

弾性2次解析による2軸曲げを受ける箱形断面部材の設計法

DESIGN METHOD FOR BOX MEMBERS UNDER BIAXIAL BENDING BY SECOND-ORDER ELASTIC ANALYSIS

織田博孝*, 長谷川雄一**, 宇佐美勉***

Hirotaka ODA, Yuichi HASEGAWA and Tsutomu USAMI

*工修 瀧上工業(株) 設計建設部(〒454 名古屋市中川区清川町2丁目1番地)

(名古屋大学大学院 工学研究科 博士課程(後期課程)に在学中)

**工修 NKK シビルエンジニアリング部(〒241 横浜市鶴見区末広町2-1)

***工博, D.Sc. 名古屋大学教授 工学部土木工学科(〒464-01 名古屋市千種区不老町)

The authors have developed a stability design method of plane frames by the second-order elastic analysis in previous studies. Its applicability is extended to spatial frames in this study. For this purpose, four subjects are considered: (1) introduction of non-linear interaction strength equation of a cross section, (2) formulation of equivalent initial deflection corresponding to the interaction equation, (3) direction to which the equivalent initial deflection is applied, (4) influence of unequal bending. To solve these problems, an extended method is proposed and illustrated by examples for box beam-columns under equal and unequal biaxial bending.

Key Words: biaxial bending, second-order elastic analysis, steel frames, ultimate strength

1. まえがき

筆者らは、平面骨組に対して弾性2次解析を用いる座屈設計法を提案してきた。この方法では、あらゆる初期不整による強度低下を考慮するために、等価初期たわみというものを導入する必要がある。そこで文献1)では、任意形の変断面骨組に対して、等価初期たわみの大きさとモードを決める方法を提案した。この文献で用いた断面照査式は、長谷川・西野²⁾により提案された設計法の当初の概念に従って、降伏を基準とするものとした。すなわち、次式のような線形の強度相関式を用いた。

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{M_y} = 1 \quad (1)$$

ここに、 N , M :それぞれ断面に作用する軸力および曲げモーメント, N_y , M_y :それぞれ断面の全断面降伏軸力および降伏モーメントである。続いて文献3)では、曲げが支配的な領域での精度を高めるために、式(1)における降伏モーメントを全塑性モーメント M_p に置き換えた場合の等価初期たわみの与え方を提案した。ここまでの研究では、局部座屈の影響を考慮していなかったが、文献4)ではこれを考慮する方法を提案した。つまり、等価初期たわみは従来のものを変更することなく、式(1)の N_y, M_y を局部座屈を考えた短柱の純圧縮および純曲げ強度に置き換えることにより、局部座屈と全体座屈の連成強度が求められることを示した。以上が、筆者らの研究の経緯である。

そこで本研究では、平面骨組に対する筆者らの提案法を拡張し、立体骨組に適用するための基本的な検討を行う。この拡張において問題となる点は、次の4点が考えられる。

第1は、非線形断面強度相関式の導入である。すなわち、2軸曲げを受けるはり-柱に対して式(1)のような線形相関式はかなり安全側になることはよく知られており(例えば文献5)など)、精度を高めるためには非線形相関式が必要となる。そこで、どのような相関式を導入するかを検討する。

第2は、等価初期たわみ量の修正である。例えば両端に軸力のみ作用する柱の強度は、提案法において使用する断面照査式に関わらず、同じ強度を与えなければならない。つまり、強度評価の高い非線形相関式を用いる場合は、線形相関式を前提として得られた等価初期たわみよりも大きなものを導入する必要がある。そこで、本研究で使用する非線形相関式に応じた等価初期たわみ量の算定式を定める。

第3は、等価初期たわみを与える方向である。平面骨組の場合、等価初期たわみのモードは1次の弾性座屈モードとしている¹⁾。立体骨組の場合も、同様に1次の座屈モードとすることが妥当かどうかを検討する。

第4は、部材の両端のモーメントが等しくない、すなわち不等曲げを受ける場合の強度評価の精度である。平面骨組の場合、提案法では不等曲げによって生じる曲げモーメントが有限変位の影響を考慮して求められるので、

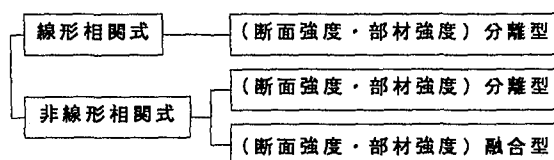


図-1 設計公式の形式分類

現行の道路橋示方書⁹⁾（以下、道示と略す）の設計法よりも精度が良くなる⁴⁾。このことが、2軸の不等曲げを受ける立体骨組にも当てはまるかどうかを検討する。

なお、強軸回りの曲げを受けるH形断面部材では、横倒れ座屈を考慮する必要がある、この研究では対象としていない。また、局部座屈の影響は考慮しない。

2. 既存の設計公式

2軸曲げを受けるはり一柱の設計公式としては、Chenらのものがよく知られており、その成果および米国の設計基準は文献7)にまとめられている。この中の設計公式を分類すると、図-1のようなタイプに分けることができる。まず、相関強度式が線形か非線形によって分けられる。さらに、設計公式が断面の強度照査式と部材の安定照査式の2式に分離されて表されるか、場合によってこの2式の厳しい方を照査できるように、融合された一つの式で表されるかで分類される。

筆者らが提案する方法との比較のために、箱形断面はり一柱に適用できる代表的な設計公式を示しておく。

道路橋示方書（線形式）：断面力表示で、断面強度照査式(2)、部材強度（安定）照査式(3)で表される。

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M_y}{M_{py}} + \frac{M_z}{M_{pz}} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{N}{N_u} + \frac{C_{my}}{1-N/N_y} \frac{M_y}{M_{py}} + \frac{C_{mz}}{1-N/N_z} \frac{M_z}{M_{pz}} = 1 \quad (3)$$

ここに、 N ：作用軸力、 M_y, M_z ：それぞれ強軸および弱軸回りの作用曲げモーメント、 N_y ：全断面降伏軸力、 N_u ：中心軸圧縮強度、 N_{oy}, N_{oz} ：強軸および弱軸回りのオイラー座屈軸力（以下、特に断らない限り第2添字の y, z は強軸および弱軸を示す）、 M_{py}, M_{pz} ：全塑性モーメント、 C_{my}, C_{mz} ：不等曲げモーメントを等曲げモーメントに換算する係数で、道示では次の式を用いる。

$$C_{mi} = 0.6 + 0.4(M_{Ai}/M_{Bi}) \geq 0.4 \quad (i=y, z) \quad (4)$$

ここで、 M_{Ai}, M_{Bi} は材端曲げモーメント（ただし、 $M_{Ai} \leq M_{Bi}$ ）である。以下、同様に添字 i は y, z のいずれかの意味で使用する。なお、式(2)、(3)は後で示す他の公式と精密解との比較の際に精度を改善するため、道示の元の式に対して2点の修正が施してある。まず、断面の純曲げ強度は降伏モーメントから全塑性モーメントに修正した。次に、式(2)の第2, 3項では式(3)の第2, 3項にある軸力による曲げモーメントの拡大係数（すなわち有限変位の影響）を省略した。つまり、式(2)(3)および

