

補強正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度

Elasto-plastic Shear Buckling Strength of Square Plates with Reinforced Square Holes

中村 雅樹^{*}、上野谷 実^{**}、藤井 堅^{***}

Masaki NAKAMURA, Minoru UENOYA and Katashi FUJII

^{*}福山大学助手 工学部土木工学科 (〒729-02 福山市学園町1番地三蔵)^{**}工博 福山大学教授 工学部土木工学科 (〒729-02 福山市学園町1番地三蔵)^{***}工博 広島大学助教授 工学部第四類 (〒724 東広島市鏡山1丁目4-1)

Elasto-plastic shear buckling of square plates containing reinforced square holes is investigated analytically. The perforated plates are subjected to uniform shear stress or uniform shear deformation, and are simply supported, clamped or mixed supported on all four edges. Ratios of the hole diameter to the plate width, a/l , are 0.15, 0.3, 0.5, 0.7 and 0.85. The influence of location and shape of reinforcement around the square hole or diagonal sections of the plate and loading conditions on buckling strength are considered. Relationships are presented between the buckling strength of plates, the size of the hole, width and depth of the reinforcement.

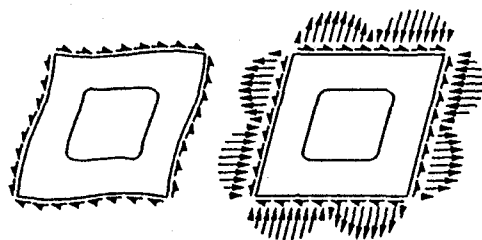
For the elastic and elasto-plastic buckling, increasing the depth of the reinforcement is much more effective than the width. In the location of the reinforcement, the diagonal sections are effective for the small holes and the edges of the square holes are effective for the large holes, and the both reinforcements are most effective for all sizes of hole.

Key words: elasto-plastic buckling, shear load, perforated plates, reinforced square holes

1. まえがき

土木構造物ではプレートガーダーの横桁ウェブや鋼箱桁のダイヤフラムや鋼橋脚に孔を設ける場合がある。このような孔を有する板要素を有孔板という。有孔板は孔によって断面積が減少するため座屈強度や終局強度が低下する。先の阪神大震災では鋼橋脚の脚柱部に設けたマンホールの周辺で座屈や降伏の損傷を受けた事例が各所で見られた。このように有孔板の設計には応力集中、座屈強度、終局強度などの力学的特性を正確に把握する必要がある。

板のせん断変形はFig. 1(a)のように荷重は有孔板の周辺境界上で、せん断応力が等分布に作用し、面内方向変位の拘束がない場合とFig. 1(b)のように周辺が完全な剛体で固定された状態でせん断変形する場合に大別できる。実際の構造物は多くの場合周辺境界にフランジやスチフナーなどが存在して面内方向変位をある程度拘束する状態でせん断変形するものと考えられる。ここではFig. 1(a)と(b)の荷重状態を、それぞれ「一様せん断応力荷重 (uniform shear stress)」および「一様せん断変形荷重 (uniform shear deformation)」あるいは単に「応力荷重」および「変形荷重」と呼ぶことにする。



(a) Uniform shear stress (b) Uniform shear deformation

Fig. 1 Perforated plate subjected to shear

有孔板の座屈に関する研究は基本的荷重である圧縮を受ける場合が最も多く行われている^{1)~13)}。せん断を受ける有孔板の弾性座屈に関する研究に限れば、Kroll¹⁴⁾が1949年に、また、Sabir・Chow¹⁵⁾が1983年に座屈解析を行った。

有孔板の弾塑性座屈に関する研究は圧縮荷重を受ける場合として藤田ら^{16), 17)}、Azizian・Roberts¹⁸⁾の研究がある。相対する2辺だけ一様せん断変形を受ける場合として、Roberts・Azizian¹⁹⁾がある。板の4辺が一様せん断変形荷重を受ける場合の弾塑性座屈解析は著者²⁰⁾が1989年に正方形孔を有する正方形板をRayleigh-R

itz法を用いて解析している。

孔による強度の低下を抑えるために孔のまわりを補強することがある。補強方法としてはカラーリング、ダブリング、スチフナーによる補強が考えられる。有孔板の円孔縁におけるカラーリングおよびダブリングの効果について、1976年にGrosskruthら²²⁾は一樣せん断変形载荷を受けるときの実験的研究を行なった。1979年にRockey²³⁾は板の辺長 ℓ に対する円孔の直径 d の比 $d/\ell=0.25, 0.33, 0.5$ について理論および実験的研究を、同年に日本造船学会船体構造委員会、横強度小委員会WG（ワーキング・グループ）²⁴⁾は $d/\ell=0.1, 0.3, 0.5$ について理論的研究を行なった。両者とも応力载荷の解析を行なっている。1983年、Narayanan²⁵⁾は円孔径 $d/\ell=0.33$ の弾性座屈強度について解析および実験を行っている。1986年、Sabir-Chow²⁶⁾は孔径 $a/\ell=0.2\sim0.5$ に同一の補強幅と補強厚 $2b/\ell=h/t=0.5\sim5.5$ の補強を施した弾性座屈強度について解析を行っている。これらは弾性座屈強度について孔の大きさおよび補強リブの断面積の大きさ（以下、補強断面積と呼ぶ）の小さい範囲で解析および実験を行っているに過ぎない。

著者は補強正方形孔を有する正方形板がせん断を受ける場合、孔縁補強を補強幅及び補強厚方向に変化させた場合の応力载荷と変形载荷について弾性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行なった²⁷⁾。その結果、有孔板の座屈強度を無孔板の弾性座屈強度以上にする最も効果的な補強方法はFig. 2の補強断面形状で示す補強幅 $2b/\ell=0.016$ 、補強厚 $h/t=4$ の場合であることが明らかになった。

また、著者は補強円孔を有する正方形板がせん断を受ける場合、孔縁補強を補強幅及び補強厚方向に変化させた場合の応力载荷と変形载荷について弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行なった²⁸⁾。その結果、弾塑性座屈強度は孔が小さい場合、対角線補強が効果的であり、孔が大きい場合、孔縁補強が効果的であることが明らかになった。

有孔板に使用される孔の形状は様々なものがある。正方形孔板は円孔板に比べ応力集中が大きく欠損断面積も大きいので、今回は正方形孔板に着目した。本報告の载荷条件は一樣せん断応力载荷と一樣せん断変形载荷とする。補強位置は最大応力の生じる孔縁と座屈によるたわみを効果的に抑制できる対角線とする。孔縁補強、対角線補強および孔縁と対角線を同時に補強した場合（以下「同時補強」と呼ぶ）の弾塑性座屈解析はRayleigh-Ritz法で行ない、孔縁および対角線の補強位置および補強断面形状の違いが弾塑性座屈強度、塑性域の進展や塑性崩壊強度に与える影響を $a/\ell=0.15\sim0.85$ の広い範囲で検討する。本研究は孔の大きさ、補強断面の形状など解析パラメータが多く、約810ケースのパラメトリック解析を行う必要がある。これらに加えて初期たわみ、残留応力など初期不整を考慮した解析は複雑になり、解析時間も膨大になることから初期不整は考慮せず座屈強度は

