

曲げとねじりとを受ける箱桁の終局強度に関する解析的研究

AN ANALYTICAL STUDY ON ULTIMATE STRENGTH OF BOX GIRDERS SUBJECTED TO BENDING AND TORSION

中井 博*、北田俊行**、村山泰男***、室塚直人****

Hiroshi NAKAI, Toshiyuki KITADA, Yasuo MURAYAMA and Naohito MUROZUKA

*工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

**工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

***工修 鋼梁本鐵工所 橋梁設計部 (〒559 大阪市住之江区柴谷 2-8-45)

****大阪市立大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

Presented in this paper is an analytical study on the ultimate strength of thin-walled box girders with the longitudinal stiffeners subjected to bending and torsion. The ultimate strength of box girders is evaluated by an elasto-plastic and finite displacement analysis considering various modes of geometrical imperfections. For the pure bending moment, the ultimate strength curve by considering interactive effects between flange and web plates is firstly proposed through the analytical results. For the pure torsional moment, the ultimate strength curve depending on the largest width-thickness parameter, R , in the web panels is secondly proposed through the analytical results. Thus, the proposed interaction curve on the ultimate strength of the box girders subjected to both bending and torsion is verified in comparison with the analytical results and also the experimental data.

Key Words: ultimate strength, box girder, bending moment, torsional moment, interaction curve, elasto-plastic finite displacement analysis

1. まえがき

曲線橋の箱桁は、補剛された薄肉の鋼板パネルで構成されており、曲げモーメントを受けると同時にねじりモーメントも卓越する構造物である。このような薄肉箱形断面の終局強度は、局部座屈の影響を著しく受けることが実験的に明らかにされている^{1), 2)}。しかし、フランジ・プレートと腹板との連成座屈を考慮した箱形断面全体としての終局強度特性については、解析的な研究例も少なく、まだ十分に明らかにされていないのが現状である。

このうち、純曲げを受ける箱形断面の終局強度については、無補剛箱形断面梁を対象にフランジ・プレートと腹板との連成座屈を考慮した解析的研究として、西村・吉田・竹内³⁾、石原・奈良・森脇⁴⁾、および久保・小川⁵⁾の研究が挙げられ、補剛箱形断面梁を対象としたものに三上・堂垣・宮花・米沢⁶⁾の研究もある。ところが、純ねじりを受ける箱形断面の終局強度を取り扱った研究は比較的少なく、無補剛箱形断面梁を対象とした Scheer-Nölke⁷⁾の実験的研究があるものの、箱形断面全体としての終局強度を取り扱った解析的研究は、ほとんど見当たらない。一方、曲げとねじりとの組み合わせ荷重を受ける箱形断面の終局強度を取り扱った研究もあま

り見当たらず、無補剛箱形断面梁を対象とした Lacher-Böhm⁸⁾の研究があるだけである。そのため、曲線箱桁のような補剛箱形断面を対象とした研究は、筆者らの調べた処では見当たらない。

以上のような研究状況にかんがみ、著者らは、曲げとねじりとを同時に受ける箱桁の終局強度特性を実験的研究^{1), 2)}によって明らかにし、簡易的な終局強度の推定式を提案してきた。しかしながら、その推定式については、数値解析的な検討が加えられておらず、設計に用いるための提案式とするには、さらに解析的手法に基づいた十分な検討が不可欠である。

本研究は、純曲げを受ける場合、および純ねじりを受ける場合の箱桁の終局強度を弾塑性有限変位解析プログラム^{9), 10)}を用いて、種々パラメータを変化させて解析した。そして、文献2)で提案されている終局強度推定式の妥当性について検討し、設計に用いるための簡便さを考慮し、提案式の修正を行っている。さらに、文献2)の実験モデルを対象にして、曲げモーメントとねじりモーメントとを同時に受ける箱形断面の終局強度を解析し、実験結果に基づいて提案された終局強度推定式の妥当性についても検討を加えている。

2. 解析法と解析モデル

2.1 解析プログラムの概要

純曲げ、および純ねじりを受ける無補剛箱桁、ならびに純曲げを受ける補剛箱桁の解析には、文献9)で開発された弾塑性有限変位理論に基づく薄肉シェル構造のための有限要素法プログラムPLSHELLを用いた。また、純ねじり、および曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁の弾塑性有限変位解析には、大容量のデータ、および後述する弧長増分法に対応可能なHibbitt,Karlsson&Sorensen社で開発されたABAQUS/Standard Version 5.4¹⁰⁾を使用した。要素としては、四辺形8節点のアイソパラメトリック要素を用いた。なお、解析では、von Misesの降伏条件、ならびにPrandtl-Reussの塑性流れ則にしたがう完全弾塑性体の鋼材を対象としている。なお、両プログラムの整合性や妥当性については、数ケースのテスト解析により、確認している。

2.2 断面力の導入方法

解析モデルに作用させる各断面力は、以下のように導入した。

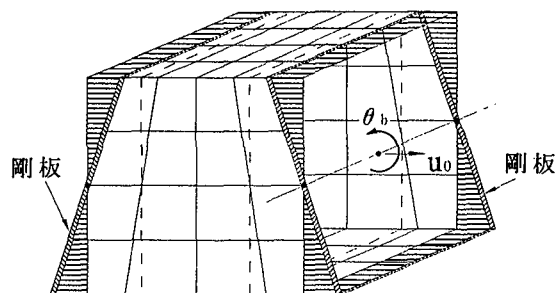
まず、作用曲げモーメント M は、図-1に示すように、載荷辺に剛度が無限大の剛板を取り付け、剛板の中心に強制回転角 θ_b に見合う強制変位 $u(y,z)$ を、載荷辺上の各節点に与えることによって実現させた。

つぎに、作用ねじりモーメント T は、図-2に示すように、載荷辺に剛度が無限大の剛棒を取り付け、強制ねじり角 θ_t に見合う強制変位 $u(x,y)$ を、載荷辺上の各節点に与えることによって導入した。そして、そり変位を拘束しないように軸方向変位を自由とし、純ねじり状態が再現されるようにしている。また、固定側の載荷辺においても、そり変形を拘束しないように、軸方向変位については、各辺の中心点のみを拘束した。このような載荷条件のもとに、曲げとねじりとが単独で作用する場合には、変位増分法を用いて解析を行った。

最後に、曲げとねじりとの組み合わせ断面力については、曲げとねじりとの断面力比が一定となるように載荷し、ねじりによって生じるそり変位が、曲げによって拘束されないように導入した。すなわち、図-3に示すように、載荷辺に剛棒を取り付け、断面の4隅に軸方向の荷重を与えることにより曲げモーメントを導入した。また、ねじりモーメントについても、剛棒に沿った荷重により導入した。ただし、曲げとねじりとの断面力比を一定に保つという載荷条件のために、この場合の解析法としては、弧長増分法を用いた。

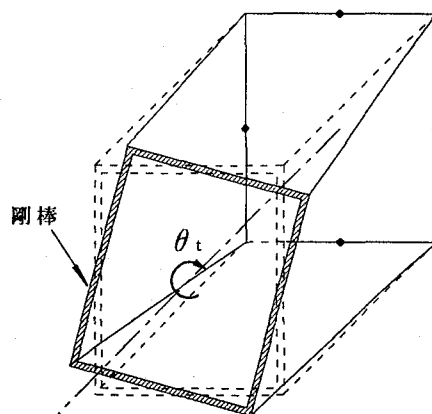
また、全ての載荷方法において、対象とする箱桁の実際の挙動と合致させるため、軸方向力が発生しないように、剛板(剛棒)全体としての軸方向の変位の増減は、自由とした。

この変位増分法、および弧長増分法(荷重増分法)によると、構成板パネルが終局状態に達し、これをさらに超えて変形が増大する領域に至るまでの追跡が可能となる。



u_0 : 軸方向変位を拘束しない

図-1 作用曲げモーメント M の導入方法



•: 軸方向変位拘束

図-2 作用ねじりモーメント T の導入方法

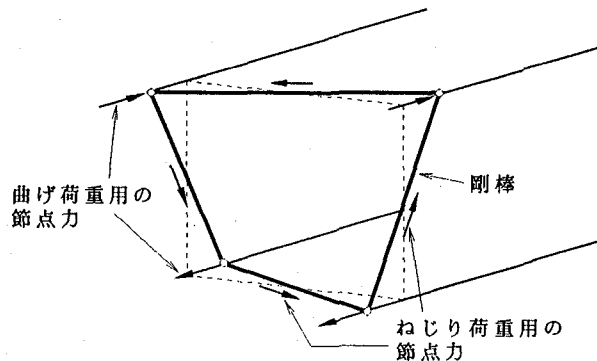


図-3 曲げとねじりとの同時載荷方法

2.3 解析モデル

解析の際に用いた解析モデルの要素分割状況、および初期たわみ波形を、以下の図に示す。

まず、図-4には、純曲げを受ける無補剛箱桁の解析モデルを示す。要素分割数は、構成板パネルを 4×4 分割とした。これは、構成板パネルの局部座屈による強度低下が精度よく求められる最小の分割数である。荷重、および、たわみの対称性を利用し、軸方向にはダイアフラム間の $1/2$ を、また断面内には鉛直の対称軸の片側半分を取り出したコの字形モデルとして解析を行った。

