

ラップ接着された円筒体の粘弾性応力解析

VISCOELASTIC STRESS ANALYSIS OF ADHESIVE-BONDED CYLINDRICAL LAP JOINTS

李 海濱*、三上 隆**、芳村 仁***

LI Haibin, Takashi MIKAMI and Jin YOSHIMURA

*工修 北海道大学大学院 工学研究科博士後期課程 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

**工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

***工博 釧路工業高等専門学校長 (〒084 釧路市大楽毛西2丁目32番1号)

In this paper adhesive-bonded cylindrical lap joints are analyzed by assuming that the adherends are elastic and the adhesive is linearly viscoelastic. The distribution of the stresses in the adhesive is evaluated using the Finite Element Method. Numerical examples for identical and different adherends bonded through a four parameter viscoelastic solid adhesive are illustrated. The stress distribution in the adhesive layer with respect to time is shown. The results are also shown that adherend thickness and elastic modulus give effect on the normalized stress.

Key words: cylindrical lap joint, viscoelastic adhesive, stress analysis, FEM

1. はじめに

接着継手は、めざましい接着剤の進歩によって、多くの工学分野、特に構造軽量化・高機能化が要求される分野でその利用が拡大している。

本論文で取り上げた図-1に示すような単純重ね円筒継手に関してはLubkinとReissner¹⁾、AdamsとPeppiatt²⁾、ShiとCheng³⁾および著者ら⁴⁾の研究があり、接着剤層内部の基本的な応力特性が明らかになってきた。しかし、上述の研究は全て弾性解析によるもので、接着剤層が一般的に有する粘弾性体の特性の応力分布に及ぼす影響は、十分に解明されたとは言えない。

本論文では、被着体を弾性体に、接着剤層を4要素モデルの線形粘弾性体と仮定し、接着剤層内部の応力特性の検討を目的に有限要素法による解析を試みた。数値計算例では、被着体が同種材料および異種材料からなる場合について解析し、応力の減衰特性を明らかにする。

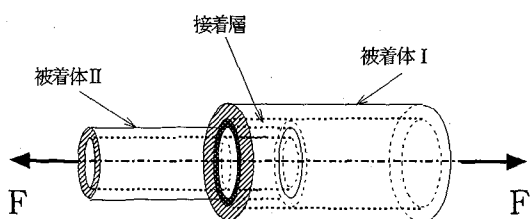


図-1 ラップ接着された円筒体

2. 問題の定式化と離散化

考察する解析モデルは、図-1に示すような軸方向に引張力Fを受けるラップ接着された円筒体であり、外側の被着体を被着体Iと名付けその弾性係数、ポアソン比、厚さをそれぞれ E_1 , ν_1 , t_1 と表し、同様に内側の被着体を被着体IIと名付け弾性係数等を E_2 , ν_2 , t_2 と表す。また、接着剤層の厚さ、接着剤層の長さおよび接着剤層の半径をそれぞれ η , l および r_0 で表す。

離散化手法には有限要素法を用いる。被着体の離散化には、軸対称荷重を受ける三次元弾性体の微小変形理論に基づく応力-ひずみ関係式に基づいた8節点アイソパラメトリック要素⁵⁾を採用する。

有限要素法による粘弾性構造解析は、多くの解法⁶⁾が提案されている。その中で、本論文で用いた解法は、山田・岩田ら⁷⁾による増分形の解法であり、一般化

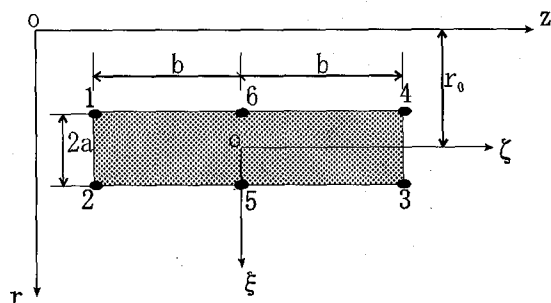


図-2 接着要素

Voigtモデルに適用されるクリープ・コンプライアンスを用いてクリープ積分法則から、増分形の応力-ひずみマトリックスを導くものである。

接着層の離散化にあたっては、既に著者ら⁴⁾が提案した、厚さ方向には分割をしないが、軸対称体の微小変形理論に基づくひずみ-変位関係式に合理的な近似を導入して、接着層の厚さを考慮した図-2に示す6節点有限要素に粘弾性の性質を加えて行う。