び後に示す設計公式に用いる断面力は微小変位解析から求められる材端の断面力であるので、断面強度式(2)では有限変位の影響を考慮する必要はない⁸⁾。式(2)に曲げモーメントの拡大係数を考慮して、部材中間のあらゆる位置に適用しても等曲げ及びそれに近い状態では安定照査式(3)の方が厳しく、不等曲げ状態の材端で式(2)の方が厳しくなる場合が現れるだけである。したがって、式(2)に曲げモーメントの拡大係数を考慮するとかなり安全側の結果を与えることになる。

ただし、この議論は材端の節点移動がある場合や、部材中間に横荷重が作用する場合には適用できない。節点移動が起こると、材端がヒンジ結合以外では、有限変位の影響で付加曲げモーメントが生じる。また、部材中間に横荷重が作用すると、安定照査よりも部材中間での断面強度照査の方が厳しくなる可能性があり、この場合は有限変位の影響を考慮した断面力を用いる必要がある。このような場合には式(4)で表される換算モーメントは適用できないし、曲げモーメント拡大係数を求めるためのオイラー座屈軸力、すなわち有効座屈長も何らかの方法で正確に求める必要がある。このような場合も含めて、あらゆる場合に適用可能な単一の設計公式は無いと思われる。本研究では既存の設計公式との比較のために、中間横荷重が作用しない両端単純支持はり一柱を対象とする。

他のタイプの設計公式を示す前に、比較しやすくするために式(2)、(3)を変形して、それぞれ式(5)、(6)のように表す。

$$\text{断面強度式} \quad \left[\frac{M_y}{M_{pcy}} \right] + \left[\frac{M_z}{M_{pcz}} \right] = 1 \quad (5)$$

$$\text{部材強度式} \quad \left[\frac{M_y}{M_{pny}} \right] + \left[\frac{M_z}{M_{pnz}} \right] = 1 \quad (6)$$

ここで、 M_{pcy}, M_{pcz} ：軸力を考慮した全塑性モーメント（式(7)）、 M_{pny}, M_{pnz} ：軸力の影響を考慮した曲げ強度（式(8)）、 M'_y, M'_z ：軸力による拡大と不等曲げの影響を換算した作用曲げモーメントであり、AISC/LRFDのいわゆる $P-\delta$ モーメントに相当する（式(9)）。

$$M_{pci} = M_{pi} \left[1 - \frac{N}{N_y} \right] \quad (7)$$

$$M_{pni} = M_{pi} \left[1 - \frac{N}{N_u} \right] \quad (8)$$

$$M'_i = \frac{C_{mi}}{1 - N/N_{oi}} M_i \quad (9)$$

式(5)～(8)の線形相関式を基本形として修正を施すことにより、以下のような非線形式が提案されている。

Zhou and Chen⁹⁾（非線形式、分離型）：

$$\text{断面強度式} \quad \left[\frac{M_y}{M_{pcy}} \right]^{\zeta} + \left[\frac{M_z}{M_{pcz}} \right]^{\zeta} = 1 \quad (10)$$

$$\zeta = 1.7 - \frac{N/N_y}{\ln(N/N_y)} \quad (11)$$

$$\text{部材強度式} \quad \left(\frac{M_y}{M_{pny}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{pnz}} \right)^\alpha = 1 \quad (12)$$

$$\alpha = 1.7 - \frac{N/N_y}{\ln(N/N_y)} - a \cdot \left(\frac{KL}{r} \right)_y \cdot \left(\frac{N}{N_y} \right)^b \geq 1.1 \quad (13)$$

ここで、 $N/N_y \leq 0.4$ ならば、 $a=0.06, b=1.0$,

$N/N_y > 0.4$ ならば、 $a=0.15, b=2.0$ である。

また、 $(KL/r)_y$ は強軸回りの細長比である。

$$M_{pci} = 1.2 \cdot M_{pi} \left(1 - \frac{N}{N_y} \right) \leq M_{pi} \quad (14)$$

$$M_{pni} = M_{pi} \left(1 - \frac{N}{N_u} \right) \quad (15)$$

$$M'_i = \frac{C_{mi}}{1 - \frac{N}{N_{ei}} \frac{1.25}{(B/H)^{\gamma_i}}} M_i \quad (16)$$

ここで、 $\gamma_y=1/3, \gamma_z=1/2$, B, H : 断面の幅および高さである。 C_m の式は示されていないが、次の Duan and Chen⁷⁾ の式を用いるものとする。

Duan and Chen⁷⁾ (非線形式, 融合型): Zhou and Chen の部材強度式(12)は部材長を短くしていても断面強度式(10)に一致せず、かなり安全側になってしまうことが難点であった。そこで Duan and Chen は、この不連続性を解消した設計公式を提案した。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pny}} \right)^{\alpha_y} + \left(\frac{M_z}{M_{pnz}} \right)^{\alpha_z} = 1 \quad (17)$$

$$\alpha_i = 1.7 + 1.5 \frac{N}{N_y} - 0.075 \left(\frac{KL}{r} \right)_i \left(\frac{N}{N_y} \right) \geq 1.1 \quad (18)$$

$$M_{pni} = M_{pi} \left\{ 1 - \left(\frac{N}{N_u} \right)^{\beta_i} \right\} \leq M_{pi} \quad (19)$$

$$\beta_i = 2.0 - 0.5 \left(\frac{B}{H} \right) - 0.004 \left(\frac{KL}{r} \right)_i \left(\frac{M_{Ai}}{M_{Bi}} \right) \geq 1.3 \quad (20)$$

$$M'_i = \frac{C_{mi}}{1 - N/N_{ei}} M_i \geq M_i \quad (21)$$

$$C_{mi} = 1 + 0.25 \left(\frac{N}{N_{ei}} \right) - 0.6 \left(\frac{N}{N_{ei}} \right)^{1/3} \cdot \left(1 - \frac{M_{Ai}}{M_{Bi}} \right) \quad (22)$$

