

超音波による界面クラック長の一推定

ESTIMATION OF THE LENGTH OF INTERFACE CRACK BY ULTRASONICS

北原道弘*, 印 建華**

Michihiro KITAHARA and Jian-hua YIN

* 工博 東海大学教授 海洋学部海洋土木工学科 (〒424 静岡県清水市折戸 3-20-1)

** Ph.D. 南京大学助教授 声学研究所 (Nanjing 210093, P.R. China)

Interfaces are one of the weakest link in the mechanical performance of materials, despite great attention to quality insurance in manufacturing process. To ensure interface integrity, it is important to develop the accurate method to estimate the length of interface crack. In this paper, an approximate formula to estimate the length of interface crack is derived from the high frequency approximation of the integral representation for the scattered field. After the investigation for the range of applicability, the formula is used to determine the length of interface crack. The experimental results show that the method is in good accuracy.

Key Words: crack sizing, interface, scattering amplitude, ultrasonics

1. はじめに

構造部材の内部に存在する欠陥の位置, 大きさ, 傾き等の幾何学量や物性の推定をより定量化しようとする試みが開始されており, 土木構造物を意識した欠陥の定量化にも, いくつかの成果を見ることができる. 開口合成法の超音波探傷への適用¹⁾, 受信散乱波形そのものを基にした高精度波形処理の導入と欠陥像の三次元表示法の検討²⁾等である. これらの成果をはじめとして最近の研究の主流は, 多点で計測した散乱波形の高速処理にあるようにも思われるが, より少ない計測点における散乱波形情報から欠陥の性状を推定する手法の検討も今もなお重要課題の一つと考える. 欠陥の存在する位置がある程度推測されており, 大きさと傾きを定量的に推定したい場合である. また, 部材のコーナー部などセンサーの配置面が限定されている場合もある.

本論文では, 異種材料界面に存在するクラックの長さの推定法を問題とする. ここでは, クラックの存在する位置は既知であり, クラックは界面に沿って入っている場合を想定している. 現計測段階では, 室内での水浸法を採用しているため, 解析においては, 水/固体/固体の固体間界面に存在するクラックによる散乱波動場の特性を吟味するための波動解析の詳細を示す. 開口変位の決定法, 開口変位による水中散乱圧力場の表現を示した後, クラックの開口変位に高周波近似を導入することにより, 散乱場が高周波数域の極限において有する散乱振幅の周期特性を明らかにする. この周期特性は高周波域の極限として導かれるが, 散乱圧力場の解析との比較より, かなり低周波域においても散乱振幅は周期構造を有していることを確認した後, 周期性を基にしたクラック長の近似推定式を導く. 最後に, 実験計測によりクラック長を推定した結果を

示す. なお, 以下に示す解析は上層固体間の多重反射の影響を無視しており, 比較的厚い板の界面に存在するクラックを対象としている. この点に関する改善は, 後の課題と考えたい.

クラック端から生じる回折波の干渉を利用したクラックの大きさの推定は Achenbach と Adler 等^{3), 4)}により, 回折波近似 (Geometrical theory of diffraction) を基にして, すでに試みられている. また, ここで述べる散乱波動解析は Hirose と Kitahara⁵⁾ が二つの固体間界面に存在するクラックによる散乱波動特性を吟味した手法を水浸法を基にしたクラック長の推定問題に適用し易いように拡張したものである. なお, 本論文の一部について要約したものに文献 6) がある.

2. 境界条件

図-1 に解析対象とする問題の概要を示す. 図中の領域 D と $\bar{D}$ が互いに異なる材料特性を有する異種材料であり, これら異種材料が界面 B_1 で接合されている. この界面 B_1 上に, 問題とする界面クラック S が存在しており, 界面クラックの長さを $2a$ とする. また, 上側固体 D の厚さを h とし, 座標原点は界面 B_1 上に位置するものとする.

後に示す実験計測においては水浸法を採用するため, 異種材料を水に浸した状態を想定する. 図-1 に示した解析モデルにおける領域 D_0 が水であり, 水 D_0 と上部固体 D の境界が B_0 である.

なお, 界面層の厚さが超音波の波長に比較して非常に小さい場合には, 界面層の接合状態を界面に分布したバネで表現できることが知られており⁵⁾, 本論文で採用する解析モデルにおいても, 異種材料間の界面 B_1 (とクラック面 S) は分布バネモデルにより表現される

ものとする。

いま、 $x_2 = 0$ における界面 B_1 上の境界条件は次のように書ける。

$$t_i = -\bar{t}_i \quad (1a)$$

$$t_i = s_{ij}(\bar{u}_j - u_j) \quad (1b)$$

ここで u_i と t_i は界面 B_1 上の固体 D 側の変位と表面力であり、 s_{ij} は界面上に分布したバネのバネ定数である。また、上付きのバーは領域 $\bar{D}$ に関係した物理量であることを示している。固体 D と水 D_0 の界面 B_0 上の境界条件は次のようになる。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = (\rho_F \omega^2)^{-1} \mathbf{n} \cdot \nabla p \quad (2a)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = -p \quad (2b)$$

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (2c)$$

ここで、 p は水中の圧力、 ρ_F は水の密度、 ω は角振動数である。また、 $\mathbf{n}$ と $\mathbf{s}$ は境界 B_0 上の単位法線ベクトルと接線ベクトルである。

水中 (D_0) において、圧力 p はスカラー場の波動方程式を、固体内の変位場 $\mathbf{u}$ と $\bar{\mathbf{u}}$ は動弾性の基礎方程式を満足する。