つぎに、図-5には、純曲げを受ける補剛箱桁の解析モデルを示す。要素分割は、補剛材間の板パネルを4分割とし、軸方向に20分割とした。そして、解析モデルは、補剛材のダイアフラム位置での連続性が考慮できるよう

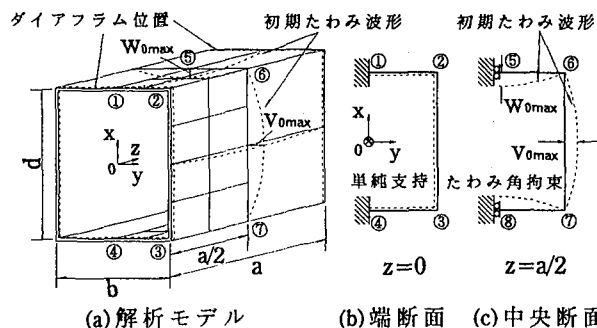


図-4 純曲げを受ける無補剛箱桁解析モデルの要素分割状況と初期たわみ波形とその最大値

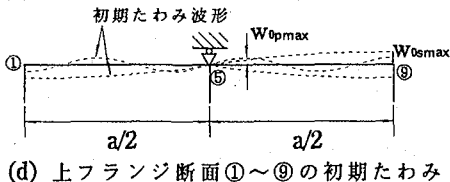
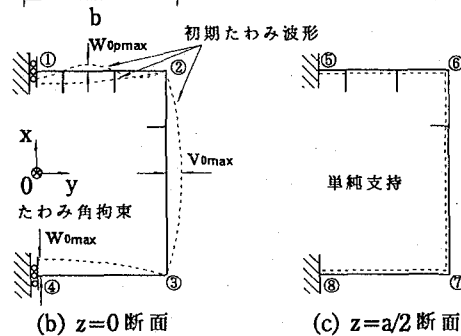
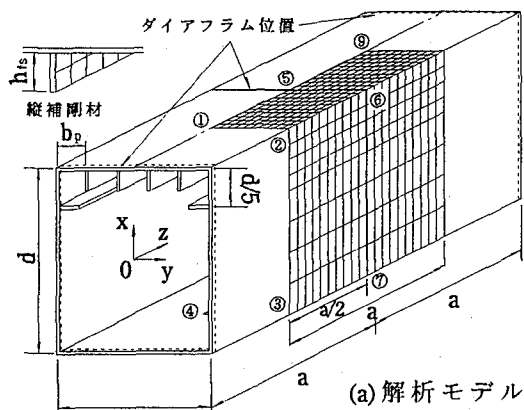


図-5 純曲げを受ける補剛箱桁解析モデルの要素分割状況と初期たわみ波形とその最大値

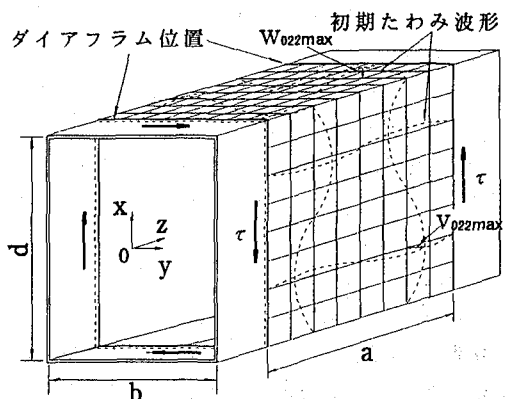
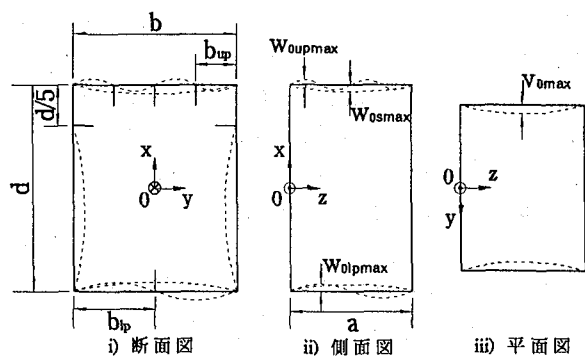
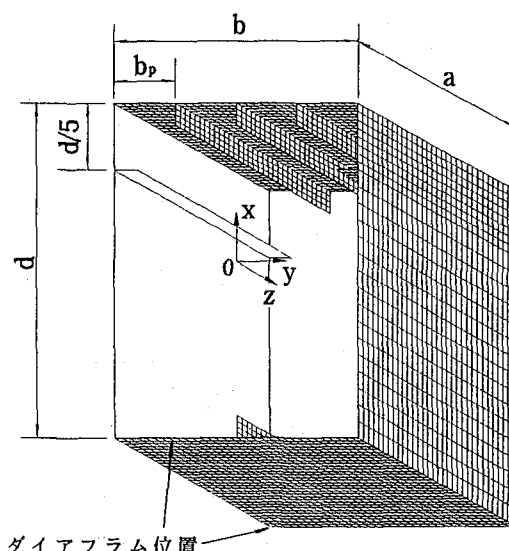
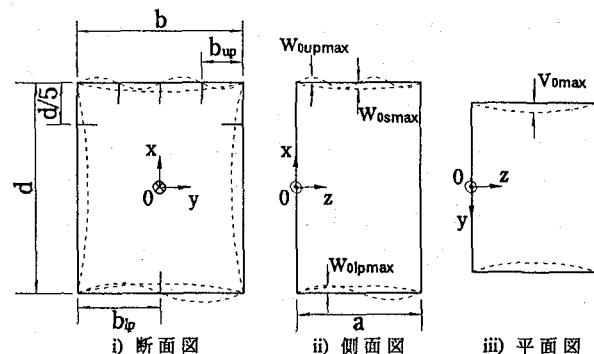


図-6 純ねじりを受ける無補剛箱桁解析モデルの要素分割状況と初期たわみ波形とその最大値



(b) 純ねじりを受ける補剛箱桁解析モデルの初期たわみ波形とその最大値



(c) 曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁解析モデルの初期たわみ波形とその最大値

図-7 純ねじり、および曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁解析モデルの要素分割状況と初期たわみ

に中央にダイアフラムを有し、長さがダイアフラム間に等しい解析モデルとした。解析モデル端部の境界条件は、対称性より、ダイアフラム間の中央断面の補剛フランジ、および補剛腹板の板としてのたわみ角を拘束した。一方、水平補剛材は、ダイアフラムを貫通させている。また、断面としては、無補剛箱桁の場合と同様の理由により、コ字形解析モデルとした。

さらに、図-6には、純ねじりを受ける無補剛箱桁の解析モデルを示す。要素分割数は、種々検討した結果、構成板パネルを8×8分割とした。また、せん断座屈発生後のたわみを考慮して、ダイアフラム間を取り出した解析モデルとした。

最後に、図-7には、純ねじりを受ける補剛箱桁、および曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁の解析モデルを示す。要素分割数は、曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁の場合、その挙動もより複雑になると考えられるため、無補剛の場合より細かく設定した。すなわち、せん断座屈を起こしやすいと考えられる板パネルについては16分割、それ以外の板パネルについては8分割とした。そして、軸方向には、初期たわみも考慮して32分割とした。この解析モデルにおいては、自由度が大きくなるため、ダイアフラム位置を解析モデルの端部としている。そのような処置を施したために、補剛材がダイアフラム位置で固定支持に近い状況となり、補剛材の曲げ剛度が見掛け上大きくなる。この点については、後で解析結果を考察する時に詳述する。

解析モデルに導入した初期たわみ波形としては、それぞれの図中に示したものを以下に示す正弦波形で与えた。

まず、純曲げを受ける無補剛箱桁には、1次モードの波形を隣接する板パネルで凹凸となるように導入した。つぎに、純曲げを受ける補剛箱桁には、上フランジには補剛板としての全体的な初期たわみと、補剛材間の板パネルの局部的な初期たわみ波形とを重ね合わせたものを導入した。さらに、腹板、および下フランジには、図に示す向きに1次モードの波形を導入した。

つぎに、純ねじりを受ける無補剛箱桁には、フランジ、および腹板ともに2次モードの波形を導入した。ただし、純ねじりを受ける補剛箱桁については、上下フランジには補剛板としての全体的な初期たわみと、補剛材間の板パネルの局部的な初期たわみ波形とを重ね合わせたものとして導入した。そして、腹板の水平補剛材より下フランジ側のパネル（以下、腹板下パネル）には、正弦波形ではなく、せん断座屈波形に類似した波形を初期たわみ波形として導入した。また、腹板の水平補剛材より上フランジ側のパネル（以下、腹板上パネル）には、初期たわみを導入しないこととした。

最後に、曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁の場合、上下フランジについては純ねじりを受ける補剛箱桁と同様とし、腹板については、図-7(c)i)に示すように、1次モードの波形を導入した。

初期たわみ波形を1次モードで与えた場合の上記の初期たわみの最大値は、道路橋示方書¹¹⁾で規定されている製作誤差の許容値とした。また、2次モードで与えた場合の初期たわみの最大値は、その1/2とした。