なお、式(20), (22)に含まれる材端モーメントの符号の定義は、座屈設計ガイドライン⁶⁾に合わせ、文献7)とは変えてある。

西村ら¹⁰⁾ (非線形式, 分離型): 我が国の研究として西村らのものを取り上げる。この式は分離型と考えられるが、使用する断面強度式は示されていない。さらに、不等曲げの換算モーメントの算定式も示されていない。したがって、本研究では等曲げのケースのみを比較する。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pny}} \right)^{\alpha_y} + \left(\frac{M_z}{M_{pnz}} \right)^{\alpha_z} = 1 \quad (23)$$

$$\alpha_i = 1.3 + \frac{N}{N_y} \frac{1000}{(KL/r_i)^2} \geq 1.4 \quad (24)$$

$$M_{pni} = M_{pi} \left(1 - \frac{N}{N_{ui}} \right) \quad (25)$$

$$M'_i = \frac{1.0}{1 - N/N_{ei}} M_i \quad (26)$$

3. 弾性2次解析を用いた設計法

3.1 断面強度式

弾性2次解析を用いた設計法では、有限変位の影響を考慮した断面力が直接、解析により求められるので安定照査式は不要になり、断面強度照査式のみ必要になる。本研究で提案する非線形断面強度式は、Zhou and Chen の式(10)と同様の次式である。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pcy}} \right)^{\alpha_y} + \left(\frac{M_z}{M_{pcz}} \right)^{\alpha_z} = 1 \quad (27)$$

$$M_{pci} = 1.18 \cdot M_{pi} \left(1 - \frac{N}{N_y} \right) \leq M_{pi} \quad (28)$$

上式(27)は1軸曲げを受ける箱形断面に対して十分な精度がある(例えば、文献11)など)ので、この式を採用した。2軸曲げを受ける場合の強度相関曲線の形状を決める式(27)の指数 α_i には式(18)を用いる。また簡易さを望む場合には、 $\alpha_i = 1.1 (= \text{const})$ とすることができる。

部材強度式の指数である式(18)を用いる理由は、強度相関曲線の形状が軸力だけでなく細長比によっても大きく変化するためである。このことは、後の解析例で結果を示し考察する。また、同種の指数式である式(13)と式(18)はほぼ同じ値を与えるが、式(13)には対数を含み、 $N/N_y=1$ に近くなると発散してしまうので式(18)とした。なお式(18)は、軸力と細長比が大きくなるにしたがって減少する関数である。しかし、式(24)は細長比によっては減少するが、軸力によって逆に増加する関数で傾向は異なる。

3.2 等価初期たわみ量算定式

文献1)では、等価初期たわみの物理的な意味は初期不整による軸方向圧縮強度の低下を考慮することであり、そのモードは軸方向圧縮強度の低下に最も影響が大きい1次の座屈モードが妥当であることを示した。したがって立体骨組において初期たわみを与える方向は座屈モードすなわち弱軸方向とするのが妥当と考えられるが、数値的な検討は4章で示す。

上述の意味から、等価初期たわみ量に対する強軸回りの曲げの影響は小さいと考えられるので、文献1)と同様の過程で軸圧縮力と弱軸曲げの作用する両端単純支持はり一柱に対して、式(27)の非線形断面強度式を用いた弾性2次解析による推定強度と厳密解がほぼ一致するように等価初期たわみ量算定式を定める。

文献1)では、厳密解に相当するものとして、式(3)の相関式で強軸曲げの項を省略したものから得られる強度を用いた。これは、式(3)の線形相関式は短柱領域を除き、1軸曲げのはり一柱に対して十分な精度を持つからである¹²⁾。さらに、式(3)は部材長を小さくしていくと

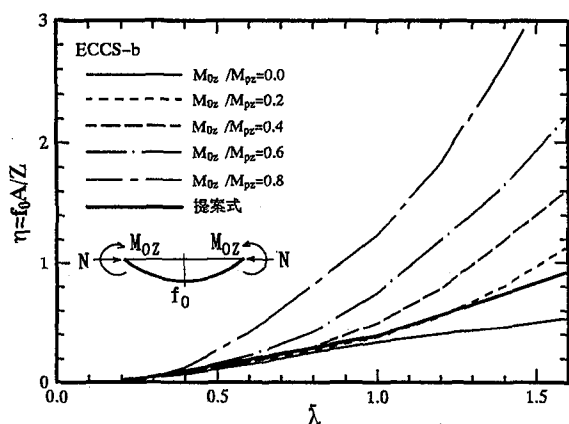


図-2 非線形相関式を用いた等価初期たわみ

式(2)に一致するので、短柱の等価初期たわみは荷重状態に関わらず零となり、矛盾を生じなかった。

しかし、弾性2次解析法で式(27)の断面強度式を採用する場合、厳密解相当として式(3)の結果を用いると、短柱領域で式(3)は式(27)に一致しないので等価初期たわみは零にならない。そこで今回は、長柱領域から短柱領域にわたって強度に不連続を生じない弾塑性有限変位解析結果(使用プログラム MARC)を厳密解として用いた。なお、弾塑性有限変位解析で考慮した初期不整は、ECCS-b 曲線(箱形断面柱の下限值相当)に対応する量として、圧縮残留応力は降伏応力の0.5倍、初期たわみは部材長の1/1000とした¹⁾。

図-2は、上述の条件で求められた等価初期たわみを示している。短柱となる細長比パラメータ $\bar{\lambda} = 0.2$ のとき、等価初期たわみはほぼ零となっており、矛盾は生じていない。長柱領域で作用曲げモーメントが大きいほど等価初期たわみが大きくなるのは、いわゆる P- δ 効果による曲げモーメントの拡大が大きくなるため、見かけ上、曲げモーメントが大きいほど軸方向強度が低下したように計算されるためである。文献1)でも $\bar{\lambda} > 1.0$ の範囲で同様の傾向が見られたが、 $0.0 < \bar{\lambda} < 1.0$ の範囲では曲げモーメントによる等価初期たわみの差は小さかった。今回の結果は $\bar{\lambda}$ の全般にわたって曲げモーメントによる差があり、文献1)より大きい等価初期たわみとなっている。しかし、曲げが大きい状態での等価初期たわみの効果は小さく、強度の誤差に及ぼす影響は少ない。そこで、強度の推定誤差を最小にする条件で、等価初期たわみ量算定式を文献1)と同様の形で定めた。

$$\eta = f_0 \frac{A}{Z} = 0.483(\bar{\lambda} - 0.2) \quad (0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 1.0) \quad (29a)$$

$$= 0.894(\bar{\lambda} - 0.568) \quad (\bar{\lambda} > 1.0) \quad (29b)$$

ここで、 η ：無次元化等価初期たわみ、 f_0 ：部材中央の初期たわみ、 A ：断面積、 Z ：塑性断面係数である。なお断面強度式が M_y ベースの場合、式(29)の Z は弾性断面係数 W になるが、 M_x ベースの場合は塑性断面係

数 Z を用いる。すなわち、等価初期たわみは M_y ベースの場合、 M_x ベースの場合に比べ形状係数 f 倍となる²⁾。 $\bar{\lambda}$ は細長比パラメータで次式で表される。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (30)$$

