

平行線ケーブルの2次曲げ応力緩和に関する研究

THE SECONDARY BENDING STRESS OF PARALLEL WIRE CABLES

藤井学*・田中義人**・原口俊男***

By Manabu FUJII, Yoshito TANAKA, Toshio HARAGUCHI

* 工博 京都大学教授 工学部土木教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 工博 神鋼鋼線工業株式会社 取締役 (〒660 尼崎市中浜町10-1)

*** 工博 神鋼鋼線工業株式会社 課長 (〒541 大阪市中央区北浜2-6-17)

This paper describes theoretical and experimental approaches to the assessment of the secondary bending stresses of parallel wire cables for cable stayed bridge. The theoretical secondary stresses were calculated for an ideal continuous beam perfectly fixed at both ends and from the secondary stress formula proposed by Wyatt.

It was found that the optimum surface of support was leaded to $y=ax^2$.

In an experiment of a large parallel wire cable with 421 wires of 7 mm diameter anchored with resin material, the secondary stress has been estimated to be 7~17kg/mm² when an end slope of 0.6 degree was induced under an upper stress of 45 % of GUTS.

Key Words : Cable, Secondary Bending Stress, Design Method

1. まえがき

本研究の目的は、太径平行線ケーブルの2次曲げ応力の緩和方法を明らかにするものである。

近年、道路鉄道併用の長大橋の建設で多くの事項が重要課題となり、各方面で検討されている¹⁾。特に列車荷重による橋梁部材の疲労は、その中でも中心的な課題である。吊橋の主ケーブルは、張力に占める死荷重の割合が80%以上であるため、塔頂サドル、ハンガークランプ部での曲げによる2次応力の影響があるものの、活荷重による張力の変動幅が小さいので疲労への影響は少ないと考えられる。

しかし、斜張橋のケーブルは、活荷重の占める割合が大きいので引張疲労に対して十分な配慮が必要となる。しかも斜張橋ケーブルは、活荷重載荷による桁たわみ変化やケーブル張力増加によるサグ変化によって、ケーブルが定着部で曲げられる。この曲げ変形は、活荷重の通過毎に生じる繰返し曲げとなり、曲げ疲労によるケーブル素線の断線の原因となる。この繰返し曲げの原因は列車荷重や風の影響などもあるので十分な安全性を確保しておくことが望ましく、ケーブル安全率の決定に際して、2次曲げ応力のより妥当な算定が必要である²⁾。

この問題に対する従来の研究は、まずWyattが吊橋用平行線ケーブルの2次応力を要因別に列挙して体系化し簡略な算定式を与えた³⁾。Hajdinは、Save橋のケーブ

ル防錆材注入時のサグ変化による2次曲げ応力を考察した⁴⁾。Kaiserleibbrucke橋で垂直材の2次応力が考察された⁵⁾。西村, 新家, 中村, 土居は、吊橋のメインケーブルバンド部での2次曲げ応力について、解析および実験的研究を行なった⁶⁾。本州四国連絡橋に関連する大型疲労試験でのCFRCロープ、ロックドコイルロープおよび平行線ケーブルの曲げ試験は、曲げ疲労特性の高い平行線ケーブルを総合的に評価し、2次応力を考慮した平行線ケーブルの許容応力度を提案した^{7, 8)}。

本研究は、ケーブル許容応力度の決定に際して、曲げによる2次応力の影響が大きい斜張橋の平行線ケーブルについて、理論的および実験的に検討した。理論的検討は、まずサグ変化による2次応力を両端完全固定梁の釣合式から導く方法を算定した。次に、活荷重による桁たわみ変化による2次応力をWyattの変形式より導く方法を算定して、両者の理論値の比較を試みた。

更に、本研究は、従来の問題点であったケーブル2次曲げ応力を、放物曲面で分散させた2次曲げ応力 $\sigma_b = a E d$ (a : 任意係数, E : 素線弾性係数, d : 素線径) に低減する緩和方法を提案した。

また、実験的検討は、実橋で生じるケーブルたわみ角 $\phi_b = 0.3^\circ \sim 1.2^\circ$ を実物大の2,600 ton耐力の供試体ケーブルに作用させて、2次曲げ応力の実験値と理論値を比較し、その挙動と妥当性を吟味して、平行線ケーブルの2次曲げ応力の設計資料とした。

2. 平行線ケーブルの2次曲げ応力の理論的解析

2.1 2次曲げ応力式の仮定

長軸方向に緊張された平行線ケーブルの固定端が曲げを受ける場合、ケーブル長が径より比較的長く、偏差軸応力⁹⁾が小さいとして、次の仮定を設ける。

①ケーブル素線束は、平行に保持され、中間支持されても素線相互が自由に滑動変位する。

②ケーブル素線束は、伸び剛性と曲げ剛性を有する。

吊橋の2次曲げ応力 σ_b は、Wyatt によって導かれている³⁾。すなわち、図-1での張力によるケーブルの任意の断面における曲げモーメント M は、

$$M = -EI \cdot d^2 y / dx^2 = -P \cdot y \quad (1)$$

となる。 $\lambda = \sqrt{(P/EI)}$, σ_t = ケーブル応力とすると、式(1)より2次曲げ応力 σ_b は、

$$\sigma_b = 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} e^{-\lambda x} \quad (2)$$

となる。図-1において、式(2)の最大値 $\sigma_{b \cdot \max}$ は、アンカー口部($x=0$)に生じる。

$$\sigma_{b \cdot \max, x=0} = 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} \quad (3)$$

たわみ角 $\phi_0 = 0.6^{\circ 10)}$ ($=0.01 \text{ rad}$)

弾性係数 $E = 2.00 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

設計応力 $\sigma_t = 0.40 \times 160 \text{ kg/mm}^2$

$$= 64 \text{ kg/mm}^2$$

$$= 22.9 \text{ kg/mm}^2 \quad (4)$$

となる。設計応力 σ_t に対する2次曲げ応力の比率は、

$$\sigma_{b \cdot \max} / \sigma_t = 22.9 / 64 = 0.36 \quad (5)$$

となる。実橋でのケーブルたわみ角 $\phi_0 = 0.6^{\circ 10)}$ に対して式(4)で求められた最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max}$ は、設計応力 σ_t の36%になる。このため、活荷重による変動応力幅の大きい斜張橋での2次曲げ応力は、ケーブルの疲労強度の設計上無視できない値となる。