なお、残留応力については、純曲げ、および純ねじりの場合とも検討した結果、導入した場合の終局強度に及ぼす影響は少なく、むしろ残留応力を無視した方が安全

側の値を与えた。そこで、本解析においては、全てのケースにおいて残留応力の影響を無視した。

3. 純曲げを受ける箱桁の終局強度特性

曲げを受ける箱桁の終局強度は、文献2)を参考に以下に示すパラメータ R_t 、 R_w 、および R_b を用いて整理した。ここで、 R_t は、補剛された圧縮フランジの幅厚比パラメータで、次式で与えられる。

$$R_t = \frac{b}{nt_t} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_t \pi^2} \cdot \frac{\sigma_y}{E}} \quad (1)$$

ここに、 n は圧縮フランジの補剛材間の板パネル数であり、無補剛の場合は $n=1$ である。 b は腹板間隔、 t_t はフランジ・プレート厚、 μ はポアソン比、 σ_y は降伏点、 E はヤング係数で、また k_t は純圧縮を受ける板の座屈係数で、 $k_t=4$ を用いる。

そして、 R_w は、純曲げを受ける腹板の幅厚比パラメータで、次式で与えられる。

$$R_w = \frac{d}{t_w} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_w \pi^2} \cdot \frac{\sigma_y}{E}} \quad (2)$$

ここに、 d は腹板高、 t_w は腹板厚で、 k_w は純曲げを受ける板の座屈係数で、水平補剛材で補剛していない場合、 $k_w=23.9$ 、また水平補剛材で補剛している場合、水平補剛材が $0.2d$ の位置に配置されているときの Klöppel による座屈係数 $k_w=110.8$ を用いる。

また、 R_b は、純曲げを受ける箱断面全体の換算幅厚比パラメータで、次式で与えられる²⁾。

$$R_b = \frac{0.8}{(R_t/R_w)^{0.6}} (R_b^* - 0.5) + 0.5 \quad : R_b^* \geq 0.5 \\ = R_b^* \quad : R_b^* < 0.5 \quad (3) a \sim b$$

ここで、 R_b^* は、次式で与えられる幅厚比パラメータである。

$$R_b^* = \frac{b}{nt_b} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_b \pi^2} \cdot \frac{\sigma_y}{E}} \quad (4)$$

ここに、 k_b は、後述する純曲げを受ける箱断面の換算座屈係数である。

3.1 純曲げを受ける無補剛箱桁

純曲げを受ける無補剛箱桁解析モデルの寸法諸元と解析結果とを、表-1に示す。

この解析モデルの軸方向長さは、フランジ・プレートのアスペクト比が1となるように設定した。そして、解析モデルの機械的性質は、ヤング係数を $E=2.1 \times 10^6$ kgf/cm² (2.06×10^5 Mpa)、ポアソン比を $\mu=0.3$ 、また降伏点を $\sigma_y=2,400$ kgf/cm² (235 Mpa) とした。

図-8には、ダイアフラム間の中央断面（以下、中央断面）の終局状態における垂直応力分布の一例を示す。腹板厚が薄い場合 ($R_w=1.02$)、腹板の応力分布は、三角形分布を呈さず、圧縮側腹板の局部座屈により、その部分の応力が低下していることがわかる。一方、腹板が厚い場合 ($R_b=0.364$)、圧縮、および引張側腹板の応力分布

表-1 純曲げを受ける無補剛箱桁解析モデルの寸法諸元と解析結果

b (cm)	d (cm)	t _f (cm)	t _w (cm)	R _f	R _w	R _b	M _u /M _p
120	16.0	0.711	0.711	0.30	0.164	0.300	0.997
120	16.0	0.533	0.533	0.40	0.218	0.400	0.982
120	16.0	0.356	0.356	0.60	0.327	0.508	0.943
120	16.0	0.267	0.267	0.80	0.436	0.570	0.879
120	16.0	0.213	0.213	1.00	0.546	0.634	0.805
120	16.0	0.178	0.178	1.20	0.654	0.694	0.728
120	16.0	0.533	0.129	0.40	0.90	0.400	0.955
120	16.0	0.356	0.129	0.60	0.90	0.632	0.881
120	16.0	0.267	0.129	0.80	0.90	0.768	0.776
120	16.0	0.213	0.129	1.00	0.90	0.824	0.694
120	16.0	0.178	0.129	1.20	0.90	0.843	0.647
120	16.0	0.533	0.166	0.40	0.70	0.400	0.961
120	16.0	0.356	0.166	0.60	0.70	0.589	0.894
120	16.0	0.267	0.166	0.80	0.70	0.680	0.805
120	16.0	0.213	0.166	1.00	0.70	0.713	0.740
120	16.0	0.178	0.166	1.20	0.70	0.721	0.706
120	16.0	0.152	0.166	1.40	0.70	0.721	0.689
120	16.0	0.237	0.200	0.90	0.582	0.643	0.809
120	16.0	0.237	0.160	0.90	0.727	0.714	0.762
120	16.0	0.237	0.133	0.90	0.875	0.788	0.733
120	16.0	0.237	0.114	0.90	1.021	0.864	0.717
120	16.0	0.237	0.100	0.90	1.164	0.940	0.707
120	16.0	0.356	0.320	0.60	0.364	0.516	0.936
120	16.0	0.356	0.267	0.60	0.436	0.531	0.923
120	16.0	0.356	0.200	0.60	0.582	0.563	0.904
120	16.0	0.356	0.160	0.60	0.727	0.594	0.892
120	16.0	0.356	0.133	0.60	0.875	0.626	0.882
120	16.0	0.356	0.114	0.60	1.021	0.658	0.876
120	16.0	0.356	0.100	0.60	1.164	0.691	0.872
120	16.0	0.356	0.089	0.60	1.308	0.724	0.869
120	16.0	0.356	0.080	0.60	1.455	0.760	0.868
120	16.0	0.533	0.200	0.40	0.582	0.400	0.965
120	16.0	0.533	0.160	0.40	0.727	0.400	0.959
120	16.0	0.533	0.133	0.40	0.875	0.400	0.956
120	16.0	0.533	0.114	0.40	1.021	0.400	0.952
120	16.0	0.533	0.100	0.40	1.164	0.400	0.950
16.0	12.0	0.316	0.240	0.90	0.364	0.629	0.815
16.0	12.0	0.316	0.200	0.90	0.440	0.660	0.795
16.0	12.0	0.316	0.150	0.90	0.582	0.718	0.778
16.0	12.0	0.316	0.120	0.90	0.727	0.767	0.743
16.0	12.0	0.316	0.100	0.90	0.873	0.811	0.730
16.0	12.0	0.316	0.086	0.90	1.015	0.850	0.721
16.0	12.0	0.316	0.075	0.90	1.164	0.890	0.714
16.0	12.0	0.474	0.240	0.60	0.364	0.545	0.930
16.0	12.0	0.474	0.150	0.60	0.582	0.577	0.917
16.0	12.0	0.474	0.120	0.60	0.727	0.592	0.911
16.0	12.0	0.474	0.086	0.60	1.019	0.519	0.904
16.0	12.0	0.711	0.125	0.40	0.700	0.400	0.974
16.0	12.0	0.474	0.125	0.60	0.700	0.590	0.913
16.0	12.0	0.356	0.125	0.80	0.700	0.713	0.836

が台形状の分布を呈する。すなわち、フランジが降伏域に達した後もフランジの応力が腹板に再分配され、腹板の中立軸側にまで降伏域が広がってゆき、全塑性曲げモーメントに達する途中段階で、断面が終局状態に達したためである。

図-9には、本解析により求めた終局強度 M_u/M_p と、幅厚比パラメータ R_b との関係を示す。図中には、既存の実験結果もあわせて示している。この図よりわかるように、 R_b による終局強度の変化状況は、解析値、および実験値ともほぼ同様な傾向を示している。また、図中の文献2)で提案されている終局強度曲線は、本解析結果とほぼ合致した傾向を示すが、若干、危険側の値となる。そこで、文献2)の式を、本解析結果の平均値に対応するように、次式のように補正した。

$$\alpha_s = \frac{M_u}{M_p} = 0.944 \{1 + 0.5(R_b - 0.5)\}^{-2} \quad \left. \begin{array}{l} 0.44 \leq R_b \leq 1.0 \\ R_b < 0.44 \end{array} \right\} \quad (5)_{a \sim b}$$