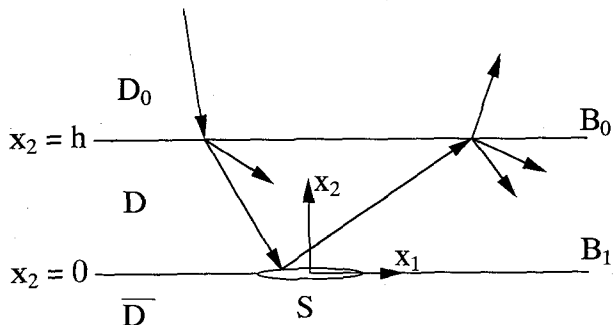


図 - 1 異種材料界面に存在するクラック S

3. 自由場

界面に欠陥が存在しない場合の波動場を自由場と呼ぶことにして、ここでは、次節で必要となる自由場の具体的表現を書き下す。

領域 D 内における多重反射の影響を考慮する必要がない場合、2つの界面 B_0 と B_1 における反射と透過の問題は、各々独立に考えることができる。この状況は、実験計測において入射波として例えばバースト波を用いる場合、入射バースト波の送搬時間が2つの界面 (B_0 と B_1) 間における波動の伝播時間よりも短い場合に成立する。上側固体の厚さ h が比較的厚い場合、この状況は実現できる。後の実験計測においても、この条件を満足するように計測条件を整えることにして、ここでは各層間の多重反射の影響を無視して自由場を導出する。

図 - 2 に示すように、水中 D_0 より時間調和な平面圧力波が界面 B_0 に対して入射角 θ_0 で入射しているものとする。この入射圧力波は界面 B_0 で水中への反射圧力波と固体 D 内への透過縦波 (L) と横波 (T) を

生成する。これより、界面 B_0 に関係する自由場は次のように書ける。

$$p^{free} = p_0 e^{ik_F \mathbf{p}^{-F} \cdot \mathbf{x}} + p_0 R^{FF} e^{ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} \quad \text{in } D_0 \quad (3a)$$

$$u_i^{free} = p_0 \sum_{\alpha=L,T} R^{-F\alpha} d_i^{-\alpha} e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{-\alpha} \cdot \mathbf{x}} \quad \text{in } D \quad (3b)$$

ここで、 p_0 は入射圧力波の振幅である。各物理量の上付きの F は、水に関係した物理量であることを示しており、 R^{FF} は水中 D_0 への流体圧の反射率であり、 $R^{-F\alpha}$ ($\alpha = L, T$) は固体 D 内への縦波と横波の透過率である。また、 $k_\beta = \omega/c_\beta$ ($\beta = F, L, T$) は各波動モードに対応する波数、 c_β は波速である。 $\mathbf{p}^{\pm\beta}$ と $\mathbf{d}^{\pm\beta}$ は、それぞれ、波動の進行方向と変位の振動方向を表す単位ベクトルであり、次のように書ける。

$$\mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) = (c_\beta \zeta / c_F, \pm \nu^\beta(\zeta)),$$

$$\nu^\beta(\zeta) = [1 - (c_\beta \zeta / c_F)^2]^{1/2}, \quad \Im(\nu^\beta) > 0 \quad (4a, b, c)$$

$$\mathbf{d}^{\pm\beta}(\zeta) = \begin{cases} \mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) & \text{for } \beta = F, L \text{ and } \bar{L} \\ \mathbf{e}_3 \times \mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) & \text{for } \beta = T \text{ and } \bar{T} \end{cases} \quad (4d, e)$$

ここで、 $\zeta = \sin \theta_0$ であり、 θ_0 は水中の入射角である。式 (3) の表現において、反射率 R^{FF} と透過率 $R^{-F\alpha}$ ($\alpha = L, T$) は、式 (3) の表現を界面 B_0 上の境界条件 (2) に代入することにより決定することができる。

界面 B_0 による透過 L 波と透過 T 波は固体間の界面 B_1 に対する入射波となり、固体 D 側への反射 L 波と反射 T 波、また固体 $\bar{D}$ 側への透過 $\bar{L}$ 波と $\bar{T}$ 波を生成する。これより、界面 B_1 に関係する自由場は次のように書ける。

$$u_i^{free} = \sum_{\alpha=L,T} u_i^{\alpha,free}, \quad \bar{u}_i^{free} = \sum_{\alpha=\bar{L},\bar{T}} \bar{u}_i^{\alpha,free} \quad (5a, b)$$

上式において、 $u_i^{\alpha,free}$ と $\bar{u}_i^{\alpha,free}$ は界面 B_1 に対して α 波 ($\alpha = L, T$) が入射した場合に対応する自由場であり、これらは次のようになる。

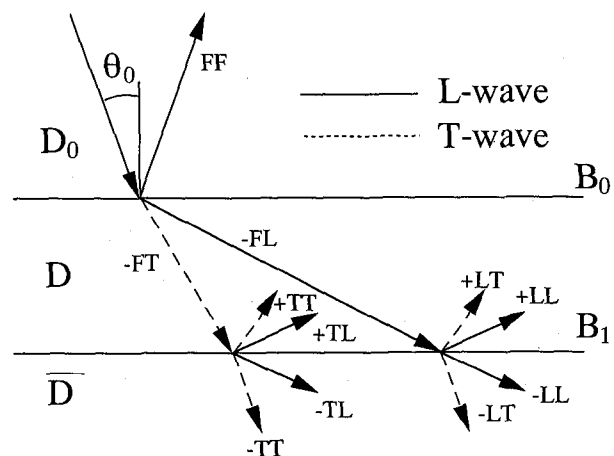


図 - 2 自由場

$$u_i^{\alpha, free} = u_0^\alpha d_i^{-\alpha} e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{-\alpha} \cdot \mathbf{x}} + u_0^\alpha \sum_{\beta=L, T} R^{+\alpha\beta} d_i^{+\beta} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{+\beta} \cdot \mathbf{x}} \text{ in } D \quad (6a)$$

$$\bar{u}_i^{\alpha, free} = u_0^\alpha \sum_{\beta=\bar{L}, \bar{T}} R^{-\alpha\beta} d_i^{-\beta} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{x}} \text{ in } \bar{D} \quad (6b)$$