2.2 完全固定梁による2次曲げ応力式

ここでのケーブルのサグによる2次曲げ応力は、梁両端に拘束軸力が発生する完全固定梁に中間支持を設けた連続梁の曲げモーメントから算出した⁹⁾。

図-2での曲げモーメント M は、 $0 \leq x \leq l_0/2$ で、

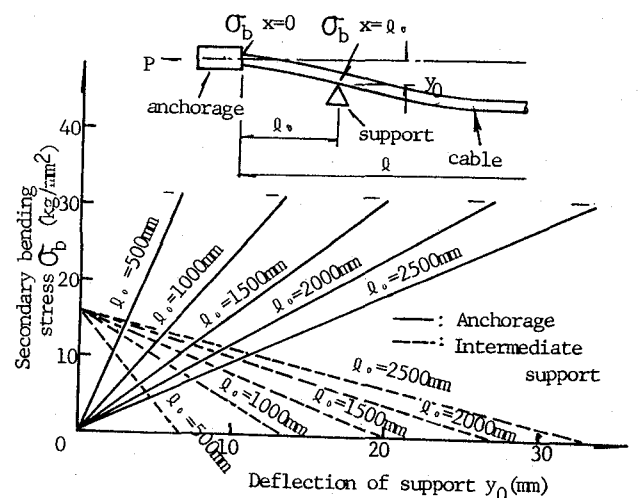
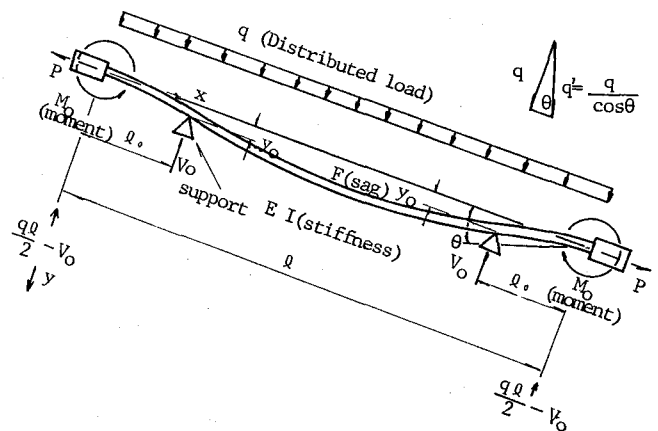
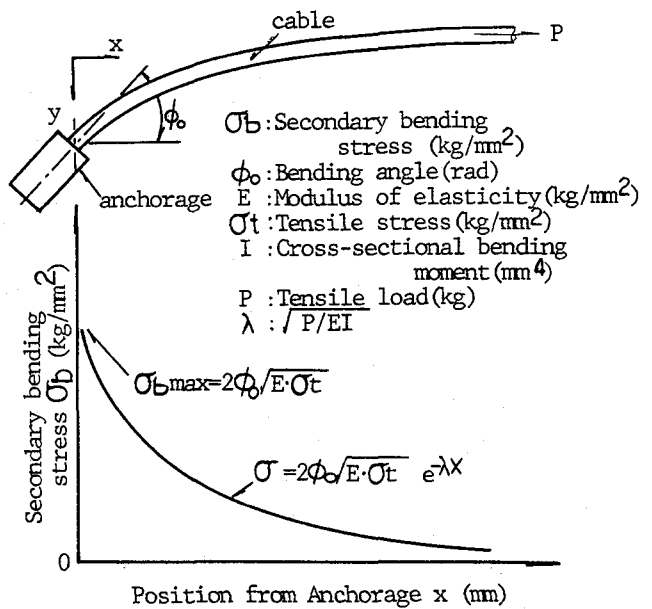
$$0 \leq x \leq l_0 \quad M_1 = (q l_0 / 2 - V_0) x - M_0 - P y - q x^2 / 2 \quad (6)$$

$$l_0 < x \leq l_0 / 2 \quad M_2 = (q l_0 / 2 - V_0) x - M_0 - P y - q x^2 / 2 + V_0 (x - l_0) = q l_0 x / 2 - (M_0 + V_0 l_0) - P y - q x^2 / 2 \quad (7)$$

となる。ここで、 $\lambda = \sqrt{(P/EI)}$ とすると、式(6)、

$$y_1'' - \lambda^2 [y - (q l_0 / 2 - V_0) x / P + M_0 / P + q x^2 / (2P)] = 0 \quad (8)$$

$$y_2'' - \lambda^2 [y - q l_0 x / (2P) - M_0 / P + V_0 l_0 / P + q x^2 / (2P)] = 0 \quad (9)$$



となる。式(8),(9)の一般解と一次微分係数は、

$$y_1 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} - qx^2/(2P) - M_0/P + (qL/2 - V_0)x/P - qEI/P^2 \quad (10)$$

$$y_2 = C_3 e^{\lambda x} + C_4 e^{-\lambda x} + qLx/2P - qx^2/(2P) - (M_0 + V_0 L_0)/P - qEI/P^2 \quad (11)$$

$$y_1' = C_1 \lambda e^{\lambda x} - C_2 \lambda e^{-\lambda x} - qx/P + (qL/2 - V_0)/P \quad (12)$$

$$y_2' = C_3 \lambda e^{\lambda x} - C_4 \lambda e^{-\lambda x} + qL/(2P) - qx/P \quad (13)$$

となる。図-2での境界条件は、

$$y_1 = 0 \quad (x = 0) \quad (14)$$

$$y_1' = 0 \quad (x = 0) \quad (15)$$

$$y_1 = y_0 \quad (x = L_0) \quad (16)$$

$$y_2 = y_0 \quad (x = L_0) \quad (17)$$

$$y_1' = y_2' \quad (x = L_0) \quad (18)$$

$$y_2' = 0 \quad (x = L/2) \quad (19)$$

とする。式(14)~(19)を解いて、各係数に整理すると、

$$[A_1] \cdot [A_2] = [A_3] \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1/P \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1/P\lambda & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda L/2} & -e^{-\lambda L/2} & 0 & 0 \\ e^{\lambda L_0} & e^{-\lambda L_0} & 0 & 0 & -L_0/P & -1/P \\ 0 & 0 & e^{\lambda L_0} & e^{-\lambda L_0} & -L_0/P & -1/P \\ e^{\lambda L_0} & -e^{-\lambda L_0} & -e^{\lambda L_0} & e^{-\lambda L_0} & 1/P\lambda & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ V_0 \\ M_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qEI/P^2 \\ -qL/2P\lambda \\ 0 \\ Q^* \\ Q^* \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここに、 $Q^* = -qL L_0/2P + qL_0^2/2P + y_0 + qEI/P^2$ となる。式(20)より、未知数 $[A_2]$ は $[A_1]$ の逆マトリックスを用いて、

$$[A_2] = [A_1]^{-1} \cdot [A_3] \quad (21)$$

となる。アンカー口部および中間支持部の2次曲げ応力 σ_b は、ケーブル断面係数 W を用いて式(21)より、

$$\sigma_{b, x=0} = M_0/W \quad (22)$$

$$\sigma_{b, x=L_0} = [(qL/2 - V_0)L_0 - M_0 - P y_0 - qL_0^2/2]/W \quad (23)$$

となる。式(20)~(23)を用いて、実ケーブルでの数値計算をしてみる。ケーブル諸元の一例として、

全長 $L = 200 \times 10^3 \text{ mm}$ (素線径 $d = 7 \text{ mm}$)

傾斜角 $\theta = 25^\circ$ ($\theta = 0.436 \text{ rad}$)

張力 $P_0 = 2,460 \text{ kg}$ ($\sigma_t = 64 \text{ kg/mm}^2$)

単位重量 $q = q' \cdot \cos \theta$ (防錆材含む)

$$= 3.511 \times 10^{-4} \text{ kg/mm}$$

弾性係数 $E = 2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

断面2次モーメント $I_0 = \pi d^4/64$

$$= 117.7 \text{ mm}^4$$

断面係数 $W_0 = \pi d^3/32 = 33.77 \text{ mm}^2$

$$\lambda_0 = \sqrt{(P_0/EI_0)} = 0.0319/\text{mm}$$

とすると、ケーブルの2次応力 σ_b は、図-3 のようになる。また、中間支持材がない時の中間支持部の最大サグたわみ量を $y_{0 \cdot \max}$ とし、図-3 の横軸をたわみ比 ($y_0/y_{0 \cdot \max}$) で表わすと図-4 のようになる。

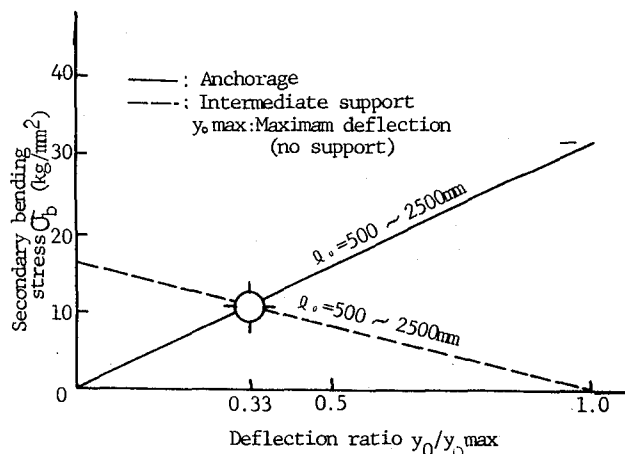


FIG-4 SECONDARY BENDING STRESS OF A STAY CABLE. (EFFECT OF DEFLECTION RATIO OF SUPPORT)