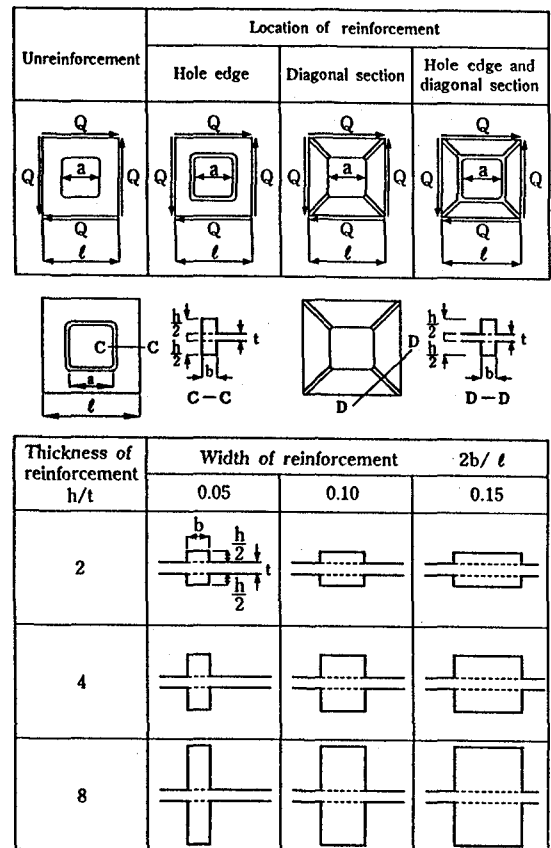


Fig. 2 Location, thickness and width of reinforcement

Table 1 Width of reinforcement $2b/\ell$

Location of reinforcement	Hole size a/ℓ				
	0.15	0.3	0.5	0.7	0.85
Hole edge	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050
	0.15	0.15	0.15	0.15	0.075
Diagonal section	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050
Hole edge and Diagonal section	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050

固有値問題として解析する。また、既報告²⁸⁾の補強円孔との比較も行う。

2. Rayleigh-Ritz法による板の座屈解析

座屈解析はRayleigh-Ritz法で行う。Rayleigh-Ritz法による板の座屈解析は幾何学的面外支持条件を満足するたわみ関数を仮定し、この関数の未定係数を座屈時のポテンシャルエネルギーが最小となるように決定する。したがって、座屈解析は固有値問題となる²⁰⁾。本解析のたわみ関数はFig. 3に示す座標系において単純支持、固定および混合支持に対して既報告²⁸⁾と同じ8項のフーリエ級数をそれぞれ適用する。本解析は次の条件で行う。

(1) 载荷条件は一樣せん断応力载荷および一樣せん断変形载荷である。

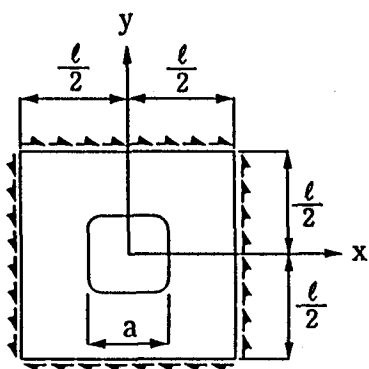


Fig. 3 Coordinate of perforated plate

(2) 板の形状は正方形板で、周辺の面外支持条件は4辺単純支持、4辺固定および相対する2辺単純支持他辺固定の混合支持である。

(3) 正方形孔は板の中央に位置し、大きさは板の辺長 l に対する孔長 a の比が $a/l = 0.15, 0.3, 0.5, 0.7, 0.85$ である。孔縁隅角部は応力集中を緩和させるために半径 $a/10$ の丸みをつける。

(4) 補強断面形状のパラメータは形状が異なっても補強部分の断面積が等しいものを含む無次元量で表す。Fig. 2 に示すように孔縁補強、対角線補強および同時補強において補強幅 b は板の半辺長 $l/2$ に対して Table 1 のように $2b/l = 0.05, 0.10, 0.15$ とする。また、補強厚 h は板厚 t に対して、 $h/t = 2, 4, 8$ とする。無補強板の補強断面形状は $2b/l = 0, h/t = 0$ で示す。

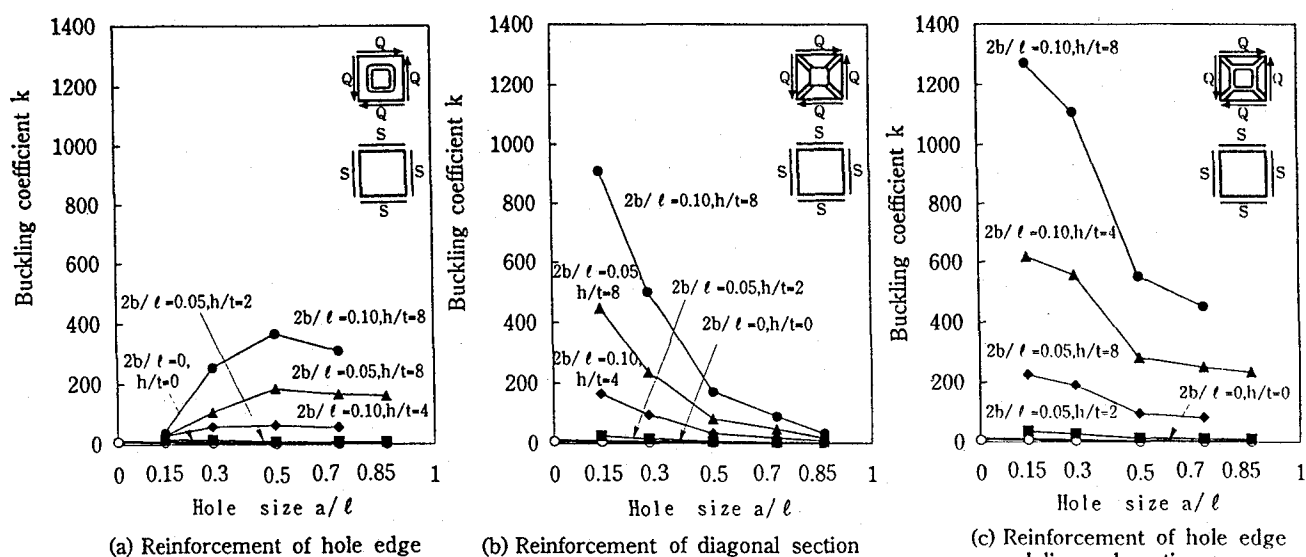


Fig. 5 Variation of elastic buckling coefficients with Square hole size
(Uniform shear stress, simply supported)

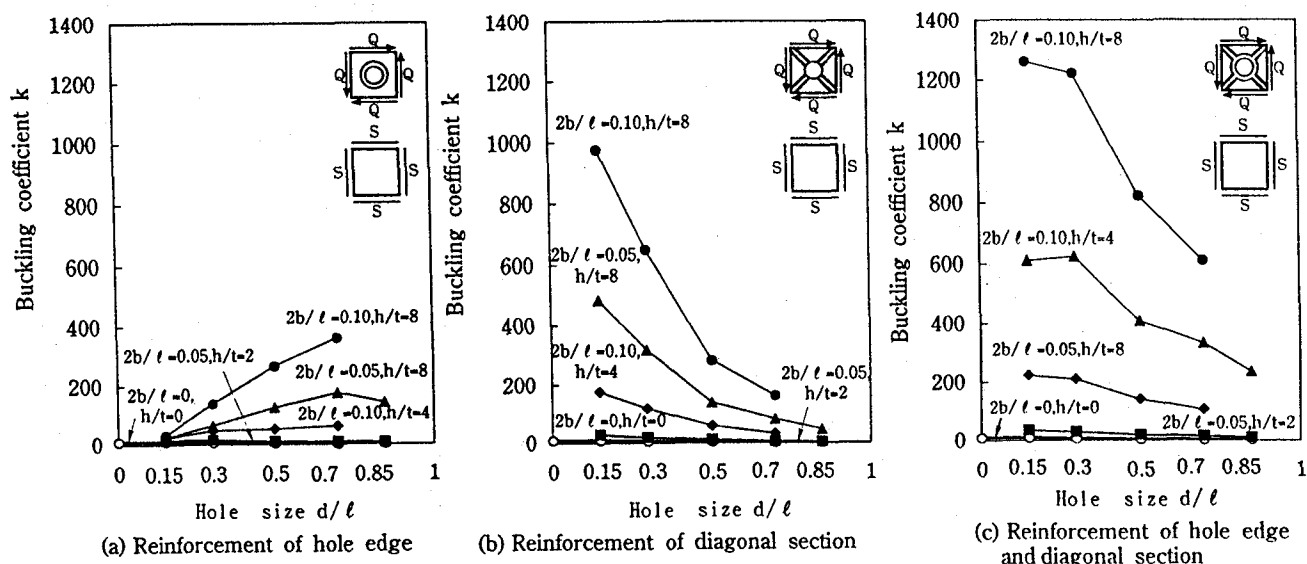


Fig. 6 Variation of elastic buckling coefficients with Circular hole size
(Uniform shear stress, simply supported)