ここに、 $u_0^\alpha = p_0 R^{-F\alpha}$ ($\alpha = L, T$) は界面 B_1 への入射波の振幅である。また、反射率 $R^{+\alpha\beta}$ ($\beta = L, T$) と透過率 $R^{-\alpha\beta}$ ($\beta = \bar{L}, \bar{T}$) は、式 (6) の表現を界面 B_1 上の境界条件式 (1) に代入し、界面 B_1 上のすべての点で $s_{ij} \rightarrow \infty$ (完全結合の条件) と置くことにより得られる。

4. 界面クラック開口変位の決定

領域 D における全波動場 u_i は自由場 u_i^{free} と界面クラックによる散乱場 u_i^{sc} の和として表される (図-3 参照)。領域 $\bar{D}$ における全波動場 $\bar{u}_i$ についても同様である。

$$u_i = u_i^{free} + u_i^{sc} \quad \text{in } D \quad (7a)$$

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i^{free} + \bar{u}_i^{sc} \quad \text{in } \bar{D} \quad (7b)$$

クラックの開口変位を決めるための積分方程式は、通常、水と上層固体の界面 B_0 、上層と下層固体の界面 B_1 、およびクラック面 S 上の境界積分方程式となる。本論文で対象としているように上層固体 D の厚さ h が上層固体内における多重反射の影響を考慮する必要がない程度に厚い場合、先に示した自由場 (5) と (6) を界面 B_1 上に存在するクラック S に対する入射波として与えることにより、この入射波により生じるクラックの開口変位を決めるための積分方程式は、界面 B_1 とクラック面 S 上のみを考慮して定式化できる。この積分方程式は、2層固体間に存在するクラック問題についてすでに参考文献 5) において定式化されているため、ここでは結果のみを示す。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) s_{jk} \{ \bar{u}_k(\mathbf{y}) - u_k(\mathbf{y}) \} ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_j(\mathbf{y}) ds_y = g_i^{free}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{u}_i(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} \bar{U}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) s_{jk} \{ u_k(\mathbf{y}) - \bar{u}_k(\mathbf{y}) \} ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{u}_j(\mathbf{y}) ds_y = \bar{g}_i^{free}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (8b)$$

ここで、 $U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は基本解、 $T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は表面力核、 $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ は位置ベクトルである。また、 g_i^{free} と $\bar{g}_i^{free}$ は自由場の積分からなる次のような既値量である。

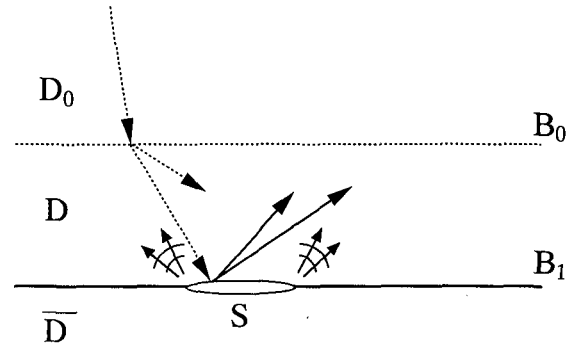


図-3 クラック開口変位と散乱波

$$\begin{aligned} g_i^{free}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} u_i^{free}(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} \bar{g}_i^{free}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \bar{u}_i^{free}(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} \bar{U}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{t}_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{u}_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (9b)$$

ここで、自由場 u_i^{free} と $\bar{u}_i^{free}$ は式 (5) と (6) に与えられており、自由場による表面力 t_i^{free} は、 $T_{ij}^n(\partial_y)$ を表面力に関する微分作用素として $t_i^{free}(\mathbf{y}) = T_{ij}^n(\partial_y) u_j^{free}(\mathbf{y})$ である。

積分方程式 (8) を離散化して、各要素上で数値積分を実行すれば、未知量 u_i と $\bar{u}_i$ に対する代数方程式系を得る。これを解くことにより、界面クラック S 上の開口変位を

$$[u_i] = u_i - \bar{u}_i \quad (10)$$

と決めることができる。

5. 水中遠方圧力場の表現

界面 B_1 上に存在するクラック S の開口変位 $[u_i] = u_i - \bar{u}_i$ により生じた水中 (D_0) の散乱圧力場 p^{sc} は、グリーン関数を用いて次のように表現することができる。

$$p^{sc}(\mathbf{x}) = \int_S T_{jk}^n G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \{ u_j(\mathbf{y}) - \bar{u}_j(\mathbf{y}) \} ds_y \quad (11)$$

ここで、 $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ がグリーン関数であり、固体 D 内の点 $\mathbf{y}$ に作用する k 方向の単位の集中力による水 D_0 内の点 $\mathbf{x}$ における圧力を表している。このグリーン関数は次のように書ける。

$$G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\alpha=L,T} \{D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \sum_{\beta=L,T} R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\} \quad (12)$$

図-4は、固体内の点 $\mathbf{y}$ から水中の点 $\mathbf{x}$ への各波動成分の伝播経路を説明している。 D_k^α が、点 $\mathbf{y}$ から点 $\mathbf{x}$ に直接伝播する波動成分 (L, T) であり、 $R_k^{\beta\alpha}$ が界面 B_1 で反射して点 $\mathbf{x}$ に伝播する波動成分 (LL, LT, TL, TT) である。これら、 D_k^α と $R_k^{\beta\alpha}$ は次のように表すことができる。

$$D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\pi\mu} \left(\frac{c_T}{c_\alpha}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (\nu^\alpha)^{-1} R^{\alpha F} d_k^{+\alpha} \times e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} e^{-ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} d\zeta_\alpha \quad (13a)$$

$$R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\pi\mu} \left(\frac{c_T}{c_\beta}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (\nu^\beta)^{-1} R^{\alpha F} R^{\beta\alpha} d_k^{-\beta} \times e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} e^{-ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} d\zeta_\beta \quad (13b)$$