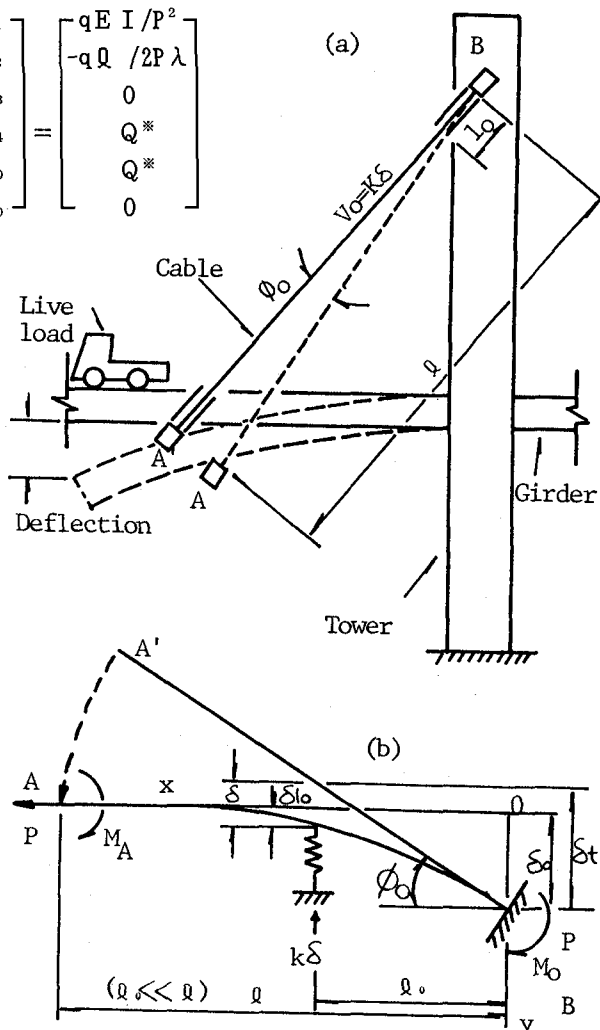


FIG-5 A STAY CABLE SUBJECT TO BENDING STRESS DUE TO THE DEFLECTION OF GIRDER UNDER LIVE LOAD.

図-4において、アンカー口部の2次曲げ応力 σ_b は、中間支持なしで、最大値 $\sigma_{b, \max} = 31.6 \text{ kg/mm}^2$ である。中間支持のたわみ $y_0 = 0$ とすると、最小値 $\sigma_b = 0 \text{ kg/mm}^2$ となる。一方、中間支持部は、 $\sigma_b = 16 \text{ kg/mm}^2$ となりアンカー口部の最大値の $0.50 (= 16 \text{ kg/mm}^2 \div 0.5 \times 31.6 \text{ kg/mm}^2)$ になる。たわみ比 $y_0/y_{0, \max} = 0.33$ とすると、 $\sigma_{b, x=0} = \sigma_{b, x=l_0}$ となるので、最大応力値の $0.33 (= 10 \text{ kg/mm}^2 \div 0.33 \times 31.6 \text{ kg/mm}^2)$ になる。

よって、ケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のたわみ y_0 を調整することによって、最大値の33%まで減少させられる。

2.3 Wyattによる2次曲げ応力式

2.3.1 2次曲げ応力の変形式

ここでは、斜張橋用ケーブルが活荷重載荷によってたわみ変化を生じる時のケーブル定着部の2次曲げ応力を検討した。図-5において、Wyattの2次曲げ応力式を、ケーブル中間部に支持がある場合に変形して、2次曲げ応力式を算出した¹⁰⁾。

図-5の曲げモーメント M は、 $0 \leq x \leq l_0$ で、

$$0 \leq x \leq l_0 \quad M_1 = -Py + K\delta(l_0 - x) \quad (24)$$

$$l_0 < x \leq l \quad M_2 = -Py \quad (25)$$

ここに、 K 、 δ は、ケーブル中間支持部の弾性係数、たわみ量を示す。ここで、 $M + EI y'' = 0$ より $\lambda = \sqrt{(P/EI)}$ とすると、式(24)、(25)は、

$$y_1'' - \lambda^2[y_1 - (l_0 - x)K\delta/P] = 0 \quad (26)$$

$$y_2'' - \lambda^2 y_2 = 0 \quad (27)$$

となる。式(26)、(27)の一般解、一次と二次微分係数は、

$$y_1 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} + K\delta(l_0 - x)/P \quad (28)$$

$$y_1' = C_1 \lambda e^{\lambda x} - C_2 \lambda e^{-\lambda x} - K\delta/P \quad (29)$$

$$y_1'' = C_1 \lambda^2 e^{\lambda x} + C_2 \lambda^2 e^{-\lambda x} \quad (30)$$

$$y_2 = C_3 e^{-\lambda x} \quad (31)$$

$$y_2' = -C_3 \lambda e^{-\lambda x} \quad (32)$$

$$y_2'' = C_3 \lambda^2 e^{-\lambda x} \quad (33)$$

となる。図-5での境界条件は、

$$y_1|_{x=l_0} = y_2|_{x=l_0} \quad (34)$$

$$y_1'|_{x=l_0} = y_2'|_{x=l_0} \quad (35)$$

$$y_1''|_{x=l_0} = y_2''|_{x=l_0} \quad (36)$$

$$y_1'|_{x=l_0} = -\phi_0 \quad (37)$$

となる。式(34)~(37)について解くと、

$$y_1 = K\delta e^{-\lambda l_0}/2P \lambda e^{\lambda x} + K\delta(l_0 - x)/P + (K\delta e^{-\lambda l_0}/2P \lambda - K\delta/P \lambda + \phi_0/\lambda) e^{-\lambda x} \quad (38)$$

$$y_2 = (K\delta e^{\lambda l_0}/2P \lambda + K\delta e^{-\lambda l_0}/2P \lambda - K\delta/P \lambda + \phi_0/\lambda) e^{-\lambda x} \quad (39)$$

となる。ところで、図-5におけるたわみ δ は、

$$\delta = \delta_t - \delta_0 + \delta_{l_0} \quad (40)$$

ここに、 $\delta_t = l_0 \tan \phi_0$

$$\delta_0 = y_1|_{x=l_0}$$

$$\delta_{l_0} = y_1|_{x=l_0}$$

である。

$$\delta = l_0 \tan \phi_0 - \phi_0/\lambda + \phi_0 e^{-\lambda l_0}/\lambda + K\delta (-2e^{-\lambda l_0}/P \lambda + 3/2P \lambda - l_0/P + e^{-2\lambda l_0}/2P \lambda) \quad (41)$$

となる。よって、式(41)の両辺の δ をまとめると、

$$\delta = \gamma/(1 - k\xi) \quad (42)$$

ここに、

$$\gamma = l_0 \tan \phi_0 - \phi_0/\lambda + \phi_0 e^{-\lambda l_0}/\lambda$$

$$\xi = -2e^{-\lambda l_0}/P \lambda + 3/2P \lambda - l_0/P + e^{-2\lambda l_0}/2P \lambda$$

となる。ケーブル曲げモーメント M は、式(38)より

$$M = EI \lambda [K\delta e^{-\lambda l_0} e^{\lambda x}/2P + (K\delta e^{-\lambda l_0}/2P - K\delta/P + \phi_0) e^{-\lambda x}] \quad (43)$$

となる。アンカー口部および中間支持部の曲げモーメント M は、

$$M_{x=0} = EI \lambda [K\delta e^{-\lambda l_0}/P - K\delta/P + \phi_0] \quad (44)$$

$$M_{x=l_0} = EI \lambda [K\delta/2P + (K\delta e^{-\lambda l_0}/2P - K\delta/P + \phi_0) e^{-\lambda l_0}] \quad (45)$$

となる。ケーブルの曲げモーメントが最小値となるのは、 $M_{x=0} = M_{x=l_0}$ なので、式(44)、(45)より、

$$K\delta(2e^{-\lambda l_0}/P - 3/2P - e^{-2\lambda l_0}/2P) = -\phi_0(1 - e^{-\lambda l_0}) \quad (46)$$