(5) 残留応力や初期たわみなどの初期不整は考慮しない。

実構造物の部分パネルを解析する場合、周辺の境界条件は不明確なことが多い。座屈強度の上限および下限として4辺単純支持あるいは固定の場合について解析する。また、この支持条件に加えて、プレートガーダのウェブの座屈強度はフランジ辺を固定、スチフナー辺を単純支持とする場合があるので、相対する2辺が単純支持で他辺は固定とする混合支持も解析して、単純支持あるいは固定に対する差異を明らかにする。

円孔板を有する正方形板の平面応力解析は有限要素法で行なった。用いた要素は要素内応力一定の三角形要素である。一様せん断変形は境界辺の長さが一定のまま直線を保ちながら回転するような変位を節点に与えた。応力計算は要素分割で対称性を利用して正方形板の1/4について行なった。要素分割は後述するFig. 7の塑性域の広がり重複するのでここでは省略する。

3. 弾性座屈強度

せん断を受ける板の座屈せん断力は座屈係数 k を用いて次式で表す。

$$Q_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{t^3}{\ell} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比

無孔の正方形板の古典解による座屈係数は、単純支持および固定に対して、それぞれ $k_s=9.34$ と $k_f=14.71$ である。

本解析の妥当性は円孔を有する正方形板について既報告²⁰⁾で確認されている。補強正方形孔を有する板の座屈に関する研究は少なく、Chow²⁹⁾が1986年に孔縁補強を行った正方形孔を有する正方形板の弾性座屈強度について検討している。Chowは有限要素法で非適合四辺形要素³⁰⁾を用いて、本解析よりかなり粗い要素分割で固有

値解析を行っている。本解析の妥当性を比較検討するためにChowの論文に示されている座屈係数の図に本解析結果を合わせてFig. 4に示す。縦軸は座屈係数で横軸は孔の大きさである。载荷条件は応力载荷で支持条件は単純支持である。補強断面形状は板厚 t に対して補強幅 b と補強厚 h が同一である。表中に示す数字は $h/t=b/t$ の場合の補強断面形状の値であり、 $h/t=b/t=0$ は無補強板である。この図より、無補強板の場合、本解析の座屈係数はChowの解析結果よりやや大きいものに対し、孔縁の補強断面積が増加すると本解析はChowの解析より著しく大きくなる。Chowが行った解析は補強部分をはり要素に置換しているので、補強部分のねじり剛性は考慮されていないものと思われる。この違いが、解析結果の差異に大きく影響していると思われる。

正方形孔を有する板の周辺が単純支持で応力载荷を受ける場合、補強位置および補強断面形状の違いが弾性座屈強度に及ぼす影響をFig. 5に示す。縦軸は弾性座屈係数 k を示し、横軸は孔の大きさである。Fig. 5の正方形孔を有する板より補強断面形状が同一の場合、孔縁補強した場合の弾性座屈係数は $2b/\ell=0.10$, $h/t=4$ 以上のとき $a/\ell=0.5$ でピークになる。これは孔縁補強の場合、 $a/\ell=0\sim0.5$ では孔が大きくなると孔縁の周長(以下、孔周と呼ぶ)が長くなるので補強の総延長も長くなり、座屈強度が大きくなる。しかし、孔縁補強の $a/\ell=0.5\sim0.85$ では孔が大きくなると座屈に抵抗する板隅角部付近の欠損面積も相対的に大きくなり、座屈強度も減少ぎみになるものと思われる。対角線補強した場合の弾性座屈係数は孔が大きくなるほど小さい。これは対角線補強の場合、孔が大きくなると補強対角線長が短くなる。このように弾性座屈強度は補強断面形状が同一の場合、補強総延長および位置が大きく影響するものと思われる。同時補強の場合、全体的に座屈係数が大きくなる。同じ補強断面積である $2b/\ell=0.05$, $h/t=8$ と $2b/\ell=0.10$, $h/t=4$ の補強断面形状による補強効果を比較すると、孔縁補強、対角線補強において弾性座屈強度を増加するためには補強幅 b を広げるより補強厚 h を厚くする方法が2~3倍と効果的である。変形载荷および他の支持条件においてもこの傾向は同様になる。

なお、他の载荷条件および支持条件については図を示していないが、孔の大きさおよび補強位置の違いが弾性座屈強度に及ぼす影響はほぼ同じ様な傾向を示す。

次に円孔を有する板と比較するために既報告²⁸⁾の同じ载荷および境界条件についてFig. 6に示す。ここで円孔との比較において、円孔の直径 d は正方形孔の一辺長 a と等しくしている。同図より、補強断面形状が同一の場合、孔縁補強した弾性座屈強度は孔が小さいとき正方形孔板が円孔板より大きい。孔が大きくなると $d/\ell=0.85$ 以外では円孔板が正方形孔板より大きくなる。これは孔が小さいときは孔周の長い正方形孔板の座屈強度が大きい、孔が大きくなるとは円孔板の孔縁補強は座屈によつ