ここで、 $\zeta_{\alpha,\beta} = c_{\alpha,\beta}\zeta/c_F$ であり、 μ は固体 D 内のせん断剛性である。式 (13b) 中の反射率 $R^{\beta\alpha}$ は界面 B_1 による反射率であり、先の式 (6) において求めた反射率と同じものである。式 (13a,b) に含まれる固体 D から水 D_0 への透過率 $R^{\alpha F}$ は界面 B_0 上の境界条件 (2a,b,c) を用いて決定できる。

式 (13) に見るように、グリーン関数の表現 (12) は無限積分を含んでいる。いま、観測点 $\mathbf{x}$ が、 $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ ($\mathbf{y} \in S$) かつ $k_F |\mathbf{x}| \gg 1$ の意味で遠方に位置している場合を考えると最急降下法 (steepest descent method) により⁷⁾、式 (13) の積分を次のように近似的に評価することができる。

$$D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \hat{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}}|_{\zeta=\sin \theta_x} \quad (14a)$$

$$R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \hat{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}}|_{\zeta=\sin \theta_x} \quad (14b)$$

ここで

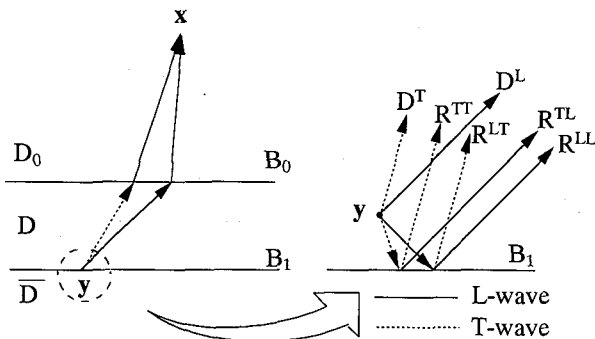


図-4 グリーン関数の構成

$$\hat{D}_k^\alpha = \frac{i}{4\mu} \frac{c_\alpha}{c_F} \left(\frac{c_T}{c_\alpha}\right)^2 \frac{\nu^F}{\nu^\alpha} R^{\alpha F} d_k^{+\alpha} \quad (14c)$$

$$\hat{R}_k^{\beta\alpha} = \frac{i}{4\mu} \frac{c_\beta}{c_F} \left(\frac{c_T}{c_\beta}\right)^2 \frac{\nu^F}{\nu^\beta} R^{\alpha F} R^{\beta\alpha} d_k^{-\beta} \quad (14d)$$

であり、また $\theta_x = \arcsin(-x_1/|\mathbf{x}|)$ である。

式 (14) の近似をグリーン関数の表現 (12) に代入し、さらに散乱場の表現 (11) に代入すると、次のように遠方散乱圧力場の表現を得る。

$$\begin{aligned} p^{sc}(\mathbf{x}) &\approx \sum_{\alpha=L,T} \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \\ &\times \int_S T_{jk}^n \{ \hat{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} \\ &+ \sum_{\beta=L,T} \hat{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} \} |_{\zeta=\sin \theta_x} [u_j(\mathbf{y})] ds_y \\ &= \sum_{\alpha=L,T} \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \times \Omega_F^\alpha(k_F, \theta_x) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 Ω_F^α は次のように定義されており、

$$\begin{aligned} \Omega_F^\alpha(k_F, \theta_x) &= \int_S T_{jk}^n \{ \hat{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} \\ &+ \sum_{\beta=L,T} \hat{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} \} |_{\zeta=\sin \theta_x} [u_j(\mathbf{y})] ds_y \end{aligned} \quad (16)$$

水中の遠方における散乱圧力場の円筒波成分を除いた振幅を表している。指標 α は水中の散乱圧力場の生成に寄与した固体 D 内の波動モード ($\alpha = L, T$) を示している。以後、 Ω_F^α を単に散乱振幅と呼ぶ。

6. 散乱振幅の高周波近似

いま、クラックの開口変位を次のように仮定する。

$$[u_j(\mathbf{y})] \approx f_j(\theta_\gamma) e^{ik_\gamma^* \sin \theta_\gamma y_1}, \quad \gamma = L, T \quad (17)$$

ここで、 k_γ と θ_γ はクラックに対する入射波の波数 k_γ と入射角 θ_γ である。上式 (17) は、高周波数域においては位相を除いて開口変位が長方形に近づくことを基にした高周波近似の一つである⁷⁾。近似 (17) を散乱振幅の表現 (16) に代入して結果を整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \Omega_F^\alpha &\approx \int_S T_{jk}^n \{ \hat{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} \\ &+ \sum_{\beta=L,T} \hat{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} \} |_{\zeta=\sin \theta_x} f_j(\theta_\gamma) e^{ik_\gamma^* \sin \theta_\gamma y_1} ds_y \\ &\propto k_\alpha \int_{-a}^a e^{i(k_\alpha \sin \theta_x + k_\gamma^* \sin \theta_\gamma) y_1} dy_1 \\ &= 2ak_\alpha \frac{\sin \Delta}{\Delta} \end{aligned} \quad (18a)$$

ここに、

$$\sin \theta_\alpha = c_\alpha \sin \theta_x / c_F \quad (18b)$$

$$\Delta = (k_\alpha \sin \theta_\alpha + k_\gamma \sin \theta_\gamma) a$$

とおいた。ここで、 k_α と θ_α は散乱波の波数と伝播角である。上式(18)は、 $k_\alpha = k_\gamma$ かつ $\theta_\alpha = -\theta_\gamma$ の場合を除き、散乱振幅 Ω_F^α が周期的に振動することを意味している。この式(18)より、散乱振幅の極小値(あるいは極大値)は Δ が次の関係を満足する場合に現れることがわかる。

$$(k_\alpha \sin \theta_\alpha + k_\gamma \sin \theta_\gamma) a = n\pi \quad \alpha, \gamma = L, T \quad (19)$$