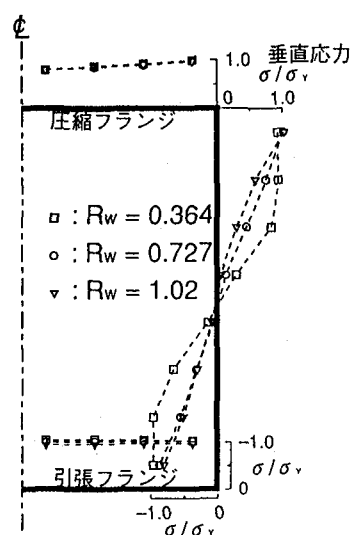


図-8 終局状態の垂直応力分布（無補剛箱桁）

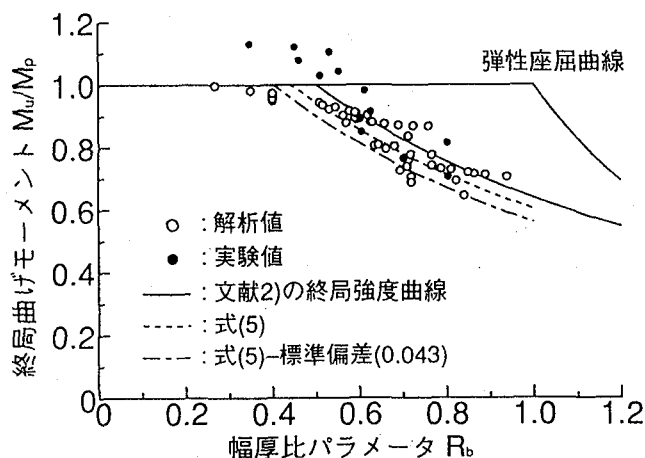


図-9 終局強度曲線（純曲げ、無補剛箱桁）

表-2 純曲げを受ける補剛箱桁解析モデルの寸法諸元

水平補剛材 本数	b (cm)	d (cm)	t _{uf} (cm)	t _w (cm)	t _{lf} (cm)	h _{fs} (cm)	t _{fs} (cm)	h _{ws} (cm)	t _{ws} (cm)
0	250	120	1.0	0.9	3.009	19.5	1.95	—	—
0	250	120	1.5	0.9	1.745	13.1	1.31	—	—
0	250	120	2.5	0.9	1.136	9.6	0.96	—	—
1	250	180	1.0	0.9	3.089	19.5	1.95	9.8	0.98
1	250	180	1.5	0.9	1.801	13.1	1.31	9.8	0.98
1	250	180	2.5	0.9	1.186	9.6	0.96	9.8	0.98
2	250	300	1.0	1.1	3.171	19.5	1.95	11.3	1.13
2	250	300	1.5	1.1	1.865	13.1	1.31	11.3	1.13
2	250	300	2.5	1.1	1.245	9.6	0.96	11.3	1.13

3.2 純曲げを受ける補剛箱桁

表-2には、純曲げを受ける補剛箱桁解析モデルの寸法諸元を示す。この解析モデルにおいては、縦補剛材本数を4本とし、ダイアフラム（または横補剛材）間隔を $a=150\text{cm}$ で一定とした。そして、この解析モデルでは、水平補剛材のない場合、水平補剛材を1段とした場合、および水平補剛材を2段とした場合のそれぞれに対し、腹板厚、および腹板高を一定として、フランジ・プレート厚のみを変化させた3ケースとした。また、縦補剛材の高さ h_s と板厚 t_s については、幅厚比 $h_s/t_s=10$ 、およ

表-3 純曲げを受ける補剛箱桁解析モデルの解析結果
(a) $\sigma_y = 2,400 \text{ kgf/cm}^2 (235 \text{ Mpa})$ の場合

水平補剛材 本数	R_t	R_w	R_b	M_u/M_p
0	0.356	0.970	0.356	0.956
0	0.593	0.970	0.533	0.843
0	0.889	0.970	0.717	0.700
1	0.356	0.563	0.356	0.944
1	0.593	0.563	0.544	0.831
1	0.889	0.563	0.714	0.689
2	0.356	0.921	0.356	0.923
2	0.593	0.921	0.573	0.812
2	0.889	0.921	0.710	0.685

(b) $\sigma_y = 3,600 \text{ kgf/cm}^2 (352 \text{ Mpa})$ の場合

水平補剛材 本数	R_t	R_w	R_b	M_u/M_p
0	0.436	1.118	0.436	0.938
0	0.726	1.118	0.678	0.783
0	1.089	1.118	0.859	0.601
1	0.436	0.827	0.436	0.926
1	0.726	0.827	0.665	0.768
1	1.089	0.827	0.794	0.587
2	0.436	1.128	0.436	0.897
2	0.726	1.128	0.742	0.747
2	1.089	1.128	0.851	0.593

び γ_t/γ_{req} (γ_t : 補剛材剛比、 γ_{req} : 道路橋示方書¹¹⁾に規定されている必要剛比) = 1.5 となるように決定した。さらに、水平補剛材の高さ h_{ws} と板厚 t_{ws} については、幅厚比 $h_{ws}/t_{ws} = 10$ 、および $\gamma_t/\gamma_{req} = 1$ となるように決定した。つぎに、引張フランジについては、局部座屈が発生しないため、補剛材を配置しないこととし、座屈軸に対し中立軸の偏心量が 0 となるように板厚を決定した。そして、水平補剛材の取付け位置は、道路橋示方書¹¹⁾の規定にしたがい、1本配置する場合、圧縮フランジから $0.2d$ の位置に、また 2本取り付ける場合、圧縮フランジから $0.14d$ 、および $0.36d$ の位置に取り付けた。なお、解析モデルの寸法は、実績調査結果¹²⁾を参考にして決定した。これらの解析モデルの機械的性質は、ヤング係数を $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 (2.06 \times 10^5 \text{ Mpa})$ 、ポアソン比を $\mu = 0.3$ とし、また降伏点を $\sigma_y = 2,400$ 、および $3,600 \text{ kgf/cm}^2 (235, 352 \text{ Mpa})$ の 2 種類のものに対して解析した。

表-3には、本解析により得られた解析結果を降伏点に応じて示す。

図-10には、水平補剛材を1本配置した解析モデルの中央断面の終局状態における垂直応力分布の一例を示す。ここに、応力は、板厚方向の平均応力である。この図より、フランジの幅厚比パラメータの値が大きいモデルでは、圧縮フランジの補剛材間の板パネルにおける局部座屈の発生によって、その部分の応力が低下していることがわかる。逆に、フランジの幅厚比パラメータの値が小さいモデルの圧縮フランジでは、応力がほぼ全領域で降伏点に達していることがわかる。腹板の応力を観察すると、上縁部付近で台形分布を呈しており、フランジが終局状態に至った後、腹板に応力が再配分され断面として終局状態に至っていることが確認できる。また、 R_t の値

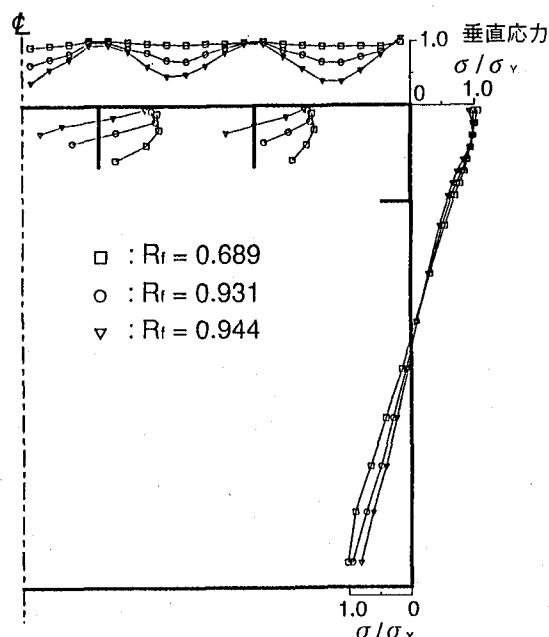


図-10 垂直応力分布図 (補剛箱桁、 $R_w = 0.563$)

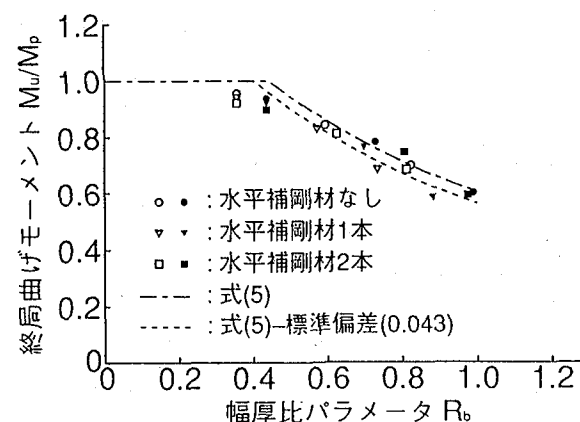


図-11 終局強度曲線 (純曲げ、補剛箱桁)

が大きくなるのに伴って、圧縮フランジの補剛材先端の応力度が圧縮から引張に変化していることがわかる。これは、 R_t の値が大きくなるほど、補剛材の座屈たわみが大きくなっているためである。しかしながら、補剛材位置におけるフランジ・プレートの垂直応力度は降伏点に達しており、補剛板としての全体座屈は起こっていないことがわかる。

図-11には、補剛箱桁解析モデルの終局強度 M_u/M_p と、幅厚比パラメータ R_b との関係を示す。図中で、中空印で示したものは、 $\sigma_y = 2,400 \text{ kgf/cm}^2 (235 \text{ Mpa})$ としたモデルの解析結果であり、中実印で示したものは、 $\sigma_y = 3,600 \text{ kgf/cm}^2 (353 \text{ Mpa})$ としたモデルの解析結果である。ここで、式(4)を、補剛箱形断面に適用する際、純曲げを受ける箱断面の座屈係数 k_b としては、次式を用いた。

$$k_b = 0.036(3.5 - \eta')^4 + 4.0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta' \leq 3.5 \\ \eta' > 3.5 \end{array} \right. \quad (6)_{a \sim b}$$