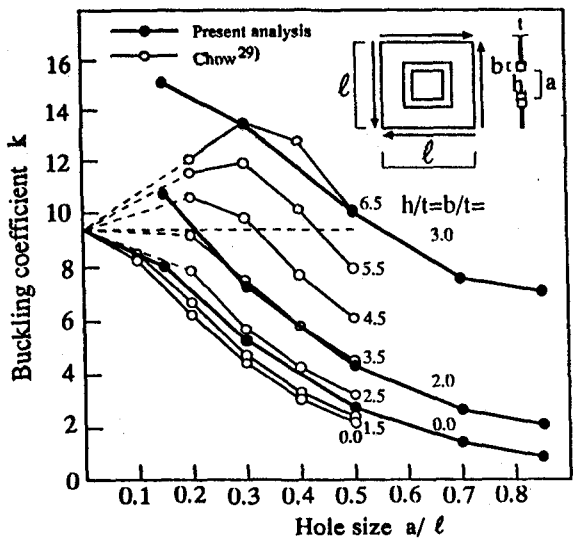
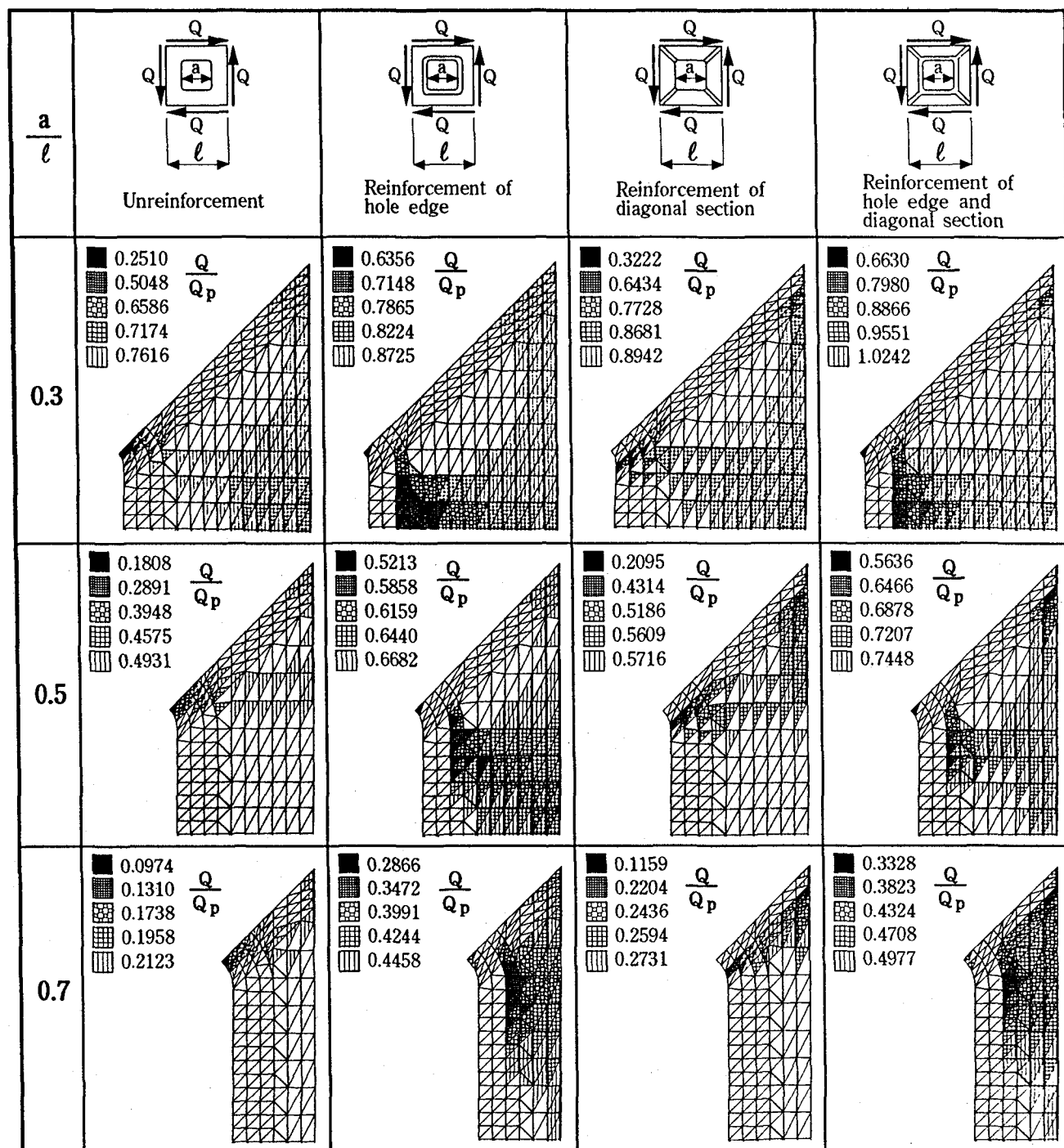


Fig. 4 Comparison of present analysis with reference 29)
(Uniform shear stress, simply supported)



a) Uniform shear deformation

Fig. 7(a) Spread of plasticity ($2b/l=0.10, h/t=8$)

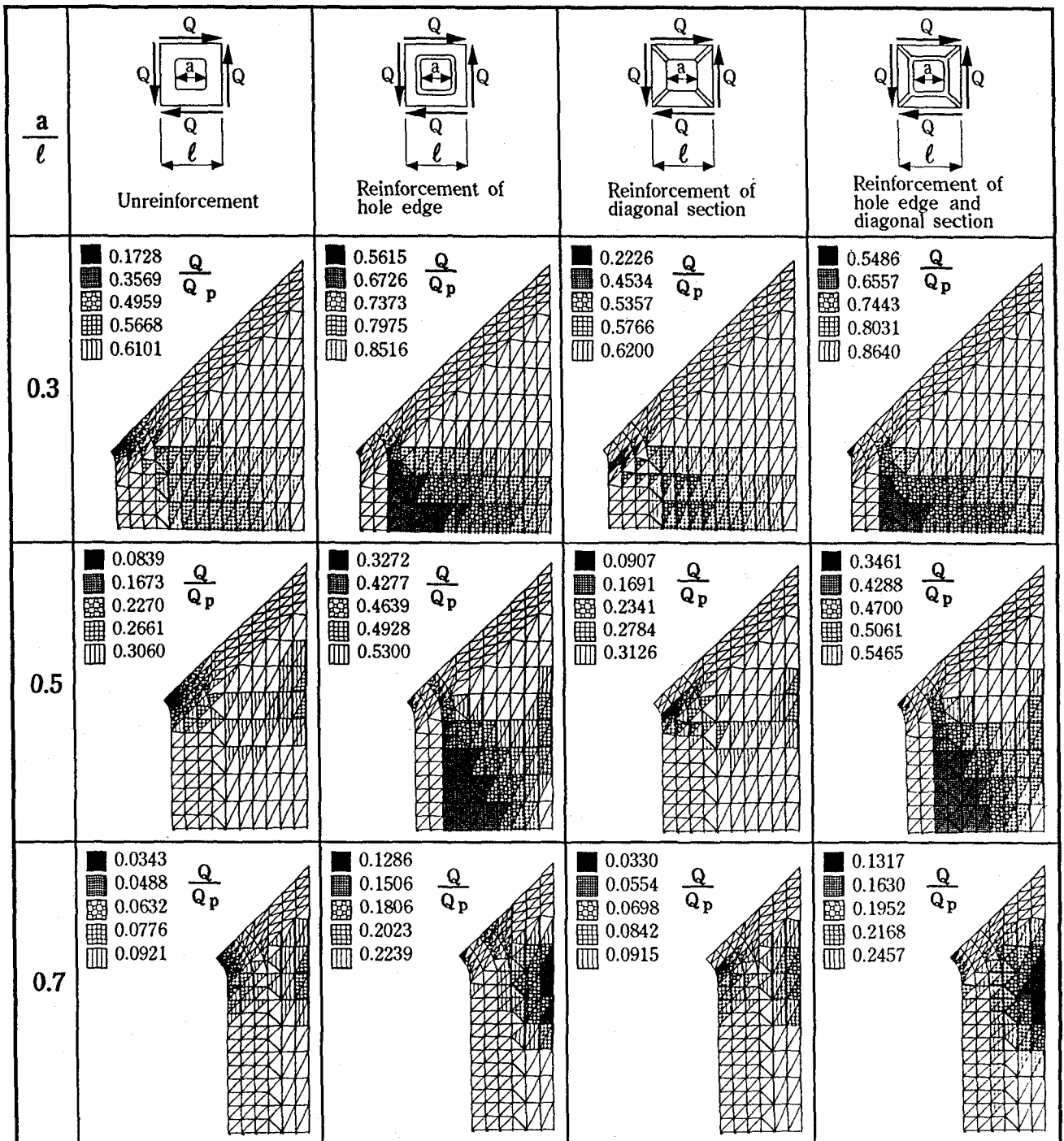
て生じる対角線上の主たわみを正方形孔より効果的に抑制するため、座屈強度は円孔板が正方形孔板より大きくなったものと思われる。対角線補強および同時補強した弾性座屈強度は円孔板が正方形孔板より大きい。

4. 塑性域の広がり

塑性域の広がりには面内応力状態のみで解析しているので、面外の支持条件とは無関係である。以下では載荷条

件、孔の大きさ、補強種類と塑性域の広がりについて考察する。

Fig. 7(a)および(b) に変形載荷および応力載荷を受ける $a/l=0.3, 0.5, 0.7$ の無補強および孔縁補強、対角線補強および同時補強の塑性域の広がりを示す。図は応力分布の対称性を利用して1/8 について示している。塗りつぶされている要素の色の濃さは要素が降伏した荷重段階を示す。この荷重段階は次式で定義する塑性せん断力



b) Uniform shear stress

Fig.7(b) Spread of plasticity ($2b/l=0.10, h/t=8$)

Q_p で除した無次元せん断力 Q/Q_p である。

$$Q_p = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} t l \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 σ_y ：降伏応力