さらに、水 D_0 と固体 D の界面 B_0 における境界条件より、固体側と水側の波動に関して次の位相に関する適合条件が成立する。

$$k_\alpha \sin \theta_\alpha = k_F \sin \theta_x, \quad k_\gamma \sin \theta_\gamma = k_F \sin \theta_0 \quad (20)$$

よって、式(19)は次のように書き換えることができる。

$$k_F a (\sin \theta_0 + \sin \theta_x) = n\pi \quad (21)$$

上式(21)は、固体内における波動モードが如何にあろうとも、水中における入射角 θ_0 と観測角 θ_x が同一であれば、散乱振幅の極小値は同一の ak_F の位置で生じることを意味している。近似関係式(19)も(21)も実際には同じものであり、どちらもクラック長の定量化に有用であるが、次の理由により式(21)の表現はより実用性があると思われる。

- (a) 現実問題として、固体中にはいくつもの波動モードが存在し、それらの経路を特定することは一般的には容易でない。
- (b) 材料によって波動の伝播特性は異なり、式(19)の表現を用いるためには、既知の k_F 、 θ_0 、 θ_x から固体中の k_α 、 θ_α と k_γ 、 θ_γ を特定しなければならない。

7. 界面クラック長の近似推定式

近似関係式(21)は次のように書き直すことができる。

$$f_{min}^{(n)} = nc_F / \{2a(\sin \theta_0 + \sin \theta_x)\} \quad (22)$$

ここで、 $f_{min}^{(n)}$ は散乱振幅の第 n 番目の極小値に対応する周波数である。これより、それぞれの極小値間の周波数差は次のようになる。

$$\Delta f_{min} = c_F / \{2a(\sin \theta_0 + \sin \theta_x)\} \quad (23)$$

上式をクラック長 $2a$ の推定式として書き直すと、次のようになる。

$$2a = c_F / \{\Delta f_{min}(\sin \theta_0 + \sin \theta_x)\} \quad (24a)$$

いくつかの周波数差 Δf_{min} を平均化したものを $(\Delta f_{min})_{av}$ と書くことにすれば、上式は次のようにも書ける。

$$2a = c_F / \{(\Delta f_{min})_{av}(\sin \theta_0 + \sin \theta_x)\} \quad (24b)$$

上式(24)は、水中の波速 $c_F (= 1480 \text{ m/sec})$ は既知として、入射角 θ_0 と観測角 θ_x を決めて波動計測を行い、散乱波の振幅の極小値間の周波数差 Δf_{min} あるいは $(\Delta f_{min})_{av}$ を読み取れば、クラック長 $2a$ が推定できることを意味している。パソコンによる自動計測を行い、 Δf_{min} あるいは $(\Delta f_{min})_{av}$ を自動的に算定し、式(24)をプログラム内に書き込んでおけば、クラック長 $2a$ も計測システム内のパソコン上に表示できる。

8. 数値解析結果

数値解析は、いくつかの材料の組み合わせ、また入射角と観測角の組み合わせについて行ってみた。界面 B_1 上に存在する界面クラック S の長さは $2a$ であり、このクラック上ではスプリング定数を $s_{ij} = 0$ と置くことによりクラック面を実現する。 B_1 上のクラック面 S 以外の界面は完全接触とし、この状態を実現するためにスプリング定数を $as_{11}/\mu = as_{22}/\mu = 1000$ 、 $s_{12} = s_{21} = 0$ と置いた⁵⁾。固体 D と $\bar{D}$ 間の界面 B_1 は、近傍場の積分方程式(8)と(9)の数値解析においてクラック面上の開口変位だけの解析精度を保証すればよいことから、クラック長 $2a$ の3倍の長さ $6a$ を考慮した。固体の材質としては、鋼とアルミの2種類を考えた。具体的には、水を含めてこれら材料の材料定数として次のように選んだ。

水: $c_F = 1480 \text{ m/s}$, $\rho_F = 1000 \text{ kg/m}^3$

鋼: $c_L = 5900 \text{ m/s}$, $c_T = 3200 \text{ m/s}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

アルミ: $c_L = 6420 \text{ m/s}$, $c_T = 3040 \text{ m/s}$, $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$

8.1 散乱振幅

まず、散乱振幅の周波数に対する挙動を明らかにしておくために、式(16)に導いた散乱振幅の一般表現をもとに数値解析を実行した結果を示す。式(16)中に含まれる開口変位は、式(8)の積分方程式系を境界要素法により数値的に解いて求めている。

図-5は、縦波が垂直入射 ($\theta_0 = 0^\circ$) する場合について、観測角 $\theta_x = 10.2^\circ$ の方向における散乱振幅 (Ω_F^L , Ω_F^T) をクラックの半分の長さ a で無次元化した水中の波数 ak_F に対して図示したものであり、計測におけるピッチ・キャッチ法に対応している。図中の(a)~(d)は、上側固体 D と下側固体 $\bar{D}$ の材質の組み合わせの相違を表しており、(a)が水(D_0)/鋼(D)/鋼($\bar{D}$)、(b)が水/鋼/アルミ、(c)が水/アルミ/アルミ、(d)が水/アルミ/鋼の場合である。上記4種類の材質の組み合わせに対する散乱振幅の値はそれぞれ異なっているが、無次元化波数 ak_F に対する周期特性はすべての場合にほぼ共通していることがわかる。

図-6(a)~(d)は、観測角と入射角が $\theta_x = \theta_0 = 10.2^\circ$ における後方散乱(パルス・エコー法)による散乱振幅を図示したものである。ピッチ・キャッチ法に対応する図-5の場合と同様に、材料の組み合わせによらず、また、固体中の散乱波のモードによらず、散乱波の干渉による周期性と極小値の位置はほぼ同一の ak_F において生じていることがわかる。さらに、図-6(a)~(d)における各極小値間の差 $\Delta(ak_F)$ は図-5(a)~(d)における各極小値間の差 $\Delta(ak_F)$ の1/2であることがわかる。これは、パルス・エコー法の干渉距離 ($4a \sin \theta_x$)