表-4 ねじりを受ける無補剛箱桁解析モデルの寸法諸元と解析結果

b (cm)	d (cm)	a (cm)	t _f (cm)	t _w (cm)	α _w	R _{rf}	R _{rw}	T _u /T _p
12.0	16.0	12.0	0.196	0.196	0.75	0.541	0.6	0.955
12.0	16.0	12.0	0.147	0.147	0.75	0.722	0.8	0.876
12.0	16.0	12.0	0.118	0.118	0.75	0.901	1.0	0.788
12.0	16.0	12.0	0.098	0.098	0.75	1.083	1.2	0.710
12.0	16.0	12.0	0.084	0.084	0.75	1.263	1.4	0.652
12.0	16.0	12.0	0.074	0.074	0.75	1.434	1.6	0.605
12.0	16.0	12.0	0.553	0.098	0.75	0.199	1.2	0.809
12.0	16.0	12.0	0.356	0.098	0.75	0.298	1.2	0.778
12.0	16.0	12.0	0.267	0.098	0.75	0.397	1.2	0.765
12.0	16.0	12.8	0.098	0.098	0.80	1.112	1.256	0.695
12.0	16.0	14.4	0.098	0.098	0.90	1.161	1.355	0.672
12.0	16.0	16.0	0.098	0.098	1.00	1.201	1.443	0.654
12.0	16.0	20.0	0.098	0.098	1.25	1.271	1.569	0.623
12.0	16.0	22.4	0.098	0.098	1.40	1.299	1.624	0.609

$$\eta' = \frac{n \cdot t_w}{t_w} : \text{水平補剛材なし}$$

$$= \frac{n \cdot t_w}{2.15 t_w} : \text{水平補剛材あり}$$

(7)a~b

この図より、本解析結果は、R_bが0.4の近傍を除き、式(5)で表される終局強度曲線にほぼ合致しており、式(5)-標準偏差(0.043)で表される曲線を、ほとんどのケースで上回っていることがわかる。

4. 純ねじりを受ける箱桁の終局強度特性

純ねじりを受ける箱桁の終局強度は、次式に示す単一パネルのせん断に対する幅厚比パラメータR_rを用いて整理した。

$$R_r = \frac{b_r}{t} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_r \pi^2} \cdot \frac{\tau_v}{E}} \quad (8)$$

ここに、b_rは単一パネルの幅であり、無補剛箱桁のフランジに着目する場合は腹板間隔b、また腹板に着目する場合は腹板高dとする。水平補剛材を1段有する補剛箱桁の腹板下パネルに着目する場合は、b_r=0.8dとなる。そして、tは着目パネルの板厚、τ_vはせん断降伏応力度であり、k_rは純せん断を受ける単一パネルの座屈係数で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} k_r &= 5.34 + 4.00/\alpha^2 : \alpha \geq 1 \\ &= 4.00 + 5.34/\alpha^2 : \alpha < 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)a \sim b$$

ここに、α、は単一パネルのアスペクト比で、次式で与えられる。

$$\alpha = a/b_r \quad (10)$$

ここに、aは、単一パネルの長さ、すなわち横補剛材間隔である。

4.1 純ねじりを受ける無補剛箱桁

本解析では、腹板の幅厚比パラメータをR_{rw}、フランジ・プレート幅厚比パラメータをR_{rf}、また腹板のアスペクト比をα_wとし、パラメータを種々変化させて解

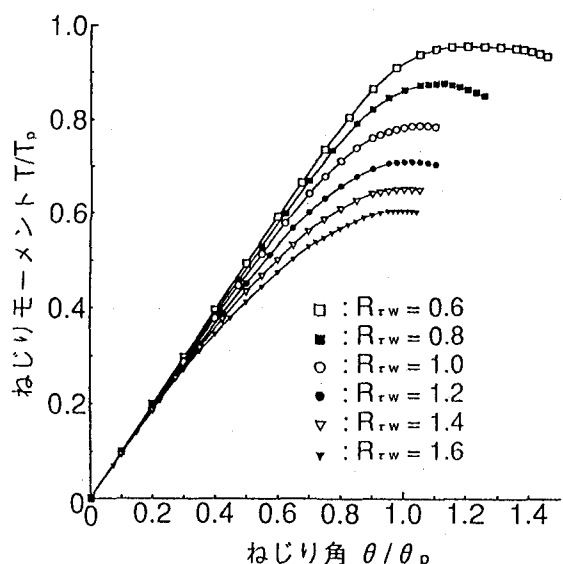


図-12 ねじりモーメント-ねじり角曲線 (t=t_wとしてR_{rw}を変化)

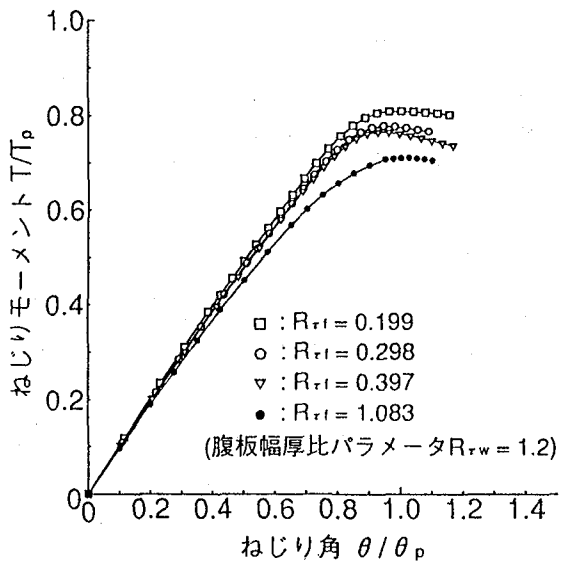


図-13 ねじりモーメント-ねじり角曲線 (R_{rf}を変化)

析を行った。解析モデルの寸法諸元、および解析結果を、表-4に示す。

図-12には、等厚の板で構成された箱桁に対し、板厚を種々変化させた場合のねじりモーメント-ねじり角曲線を示す。図の縦軸は作用ねじりモーメントTを全塑性ねじりモーメントT_pで、また横軸はねじり角θを全塑性ねじり角θ_pで除した値である。この図より、R_{rw}の値が大きくなるほど、終局強度T_u/T_pが低下し、また低い荷重レベルから非線形性が現れて終局状態に至っていることがわかる。図-13には、腹板の幅厚比パラメータR_{rw}の値を1.2に固定し、フランジ・プレートの幅厚比パラメータR_{rf}を変化させた場合のねじりモーメント-ねじり角曲線を示す。この図より、R_{rf}の値が小さくなる、すなわちフランジ厚が厚くなるほど、終局強度T_u/T_pは、若干、上昇していることがわかる。しかし、その上昇幅は、腹板厚が厚くなる場合(図-12参照)に比べると、

小さいことがわかる。したがって、終局強度は、幅厚比パラメータ R_r の値が大きくなる腹板の影響を強く受けると考えられる。

図-14には、板厚を $t=t_w=0.098\text{cm}$ に固定し、腹板のアスペクト比 α_w を変化させた場合のねじりモーメント-ねじり角曲線を示す。この図より、 α_w の値が大きくなる、すなわち R_{rw} の値が大きくなるほど、終局強度 T_u/T_p は、低下していることがわかる。

図-15には、解析モデルのせん断応力分布を示す。この図より、弾性域においては、全てのケースで一定のせん断応力分布となっていることがわかる。終局状態における応力分布を観察すると、図(a)では、フランジと腹板の両パネルで応力が一定分布とならず、座屈していると推定される。これは、フランジと腹板の幅厚比パラメータ R_r の値がほぼ等しいためである。ところが、フランジの幅厚比パラメータ R_{rf} の値が小さい図(b)、および図(c)の場合、降伏状態から終局状態の間に、上下フラ

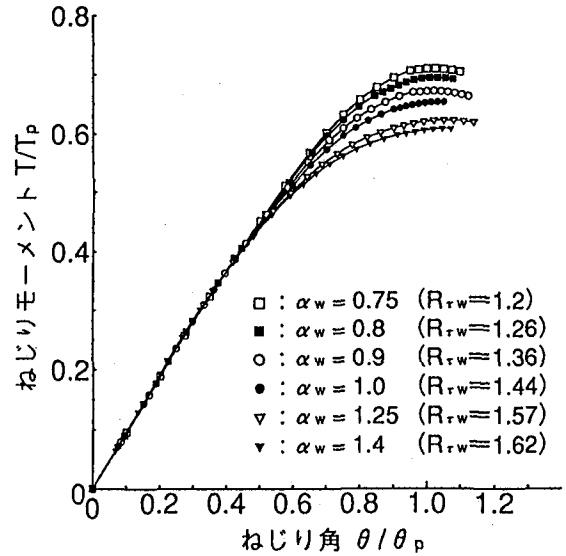


図-14 ねじりモーメント-ねじり角曲線 (α_w を変化)