つまり塑性域は色が濃い要素から薄い要素の順に広がる。
 なお塗りつぶされていない要素は板の塑性崩壊時においても降伏しなかった要素である。同図の補強断面形状は

補強幅比 $2b/l=0.10$ 、補強厚比 $h/t=8$ である。これは正方形孔 $a/l=0.15\sim0.7$ において共通する補強断面積のうち最大であり、補強位置による塑性域の拡がりの差異が顕著に現れる断面形状である。

ここでFig.3に示す図においてX軸およびY軸上の断面を中央断面と呼ぶ。X軸およびY軸上から45°回転した断面を対角線断面と呼び、中央断面と対角線断面の間を中間断面と呼ぶ。また、正方形板の4辺の断面を周

辺断面と呼ぶことにする。有孔板の応力分布については既報告³⁾において詳しく報告しているのでここでは特に述べないが、最大応力の生じる位置は無補強の場合、対角線断面の孔縁である。孔縁を補強した場合、最大応力の生じる位置は大きく変わらないが補強によって応力集中は大きく低減する。

ここで、本解析における塑性崩壊の判定は以下のように定義している。応力載荷の場合、塑性域が孔縁から中央断面などに沿って周辺に広がるか、周辺断面全域が塑性域になったとき、また変形載荷の場合、孔縁から対角線断面に沿って周辺断面に広がるか、周辺断面全域が塑性域になったときにおいて、解析的に収束しなくなる。このときを塑性域が貫通して塑性崩壊したとする。

4.1 変形載荷における塑性域の広がり

Fig. 7(a)に示すように無補強の場合、塑性域が対角線断面上の孔縁から始まる。その後、孔が小さい $a/\ell=0.3$ では塑性域が中央断面と対角線断面の中間に沿って広がり周辺断面全域を貫通して崩壊する。しかし、孔の大きい $a/\ell=0.5, 0.7$ では塑性域が対角線断面を貫通して崩壊する。

孔縁を補強した場合、 $a/\ell=0.3$ では補強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が中央断面上の孔縁補強周辺から始まる。 $a/\ell=0.5, 0.7$ の補強板では塑性域が中間断面上の孔縁補強周辺から始まる。その後これらは、周辺断面に達して、すべての補強板は塑性域が周辺断面全域を貫通して崩壊する。

対角線を補強した場合、塑性域は孔の大きさに関わらず補強部分を避けて対角線補強の周辺の孔縁から始まる。その後、無補強と良く似た広がりを見せ周辺へ貫通して崩壊する。

同時補強した場合、孔縁補強と良く似た広がりを見せしす。

4.2 応力載荷における塑性域の広がり

無補強の場合、塑性域が対角線断面上の孔縁から始まる。その後、 $a/\ell=0.3$ では塑性域が中央断面に沿って広がり周辺へ貫通し、 $a/\ell=0.5, 0.7$ では中間断面に沿って広がり周辺へ貫通して崩壊する。

孔縁を補強した場合、 $a/\ell=0.3$ では補強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が中央断面上の孔縁補強の周辺から始まり、中央断面に沿って広がり周辺へ貫通する。 $a/\ell=0.5$ では塑性域が孔縁隅角部から始まり、補強により中央断面上の孔縁補強の周辺に移動し、周辺へ貫通して崩壊する。 $a/\ell=0.7$ では中間断面上の板周辺から始まり、中間断面を貫通して崩壊する。

対角線を補強した場合、塑性域は無補強と良く似た広がりを示し周辺へ貫通して崩壊する。

同時補強した場合、孔縁補強と良く似た広がりを示しす。

4.3 載荷方法および補強位置での比較

孔が小さい場合、最終的に塑性域が貫通する断面は補強位置に関係なく変形載荷では周辺断面であり、応力載荷では中央断面である。孔が大きい場合、最終的に塑性域が貫通する断面は孔縁補強の場合、変形載荷では周辺断面であり、応力載荷では中間断面である。対角線補強の場合、変形載荷では対角線断面であり、応力載荷では中間断面である。

孔縁補強は孔の大きさおよび載荷方法に関係なく孔縁から生じる塑性域を抑えて貫通を遅らせるため補強効果が対角線補強より大きい。対角線補強は塑性が補強部分を避けて対角線補強の周辺の孔縁から始まるようになるだけで補強効果はほとんどないが、変形載荷の孔が小さい場合のように塑性域が周辺断面を貫通する場合は塑性域の貫通を抑えるので多少効果的である。孔が大きい場合は塑性域が周辺断面を貫通しないので補強効果はほとんどない。また、塑性域の広がりが同時補強は孔縁補強に良く似ており、孔縁補強と対角線補強の相乗効果によって最も補強効果が大きい。

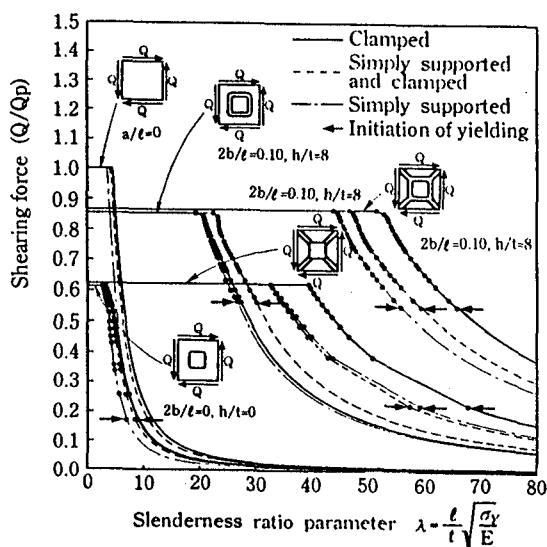
5. 弾塑性座屈強度

Fig. 8 に応力載荷を受ける $a/\ell=0.3, 0.5, 0.7$ の補強板の弾塑性座屈強度曲線を示す。縦軸は無次元せん断力 Q/Q_p を示し、横軸は幅厚比パラメータ λ である。通常の幅厚比パラメータは支持条件によって変化する座屈係数を含む。ここでは単純支持、固定および混合支持を同時に比較するために座屈係数を含まない次式で定義する幅厚比パラメータで表示する。

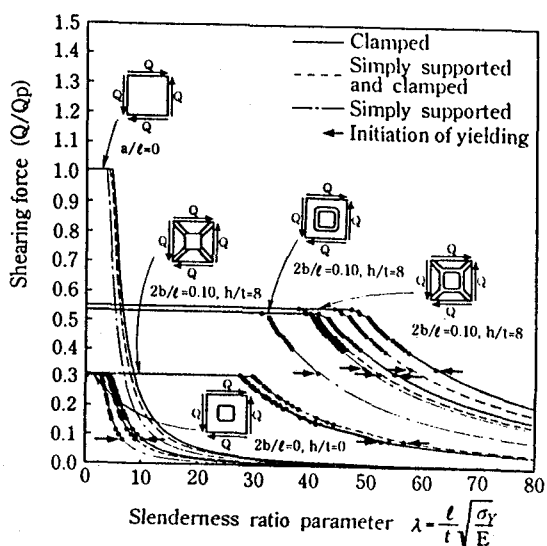
$$\lambda = \frac{\ell}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

図中において実線、破線および1点鎖線はそれぞれ固定、混合支持および単純支持による支持条件の違いを表している。図中の黒丸は弾塑性応力状態で座屈する幅厚比と荷重を示す。最下位の黒丸は弾性座屈と弾塑性座屈の境界であり矢印で示す。また、曲線の最上位の黒丸が塑性崩壊と弾塑性座屈の境界を示す。したがって最初の黒丸に示す塑性開始から塑性崩壊に達するまでが弾塑性座屈領域である。 $a/\ell=0$ は無孔板、補強幅比 $2b/\ell=0$ 、補強厚比 $h/t=0$ は無補強板である。補強断面形状は補強幅比 $2b/\ell=0.10$ 、補強厚比 $h/t=8$ である。これは正方形孔 $a/\ell=0.15\sim 0.7$ において共通する補強断面積のうち最大であり、補強位置による座屈強度の差異が顕著に現れる断面形状である。