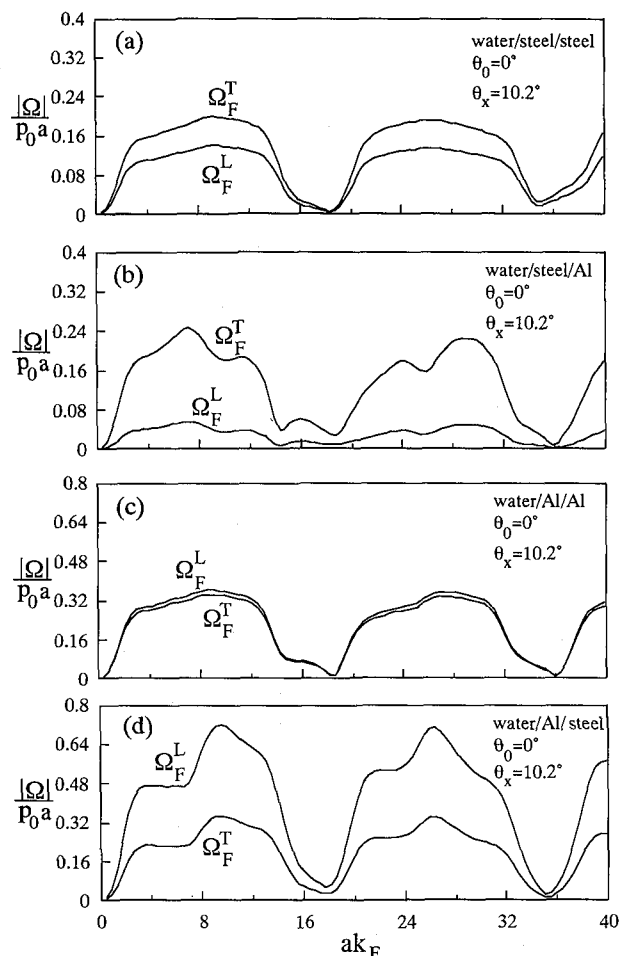


図-5 無次元化波数と散乱振幅 (ピッチ・キャッチ法: $\theta_0 = 0^\circ, \theta_x = 10.2^\circ$)

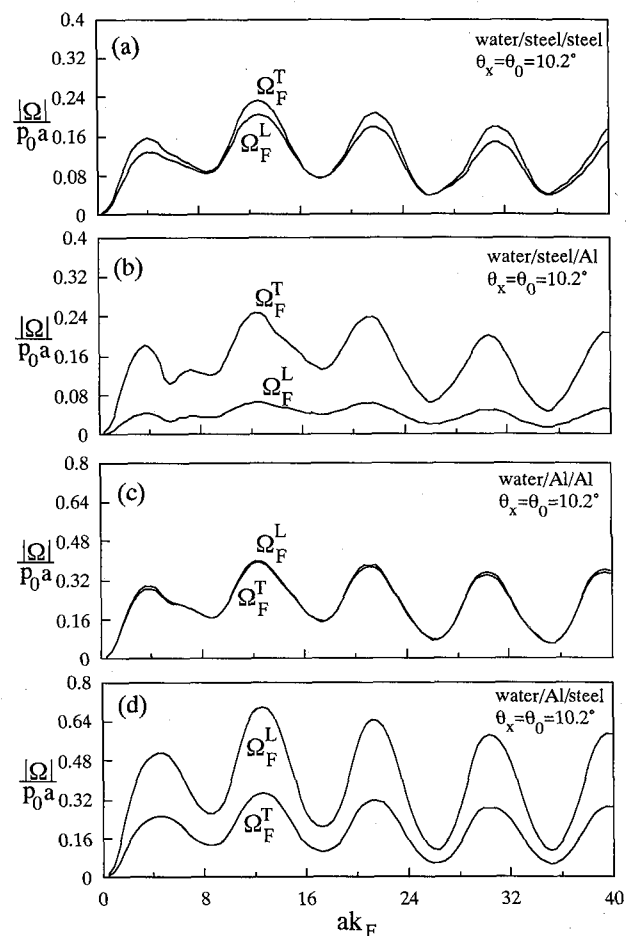


図-6 無次元化波数と散乱振幅 (パルス・エコー法: $\theta_0 = \theta_x = 10.2^\circ$)

がピッチ・キャッチ法の干渉距離 ($2a \sin \theta_x$) の2倍であることによっている。

先の6節に示した結果より、散乱振幅は高周波数域において正確な周期的振動現象を呈することが明らかになっているが、図-5と6の結果より、かなり低周波数域においても散乱振幅は周波数に対する振動特性を有していることがわかる。

図-7 (a)~(b) は、材質が水 (D_0)/鋼 (D)/アルミ ($\bar{D}$) の場合について、固定した無次元化波数 $ak_F (= 40)$ に対して、観測角 θ_x の関数として散乱振幅を計算した結果である。図-7 (a) は入射角を $\theta_0 = 0^\circ$ と固定して観測角 θ_x を変化させた場合に対する結果であり、ピッチ・キャッチ法に対応している。図-7 (b) は入射角と観測角を一致 ($\theta_x = \theta_0$) させて観測角を変化させた場合に対する結果であり、パルス・エコー法に対応している。これらの図が示す通り、観測角に対しても散乱振幅の周期性が認められる。図-7 (b) の各極小値間の差 $\Delta(\theta_x)$ は図-7 (a) における $\Delta(\theta_x)$ の1/2である。これもパルス・エコー法の干渉距離がピッチ・キャッチ法の干渉距離の2倍であることに起因している。