ここで、 K ：有効長さ係数、 L ：部材長、 r ：断面2次半径、 σ_y ：降伏応力、 E ：ヤング係数である。

弾性2次解析を用いる骨組の座屈設計法は、問題を持つ現行の有効座屈長法に代わる方法として提案された²⁾。この方法で重要な等価初期たわみ量算定式が有効座屈長の関数で表されていることは矛盾に感じられるかもしれないが、筆者らが提案する方法では問題とならないことを文献1)で示した。この理由を改めて説明すると、任意の骨組の等価初期たわみは、大きな軸圧縮力が作用し座屈に対して最も弱い部材の有効座屈長を用いて決定され、軸力が小さい部材で有効座屈長が過大になるという問題は避けられるからである。さらに、個々の部材の照査は断面強度式のみで行われ、有効座屈長法で問題となっている安定照査式は必要としないためである。

4. 解析例と考察

4.1 1軸曲げを受けるはり-柱

まず、前章で示した等価初期たわみ量算定式の妥当性を調べるために、軸圧縮力と1軸等曲げを受けるはり-柱の強度を弾性2次解析法により求める。また、厳密解に相当する強度を求めるために行う弾塑性有限変位解析では、溶接箱形断面を対象として圧縮残留応力は降伏応力の0.5倍、初期たわみは部材長の1/1000とする。この初期不整は以下の解析例でも全て同じとする。

弾性2次解析法は、本研究で提案する非線形断面強度式を用いるもののほかに、文献2)で提案した線形相関式を用いるものを比較する。線形相関式は式(1)で、 M_y を M_x に置き換えたものである。これに対応する等価初期たわみは次式で表される²⁾。

$$\eta = f_0 \frac{A}{Z} = 0.404(\bar{\lambda} - 0.2) \quad (0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 1.0) \quad (31a)$$

$$= 1.388(\bar{\lambda} - 0.767) \quad (\bar{\lambda} > 1.0) \quad (31b)$$

設計公式としては、2章に示したものを比較する。西村の式は、式(25)から分かるように、1軸曲げに対しては道示と同じ線形式となるので、ここでは示さない。なお、設計公式で用いる中心軸圧縮強度 N_u はECCS-b曲線を用いる。

図-3は、弾塑性有限変位解析、弾性2次解析および設計公式の比較を示している。細長比が小さい場合は($\bar{\lambda} = 0.2, 0.4$)、非線形相関式を用いるもの、すなわち弾性2次解析(非線形式)とDuan and Chenが弾塑性有限変位解析に対して精度がよく、線形相関式を用いる他のものは、多少安全側の結果を与えている。一方、細長比が大きい場合は、どれも大きな差はなく、弾塑性有限変

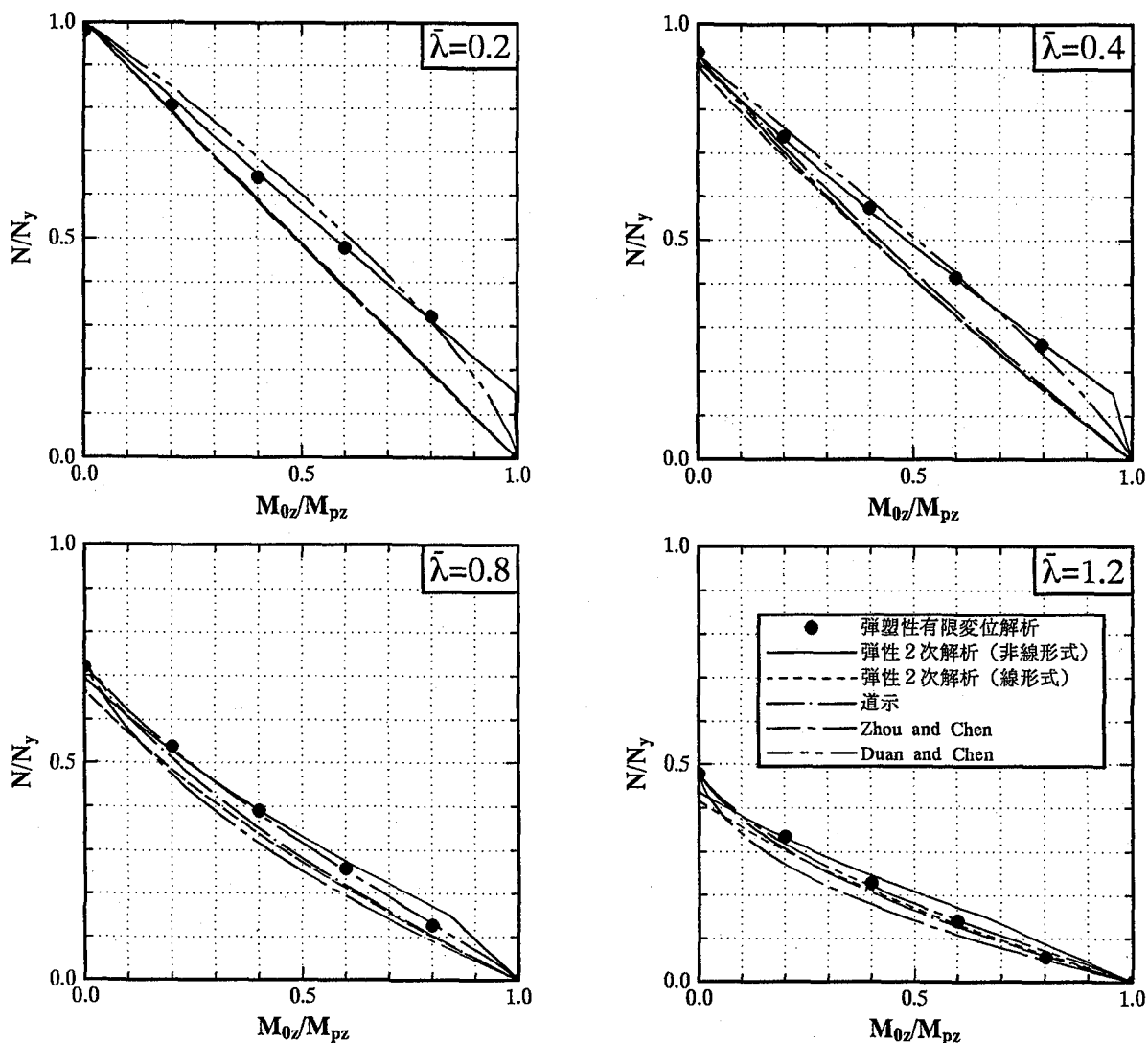


図-3 1軸曲げを受けるはり一柱

位解析に近い結果を与えている。Zhou and Chen の式は 1 軸曲げの状態、断面強度式は非線形式であるが部材強度式は線形式となり、等曲げ状態での強度は部材強度式で決まるため、道示とほぼ同じ結果を与えている。