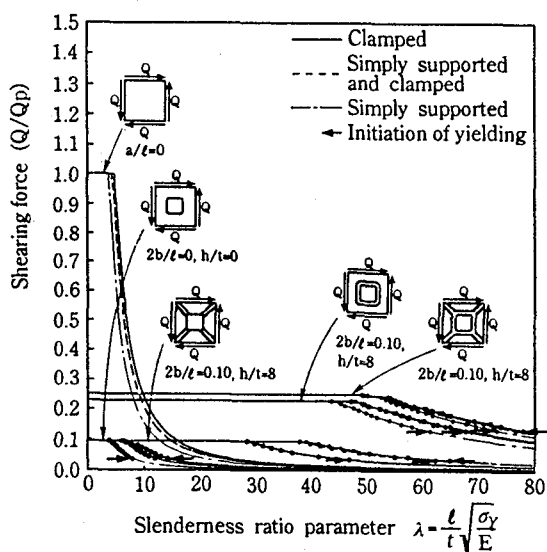
同図より補強位置および孔の大きさに関わらず有孔板の弾性座屈強度および弾塑性座屈強度は補強を施すことによりそれぞれ無補強板より著しく大きくなっている。 $a/\ell=0.3$ の場合、幅厚比パラメータ $\lambda < 28$ で、孔縁補強は対角線補強より効果的であるが、 $\lambda > 28$ は逆に対角線補強が孔縁補強より効果的となる。 $a/\ell=0.5, 0.7$ の場合、全



(a) $a/\ell = 0.3$



(b) $a/\ell = 0.5$



(c) $a/\ell = 0.7$

Fig. 8 Elasto-plastic buckling for various edge condition and reinforcement (Uniform shear stress)

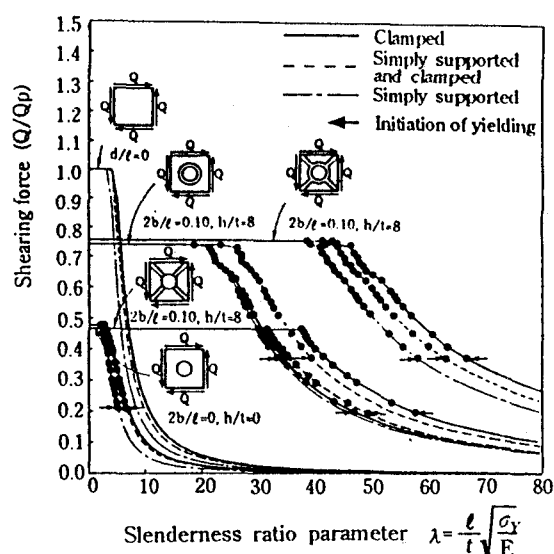


Fig. 9 Elasto-plastic buckling for various edge condition and reinforcement (Uniform shear stress, $d/\ell = 0.5$)

域の λ で、孔縁補強は対角線補強より効果的である。この理由は次のように考えられる。孔が小さい場合、対角線補強の延長は長く、孔縁補強の延長は短い。一方、孔が大きい場合、対角線補強の延長は短く、孔縁補強の延長は長い。これらのことから、孔が小さい場合、対角線補強は延長が長いのでせん断座屈に対する面外剛性を高めるのに効果的となる。孔縁補強は延長が短いので座屈に対する面外剛性を高めるには対角線補強ほど効果的でない。しかし、孔縁の応力集中を大きく低減させるので塑性崩壊強度を高めるのに効果的となる。孔が大きい場合、対角線補強は延長が短くなり、せん断座屈に対する面外剛性を高めるにはあまり効果的でない。孔縁補強は延長が長くなるのでせん断座屈に対する面外剛性を高めるのに効果的となり、孔縁の応力集中を大きく低減させるため塑性崩壊強度も高まる。ここに示さなかった変形載荷も同様な傾向を示す。

次に円孔を有する板と比較するために既報告²⁸⁾の $d/\ell = 0.5$ の結果をFig. 9に示す。無補強板の場合、弾性座屈強度および弾塑性座屈強度は正方形孔板より孔による欠損面積の少ない円孔板が大きい。これを補強することによって弾性座屈強度および弾塑性座屈強度は孔縁補強の場合、Fig. 5およびFig. 6などからも分かるように正方形孔板が円孔板より大きく、対角線補強および同時補強は円孔板が正方形孔板より大きくなる。すなわち、孔縁補強の場合、孔による欠損面積は正方形孔板が円孔板より大きい、孔周の長さは正方形孔板が円孔板より長いので、せん断座屈に対する面外剛性を高めるのに効果的である。対角線補強の場合、補強の総延長は正方形孔板が円孔板より短いので効果的でない。同時補強の場合、孔縁補強と対角線補強の相乗効果により正方形孔板より円孔板が効果的である。また、ここには示していないが、