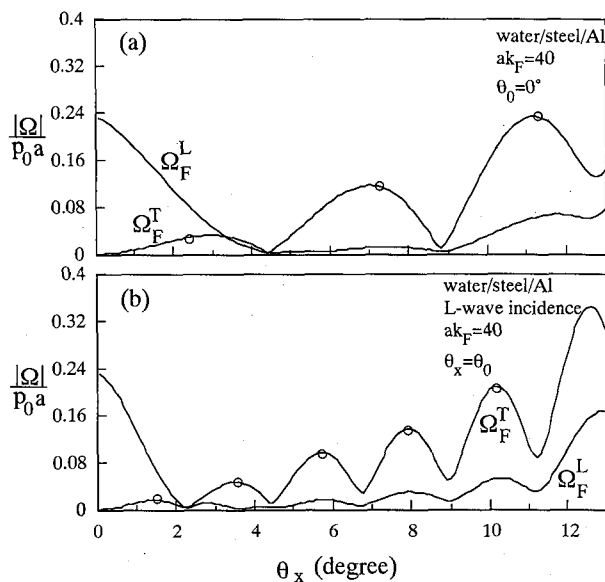


図-7 観測角と散乱振幅: (a) 垂直入射 $\theta_0 = 0^\circ$ の場合, (b) 後方散乱 $\theta_x = \theta_0$ の場合

図-7の結果より、観測角を変化させてクラック長を推定する方法も考えられる。即ち、入射波の周波数を固定して、観測角を変化させることにより散乱振幅の各極小値に対応する観測角の差 $\Delta(\theta_x)$ を読み取る。入射角 θ_0 と送信波数 k_F は既知であるので、式(21)の θ_x に読み取った $\Delta(\theta_x)$ を代入することにより、クラック長 $2a$ を推定することができる。

8.2 クラック長の近似推定式の精度

式(24)に示したクラック長の推定式は、クラックの開口変位に対して高周波近似を導入して導いた近似関係式(21)を基にしたものであるため、推定式(24)を実際に利用するには近似関係式(21)の適用範囲を確認しておく必要がある。

図-8(a),(b)は、観測角と入射角を一致させたパルス・エコー法の場合について、散乱振幅の極小値に対応する観測角 θ_x と無次元化波数 ak_F の関係を示したものである。材質は水/鋼/鋼の場合である。また、クラックへの入射波は縦波であり、図中の θ_c^L は縦波の臨界角 $\theta_c^L = 14.5^\circ$ である。図中のドット(黒丸)が境界要素法により開口変位を求め、散乱振幅を式(16)に基づいて計算し、散乱振幅の極小値に対応する $\theta_x (= \theta_0)$ と ak_F の点を図示した結果であり、実線が近似関係式(21)である。図より、式(21)は大きい ak_F (高周波数域)と小さい θ_x (小さい観測角)の場合に、より良い近似値を与えることがわかる。また、比較的低周波数域においても、近似的にはあるが関係式(21)が成立していることもわかる。

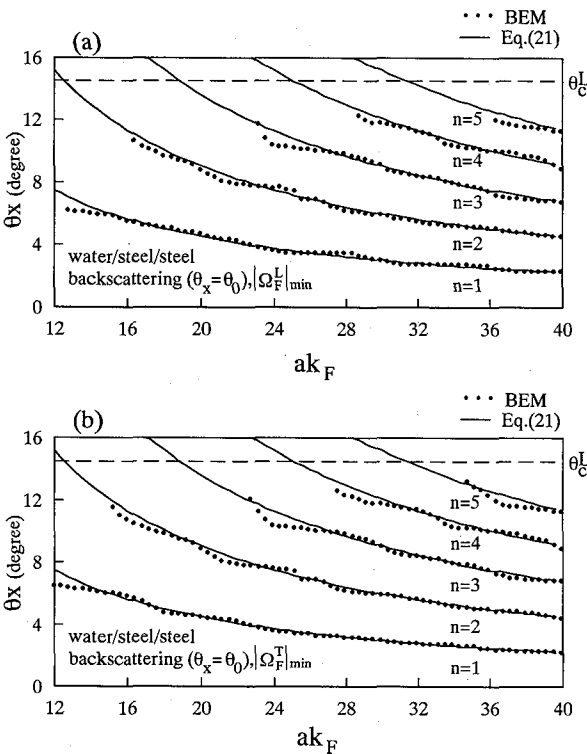


図-8 近似関係式(21)の精度

9. 計測とクラック長の推定

図-9に計測システムの概要を示す。ファンクションジェネレータによりある送搬周波数のトーンバースト波を生成し水中センサーに送る。クラックによる散乱波は水中センサーで受信され、デジタルオシロに転送される。ジェネレータとデジタルオシロはPCで制御され、センサーの有効周波数帯域内で自動的に送搬周波数を変化させて、各送搬周波数毎に散乱振幅が計測されPCに記憶される。図中の切り替えスイッチ1と2は、ピッチ・キャッチ法とパルス・エコー法に対応している。

図-10にピッチ・キャッチ法に対する計測結果(丸印)を示す。用いたセンサーは2-8MHzに有効帯域を有する超広帯域型である。界面クラック長は $2a = 6\text{mm}$ 、入射波の入射角は $\theta_0 = 0^\circ$ であり、観測角は $\theta_x = 10.2^\circ$ の場合である。また、この場合の材料はアルミである。図中には、式(16)に基づいた散乱振幅 $|\Omega_F^L|/\sqrt{f}$ の数値解析結果を実線で書き込んでいる。散乱振幅を $\sqrt{f}$ (f は周波数)で割って表示したのは、式(15)の散乱圧力場の表現からわかるように、圧力場が周波数に対して $1/\sqrt{f}$ の減衰を有するためである。結果から、実験による散乱振幅と解析による散乱振幅の最小値が生じる位置(周波数)は良く一致していることがわかる。実験と解析による振幅値の差は伝播経路の差(幾何および材料減衰、水/アルミ界面における透過特性、センサーのビームプロファイルの有限性の影響など)によるものと考えられる。