これらの結果から、1 軸曲げに対する断面強度の非線形相関式(28)を用いた弾性 2 次解析法は、線形相関式を用いた従来のものより精度が改善されており、この非線形相関式に対応した等価初期たわみ量算定式(29)は妥当であると考えられる。

4. 2 等 2 軸曲げを受けるはり一柱

前項では、提案法で用いる 1 軸曲げ状態での断面強度式(28)と等価初期たわみの妥当性を検証した。ここでは、式(28)を 2 軸曲げに拡張した断面強度式(27)で用いる指数 α について検討する。すなわち、 M_y-M_z 図で表した強度相関曲線のふくらみ形状を検討する。また、他の設計公式との比較も行う。解析モデルは、軸圧縮力と 2 軸の等曲げを受ける正方形断面はり一柱である。

図-4は細長比パラメータ $\bar{\lambda} = 0.2, 0.6$ の場合について、

3 種類の指数 α を用いた弾性 2 次解析と弾塑性有限変位解析を比較したものである。3 種類の指数とは、式(18)、 $\alpha = 1.1$ および式(11)から求めたものである。式(18)は部材強度式に用いられているもので、細長比が大きいほど小さい値となる。つまり、細長比が大きいと強度相関曲線は直線に近くなる。 $\alpha = 1.1$ は式(18)の最低値である。式(11)は断面強度式に用いられており、細長比の関数ではなく軸力のみ関数となっている。式(11)は軸力が大きいほど大きな値を与える。

図-4から、短柱となる $\bar{\lambda} = 0.2$ では部材座屈の影響はなく、断面強度で決まるため式(11)を用いる場合が最も精度がよく、式(18)を用いる場合はやや控えめであることが分かる。ちなみに式(11)の値は、軸力が $N/N_u = 0.2, 0.5, 0.8$ の各ケースに対して、 $\alpha = 1.82, 2.42, 5.29$ であり、式(18)は $\alpha = 1.72, 1.75, 1.79$ である。 $\bar{\lambda} = 0.6$ では、弾塑性有限変位解析の結果はかなり直線に近い分布となっている。これは、残留応力による部材強度の低下のためである。文献9)では残留応力の有無による相関曲線の比較が示しており、残留応力が無い場合はふくらんだ曲