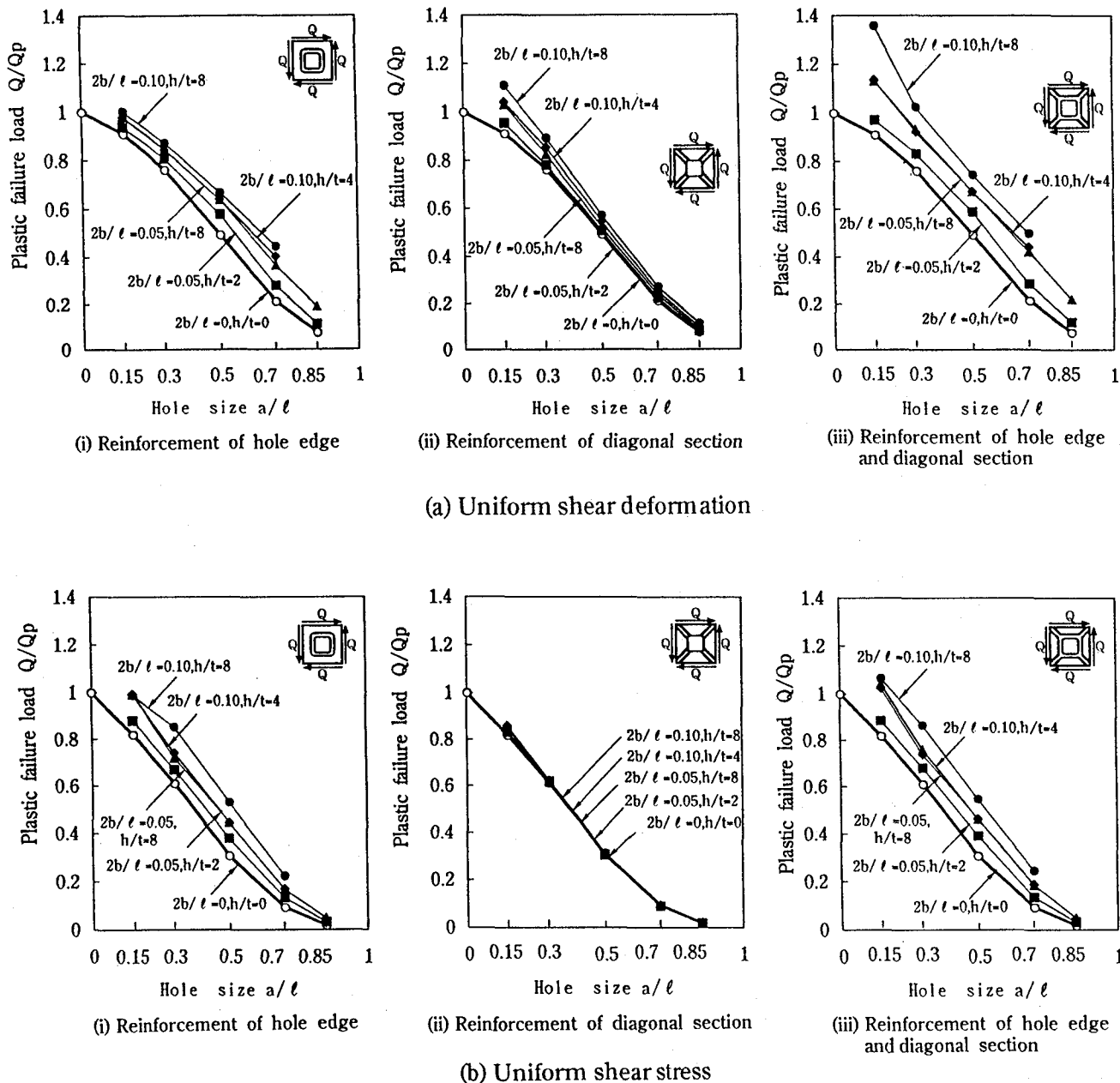


Fig. 10 Ultimate shear strength of square plate with square hole

円孔板の $d/\ell = 0.3, 0.7$ と比較すると $a/\ell = 0.3$ の場合の孔縁補強の周辺固定のみ正方形孔板が円孔板より効果的である。

6. 塑性崩壊強度

Fig. 10に変形載荷および応力載荷を受ける補強板の塑性崩壊強度と孔の大きさの関係を示す。それぞれ孔縁補強、対角線補強および同時補強を示す。縦軸は無次元せん断力 Q/Q_p を示し、横軸は孔の大きさである。

同図には4種類の補強断面形状に対する塑性崩壊強度を示している。この中で $2b/\ell = 0.05, h/t = 8$ と $2b/\ell = 0.1, h/t = 4$ は同一補強断面積であるが、両者にほとんど差はない。このことから補強断面形状は塑性崩壊強度に対し

ほとんど影響しないことがわかる。これは、塑性崩壊強度が面内方向の剛性によって決まるため断面積が同一であれば面内剛性にはほとんど差がないことによるものと思われる。

変形載荷を受ける場合、塑性崩壊強度は孔縁補強の場合、孔が大きくなるほどやや大きくなり、対角線補強の場合、孔縁補強とは逆に孔が大きくなるほど小さくなる。また、同時補強の場合、孔縁補強と対角線補強の相乗効果により孔の大きさに関係なくほぼ一定で大きい。これは無補強板の場合、対角線断面の孔縁に生じた塑性域は中央断面あるいは対角線断面に拡がり貫通して崩壊するのに対し、孔縁を補強することによって塑性域の生じる位置は中央断面の孔縁補強付近に変わり、塑性域の拡が

りも広範囲になって崩壊する。すなわち孔縁補強の場合は応力集中が低減され塑性域の貫通が遅れるため塑性崩壊強度が大きくなったと考えられる。一方、これに対して対角線補強の場合は孔縁の応力集中をあまり低減しないため孔縁補強ほど塑性崩壊強度は大きくならない。しかし孔が小さい場合、無補強板では周辺断面を貫通して塑性崩壊するが、これを対角線補強が抑制するので塑性崩壊強度がやや大きくなる。

また応力载荷を受ける場合、塑性崩壊強度は孔縁補強の場合、全体的に大きい孔が大きくなるとやや小さくなる。しかし、対角線補強の場合、無補強板とほとんど同じ傾向を示す。同時補強の場合、塑性崩壊強度は効果がない対角線補強を加えることになるので孔縁補強とほぼ同じである。これは無補強板の場合、応力载荷は周辺の面内方向変位が自由なので応力集中が変形载荷より大きくなり、対角線断面の孔縁に生じた塑性域は中央断面あるいは中間断面に拡がり貫通して崩壊する。これに対し孔縁補強は孔が小さい場合、塑性域の生じる位置が中央断面の孔縁補強付近に変わり、塑性域の拡がりも広範囲になって崩壊する。すなわち孔の小さい孔縁補強の場合は応力集中が抑えられ塑性域の貫通が遅れるため塑性崩壊強度が大きくなったと考えられる。しかし、孔の大きい場合の塑性崩壊強度は塑性域の貫通位置が中間断面であり塑性域の拡がり方が少ないため孔の小さい孔縁補強ほど大きくならない。一方これに対して対角線補強の場合、応力集中はほとんど低減しないので、塑性崩壊強度は大きくならない。

次に、ここには示さないが既報告²⁸⁾の補強円孔と比較すると、変形载荷および応力载荷を受ける場合、円孔板と正方形孔板の塑性崩壊強度は同時補強で多少異なるが、それ以外はほぼ同じ傾向である。塑性崩壊強度は欠損面積が大きく影響するので欠損面積の少ない円孔板の場合が正方形孔板の場合より大きい。

以上、孔縁補強、対角線補強および同時補強した正方形孔を有する正方形板がせん断を受けるとき、弾性座屈強度、弾塑性座屈強度、塑性域の拡がりおよび塑性崩壊強度に対する補強効果について3節から6節で述べた考察を総括してTable 2, Table 3およびTable 4に示す。Table 2は弾性座屈強度、弾塑性座屈強度および塑性崩壊強度を孔の大きさについて比較し、Table 3は補強位置について比較している。また、Table 4は塑性域の拡がりを補強位置について比較している。これらの表を簡潔にしたものを次のまとめに記述する。

10. まとめ

孔縁補強、対角線補強および同時補強した正方形孔を有する正方形板がせん断を受けるときの面内応力解析を有限要素法で、また弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法を用いて行った。解析の载荷条件は一様せん断応力载荷

Table 2 Effect of reinforcement due to hole size

強度	载荷条件	孔径 a/l	孔縁補強	対角線補強	同時補強
弾性座屈強度	変形载荷	0.3	小さい	大きい	大きい
		0.5	大きい	やや大きい	やや大きい
		0.7	大きい	やや大きい	やや大きい
弾塑性座屈強度	応力载荷	0.3	小さい	大きい	大きい
		0.5	大きい	やや大きい	やや大きい
		0.7	やや大きい	小さい	やや大きい
塑性崩壊強度	変形载荷	0.3	やや大きい	大きい	大きい
		0.5	小さい	小さい	大きい
		0.7	大きい	小さい	大きい
	応力载荷	0.3	大きい	極めて小さい	大きい
		0.5	大きい	極めて小さい	大きい
		0.7	大きい	極めて小さい	大きい

Table 3 Effect of reinforcement due to location of reinforcement

強度	载荷条件	孔径 a/l	孔縁補強	対角線補強	同時補強
弾性座屈強度	変形载荷	0.3	小さい	大きい	大きい
		0.5	やや大きい	やや大きい	大きい
		0.7	大きい	小さい	やや大きい
弾塑性座屈強度	応力载荷	0.3	小さい	やや大きい	大きい
		0.5	やや大きい	小さい	大きい
		0.7	やや大きい	小さい	やや大きい
塑性崩壊強度	変形载荷	0.3	やや大きい	大きい	大きい
		0.5	大きい	小さい	大きい
		0.7	大きい	小さい	大きい
	応力载荷	0.3	大きい	極めて小さい	大きい
		0.5	大きい	極めて小さい	大きい
		0.7	大きい	極めて小さい	大きい

Table 4 Effect of reinforcement for initiation and spread of plasticity

载荷条件	塑性域の 拡がり	孔径 a/l	孔縁補強	対角線補強	同時補強
変形 载荷	塑性域の 開始位置	0.3	孔縁補強周辺	孔縁	孔縁
		0.5	孔縁補強周辺	孔縁	周辺断面
		0.7	孔縁補強周辺	孔縁	周辺断面及び 孔縁補強周辺
	塑性域の 貫通位置	0.3	周辺断面	周辺及び 中間断面	周辺断面
		0.5	周辺断面	中間断面	周辺断面
		0.7	周辺断面	対角断面 対角断面	周辺断面
応力 载荷	塑性域の 開始位置	0.3	孔縁補強周辺	孔縁	孔縁
		0.5	孔縁補強周辺	孔縁	孔縁
		0.7	周辺断面	孔縁	周辺断面
	塑性域の 貫通位置	0.3	中央断面	中央断面	中央断面
		0.5	中央断面	中間断面	中央断面
		0.7	中間断面	中間断面	中間断面