山田・岩田⁷⁾の解法によれば、要素内のひずみ増分 $\{\Delta\epsilon\}$ と節点変位増分 $\{\Delta\delta\}$ の関係が成立する。

$$\{\Delta\epsilon\} = [B]\{\Delta\delta\} \quad (1)$$

ここで、

$$\{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\epsilon_r \quad \Delta\epsilon_\theta \quad \Delta\epsilon_z \quad \Delta\gamma_{rz}\}^T \quad (2a)$$

$$= \left\{ \Delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad \Delta \left(\frac{u}{r} \right) \quad \Delta \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \Delta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right\}^T \quad (2b)$$

$$\{\Delta\delta\} = \{\Delta u_1 \quad \Delta w_1 \quad \Delta u_2 \quad \Delta w_2 \cdots \Delta u_6 \quad \Delta w_6\}^T \quad (3)$$

ただし、 u は半径方向（ ξ 方向）変位、 w は軸方向変位（ ζ 方向）を表す。なお、ひずみ-変位マトリックス $[B]$ の導出過程は、文献4)を参照されたい。

応力が微小時間の間で直線変化するものとすれば、偏差応力増分と偏差ひずみ増分、体積応力増分と体積ひずみ増分の関係式を求め、マトリックス表示すれば、次式となる（ただし、時刻 t の関数を示す添字 t は省略して示す）。

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\epsilon\} - \{\Delta\sigma_v\} \quad (4)$$

ここで、

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_r \quad \Delta\sigma_\theta \quad \Delta\sigma_z \quad \Delta\tau_{rz}\}^T \quad (5)$$

であり、応力-ひずみマトリックス $[D]$ は次式となる。

$$[D] = \begin{bmatrix} K_c + \frac{4}{3}G_c & & & \text{SYM.} \\ K_c - \frac{2}{3}G_c & K_c + \frac{4}{3}G_c & & \\ K_c - \frac{2}{3}G_c & K_c - \frac{2}{3}G_c & K_c + \frac{4}{3}G_c & \\ 0 & 0 & 0 & G_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし、 G_c と K_c はそれぞれ、偏差成分と体積積分のクリープ・コンプライアンス特性によって表される係数である。さらに $\{\Delta\sigma_v\}$ は粘弾性変形による見かけの応力ベクトルを表し、次式で与えられる。

$$\{\Delta\sigma_v\} = [H]\{\Delta\epsilon\} \quad (7)$$

ただし、

$$[H] = \begin{bmatrix} G_c & 0 & 0 & 0 & K_c/3 \\ 0 & G_c & 0 & 0 & K_c/3 \\ 0 & 0 & G_c & 0 & K_c/3 \\ 0 & 0 & 0 & G_c & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\epsilon_r \quad \Delta\epsilon_\theta \quad \Delta\epsilon_z \quad \Delta\epsilon_{rz} \quad \Delta\epsilon_B\}^T \quad (9)$$

であり、 $\{\Delta\epsilon\}$ の各成分は、偏差・体積応力増分と偏差・体積ひずみ成分の関係から得られるもので、文献7)を参照されたい。

剛性マトリックスは、式(1)を用いて、節点変位増分と節点反力増分 $\{\Delta f\}$ との間には次の関係が成立する。

$$\{\Delta f\} = [k]\{\Delta\delta\} - \{\Delta f_v\} \quad (10)$$

ここで、剛性マトリックス $[k]$ および粘弾性変形による見かける荷重（等価節点力） $\{\Delta f_v\}$ は次式で与えられる。

$$[k] = 4\pi a b r_0 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] d\zeta \quad (11)$$

$$\{\Delta f_v\} = 4\pi a b r_0 \int_{-1}^1 [B]^T [H] [\Delta\epsilon] d\zeta \quad (12)$$

最終的には、被着体の要素と接着層の要素の各方程式を重ね合わせて全体の方程式を作成し解けばよい。なお、式(11)と式(12)の積分は、Gaussの求積法を用いた。

3. 数値計算例

3.1 解析モデルと諸元

解析モデルは図-3に示すような軸方向引張力 F が内側の被着体に作用する場合であり、弾性解析の結果⁴⁾を基にして、解析領域は $L/l=5$ を用いることにする。その要素分割は接着剤層に対しては14要素、被着体に対しては192要素の合計206要素である（図-3がこの場合に対応する）。なお、接着層と被着体は、すべりは生じないものとした。

解析諸元は、円筒体の寸法に関しては、 $t_1/t_2=1$ 、 $1/t_1=10$ 、 $\eta/t_1=0.2$ とし、本計算で具体的に $t_1=1\text{mm}$ を用いた。