ここに、

$$\alpha = 2e^{-\lambda l_0}/P - 3/2P - e^{-2\lambda l_0}/2P$$

$$\beta = -\phi_0(1 - e^{-\lambda l_0})$$

となる。式(46)を式(42)に代入すると、

$$K = \beta/(\gamma \alpha + \beta \xi) \quad (47)$$

となる。式(46)における K は、ケーブルの曲げモーメントを最小値とする中間支持部の最適バネ定数値を示している。アンカー口部および中間支持部のケーブル2次曲げ応力 σ_b は、ケーブル断面係数 W で除することによって得られる。式(39)~(47)を用いて、実橋ケーブルでの数値解析を行なった。次のケーブル諸元を用いた。

全長 $l = 200 \times 10^3 \text{ mm}$ (素線径 $d = 7 \text{ mm}$ の271本束)

たわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ ¹⁰⁾ ($\phi_0 = 0.01 \text{ rad}$ /アンカー口部)

張力 $P = 667.5 \times 10^3 \text{ kg}$ (引張応力 $\sigma_t = 64 \text{ kg/mm}^2$)

弾性係数 $E = 2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

断面2次モーメント I

$$I_1 = 271 \times I_0 = 271 \times \pi d^4/64$$

$$= 3.190 \times 10^4 \text{ mm}^4 \quad (\text{素線 } I_0 \times \text{素線数 } 271 \text{ 本})$$

$$I_2 = \pi d'^4/64 = \pi \times 133^4/64$$

$$= 1.536 \times 10^7 \text{ mm}^4 \quad (\text{素線束を1本の棒に換算})$$

断面係数 W

$$W_1 = 271 \times W_0 = 271 \times \pi d^3/32$$

$$= 9.152 \times 10^3 \text{ mm}^3 \quad (\text{素線 } W_0 \times \text{素線数 } 271 \text{ 本})$$

$$W_2 = \pi d'^3/32 = \pi \times 133^3/32$$

$$= 2.31 \times 10^5 \text{ mm}^3 \quad (\text{素線束を1本の棒に換算})$$

ケーブル λ

$$\lambda_1 = \lambda_0 = 0.0319/\text{mm} \quad (\text{素線 } \lambda_0 \text{ のとき})$$

$$\lambda_2 = \sqrt{(P/EI_2)} = 0.21^{-5}/\text{mm} \quad (\text{素線束 } 133 \text{ mm に換算})$$

ケーブルの中間支持部間長 $l_0 = 2,500 \text{ mm}$

図-6 は、ケーブルの2次応力 σ_b の数値解析結果を示している。ここでの2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のバネ定数 K によって変化している。ケーブルの断面2次モーメントは、素線束または棒として変化させているが、ほぼ同傾向となっている。

アンカー口部の2次曲げ応力 σ_b は、バネ定数 $K=0$ (中間支持なし)の時、最大値 $\sigma_{b \cdot \max, x=0}=21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$ となり、バネ定数 $K=\infty$ (剛支持)とすると、最小値 $\sigma_b=0 \text{ kg/mm}^2$ となる。一方中間支持部の2次曲げ応力 σ_b は、バネ定数 $K=\infty$ (剛支持)とすると、最大となるが、最大値 $\sigma_{b \cdot \max, x=0}$ の50% ($=10 \sim 12 \text{ kg/mm}^2=0.5 \times 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$)に減少する。また、バネ定数 K を式(46)の最適値($=535 \text{ kg/mm}$)にすると、 $\sigma_b]_{x=0}=\sigma_b]_{x=l_0}$ となり、最大値 $\sigma_{b \cdot \max, x=0}$ の33% ($=7 \sim 8 \text{ kg/mm}^2=0.33 \times 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$)の最小2次曲げ応力となる。

よって、ケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のバネ定数 K により変化する。アンカー口部の最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max}$ は、式(43)に $K=0$ を代入すると、

$$\begin{aligned}\sigma_{b \cdot \max} &= M_{x=0, K=0} / W \\ &= E I \lambda \phi. \\ &= 2 \phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}\end{aligned}\quad (48)$$

となる。

式(48)は、2次曲げ式(3)と一致する³⁾。中間支持部の2次曲げ応力の最大値は、図-6 よりバネ定数 $K=\infty$ (剛支持)のときで、式(48)の50%となり、

$$\begin{aligned}\sigma_{b, x=0} &= 0.5 \sigma_{b \cdot \max} \\ &= \phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}\end{aligned}\quad (49)$$

となる。

ケーブルの最小2次曲げ応力は、アンカー口部および中間支持部の2次曲げ応力が相等しい時で、図-6 でのバネ定数 K に式(47)の最適値を代入すると、

$$\begin{aligned}\sigma_{b, x=0} &= \sigma_{b, x=l_0} = 0.33 \sigma_{b \cdot \max} \\ &= 0.66 \phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}\end{aligned}\quad (50)$$

となる。

よってケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、ケーブルの中間支持部バネ定数 K により、

$$\begin{aligned}\sigma_{b \cdot K=0-\infty} &= (0.33 \sim 1.00) \sigma_{b \cdot \max} \\ &= (0.33 \sim 1.00) \times 2 \phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}\end{aligned}\quad (51)$$

に変化することになる。

ケーブルの2次曲げ応力 σ_b を最小とする最適バネ定数 $K=535 \text{ kg/mm}$ となる。式(51)の実用的な寸法は、ケーブルと支持リングの間に一様応力分布を仮定して、

$$\begin{aligned}K &= E_g \cdot S_g / t_g \\ &= 540 \text{ kg/mm}\end{aligned}\quad (52)$$

ここに、 E_g : 中間支持部の弾性係数

($=0.9 \text{ kg/mm}^2$, クロロブレンゴム)

S_g : 中間支持部の表面積

($=100 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$)

t_g : 中間支持部の厚み($=25 \text{ mm}$)

図-7 のようになる。

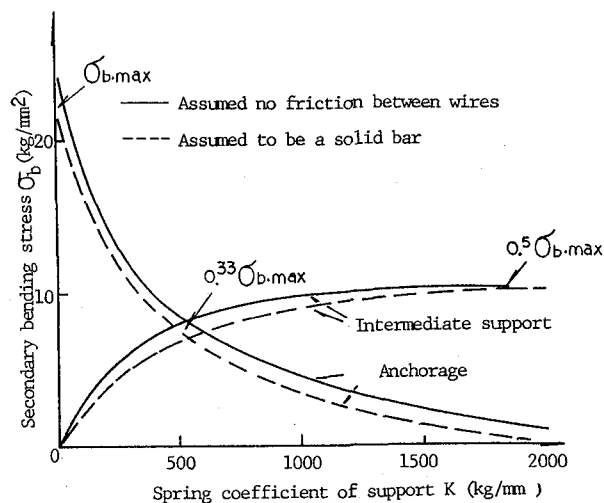


FIG.-6 SECONDARY BENDING STRESS OF A STAY CABLE.

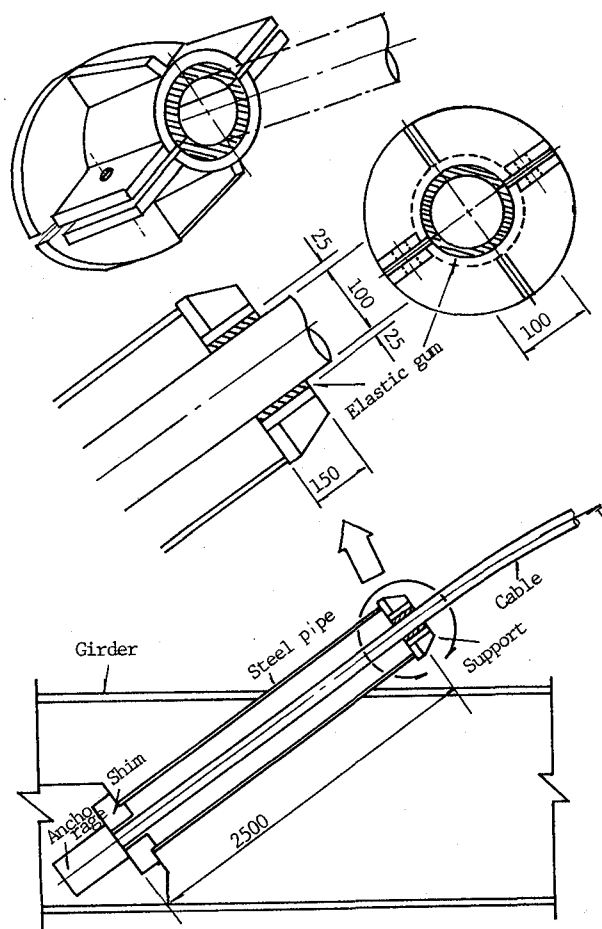


FIG.-7 AN EXAMPLE OF DESIGN FOR A SUPPORT TO RELIEVE SECONDARY STRESSES OF A STAY CABLE.