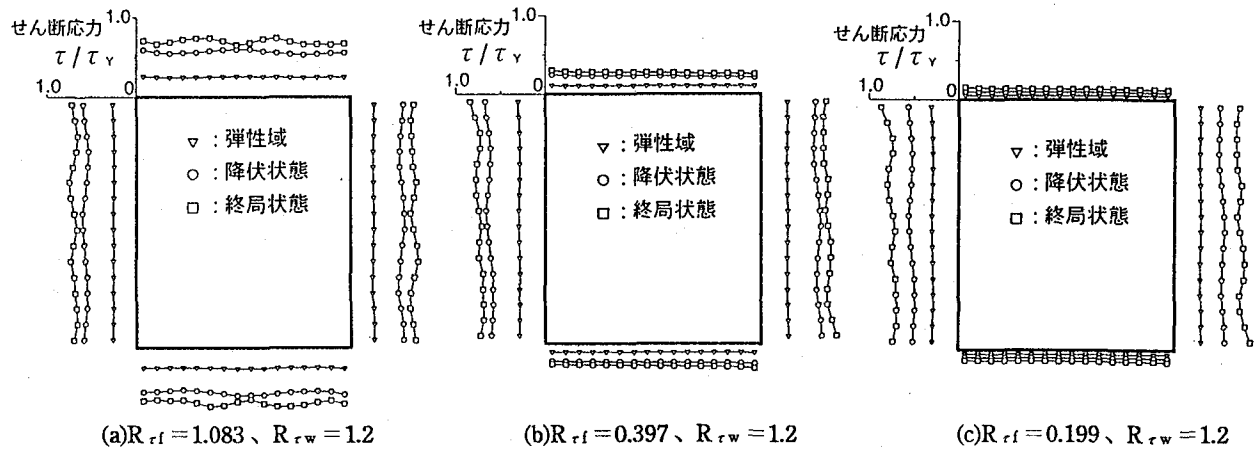


図-15 せん断応力分布 (純ねじり、無補剛箱桁)

ンジでは、せん断応力がほとんど上昇せず、腹板のみに座屈が発生した状態で箱桁として終局状態に至っている。以上の解析結果より、ねじり荷重を受ける箱桁の終局強度は、若干、フランジの影響を受けるものの、ほぼ相対的に薄い板パネル、すなわち腹板のせん断終局強度により決定され则认为られる。

文献2)において、箱桁の終局ねじりモーメント T_u は、箱断面を構成する最も幅厚比パラメータの大きい板パネルのせん断終局強度 τ_u によって支配されるとしている。そこで、箱断面を構成する最も幅厚比の大きい板パネルの幅厚比パラメータ R_r ($=R_{rw}$)と終局強度 T_u/T_p との関係を、図-16に示す。また、図中には既存の実験結果もあわせて示している。文献2)の終局強度曲線は、本解析結果と合致する傾向にはある。しかし、若干、危険側の値を示すため、本解析結果に基づき、次式に示すように修正を施す。

$$\beta_o = T_u/T_p = 1 \quad \left. \begin{array}{l} R_r \leq 0.4 \\ = \{1 - 0.37(R_r - 0.4)\} : 0.4 < R_r \leq 1.587 \\ = 0.74\{(1/R_r)^2 + 0.36\} : 1.587 < R_r \end{array} \right\} (11) a \sim c$$

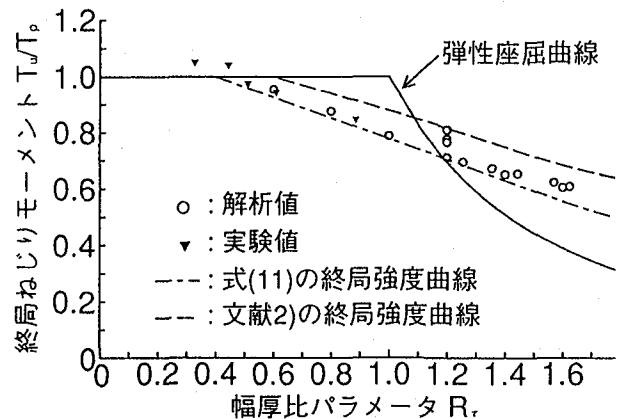


図-16 終局強度曲線 (純ねじり、無補剛箱桁)

すると、上図に示すとおり、式(11)は、本解析値、および実験値の下限値に良好に適合していることがわかる。

4.2 純ねじりを受ける補剛箱桁

ここでは、文献2)の実験供試体と類似したモデルを対象として解析を行った。解析モデルの寸法諸元と解析結果とを、表-5に示す。ここに、 h 、および t_h は補剛材の

表-5 純ねじりを受ける補剛箱桁解析モデルの寸法諸元と解析結果

b (cm)	d (cm)	a (cm)	t _f (cm)	t _w (cm)	h (cm)	t _s (cm)	α_w	R _{rw}	T _u /T _p
39.0	52.0	32.0	0.23	0.23	3.0	0.23	0.769	1.464	0.795

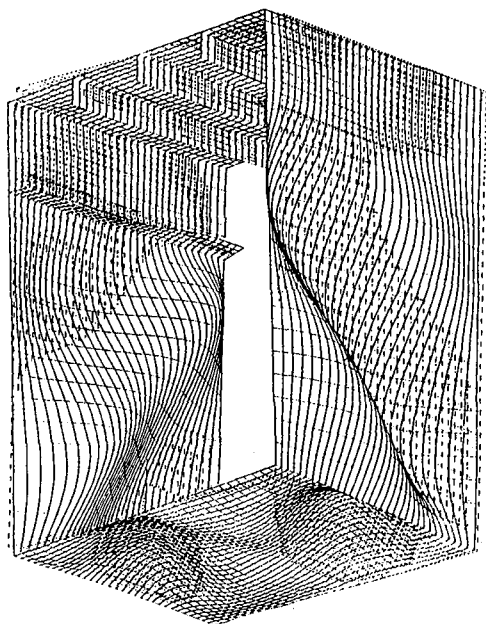


図-17 終局状態の変形図(純ねじり、補剛箱桁、 $R_{rw}=1.464$)

高さと厚さとであり、縦補剛材と水平補剛材とは同寸法である。ちなみに、補剛材剛比(γ/γ_{req})については、縦補剛材が3.58、水平補剛材が1.59となっている。また、解析モデルの機械的性質は、文献2)の実験の際に求められた値を用いた。すなわち、ヤング係数を $E=2.08 \times 10^6$ kgf/cm²(2.04×10^5 Mpa)、ポアソン比を $\mu=0.277$ 、また降伏点を $\sigma_y=2,738$ kgf/cm²(268 Mpa)とした。

図-17には、解析モデルの終局状態における変形図を示す。腹板下パネルが、せん断座屈の発生により大きく変形していることがわかる。また、腹板下パネルの次に幅厚比の大きい下フランジにも、せん断座屈の発生が伺える。これに反し、上フランジ、および腹板上パネルには、終局状態においても面外方向の変形がほとんど見られず、座屈の発生が認められなかった。

図-18には、解析モデルの中央断面におけるせん断応力分布を示す。この図よりも明らかなように、弾性域では、全てのパネルにおいて一定の応力分布となっている。降伏状態では、腹板下パネルにおいて座屈の発生により応力が低下している現象が見られる。さらに、終局状態では、変形図からも確認できるように、腹板下パネル以外に下フランジにおいても、せん断座屈の発生による応力低下が認められる。そして、上フランジの応力分布には、ほとんど変化がなく、座屈の発生は認められない。また、腹板上パネルでは、終局状態においてもせん断応力が一定となっており、水平補剛材が十分有効に機能していることがわかる。

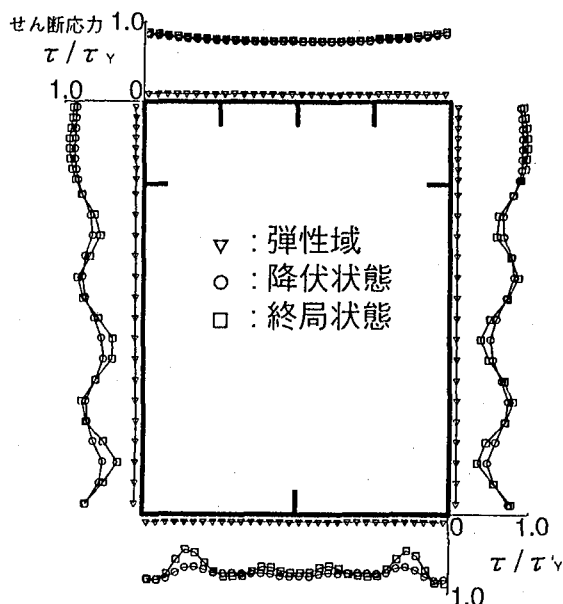


図-18 せん断応力分布(純ねじり、補剛箱桁、 $R_{rw}=1.464$)