材料の性質については、接着剤層はエポキシ系の材料とし、粘弾性材料特性を示すせん断クリープ・コンプライアンス $D(t)$ と体積クリープ・コンプライアンス $B(t)$ ⁸⁾には次のような関係式を用いた（図-4）。

$$D(t) = D_0 + \frac{t}{\eta_D} + D_1 \left(1 - e^{-t/T_D} \right) \quad (13)$$

$$B(t) = B_0 + \frac{t}{\eta_B} + B_1 \left(1 - e^{-t/T_B} \right) \quad (14)$$

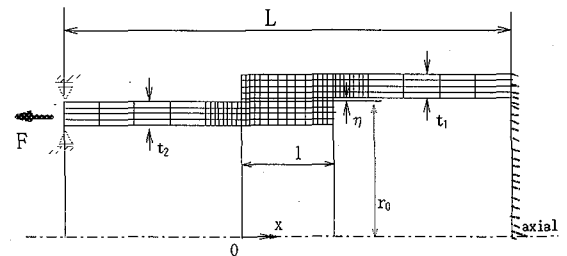


図-3 解析モデルと要素分割

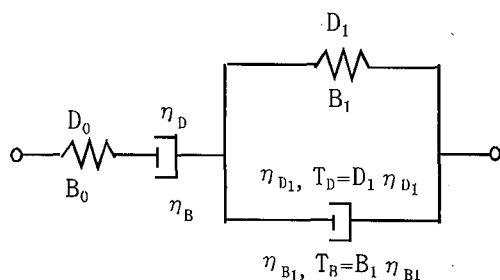


図-4 4要素粘弾性体モデル

ただし, $D_0 = 7.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{MN}$,
 $D_1 = 1.33 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{MN}$,
 $\eta_D = 1.0 \times 10^6 \text{ MN} \cdot \text{sec.} / \text{m}^2$, $T_D = 13.3 \text{ sec.}$,
 $\eta_{D1} = 1.0 \times 10^5 \text{ MN} \cdot \text{sec.} / \text{m}^2$,
 $B_0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{MN}$,

$$B_1 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{MN},$$

$$\eta_B = 1.0 \times 10^7 \text{ MN} \cdot \text{sec.} / \text{m}^2, \quad T_B = 10.0 \text{ sec.},$$

$$\eta_{B1} = 4.0 \times 10^5 \text{ MN} \cdot \text{sec.} / \text{m}^2.$$

である。

接着体はアルミニウム（弾性係数：70600MNm⁻²，ポアソン比：0.3）と鉄（弾性係数：206000MNm⁻²，ポアソン比：0.3）とし，種々の組み合わせに対して数値解析を行った。また，円筒体の相対厚さを $R(=t_1/2r_0)$ で表し， $R=0.01$ と 0.1 の2つの場合について解析した。

3.2 解析結果

以下に示す結果の全ては，接着剤層内部の応力のうち，垂直応力 σ_r およびせん断応力 τ_{zr} を平均せん断応力 $\tau_m = F / (2\pi r_0 l)$ で無次元化して，それぞれ $N(=\sigma_r / \tau_m)$ および $T(=\tau_{zr} / \tau_m)$ で表示する。また，本論文では時間刻み幅 $\Delta t = 120 \text{ sec.}$ のステップでそれぞれの解析を行