2.3.2 一点中間支持時での最小2次曲げ応力

ここでは、最小2次曲げ応力 σ_b の最適条件式(47)を更に検討する。アンカー口部の2次曲げ応力 σ_{ba} は、中間支持部のバネ定数 $K = 0 \text{ kg/mm}$ (支持力なし)の時に最大値となり、バネ定数 K が大きくなる(支持力の増加)と減少する。一方、ケーブル中間支持部の2次曲げ応力 σ_{bm} は、バネ定数 K が大きくなると増加する。(図-6)

ケーブル全長において、2次曲げ応力 σ_b が最小(最適)になるのは、アンカー口部と中間支持部の2次曲げ応力 σ_{ba} と σ_{bm} が等しくなる時で、最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max}$ の1/3となる。アンカー口部の曲げ角度 θ_a および中間支持部の曲げ角度 θ_m は、ケーブルの曲げ角度 θ に対して、(図-8)

$$\theta_a = \theta/3 \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \theta_m &= \theta - \theta/3 \\ &= 2\theta/3 \\ &= 2\theta_a \end{aligned} \quad (54)$$

が成立する。中間支持部の水平力は、 $\Sigma H = 0$ より、

$$\begin{aligned} \Sigma H &= P_a \cdot \cos \theta_a - P \cdot \cos \theta \\ P_a/P &= \cos \theta / \cos \theta_a \\ &= \cos 3\theta_a / \cos \theta_a \\ &= (4\cos^3 \theta_a - 3\cos \theta_a) / \cos \theta_a \\ &= 4\cos^2 \theta_a - 3 \end{aligned} \quad (55)$$

となる。中間支持部でのバネへの側荷重 ΔP は、

$$\begin{aligned} \Delta P &= P \cdot \sin \theta - P_a \cdot \sin \theta_a \\ &= P(\sin 3\theta_a - (P_a/P) \cdot \sin \theta_a) \\ &= P(3\sin \theta_a - 4\sin^3 \theta_a - (4\cos^2 \theta_a - 3) \cdot \sin \theta_a) \\ &= P \cdot \sin \theta_a (3 - 4\sin^2 \theta_a - 4\cos^2 \theta_a + 3) \\ &= 2P \cdot \sin \theta_a \end{aligned} \quad (56)$$

となる。中間支持部でのたわみ δ は、

$$\begin{aligned} \delta &= \Delta P / K \\ &= Q_0 \cdot \tan \theta_a \end{aligned} \quad (57)$$

となる。よって、中間支持部の最適バネ定数 K は、式(56)~(57)より、

$$\begin{aligned} K &= \Delta P / \delta \\ &= 2P \cdot \sin \theta_a / (Q_0 \cdot \tan \theta_a) \\ &= 2P \cdot \cos \theta_a / Q_0 \\ &= 2P \cdot \cos(\theta/3) / Q_0 \end{aligned} \quad (58)$$

ここで、 $P = 667.5 \times 10^3 \text{ kg}$

$Q_0 = 2,500 \text{ mm}$

$\theta = 0.6^\circ (= 0.01 \text{ rad})$

$$= 2 \times 667.5 \times 10^3 \times \cos(0.6^\circ/3) / 2500$$

$$= 534 \text{ kg/mm}$$

となり、式(47)の $K = 535 \text{ kg/mm}$ とほぼ同じ値である。

最適バネ定数 K を与える式(58)は、既算出した式(47)より簡易な表示式である。式(58)の中間支持部のバネ定数 K は、ケーブルの2次曲げ応力を最も小さくするために、張力 P および曲げ角度 $\cos(\theta/3)$ に比例させ、支持間距離 Q_0 に反比例させて適宜選べば良い。

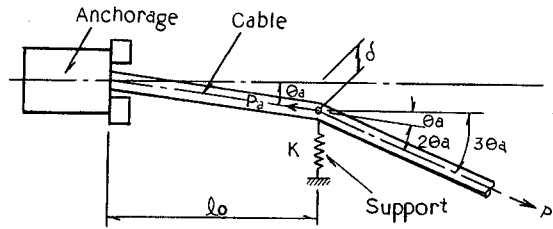


FIG.-8 SECONDARY BEND BY ONE SUPPORT.

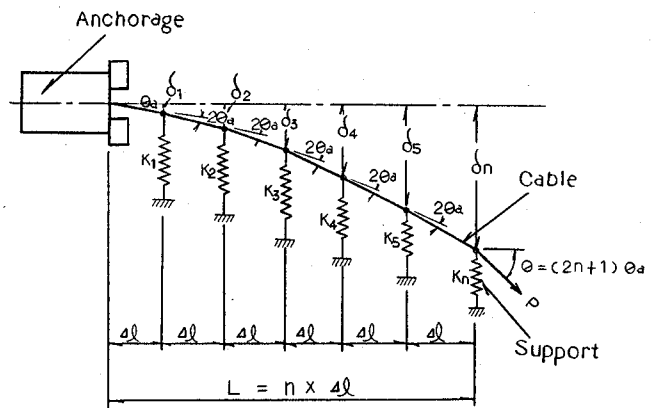


FIG.-9 SECONDARY BEND BY MANY SUPPORTS.

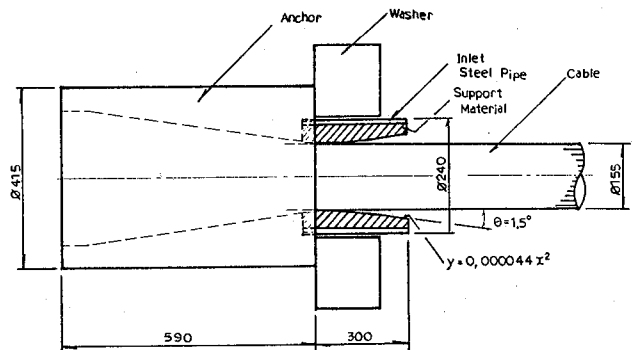


FIG.-10 AN INTERMEDIATE SUPPORT AT INLET OF ANCHORAGE.

2.3.3 多点中間支持時での最小2次曲げ応力

ここでは、ケーブルが等間隔 ΔL で多点支持される状態を検討する。ケーブルを多点で中間支持する構成において、アンカー口部の曲げ角度を θ_a として、その他の中間支持点では、式(54)より、 $2\theta_a$ の曲げ角度の増加があるものとする。このようにすると、アンカー口部および各支持点での2次曲げ応力が等しくなると考えられる。(図-9)

また、アンカー口部の曲げ角度 θ_a は、ケーブルの曲げ角度 θ に対して、

$$\theta_a = \theta / (2n+1) \quad (59)$$

となる。N点での支持部の水平力は、 $\Sigma H = 0$ より、

$$\begin{aligned} \Sigma H &= Pn \cdot \cos[(2n-1)\theta_a] - P \cdot \cos[(2n+1)\theta_a] \\ Pn/P &= \cos[(2n+1)\theta_a] / \cos[(2n-1)\theta_a] \end{aligned} \quad (60)$$

となる。N点での支持部のバネへの側荷重 ΔPn は、

$$\begin{aligned} \Delta Pn &= P \cdot \sin[(2n+1)\theta_a] - Pn \cdot \sin[(2n-1)\theta_a] \\ &= P(\sin[(2n+1)\theta_a] - \cos[(2n+1)\theta_a] \\ &\quad \cdot \tan[(2n-1)\theta_a]) \end{aligned} \quad (61)$$