と一様せん断変形载荷で行い、補強断面形状は補強幅を板の半辺長で除した値で $2b/l=0, 0.05, 0.10, 0.15$ ($a/l=0.85$ では $0, 0.025, 0.050, 0.075$) もしくは補強厚を板厚で除した値で $h/t=0, 2, 4, 8$ の場合について行った。主に同一補強断面積の最大補強断面形状 $2b/l=0.10, h/t=8$ において、孔縁および対角線の補強効果が弾性座屈強度、弾塑性座屈強度および終局強度に与える影響を検討した。また同一補強の円孔板との比較も行った結果、次のことが明らかになった。

1) 弾性および弾塑性座屈強度の増強において、補強断面形状に関する補強効果は補強断面形状の補強厚 h を大きくする場合は補強幅 b を大きくする場合より大きい。また、補強位置に関する補強効果は孔縁補強が対角線補強より大きい。ただし、孔が小さく幅厚比の大きい場合のみ対角線補強が孔縁補強より効果的となる。

2) 塑性崩壊強度に対して孔縁補強は対角線補強より効果的である。ただし、変形載荷において孔が小さい場合のみ対角線補強が孔縁補強より効果的となる。応力載荷における対角線補強は孔の大小に関係なくほとんど効果がない。

3) 正方形孔板と円孔板の比較において、弾性座屈強度および弾塑性座屈強度は孔縁補強では孔が小さいとき正方形孔板が円孔板より大きい。孔が大きいとき円孔板が正方形孔板より大きくなる。対角線補強および同時補強では円孔板が正方形孔板より大きい。塑性崩壊強度は欠損面積の少ない円孔板が正方形孔板より大きい。

なお、本解析の弾塑性座屈に対する妥当性は直接比較できる実験結果がないので検討することができなかった。本解析では考慮しなかったが、初期不整や幅厚比の影響および後座屈強度についても解明していく必要がある。なお、これらの結果をまとめて簡易式に近似することは別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) Levy, S., Wooley, R. M. and Kroll, W. D. : Instability of simply supported square plate with reinforced circular hole in edge compression, Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 39, Dec., 1947.
- 2) Kumai, T. : Elastic stability of the square plate with a central circular hole under edge thrust, Proc. of the 1st Japan National Congress for App. Mech., pp. 81-86, 1951.
- 3) Schlack, A. L. : Elastic stability of pierced square plates, Experimental Mechanics, Vol. 4, No. 6, pp. 167-172, June, 1964.
- 4) Schlack, A. L. : Experimental critical loads for perforated square plates, Experimental Mechanics, Vol. 8, No. 2, pp. 69-74, Feb., 1968.
- 5) Kawai, T. and Ohtsubo, H. : A method of solution for the complicated buckling problems of elastic plates with combined use of Rayleigh-Ritz's procedure in the finite element method, Proc. of the Second Conference on Matrix Method in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, pp. 967-994, Oct., 1968.
- 6) Pennington Vann, W. : Compressive buckling of perforated plate elements, Proc. of the 1st Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, University of Missouri-Rolla, April, 1971.
- 7) Ritchie, D. and Rhodes, J. : Buckling and post-buckling behaviour of plates with holes, Aeronautical Quarterly, Vol. 26, No. 4, pp. 281-296, 1975.
- 8) 須見尚文、関谷 壮 : 一様変位により圧縮を受ける有孔長方形板の応力および座屈、日本機械学会論文集、Vol. 42, No. 354, pp. 389-395, 1976.
- 9) 長野 健、熊崎伸二 : 有孔板の座屈強度 I 圧縮座屈、石川島播磨技報、Vol. 17, No. 4, pp. 381-385, 1977.
- 10) 竹内洋一郎、須見尚文、中 隆文 : 直交異方性有孔長方形板の応力および座屈解析、日本機械学会論文集、Vol. 43, No. 370, pp. 2055-2063, 1977.
- 11) Lee, M. M. K. and Kamtekar, A. G. : Stress in a plate girder with a thin perforated web, ECCS Colloquium on stability of plate and shell structures, Ghent University, pp. 95-100, 6-8 April, 1987.
- 12) Walker, A. C., Zintilis, G. M. and Bulson, P. S. : Strength of Damaged Military Bridge, Thin-Walled Structures, Vol. 12, pp. 113-128, 1991.
- 13) 藤井 堅、藤枝洋二、佐藤 誠 : 圧縮を受ける有孔補剛板の補強と終局強度、構造工学論文集、Vol. 39A, pp. 133-142, 1993.
- 14) Kroll, W. D. : Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, J. Res. Natl. Bur. Stand., Vol. 43, pp. 465-472, Nov., 1949.
- 15) Sabir, A. B. and Chow, F. Y. : Elastic buckling of flat panels containing circular and square holes, Proc. of the International Conference on Instability and Plastic Collapse of Structures, Manchester, pp. 311-321, 1983.
- 16) 藤田 譲、吉田宏一郎、荒井宏範 : 有孔板の座屈強度について (その2)、日本造船学会論文集、第126号, pp. 285-294, 1969.
- 17) 藤田 譲、吉田宏一郎、荒井宏範 : 有孔板の座屈強度について (その3)、日本造船学会論文集、第127号, pp. 161-169, 1970.
- 18) Azizian, Z. G. and Roberts, T. M. : Buckling and elasto-plastic collapse of perforated plates, The Michael R. Horne Conference, Manchester, Sept., 1983.
- 19) Roberts, T. M. and Azizian, Z. G. : Strength of perforated plates subjected to in-plane loading, Thin-Walled Structures, Vol. 2, pp. 153-164, 1984.

- 20) 上野谷 実、大村 裕：一様せん断変形を受ける円孔を有する正方形板の弾塑性座屈強度、土木学会論文集、第386号/I-8, 1987.
- 21) 上野谷 実：正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度、福山大学工学部紀要、Vol. 11, pp31-40, Mar. 1989.
- 22) Grosskurth, Jr, J. F., White, R. N. and Gallagher, R. H. :Shear buckling of square perforated plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM6, pp. 1025-1040, Dec. , 1976.
- 23) Rockey, K. C. :The buckling and post-buckling behaviour of shear panels which have a central circular cutout, International Conference on Thin-Walled Structures, Institution of Structural Engineers, University of Strathclyde, pp. 658-672, 1979.
- 24) 日本造船学会船体構造委員会：開孔板の座屈と補強効果について、日本造船学会誌、No. 605, pp. 550-560, 1979.
- 25) Narayanan, R. :Plate structures - Stability and Strength, Applied science publishers, pp. 39-76, 1983.
- 26) Sabir, A. B. and Chow, F. Y. :Elastic buckling of plates with reinforced square holes, Proc. of the International Conference on Computational Mechanics, Tokyo, pp. III-125~III-130, May, 1986.
- 27) 上野谷 実、中村雅樹：補強正方形孔を有する正方形板の弾性せん断座屈に対する孔縁の補強効果、福山大学工学部紀要、Vol. 15, pp67-75, Mar. 1993.
- 28) 中村雅樹、上野谷 実：補強円孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度、構造工学論文集、Vol. 41A, 1995.
- 29) Chow, F. Y. :Buckling strength of plates containing reinforced openings, The First East Asian Conference on Structural Engineering and Construction, Bangkok, pp. 1029-1040, Jan. , 1986.
- 30) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. :The finite element method for analysis of elastic isotropic and orthotropic slabs. Proc. Inst. Civ. Eng. 28, pp. 471-488, 1964.
- 31) 上野谷 実、中村雅樹：補強円孔を有する正方形板の弾性せん断座屈に対する孔縁の補強効果、福山大学工学部紀要、Vol. 14, pp25-32, Mar. 1992.

(1995年9月18日受付)