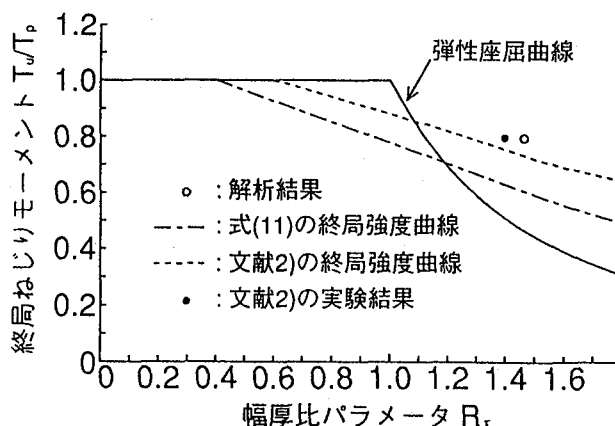


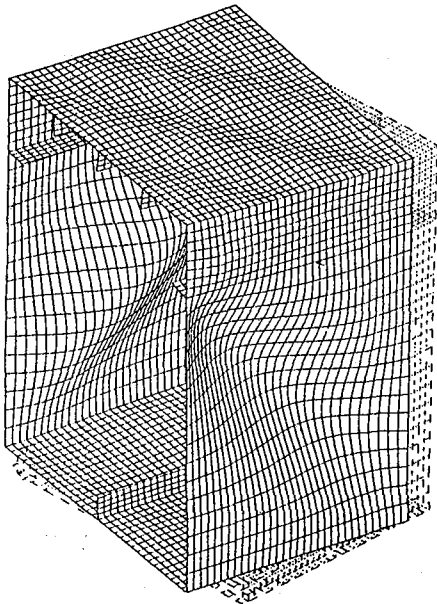
図-19 終局強度曲線(純ねじり、補剛箱桁)

図-19には、腹板下パネルの幅厚比パラメータ R_r と終局強度 T_u/T_p との関係を示す。この図中には、式(11)、文献2)で提案された終局強度曲線、および実験値をあわせて示している。解析結果は、実験結果、ならびに文献2)の終局強度曲線にほぼ合致している。しかしながら、式(11)の終局強度曲線は、解析結果に対して、若干、安全側の値を示している。そのため、純ねじりを受ける補剛箱桁の終局強度曲線を導くためには、もう少し多くの実験データや解析データを収集することが必要である。しかし、ここでは、補剛・無補剛箱桁で共通の終局強度曲線を用いることとし、安全側の配慮より、補剛箱桁においても、式(11)の曲線が有効であると考えられる。

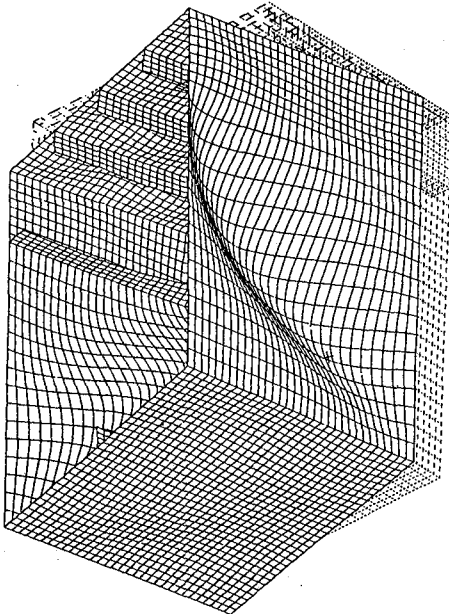
以上の解析結果より、ねじりを受ける補剛箱桁の終局強度も、せん断に対する幅厚比パラメータの最も大きい板パネルのせん断終局強度により決定されることが確認できた。

表-6 曲げとねじりを受ける補剛箱桁解析モデルの解析結果

α_{MT}	M_u/M_p	T_u/T_p
∞	0.831	0
2.125	0.758	0.356
0.470	0.372	0.789
0	0	0.795



(a)上フランジ側



(b)腹板、および下フランジ側

図-20 終局状態の変形図(曲げとねじり同時載荷)
($R_b=0.66$, $R_{rw}=1.464$, $\alpha_{MT}=0.470$)

5. 曲げとねじりとを同時に受ける場合の 終局強度相関曲線

曲げとねじりとを同時に受ける補剛箱桁の解析には、純ねじりを受ける補剛箱桁の場合と同一の解析モデルを用いた。解析モデルに載荷した断面力の比、および解析

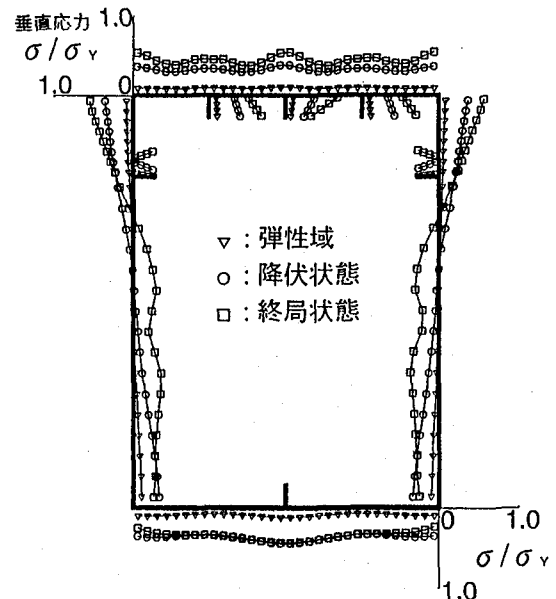


図-21 垂直応力分布(曲げとねじり同時載荷)
($R_b=0.66$, $R_{rw}=1.464$, $\alpha_{MT}=0.470$)

結果を、表-6に示す。ここで、 α_{MT} は、断面力比を表す無次元パラメータで、次式で表される。

$$\alpha_{MT} = \frac{M/M_p}{T/T_p} \quad (12)$$

図-20には、 $\alpha_{MT}=0.470$ とした解析モデルの終局状態における変形図を示す。ここで、同図(a)は上フランジに、また同図(b)は腹板に着目した変形図である。まず、同図(a)より、上フランジには、山と谷とが斜めに連続した座屈波形を生じており、曲げによる垂直応力とねじりによるせん断応力とにより連成的な座屈を起こしていることがわかる。とくに、本解析モデルの上フランジにおいては、曲げによる圧縮応力により、剛性が低下し、補剛材位置で節とならないせん断座屈波形となっている。つぎに、同図(b)より、腹板下パネルには、ねじりによるせん断座屈が発生し、大きく変形していることがわかる。

図-21には、 $\alpha_{MT}=0.470$ として解析を行ったモデルの中央断面における垂直応力分布を示す。この図より、弾性域では、梁理論にしたがった曲げ応力分布形状となっている。ところが、降伏状態では、フランジの応力分布形状に、若干、変化が見られる。ただし、腹板では、ほとんど分布形状は変化していない。また、終局状態では、上フランジに、座屈により応力が低下している現象が認められる。腹板においても、せん断座屈の影響を受けて、分布形状が著しく変化していることがわかる。

図-22には、 $\alpha_{MT}=0.470$ として解析を行ったモデルの中央断面におけるせん断応力分布を示す。この図より明らかなように、弾性域では、一定の応力分布形状となっている。降伏状態でも、応力値は大きくなっているものの、分布形状に変化はみられない。ところが、終局状態では、腹板下パネルにおいてせん断座屈の発生により、

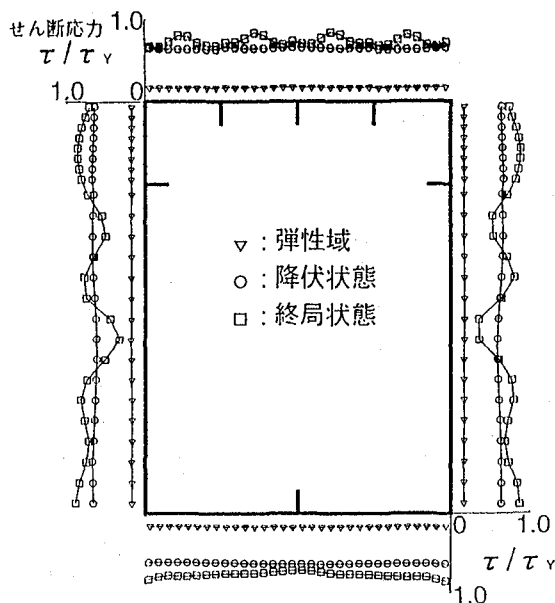


図-22 せん断応力分布（曲げとねじり同時載荷）
($R_b=0.66$, $R_{tw}=1.464$, $\alpha_{MT}=0.470$)

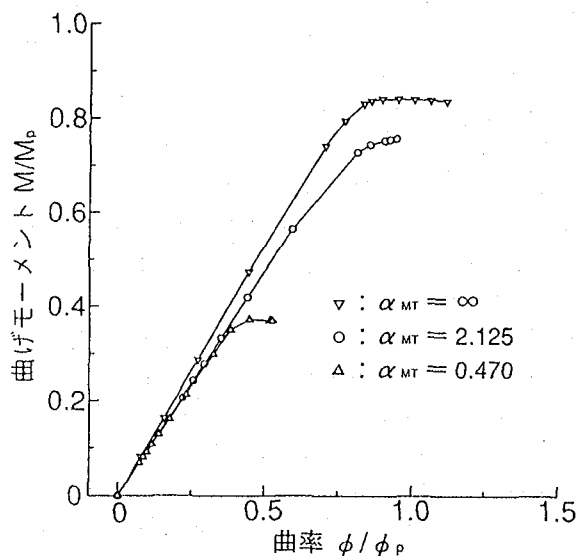


図-23 曲げモーメントー曲率曲線
(曲げとねじり同時載荷)