となる。N点での支持部でのたわみ δn は、

$$\begin{aligned} \Sigma n &= 1+3+\dots+(2n-1)=n^2 \text{ より、} \\ \delta n &= \Delta Pn / Kn \\ &= \Delta L \Sigma \tan[(2n-1)\theta_a] \end{aligned} \quad (62)$$

となる。N点での支持部の最適バネ定数 Kn は、式(60)~(62)より、

$$\begin{aligned} Kn &= \Delta Pn / \delta n \\ &= P(\sin[(2n+1)\theta_a] - \cos[(2n+1)\theta_a] \\ &\quad \cdot \tan[(2n-1)\theta_a]) / \Delta L \Sigma \tan[(2n-1)\theta_a] \end{aligned} \quad (63)$$

となる。式(63)の角度 $\theta = (2n+1)\theta_a \div 1^\circ \sim 2^\circ$ にすると、

$$\sin[(2n+1)\theta_a] \div (2n+1)\theta_a \quad (64)$$

$$\cos[(2n+1)\theta_a] \div 1 \quad (65)$$

$$\tan[(2n-1)\theta_a] \div (2n-1)\theta_a \quad (66)$$

となる。式(63)に式(64)~(66)を代入すると、N点での中間支持部の最適バネ定数 Kn は、

$$\begin{aligned} Kn &= P[(2n+1)\theta_a - (2n-1)\theta_a] / [\Delta L \Sigma (2n-1)\theta_a] \\ &= 2P / [\Delta L \Sigma (2n-1)] \\ &= 2P / (\Delta L \cdot n^2) \\ &= 2P \Delta L / (\Delta L \cdot n)^2 \end{aligned} \quad (67)$$

となる。また、式(61)に式(66)を代入すると、N点での中間支持部でのたわみ δn は、

$$\begin{aligned} \delta n &= \Delta Pn / Kn \\ &= P[(2n+1)\theta_a - (2n-1)\theta_a] / [2P \Delta L / (\Delta L \cdot n)^2] \\ &= \theta_a \cdot (\Delta L \cdot n)^2 / \Delta L \\ &= \theta \cdot (\Delta L \cdot n)^2 / [\Delta L \cdot (2n+1)] \end{aligned} \quad (68)$$

となる。

以上より、ケーブルの2次曲げ応力を最小にするには
(I) ケーブルのn番目の支持点のバネ定数 Kn は、支持点までの距離 $\Delta L \cdot n$ の2乗に反比例する。

$$Kn = 2P \Delta L / (\Delta L \cdot n)^2 \quad (69)$$

で与えられる。

(II) ケーブルのn番目の支持点のたわみ δn は、支持点までの距離 $\Delta L \cdot n$ の2乗に比例する。

$$\begin{aligned} \delta n &= \theta \cdot (\Delta L \cdot n)^2 / [\Delta L \cdot (2n+1)] \\ &= 0.5 \theta \cdot (\Delta L \cdot n)^2 / [\Delta L \cdot n + 0.5 \Delta L] \\ &= 0.5 (\theta / L) \cdot (L)^2 \end{aligned} \quad (70)$$

P : ケーブルの張力

θ : ケーブルの総曲げ角度

ΔL : 支持間距離

n : ケーブルの中間支持部の数

$$L := \Delta L \cdot n \div \Delta L \cdot n + 0.5 \Delta L \quad (\Delta L \rightarrow 0)$$

式(70)より、ケーブルのn番目の支持点のたわみ δn は、支持点までの距離 L の2乗に比例すれば良い。このことは、バネ支持をしないで、固定の曲面支持しても同じ効果を生ずる。

よって、ケーブルの2次曲げ応力を緩和するには、ケーブルを放物曲面 $y = ax^2$ で中間支持すれば良い。

式(70)で得た結果から、ケーブル中間支持材の具体的な寸法を求める。ここでは、鋼線 7mm×421本束 ($P_u = 2,673 \text{ ton}$) のケーブルに対して、アンカー口部に中間支持材を配した。2次曲げ応力 σ_b は、(図-10)

$$\begin{aligned} \sigma_b &= M / W \\ &= E I y'' / W \\ &= 0.5 \times y'' \times E \times d \\ &= a E d \\ &= 0.000044 \times 20000 \times 7 \\ &= 6.3 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned} \quad (71)$$

曲げ角度 : $\theta = 1.5^\circ$

支持距離 : $L = 300 \text{ mm}$

支持曲面 : $y = ax^2$

支持曲率 : $y'' = 2a$

支持係数 : $a = 0.5 \times \tan \theta / L$
 $= 0.000044$

弾性係数 : $E = 20,000 \text{ kg/mm}^2$

素線径 : $d = 7 \text{ mm}$

となる。2次曲げ応力は、 $\sigma_b = a E d$ となるので、中間支持面の任意係数 a により緩和される。

ここで得られた放物線に近似する円を求めると、

$$\text{放物線 } y = ax^2$$

$$y' = 2ax$$

$$y'' = 2a$$

$$\text{近似円 } y = (r^2 - x^2)^{0.5}$$

$$y' = -x(r^2 - x^2)^{-0.5}$$

$$y'' = -(r^2 - x^2)^{-0.5} + x^2(r^2 - x^2)^{-1.5}$$

放物線と円の一次微分係数 y' が等しいとすると、

$$a = -(1/2) \cdot (r^2 - x^2)^{-0.5} \Big|_{x=0} \div 1/(2r) \quad (72)$$

放物線と円の二次微分係数 y'' が等しいとすると、

$$\begin{aligned} a &= -(1/2) \cdot ((r^2 - x^2)^{-0.5} - x^2(r^2 - x^2)^{-1.5}) \Big|_{x=0} \\ &\div 1/(2r) \end{aligned} \quad (73)$$

よって、近似円の半径 r は、 $a = 0.000044$ を代入して、 $r \div 1/(2a) = 11,363 \text{ mm}$ となる。 (74)

3. 平行線ケーブルの2次曲げ実験

3.1 実験概要

完全固定梁と Wyattの理論値は、ケーブルのサグ変化や活荷重による桁たわみ変化に対して、ケーブル端のアンカー口部を完全固定とし、かつ中間支持部を点支持とした境界条件で求められている。

しかし、実際のケーブルは、アンカー口部およびケーブル中間部に軟質合金、ゴムまたは弾性樹脂を用いるために、線または面でのフレキシブル支持である。従って、実際のケーブルの曲げ変形は、アンカー口部およびケーブル中間支持部において、理論的なケーブル境界条件よりもなだらかに曲がる拘束状態にあると考えられる。

このため、ケーブルは、アンカー口部やケーブル中間支持部で曲げ変形が緩和される傾向にあるので、完全固定条件の理論値より実験値が低くなると考えられる。

よって、ここでは、実橋でのケーブルに作用するたわみ角 ϕ ¹⁰⁾を作用させて、ケーブルの2次曲げ応力の実験値を求めて理論値と比較した。

3.2 供試体

供試体は、鋼線 7 mmを束ねた平行線ケーブルを用いた。ケーブル端部の素線は、アンカー内で樹脂定着した。供試体のケーブル部は、完全平行線ケーブル(PWC)に裸PC鋼線を用いた。また、セミパラレルケーブル(SPWC)に亜鉛めっき鋼線を用い、より角度を4°として、セミパラレル状に束ねた。(表-1, 図-11)

表-1 ケーブル供試体の諸元

構成	外径 mm	断面積 mm ²	引張荷重 P_u t (kg/mm ²)	降伏荷重 P_y t (kg/mm ²)	伸び %
PWC 421	155	16,200	2,673(165)	2,357(145)	4.5
SPWC301	133	11,582	1,853(160)	1,366(118)	4.0