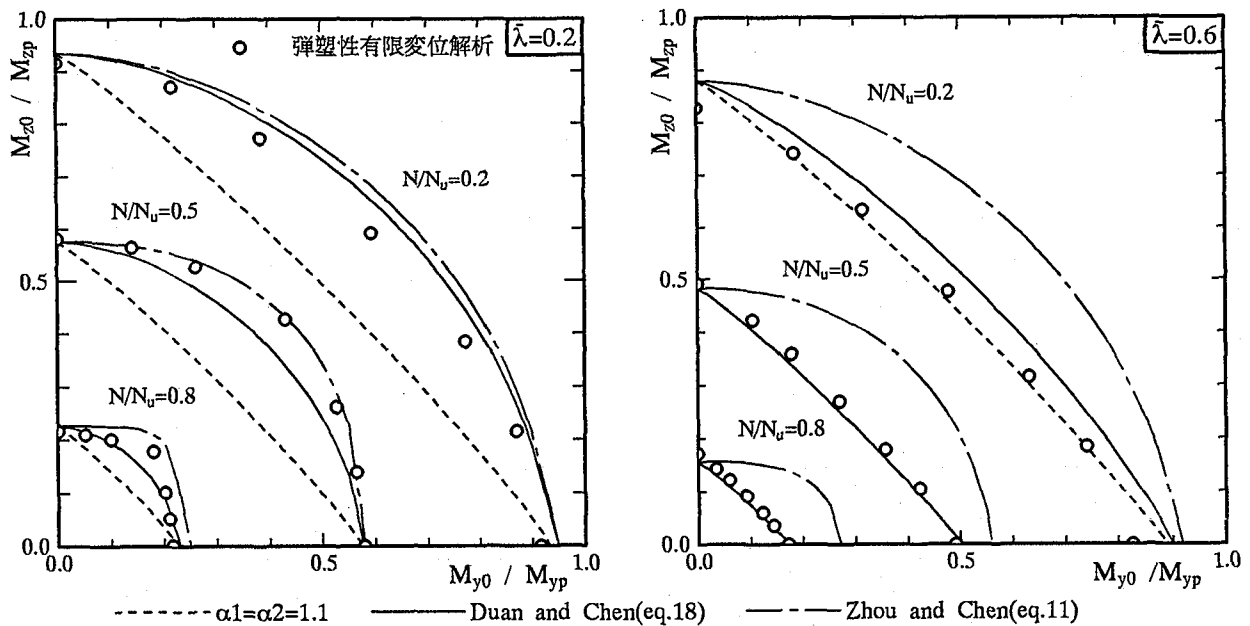


図-4 等2軸曲げを受けるはり-柱（断面強度式の比較）

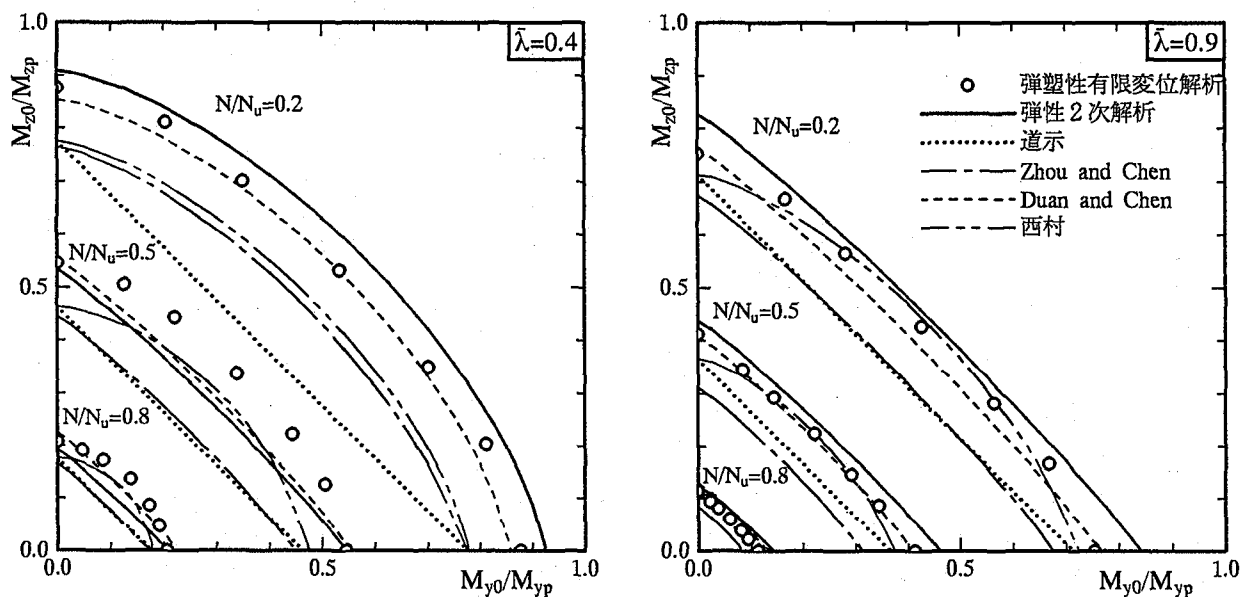


図-5 等2軸曲げを受けるはり-柱（他の設計公式との比較）

線になるが、圧縮残留応力 $0.6 \sigma_y$ がある場合はフラットな曲線になることを示している。このような低減は等価初期たわみにより考慮することはできないと思われるが、細長比をパラメータとして含んだ式(18)を用いることにより考慮できる。しかし、細長比の影響を含まない式(11)はかなり危険側になる。 $\bar{\lambda} = 0.6$ のときの式(18)の値は $\alpha = 1.24, 1.10, 1.10$ である。以上により、式(18)を用いる場合が細長比の大小に関わらず妥当な結果が得られることが分かる。また、細長比が小さい場合に安全側になるが、簡単のために $\alpha = 1.1$ としてもよいと思われる。

ここで、初期たわみの方向について考察しておく。弾塑性有限変位解析では、最も安全側の考え方として断面

の両主軸の方向に部材長の $1/1000$ の初期たわみを与えている。弾性2次解析では、2章で説明したように弱軸の方向のみに等価初期たわみを与える。図-4の解析例では正方形断面であるので、便宜的に z 軸回りに曲げが生じる方向に与えている。図-4で弾塑性有限変位解析は、当然のことながら $M_y = M_z$ に関して対称になっている。弾性2次解析は、等価初期たわみのない $\bar{\lambda} = 0.2$ の場合は対称になっているが、 $\bar{\lambda} = 0.6$ の場合は非対称になっている。この非対称性は、指数 α として式(11)を用いた場合は顕著であるが、提案の式(18)を用いる場合は非常にわずかである。したがって、実際的には等価初期たわみを弱軸方向のみとすることに問題はないと考えられる。この問題については、次項に示す不等曲げの解析例でも

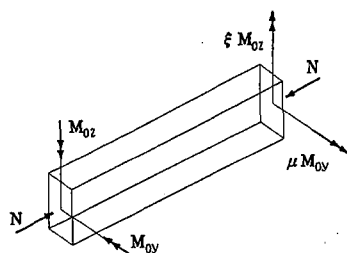


図-6 2軸不等曲げの荷重状態

検討する。

図-5は、図-4の場合とは細長比を変えて、弾性2次解析法と他の設計公式を比較したものである。弾性2次解析では、指数 α として式(18)を用いている。この α は $\bar{\lambda} = 0.4$ で $N/N_y = 0.2$ のときに1.46である他は、すべて1.1となっている。

図-5から、道示は線形相関式のためふくらみが無く、また1軸曲げとなる縦横軸上の強度も小さいので最も安全側の評価を与えている。Zhou and Chenは前項で示したように、1軸曲げとなる縦横軸との交点で道示とほぼ同じ強度を与える。したがって、曲線がフラットとなるケースでは道示と同様の安全側の結果を示す。一方、弾塑性有限変位解析に対して、最も近い結果を与えているのはDuan and Chenである。また、弾性2次解析も軸力が小さい場合にわずかに危険側になっているが、Duan and Chenと同様の良い結果を示している。

西村らの結果は、1軸曲げの状態で道示と同じ結果を与えるので安全側になるが、曲線のふくらみが大きいので全体としては精度がよい。しかし、曲線の形状が異なるのは、この解析例に対しては基本的に妥当ではないと思われる。ただし、西村ら¹⁰⁾の検討は、残留応力が小さいケース（圧縮残留応力が $0.1 \sim 0.2 \sigma_y$ ）に対して行われており、この場合には良い結果を示している。

4.3 不等2軸曲げを受けるはり-柱

この項では、不等曲げの影響を適切に評価できるかどうかを検討する。解析するはり-柱の断面形は、正方形（ $B/H = 1.0$, B :幅, H :高さ）および長方形（ $B/H = 0.5$ ）で、弱軸回りの細長比パラメータは $\bar{\lambda} = 0.9$ である。荷重の荷重状態は、図-6に示す。強軸回りの材端モーメント比を μ 、弱軸回りの比を ξ とし、大きい方のモーメントの大きさは強軸、弱軸で同一とし、同じ材端に荷重する。軸圧縮力の大きさは $N/N_y = 0.2, 0.5$ の2ケースで、材端モーメント比は $\mu = 1, 0, -1$ の3ケースとし、 ξ は $1.0 \sim -1.0$ に変化させる。

正方形断面の解析結果を図-7、長方形断面の解析結果を図-8に示す。 $\xi = -1$ に近い範囲で曲線が水平になっているものは、はり-柱の強度が断面の強度で決まっていることを示す。すなわち、不等曲げの影響で材端の位置で強度が決まっている。

弾性2次解析は、 $N/N_y = 0.2$ のケースで、曲線が水平となる領域が大きく、弾塑性有限変位解析に対して安全側の結果を与えている。これは以下のことが原因となっている。 $\bar{\lambda} = 0.9$ の場合、弾性2次解析で用いる断面強度相関式はフラットな形のものとなっている。しかし、不等曲げの影響で強度が材端で決まる場合は、細長比の影響は無くなるので図-4で示した $\bar{\lambda} = 0.2$ の場合のようにふくらんだ相関式を用いる必要がある。この差が安全側の差となって現れた。したがって、相関式の指数には軸力および細長比の影響の他に、材端モーメント比の影響を取り入れる必要があるかもしれない。しかし、あまり複雑にすることは設計式として好ましくないで、この影響は取りあげないことにした。

ここで、等価初期たわみの方向の影響について考察しておく。正方形断面で材端で強度が決まっていなかった場合として、 $\mu = 1.0, \xi = 0.0$ と $\mu = 0.0, \xi = 1.0$ のケースについて考える。弾塑性有限変位解析では、断面の両主軸の方向に部材長の $1/1000$ の初期たわみを与えているので、結果は全く同じである。弾性2次解析では弱軸（この場合は、 M_y により回転する方向）方向にのみ与えているので、厳密には結果に差がある。しかし、図から分かるように差は非常にわずかである。長方形断面では、荷重状態によって同じ強度を与えなければならないケースはないが、弾塑性有限変位解析と弾性2次解析の結果の関係は正方形断面の場合とほぼ同じである。つまり、等価初期たわみが弱軸方向のみであることによって、強度が過大評価されることはない。したがって、等曲げの場合での考察も併せて考えると、等価初期たわみを弱軸方向（すなわち座屈モードの方向）とすることに問題はないと思われる。