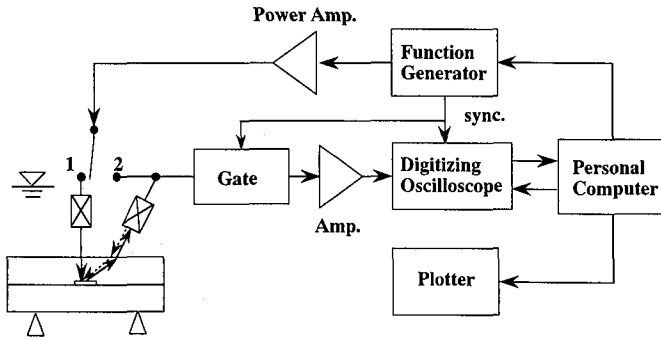


図-9 計測システム

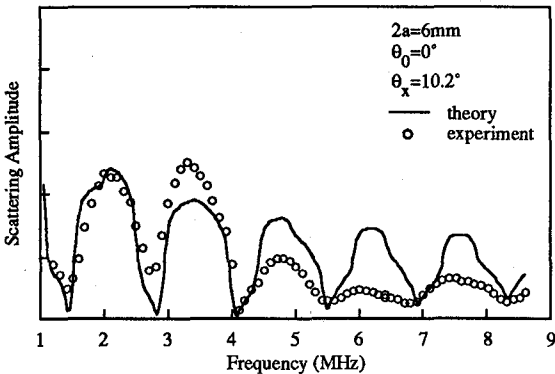


図-10 計測散乱振幅(丸印)と解析値(実線)

表-1 は長さ $2a = 6\text{mm}$ のクラックについて、ピッチ・キャッチ法の計測結果から得た $(\Delta f_{\min})_{av}$ をクラック長の近似推定式 (24b) に用いて推定したクラック長 $2a'$ をまとめたものである。表-2 は長さ $2a = 6, 4, 2, 1\text{mm}$ のクラックについて、 $\theta_x = \theta_0 = 15^\circ$ と選んだパルス・エコー法によるクラック長の推定結果である。ピッチ・キャッチ法、パルス・エコー法共に、クラック長の推定値 $2a'$ は実際のクラック長 $2a$ と比較的良好一致していることがわかる。

表-1 クラック長の推定結果 (ピッチ・キャッチ法)

$2a(\text{mm})$	θ_0	θ_x	$(\Delta f_{\min})_{av}$	$2a'(\text{mm})$
6	0°	10.2°	1.35	6.20
6	0°	15°	0.97	5.90

$(\Delta f_{\min})_{av}$: in MHz

表-2 クラック長の推定結果 (パルス・エコー法)

$2a(\text{mm})$	θ_0	θ_x	$(\Delta f_{\min})_{av}$	$2a'(\text{mm})$
6	15°	15°	0.45	6.36
4	15°	15°	0.70	4.08
2	15°	15°	1.40	2.04
1	15°	15°	2.60	1.10

$(\Delta f_{\min})_{av}$: in MHz

10. おわりに

厚板の界面に存在するクラックを対象として、クラック長の近似推定式を散乱場の積分表現から導く過程を示し、近似推定式の適用範囲を確認した後、波動計測により実際のクラック長を推定した。近似推定式を利用したクラック長の推定結果は概ね良好であった。

本論文で言う厚板とは上層固体間の多重反射波が界面に存在するクラックからの散乱波に影響を及ぼさない程度に板が厚いと言う意味であり、送信バースト波の時間幅、周波数帯等により幾何学的な適用厚さは異なる。実際には、厚さが決まったときバースト波の送

搬時間、周波数帯域等を調整するのが現実的と思われる。ただ、上層板の厚さが非常に薄くなった場合には多重反射の影響は避けられないと推測され、この点を考慮した手法の改善が今後の課題と考えている。また、ここでは室内計測を想定して水浸法に対応した解析と推定式を考えたが、現実問題を考えると接触法に対応した推定法に拡張することも課題として残っている。さらに、ここでは現有機器の関係上、送搬周波数を変化させてバースト波を送信し送搬周波数毎の散乱振幅変動を計測したが、パルス波を送信して受信散乱波の周波数スペクトルを計測するほうが現実問題としてはより有効と考える。

参考文献

- 1) 岩立次郎, 田中雅人, 館石和雄, 三木千壽: 回転探触子を用いた開口合成システムによる超音波探傷の分解能向上の試み, 土木学会論文集 No.507/I-30, pp.121-127, 1995.
- 2) 三上修一, 大島俊之, 菅原登, 山崎智之: エコー波形の詳細解析による超音波探傷法の欠陥検出の定量的評価, 土木学会論文集 No.501/I-29, pp.103-112, 1994.
- 3) Achenbach, J.D., Adler, L., Lewis, D.K. and McMaken, H.: Diffraction of ultrasonic waves by penny - shaped cracks in metals: Theory and experiment, J. Acoust. Soc. Am., Vol.66, pp.1848-1856, 1979.
- 4) Adler, L. and Achenbach, J.D.: Elastic wave diffraction by elliptical cracks: Theory and experiment, J. of Nondestructive Evaluation, Vol.1, pp.87-99, 1980.
- 5) Hirose, S. and Kitahara, M.: Scattering of elastic waves by interface cracks between dissimilar materials, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol.12, pp.1467-1474, 1993.
- 6) Kitahara, M. and Yin, J.-H.: Size estimation of interface crack by interference effect, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol.14, pp.155-162, 1995.
- 7) Achenbach, J.D., Gautesen, A.K. and McMaken, Ray Methods for Waves in Elastic Solids, Pitman Pub., 1982.

(1995年9月18日受付)