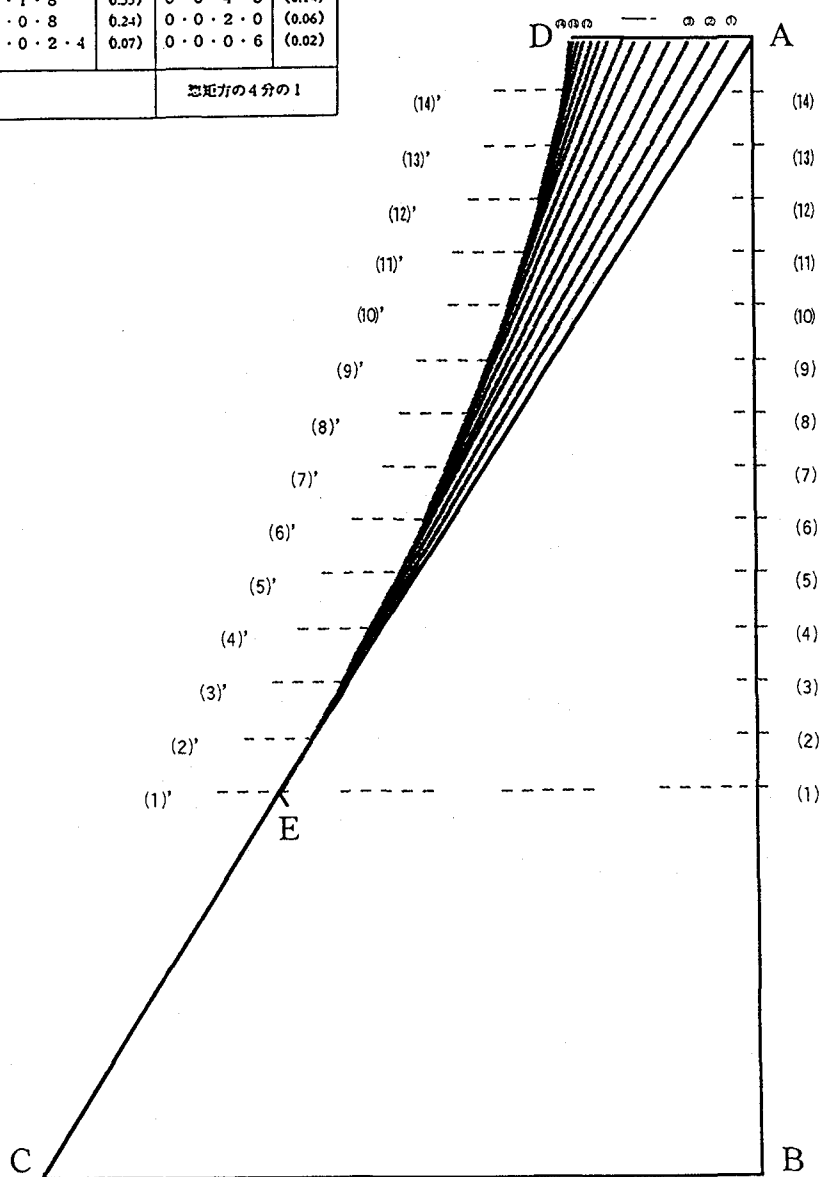


図-11 高さ8丈の穴太曲線の作図法

6 寸 (3.82m) と求まる。

石垣はまず基本三角形の矩方に従い C から E まで構築する。規合はこれより上方、山高さの三分の二を占める範囲の E A 間で算出を行う。E A 間を垂直に 14 等分する (1) ~ (14)。山高さにより等分数は変わるが、その対応関係の資料はみつけれなかった。この一間隔を「一間ひとま」と呼び、この場合 3 尺 8 寸 (1.15m) である。この十四段階での規合のもとし方を「十四返し」の割り付け法という。

次に惣規合 A D 間も 14 段階に分割する (① ~ ⑭)。まず 1 ~ 14 の間数を全て加算

(105) し、惣規合をこの数で割る (1 寸 2 分 0.036m)。これが一間ひとまあたりの規合の差になり各規合が十四個つくられる。 $A - ① = (1 \text{ 寸 } 2 \text{ 分} \times 14)$ 、 $① - ② = (1 \text{ 寸 } 2 \text{ 分} \times 13)$ 、 $\dots$ 、 $⑬ - ⑭ = 1 \text{ 寸 } 2 \text{ 分} \times 1$ これをまとめると (表 2) の様になる。

これを実際に割りつけるには (1)' と ① を結び、この線分と (2) での水平線の交点を (2)' とする。(1)' (2)' が初めの勾配線となる。次に (2)' と ② を結び (3) の水平線との交点を (3)' とし (2)' (3)' が次の勾配線となる。これを順次くりかえし D までを結ぶ。以上でこの十四返しは完成する。