3.3 実験方法

供試体は、3,000 ton引張試験機に両端アンカー前面を座金で取付けたのち、試験機の油圧ジャッキにて所定荷重Pまでケーブル軸方向に緊張した。供試体のケーブル中央部は、内面に樹脂リングを内挿したクランプ金具を取付けて、50 ton油圧ジャッキ上にセットした。ケーブル中央部のジャッキの側荷重Psでケーブル軸と直角方向に押し上げることによって、ケーブル中央部を上方に曲げ変形させ、ケーブル中央部とケーブル両端の支持部との間にたわみ角 ϕ を発生させた。(図-12)

3.4 実験条件

実験条件は、支持位置、引張荷重、曲げ角度とした。
○支持位置は、アンカー口部とケーブル中間部とした。
○引張荷重は、 $P = 20\%, 35\%, 50\% P_u$ (表-1)とした。
○曲げ角度は、 $\phi = 0.3^\circ, 0.6^\circ, 0.9^\circ, 1.2^\circ$ とした。

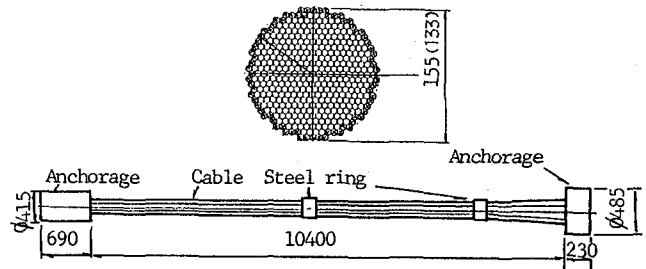


FIG.-11 DIMENSION OF A TEST CABLE.

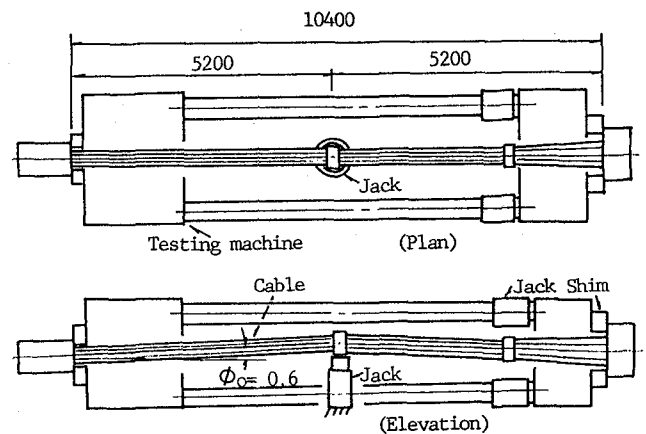


FIG.-12 ARRANGEMENT FOR BENDING TEST OF A CABLE.

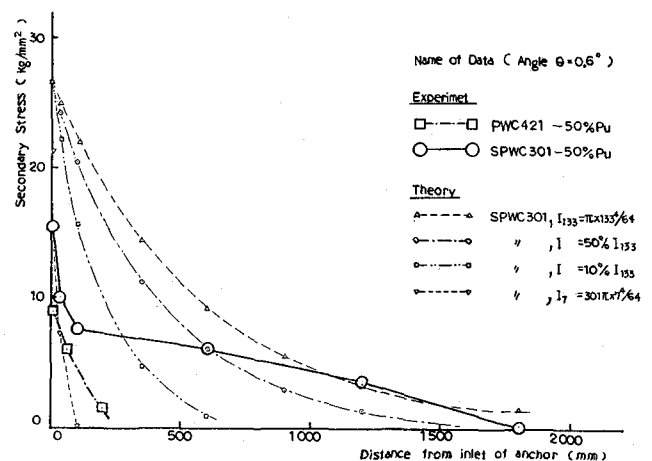


FIG.-13 SECONDARY STRESS - DISTANCE.

3.5 測定項目

測定項目は、ケーブルの素線応力、たわみ変位、軸方向引張荷重と側荷重にした。素線応力は、素線に貼付けた一軸歪みゲージで測定した。応力は、測定歪みの値に素線の弾性係数を乗じて求めた。一軸歪みゲージは、ゲージ長2mm×幅1.5mm(ベース6.5mm×3mm)を用いた。2次曲げ応力 σ_b と曲げ角度 ϕ_0 は、次式より求めた。

$$\sigma_b = (\sigma_t - \sigma_c) / 2 \quad (\sigma_t: \text{引張側の素線応力})$$

$$\quad \quad \quad (\sigma_c: \text{圧縮側の素線応力})$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}(2\delta / L) \quad (\delta: \text{ケーブル中央変位})$$

$$\quad \quad \quad (L: \text{ケーブル支持間隔})$$

3.6 実験結果

[ケーブルの位置Lによる影響]

ケーブルのアンカー口部の2次曲げ応力は、アンカー口部が最大で、100 mm離れた位置まで急激に減少したあと、なだらかに変化し、1,800 mmの位置で無視出来るほど小さくなった。ケーブルの中央部の2次曲げ応力はアンカー口部よりわずかに低めで、ほぼ同程度の値となった。(図-13)

[ケーブルの曲げ角度 ϕ_0 による影響]

2次曲げ応力は、ケーブルの曲げ角度 ϕ_0 が大きくなるにしたがってほぼ比例的に増加した。この比例的な増加は、Wyattの基本式(2)での曲げ角度 ϕ_0 の一次関数と傾向的に合致する。(図-14)

[ケーブルの引張荷重Pによる影響]

2次曲げ応力は、同じ曲げ角度 ϕ_0 に対してケーブル引張荷重Pが高いほど大きくなるが、その増加率は、比例的ではなくて、徐々にゆるやかになっている。このゆるやかな増加は、Wyattの基本式(2)での引張荷重Pの平方根値と傾向的に合致する。(図-15)

4. 考察

[ケーブルの2次曲げ応力 σ_b]

2次曲げ応力は、ケーブルの曲げ角度 ϕ_0 が大きくなるにしたがってほぼ比例的に増加した。また、ケーブル引張荷重Pが高くなるにしたがって、ほぼ平方根値で増加した。このため、実験値は、曲げ角度 ϕ_0 の一次値と引張荷重Pの平方根値となるのでWyattの理論式がほぼ成立すると考えられる。

$$\sigma_b = \alpha \cdot 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} \quad (75)$$

[ケーブルの曲げ剛性EI]

2次曲げ応力は、式(2)の $\lambda = \sqrt{(P/EI)}$ によって変化する。ケーブルの剛性として、鋼棒と素線束を選ぶと、理論値は、曲げ部の境界点($x=0$)で最大となり、離れるにしたがって、指数的に減少する。セミパラレ

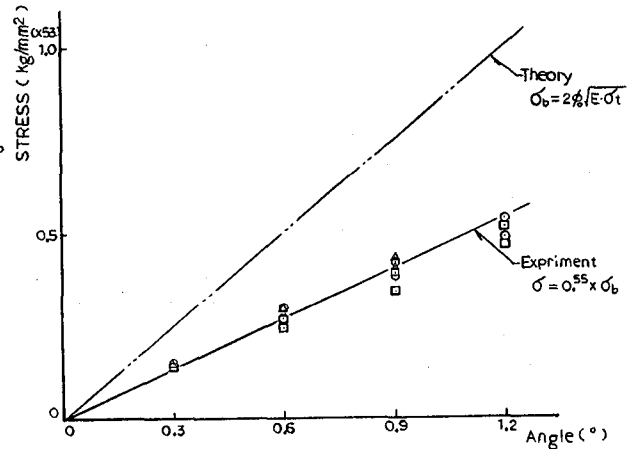


FIG.-14 SECONDARY STRESS - ANGLE.

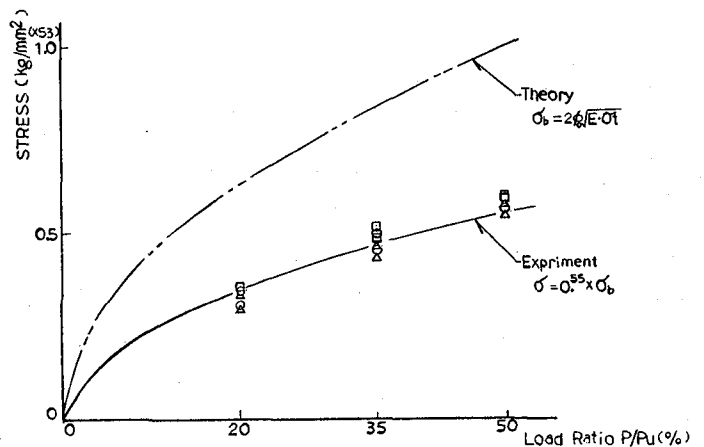


FIG.-15 SECONDARY STRESS - LOAD RATIO.