次に道示の結果について説明する。線形相関式を用いているため、ほとんどのケースで最も安全側の結果を示している。不等曲げの影響は、 $N/N_y = 0.2$ の場合の曲線が弾性2次解析の結果とほぼ平行であるので、同様に評価していると思われる。しかし、 $N/N_y = 0.5$ の場合には、弾性2次解析と違って曲線が水平になる領域があり、不等曲げの影響をさらに安全側に評価している。

Duan and Chenは前項の等曲げの場合にはよい結果を示したが、不等曲げに対してはかなり安全側の結果を示す。特に正方形断面で $N/N_y = 0.2$ のケースの誤差が大きい。これは式(21)に含まれる制約条件のためである。結果は示さないが、この制約条件を省くと逆にかなり危険側の評価になる場合がある。

Zhou and Chenでは部材強度式と併せて断面強度相関式を用いており、その制約が働くので、不等曲げの影響では式(21)の制約条件は課していない。しかし、等曲げの例と同じように全体的に安全側の結果を示しており、特に長方形断面で $N/N_y = 0.5$ の場合には道示よりも低い結果を与えている。

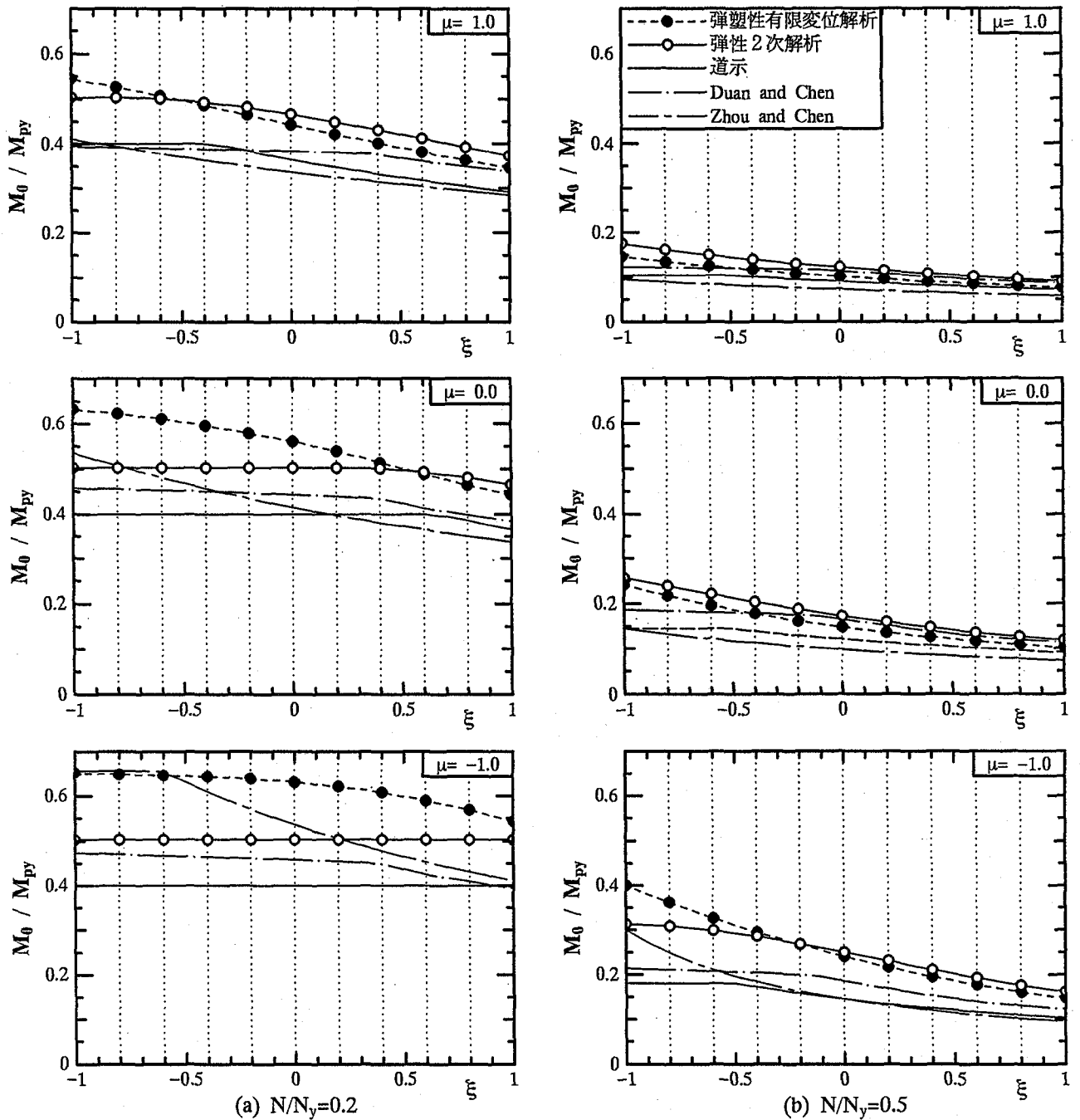


図-7 不等2軸曲げを受けるはり柱（正方形箱形断面）

2軸の不等曲げの問題はこれまでほとんど扱われたことがなく、今回とり上げた設計公式の中でも、すべての荷重ケースで弾塑性有限変位解析によく一致するものはない。問題は残しているものの、この中では弾性2次解析が最も広い範囲で妥当な結果を示すことがわかる。

5. まとめ

この研究は、筆者らが提案してきた弾性2次解析を用いた平面骨組の座屈設計法を、立体骨組に拡張するために溶接箱形断面部材を対象として基本的な検討を行った。この拡張で問題となった4つの点とその結果についてまとめると、以下ようになる。

(1) 非線形断面強度相関式の導入

道示と同じ線形相関式では、立体骨組に対して非常に安全側の結果になる。精度を改善するために、式(27)、(28)の非線形相関式を用いることを提案した。また、式(27)の非線形性に関する指数 α は、Duan and Chen⁷⁾の式を引用し、軸力と細長比の関数とすることを提案した。これは残留応力の影響を受けて、相関強度曲線の形が軸力と細長比により変化することを考慮するためである。また、簡便さを望む場合には安全側になるが、 $\alpha_1=1.1$ とすることができる。