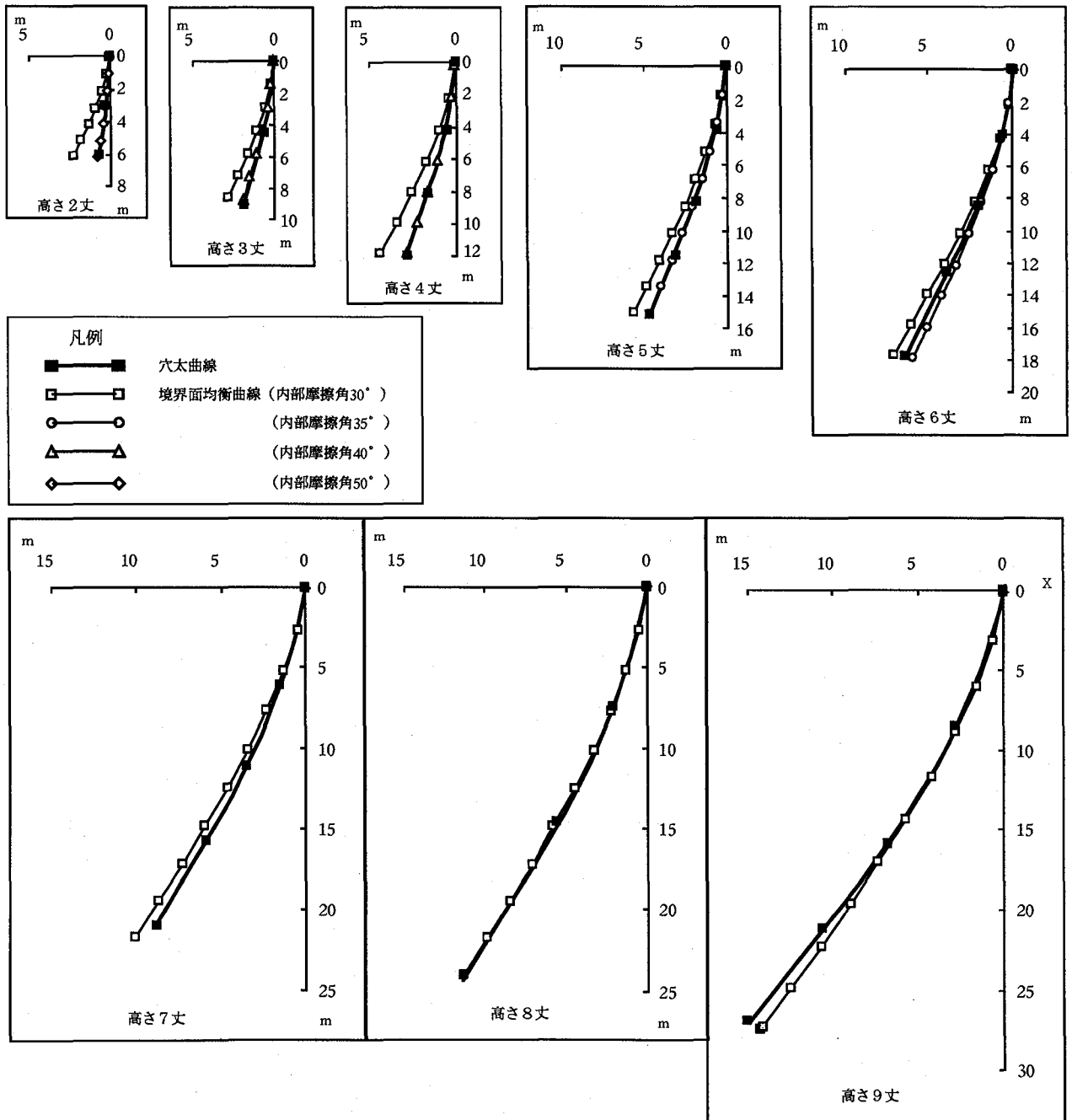


図-12 境界面均衡曲線と穴太曲線の比較図

(2) 断面形の比較

経験的な穴太曲線と境界面均衡曲線とを比較をする。同じ石垣高さで穴太曲線とそこで使われる大きさの石を使用したときの均衡曲線を比較した結果を以下に示す(図-12)。

- ・高さ7丈以上の比較では内部摩擦角30度としたときの曲線が穴太曲線とはほぼ一致する。
- ・低い石垣ほど穴太曲線から乖離していく。
- ・曲線の形態に類似性が見られる。その特徴として下の方では直線近く、上方にいくに従い曲率が上がり勾配変化する。
- ・内部摩擦角を操作することでどの高さでも穴太曲線に近づく。
- ・穴太曲線に近い摩擦角を求めると高い石垣(7丈8丈9丈)では30度で一定だがそれより低い石垣については連続的に変化する。