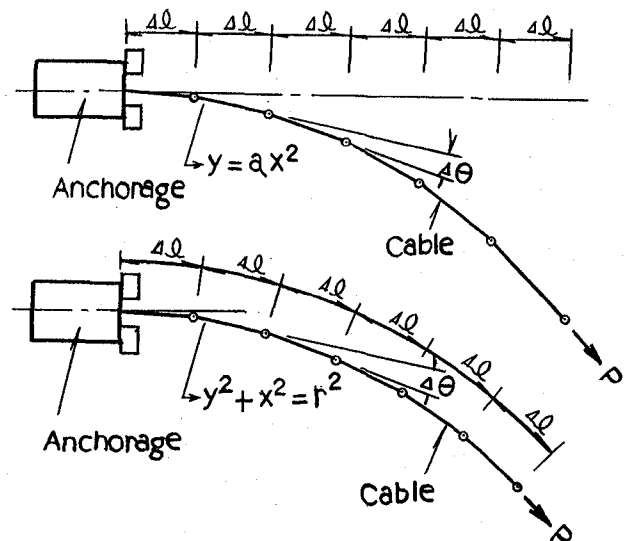


FIG.-16 COMPARISON OF TWO CURVES.

ル状にねじられたケーブル(SPWC301)は、完全平行線ケーブル(PWC421)に比較して、曲げ部の境界点より離れた位置まで2次曲げ応力が発生している。このことより、曲げ剛性が小さいと急激に減少し、大きいとなだらかに減少すると考えられる。(図-13)

$$\sigma_b = \alpha \cdot 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} e^{-\lambda x} \quad x=0 \sim l \quad (76)$$

[ケーブルの最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max}$]

樹脂定着された2次曲げ応力は、理論値の約55%となった。実験値は、歪みゲージの中心が曲げの境界点から離れた位置($x=6\text{mm}$)の測定値なので、最大2次曲げ応力をWyattの $\sigma_{b \cdot \max} = 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} e^{-\lambda x}$ の $e^{-\lambda x}$ で補正する。ここで、ケーブル引張荷重を50%Puとすると、

$$\begin{aligned} \sigma_{b \cdot \max} &= e^{\lambda x} \cdot \sigma_b \big|_{x=6} \\ &= \exp[\lambda \sqrt{(P/EI)}] \cdot \sigma_b \\ &= \exp[6\sqrt{0.5 \cdot 6157 / (20000 \cdot 3.14 \cdot 7^4 / 64)}] \cdot \sigma_b \\ &= 1.24 \cdot \sigma_b \end{aligned} \quad (77)$$

となる。境界点での最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max}$ は、理論式(75~76)の補正係数 $\alpha \div 0.7$ ($\div 1.24 \times 55\%$)となり、式(4)は、 17 kg/mm^2 ($0.7 \times \sigma_{b \cdot \max}$)と考えられる。

[ケーブルの中間支持部の形状]

ケーブルの中間支持部は、放物曲面 $y = ax^2$ にすると、支持面が一定曲率 $y'' = 2a$ となる。2次曲げ応力 $\sigma_b = aEd$ (E = 素線弾性係数、 d = 素線径)は、任意係数 a で簡便に計算され、この中間支持部は、円の半径 $r \div 1/(2a)$ で近似できると考えられる。(図-16)

5. 結 言

本研究は、斜張橋などの吊構造物において、サグ変化や活荷重による桁たわみ変化で生じる平行線ケーブルの2次曲げ応力を理論的・実験的に検討し、2次曲げ応力の緩和方法を提案した。得られた成果をまとめると以下のようなものである。

(1) 理論的検討は、ケーブル中間部を緩和支持した状態で2次曲げ応力を求めた。Wyattの理論式によると2次曲げ応力 $\sigma_b = 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)} e^{-\lambda x}$ となり、たわみ角 ϕ_0 と引張応力 $\sqrt{\sigma_t}$ に比例する。最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max} = 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}$ は、中間支持しないときに定着部の境界点($x=0$)に発生する。2次曲げ応力は、ケーブル中間部を支持することによって減少する。

完全固定梁式とWyattの理論式によると、2次曲げ応力は、中間支持部のバネ定数が $K = 2P \cdot \cos(\theta/3)/l$ 。(最適値)で33%まで減少し、 $K = \infty$ (剛支持)で50%になるので、 $\sigma_b = 0.33 \sim 1.00 \times \sigma_{b \cdot \max}$ となる。

(2) 実験的検討は、素線 7mmを301~421本束ねた供試体に引張荷重 400~1,300 ton、たわみ角 0.3~1.2° 作

用させて2次曲げ応力を発生させた。2次曲げ応力の実験値は、たわみ角 ϕ_0 が大きくなると比例的に増加し、引張応力 σ_t の平方根に比例するので、Wyattの理論式 $\sigma_{b \cdot \max} = \alpha \cdot 2\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}$ (α : 補正係数)がほぼ成立すると考えられる。軟質合金や樹脂の弾性支持部の2次曲げ応力の実験値は、完全剛性支持の境界条件の理論値の約70%となるので、最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max} = 1.4\phi_0 \sqrt{(E \cdot \sigma_t)}$ ($\alpha=0.7$)が発生すると考えられる。

(3) 2次曲げ応力は、中間支持面を放物曲面 $y = ax^2$ にすると、2次曲げ応力 $\sigma_b = aEd$ (a : 任意係数、 E : 素線弾性係数、 d : 素線径)に低減緩和される。

最後に、ここで得られた研究成果は、今後ケーブルの2次応力の検討資料に多少なりとも役立つことができれば幸甚である。

参考文献

- 1) 林有一郎・保田雅彦・新家徹：平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について、橋梁, Vol.10, No.2, PP.7~13, 1974.
- 2) 岸本良孝・竹之内博行：橋梁用ロープの曲げ疲労試験, 本四技報, Vol.4, No.11, PP.8~15, 1980.
- 3) Wyatt, T.A. : Secondary Stress in Parallel Wire Suspension Cable, ASCE, ST7, PP.37~59, 1960.
- 4) Hajdin, N., Kollbrunner, C.F., Stipanac, B. 田中義人 原口俊男(訳) : 斜張ケーブルの2次応力および見掛け弾性係数について、橋梁, Vol.19, No.6~7, PP.16~23, 1983.
- 5) Hartwig, H.J. : Die Kaiserleibbrucke, DER STAHLBAU H.4, PP.97~110, 1965.
- 6) 西村昭・新家徹・中村憲一・土居憲司：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と2次応力解析, 土木学会論文報告集, 第260号, PP.1~15, 1977.
- 7) 建設機械化研究所：橋梁用ロープの曲げ疲労試験, 建設機械化研究所報告第16号 (ISSN 0388-4058), 1980
- 8) 本州四国連絡橋公団：吊橋のケーブルに関する検討 1978.
- 9) 桜井豊三：固定梁の軸張力実用計算法, 土木学会誌 26巻, 5号, PP.573~597, 1940.
- 10) 成井信・山根哲雄・松下貞義・八田正三：櫃石島岩黒島道路鉄道併用斜張橋の設計(2), 橋梁と基礎, Vol.15, No.2, PP.32~40, 1981.
- 11) 中村憲市・新家徹・西村昭：ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの2次応力解析, 土木学会論文報告集, 第288号, PP.67~81, 1979.
- 12) 田中義人・長井洋・原口俊男・小松定夫：平行線ケーブルの2次曲げ応力に関する研究, 土木学会構造工学論文集, Vol.1.35A, PP.15~25, 1989.

(1995年9月14日)