応力が低下している部分が認められる。また、上フランジにおいても、曲げによる垂直応力とねじりによるせん断力との連成座屈の発生により、応力分布に変化が生じている。しかし、下フランジの応力分布形状に変化は認められなかった。以上のことより、曲げとねじりとを同時に受ける箱桁は、上フランジの連成座屈、および腹板下パネルのせん断座屈によって終局状態に至ることが確認できる。

図-23には、各解析モデル（純ねじりの場合を除く）の曲げモーメントー曲率曲線を示す。この図より、作用断面力中の曲げモーメントの比率が低下するのに伴って、ねじりの影響によって低い荷重段階から非線形性が現れ、終局曲げモーメントが低下していくことがわかる。

図-24には、各解析モデル（純曲げの場合を除く）の

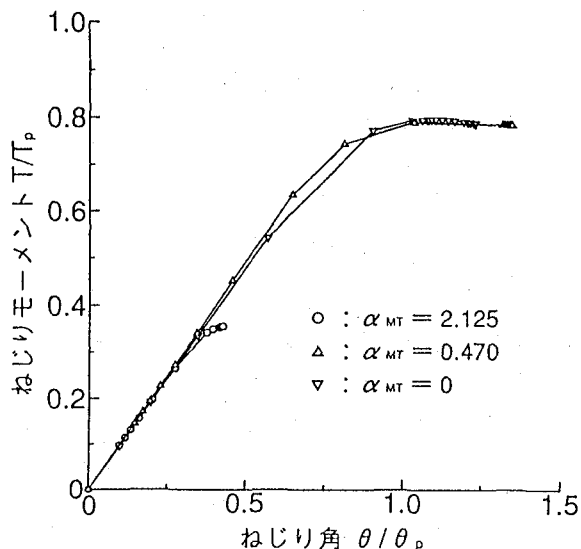


図-24 ねじりモーメントーねじり角曲線
(曲げとねじり同時載荷)

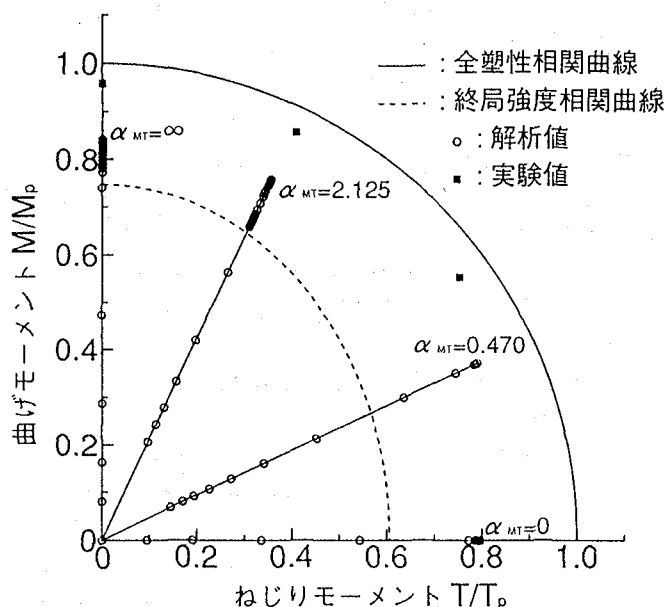


図-25 曲げとねじりとを受ける箱桁の終局強度相関曲線

ねじりモーメントーねじり角曲線を示す。この場合も、作用断面力のうち、ねじりモーメントの比率が低下するのに伴って、曲げの影響によって、終局ねじりモーメントが低下してゆくことがわかる。

図-25には、文献2)で提案されている終局強度相関曲線と本解析結果とを比較して示す。文献2)によると、曲げとねじりとを同時に受ける箱桁の終局強度相関曲線は、以下の楕円形相関曲線で表すことができるとしている。

$$\left(\frac{M_u}{\alpha_o M_p} \right)^2 + \left(\frac{T_u}{\beta_o T_p} \right)^2 = 1 \quad (13)$$

ここで、 α_o は、曲げを単独で受けた場合の終局曲げモーメントを表す係数であり、式(5)を用いて求められる。また、 β_o は、ねじりを単独で受けた場合の終局ね

じりモーメントを表す係数であり、式(11)を用いて求められる。

この図より、式(13)の終局強度曲線は、本解析結果と比較して安全側の値を与えていることがわかる。この理由としては、以下のことが考えられる。

まず、曲げについては、解析時のモデル化による影響が挙げられる。曲げとねじりとを同時載荷する場合、純ねじりを受ける場合と同じ解析モデルを用いている。しかし、このモデルは、2.3の解析モデルで述べたように、補剛材の剛比が見掛け上、大きくなるため、純曲げを受ける補剛箱桁の場合に用いたモデルに比べて、曲げ強度が上昇することがわかっている。

つぎに、ねじりについては、式(11)の安全側の終局強度曲線を用いていること、および初期たわみ波形の影響が挙げられる。純ねじりを受ける場合には、ねじり強度に最も不利となるような初期たわみ波形を与えている。ところが、曲げとねじりを同時に受ける場合には、1次モードの正弦波形で与えている。そのため、ねじり強度が、若干、上昇したものと思われる。

6. まとめ

本研究によって得られた主な結論をまとめると、以下のとおりである。

- 1) 純曲げを受ける箱桁の応力分布を調べることで、フランジ・プレートにの局座屈後のフランジ・プレートから腹板への応力再配分現象を、確認することができた。
- 2) 純曲げを受ける箱桁の終局強度 M_u/M_p を幅厚比パラメータ R_b の関数として整理すると、応力再配分を考慮した終局強度曲線としては、式(5)が得られた。
- 3) 純ねじりを受ける箱桁の応力分布を調べたところ、腹板のみに座屈が発生し、終局状態に至っていた。このことより、終局強度 T_u/T_p は、せん断に対する幅厚比パラメータ R_t が最も大きい構成板パネルのせん断座屈により決まることがわかった。
- 4) 純ねじりを受ける箱桁の終局強度 T_u/T_p を幅厚比パラメータ R_t の関数として整理すると、式(11)の終局強度曲線が得られた。ただし、補剛箱桁に対しては、式(11)の曲線が安全側の終局ねじり強度を推定する。
- 5) 曲げとねじりを同時に受ける箱桁の終局状態の変形を調べたところ、上フランジ・プレートには、曲げによる垂直応力とねじりによるせん断応力との連成座屈が発生していた。また、応力分布も、曲げとねじりとを単独で受けた場合と比較して、かなり異なっていた。
- 6) 曲げとねじりとを同時に受ける箱桁の本解析結果に基づく式(13)の終局強度相関曲線は、若干、安全側の終局強度を推定することが確認できた。

- 7) 補剛材の剛比は、道路橋示方書で定める必要最小値でよいことがわかった。ただし、曲げとねじりとを受ける補剛箱桁の場合、圧縮フランジの座屈波形は、補剛材位置で節とならないことがわかった。

参考文献

- 1) 中井 博・村山泰男・北田俊行・高田佳彦：曲げとねじりを受ける薄肉箱形断面梁の極限強度に対する実験的研究、構造工学論文集、Vol.36A、土木学会、pp.63～70、1990年2月
- 2) 中井 博・村山泰男・北田俊行：曲げとねじりを受ける補剛材付き薄肉箱形断面梁の極限強度に対する実験的研究、構造工学論文集、Vol.38A、土木学会、pp.155～165、1992年2月
- 3) 西村宣男・吉田信博・竹内正一：局部座屈を考慮した鋼箱形断面はり-柱部材の強度評価式、土木学会論文集、Vol.416/I-13、pp.385～393、1990年4月
- 4) 石原広幸・奈良 敬・森脇良一：曲げを受ける薄肉箱形断面の極限強度に関する研究、土木学会第44回年次学術講演会概要集、I-45、pp.142～143、1989年10月
- 5) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼梁の極限強度の簡単な評価法、構造工学論文集、Vol.37A、土木学会、pp.145～154、1991年3月
- 6) 三上市蔵・堂垣正博・宮花邦宏・米沢 博：曲げを受ける鋼箱桁の非弾性連成座屈、土木学会論文集、Vol.301、pp.23～36、1980年9月
- 7) Scheer, J. und Nölke, H. : Traglastversuche an torsionsbelasteten, dünnwandigen Kastenträgermodellen, Bauingenieur, 51 Jahrgang, S.381～386, Heft 10, 1976
- 8) Lacher, G. und Böhm, M. : Traglastversuche an dünnwandigen Kastenträgermodellen mit kombinierter Biege-momenten- und Torsionsbeanspruchung, Bauingenieur, 56 Jahrgang, S.45～54, Heft 1, 1981
- 9) Nakai, H., Kitada, T. and Ominami, R. : An Elasto-Plastic and Finite Displacement Analysis of Web Plate for Curved Girder Bridge by Using Isoparametric Finite Element Method, Memoris of the Faculty of Engineering, Osaka City University, Vol.23, pp.191～204, December 1982
- 10) HKS : ABAQUS/Standard Ver5.4 User's Manual, 1994
- 11) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I、鋼橋編 II 丸善、平成5年2月
- 12) 中井 博・北田俊行・橋本良之・南莊 淳・村山泰男：曲線箱桁橋の実績調査、橋梁と基礎、Vol.28, No5, pp.31～39、1994年5月

(1995年9月18日受付)