(3) 穴太曲線に対する考察

経験から求めた穴太曲線は、崩れたり、もしくは変形したものについて直し、全体形を改善していった結果図表化されたものであると考えられる。

破壊が起こりやすい土を対象にして経験の蓄積が行われたと推察できる。土の内部摩擦角は土の種類によって違い、締め固め方によって変わる(締め固めると大)。従って、基本的に城郭ごとに違い、また城郭の中でも締め固めの違いにより石垣ごとに差が生じる。正確に内部摩擦角を知るには、石垣の裏の土を実際に採取して、実験により求めるしかない。

過去の調査、土質工学の専門家の意見によると石垣の裏には砂質土が使われると考えられ、その内部摩擦角は一般的には30度から45度程度までである。穴太の設計法には締め固めが確実にできなかった土や内部摩擦角の小さい土を使用した際の崩壊による経験が含まれていると考えられるため、今回土の内部摩擦角は30度を採ることにした。また、土木構造物の設計値としても通常土の内部摩擦角は30度が使われている。

また穴太は以下のことを石垣高さにより分類している

- ・石垣の基本勾配
- ・使用する石の大きさ
- ・公式中の曲線戻しの分割数

石垣内での高さによっても石の大きさを変化させる。

土質条件、地盤現象についての石垣構築への配慮はそれぞれの石積み技術者に任されている。

穴太理論の中に高さによる石垣の呼び名があり、「高石垣」は12間(21.6m)以上「中石垣」は6間から11間(10.8m~19.8m)、「小石垣」はそれ以下となっていて、石垣の高さに対し慎重であることが分かる。

「高石垣」については穴太曲線は境界面均衡曲線とよく適合する。一方、それ以下の高さの石垣は「中石垣」「小石垣」として区別されていることから、境界面均衡モデル理論によって構築されているのではないかと推測される。