(2) 等価初期たわみ量の修正

上述の非線形相関式に対応した等価初期たわみ量算定

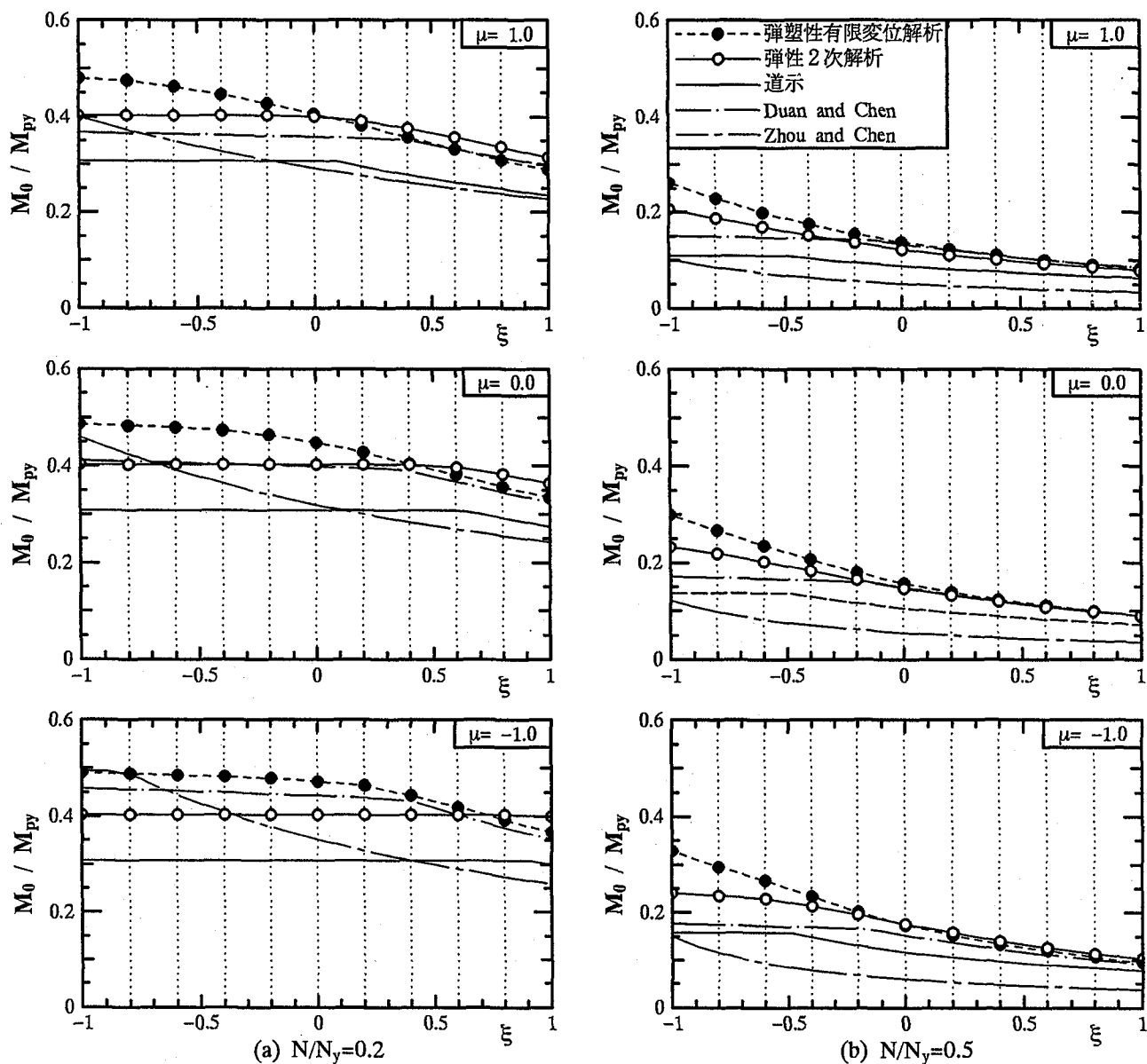


図-8 不等2軸曲げを受けるはり-柱（長方形箱形断面）

式を求めた。そして、この等価初期たわみと非線形相関式を用いて、1軸曲げおよび2軸等曲げを受けるはり-柱の強度を解析した。その結果、等価初期たわみ量の妥当性が確認された。

(3) 等価初期たわみの方向

等価初期たわみは座屈解析から得られる座屈モードに相似、すなわち弱軸の方向のみ導入することを提案した。2軸の等曲げおよび不等曲げの解析結果から、この初期たわみの非対称性による強度の誤差はほとんどないことを示した。

(4) 不等曲げの影響

提案する方法では、材端モーメント比が小さくなり（曲げモーメント勾配が急）、強度が材端で決まる場合に安全側の強度評価になる。しかし、本研究で扱った溶接箱形断面材に対しては、他の設計公式と比較した結

果、最も広い範囲で妥当な結果を示すことが明らかとなった。

この研究で取り扱わなかった、はり-柱以外の骨組構造物の解析、H形断面（横倒れ座屈）は別報で報告したい。

参 考 文 献

- 1) 織田博孝・宇佐美勉：弾性2次解析による変断面骨組の座屈設計法，土木学会論文集，第489号/I-27，pp.129-138，1994年4月。
- 2) 長谷川彰夫・西野文雄：線形化有限変位理論による構造物の設計法の提案，土木学会第44回年次学術講演会概要集，pp.108-109，1989年10月
- 3) 織田博孝・宇佐美勉：骨組構造物の座屈設計法の比較と評価，構造工学論文集，Vol.40A，pp.249-262，

- 1994 年 3 月.
- 4) 織田博孝・宇佐美勉：弾性 2 次解析を用いた骨組構造物の連成座屈強度解析，構造工学論文集，Vol.41A，pp.235-244，1995 年 3 月.
- 5) 土木学会：座屈設計ガイドライン
- 6) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編，1994 年 2 月.
- 7) Chen, W.F. and Lui, E.M. : Stability Design of Steel Frames, Chapter 2, CRC press, 1991.
- 8) 宇佐美勉・垣内辰雄・水野克彦：鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一提案，土木学会論文集，第 404 号 / I -11, pp.331-340, 1989 年 4 月.
- 9) Zhou, S.P. and Chen, W.F. : Design Criteria for Box Columns under Biaxial Loading, *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 111, No. 12, 1985.
- 10) 西村宣男・笠原宏紹・菅田喜之：2 軸曲げを受ける鋼はり－柱部材の相関強度式，土木学会論文集，第 428 号 / I -15, pp.157-166, 1991 年 4 月.
- 11) 福本 士・西野文雄：鋼構造部材と骨組，第 5 章，丸善，1970.
- 12) 西村宣男・笠原宏紹・福本 士：鋼はり－柱部材の相関強度式の適正化，土木学会論文集，第 416 号 / I -13, pp.357-364, 1990 年 4 月.

(1995 年 9 月 18 日 受付)