高石垣では境界面均衡曲線に極めて近い形をとるが、それより低い石垣では、高さが低くなるほど断面が境界

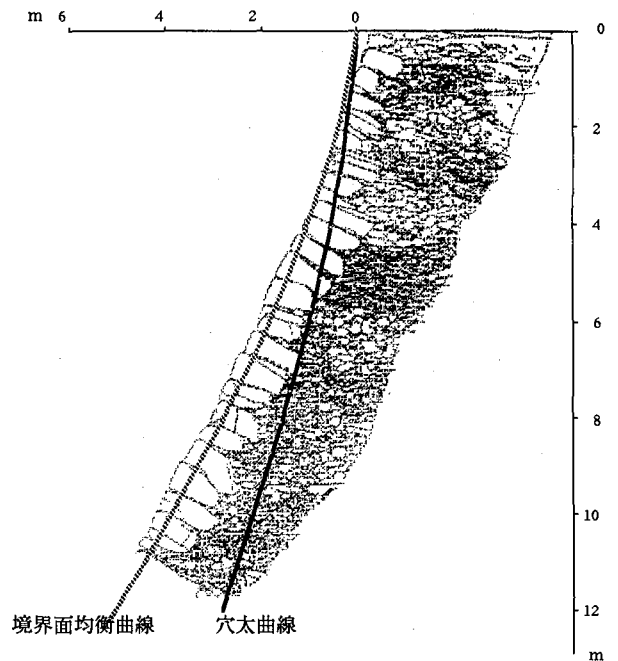


図-13 境界面均衡曲線と城郭石垣の比較：篠山城

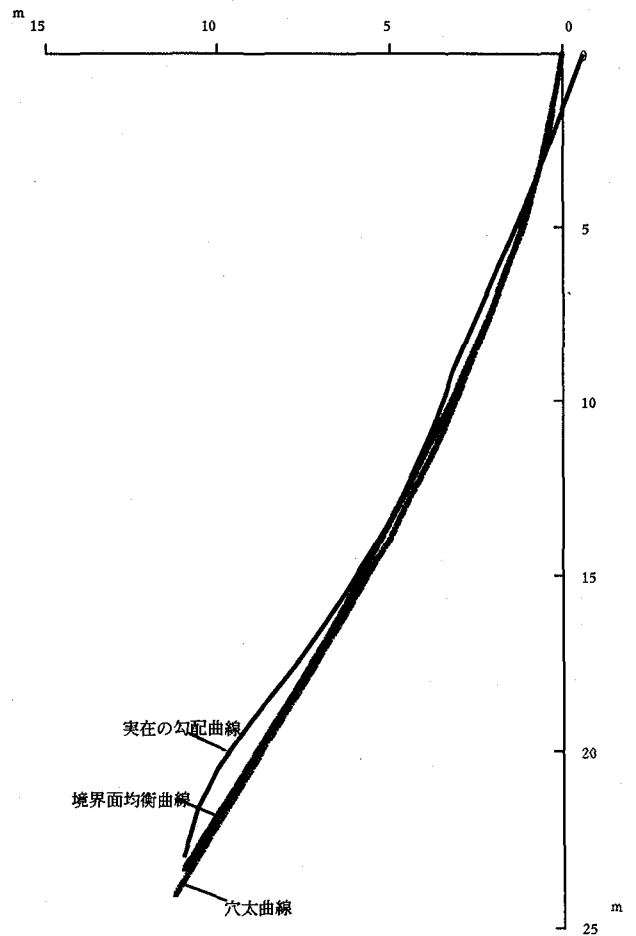


図-14 境界面均衡曲線と城郭石垣の比較：姫路城

面均衡曲線よりも急勾配になっていく。この状態においては、石は境界面の法線方向に自重以上に押されていることになる。つまり、それらの石垣では各石間の摩擦による抵抗を期待していると考えられる。これは、個々の要素における施工面や、石の間の噛み合わせ等の構造的な不確定要素が高さ方向に一定であるとした時、構造要素の不確定さがそれより上にある要素に与える影響は天端から下端に近づくほど大きくなるためであり、高い石垣に於いてはより安定な断面形状、つまり境界面均衡曲線に落ち着いたものと解釈できる。

3. 2 境界面均衡曲線と実際の城郭石垣の比較

(1) 断面形の比較

境界面均衡曲線は断面図より使用されている石の大きさが分かるものについてはその石の大きさで計算し、分からないものについては穴太理論による石の大きさで計算する。比較する城郭石垣の断面形は断面図を使用した。石垣の断面図が非常に少なくサンプル数が限られている。石垣立面図や出隅における勾配の資料は多少あったが、そこからでは断面の勾配曲線が正確に求まらないため、本論文では取り扱わなかった。上野城、甲府城、篠山城(図-13)、津山城、名古屋城、姫路城(図-14)、松山城の7例で比較した。

7例のうち5例は篠山城(図-13)のように穴太曲線とは離れ境界面均衡曲線にほぼ一致した。姫路城(図-14)では境界面均衡曲線、穴太曲線ともに近い形を示した。松山城では上部が穴太曲線に近く、境界面均衡曲線とは離れた。

(2) 考察

松山城以外の例では境界面均衡曲線と実際の石垣の勾配曲線はかなり近くなっており、これらの石垣の曲線は、境界面均衡曲線の考え方を満たす力学的構造になっている。こうした石垣が実際に存在していることから、境界面均衡曲線の妥当性を導き出すことができる。一部の城郭石垣に見られる法返しについては別の理論もしくは構造以外の理由があるものと考えられる。

4. 結論

- (1) 石垣を含めた組積擁壁に対し力学的な対応関係のモデルを提案し、各要素(土質条件、石の大きさ)と全体形の対応関係を提案した。各要素が決定すれば客観的パラメータにより石垣勾配曲線はただ一つに決定する。
- (2) 提案した構造モデルと城郭石垣及び石積み構築に関わる秘伝書とを比較することにより、それらの構築理論の解釈を行った。秘伝書、既存の城郭石垣ともに本研究の理論による勾配曲線とほぼ一致する石垣があることが分かった。

5. 今後の課題

今回の力学的モデルの構築に際しては、断面形状に影響を及ぼす可能性のある裏込め構造については土の内部摩擦角のみを考慮した。そのため裏込め構造に関して、さらに詳しく検討する必要がある。それによって形の場所性が議論できる。本論文では地震時の安全性に関する照査を行わなかったが、境界面均衡曲線に従った石垣の地震による安全照査を行う必要がある。

参考文献

- 1) 中村、篠原：組積造擁壁の構造力学的な形、構造工学論文集vol.41A, pp.661~668、1995.3
- 2) 北垣聡一郎：石垣普請、法政大学出版局、1987
- 3) 田淵実夫：石垣、法政大学出版局、1975
- 4) 牛島、村田、高倉：わかりやすい土留め擁壁の設計と解説、現代理工学出版、1971
- 5) 喜内敏：金沢城郭資料、加賀藩穴太方後藤家書、1976
- 6) 喜内敏：城石垣の秘法と資料、探訪日本の城 別巻、小学館、1978
- 7) 岡積満：間知石の法勾配、土木技術vol.5、9号10号 1950
- 8) 城(築城の技法と歴史)、読売新聞社、1973
- 9) 福岡正巳：新しい土庄入門、近代図書
- 10) 土の強さと地盤の破壊入門、土質工学会

(1995年9月18日受付)