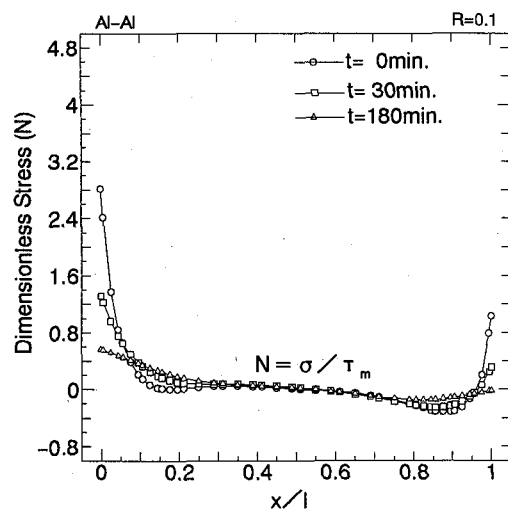
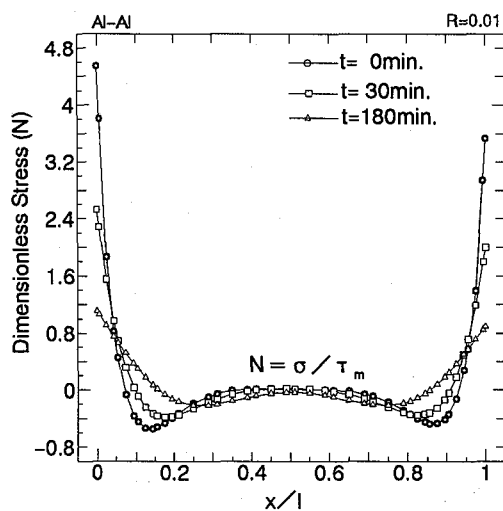
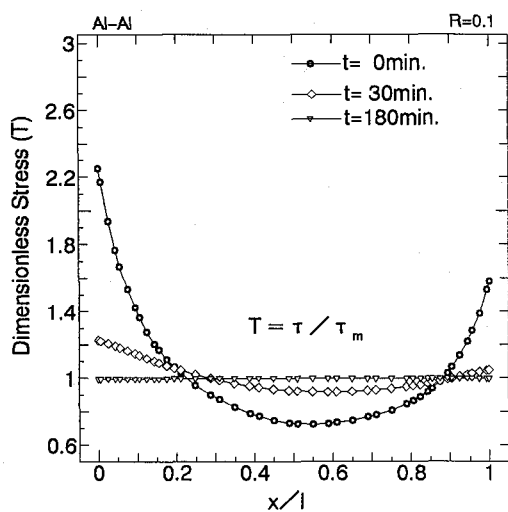
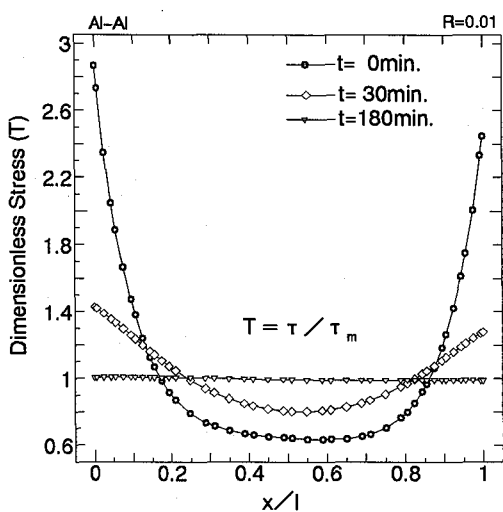


図-5 同種材料の接着層の応力分布特性
 [Al-Al, $R=0.01$]

図-6 同種材料の接着層の応力分布特性
 [Al-Al, $R=0.1$]

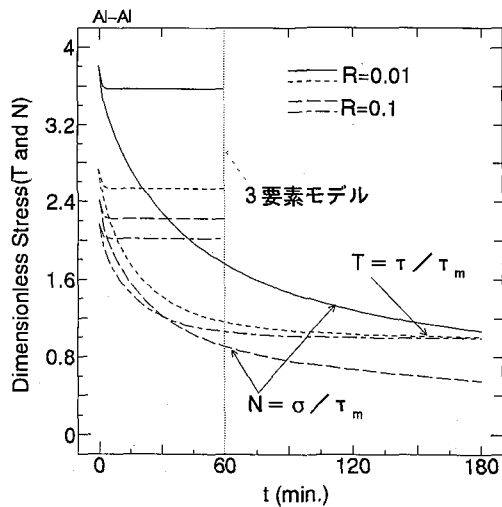


図-7 最大せん断応力と垂直応力の経時変化
(Al-Al)

い、時刻 $t=0\text{min.}$ (弾性状態), 30min. , 180min. について応力 T と応力 N の分布を示す。

(1) 被着体が同種材料[アルミニウム(Al)] (Al-Al) の場合

図-5および図-6にそれぞれ、 $R=0.01$ および $R=0.1$ の場合の接着剤層内部の応力 (T と N) を示す。図の横軸は無次元化された接着剤層の座標であり、 $x/l=0.0$ は荷重作用側、 $x/l=1.0$ は固定端側である (図-3に参照)。これらの図によれば、①応力 N は R によらず、接着剤層両端で大きな値をとり、時間とともに減衰し、粘弾性の影響を相当受ける。しかし接着剤層中央部では時間変化をあまり受けない。②応力 T は応力 N と同様、 R によらず接着剤層両端で最大値をとるが、粘弾性の影響は接着剤層の全領域に及ぶ。なお、時間の経過とともに $T=1$ に近づいている。

図-7に $x/l=0.0$ 端部における最大応力の時間履歴を示す。 $t=180\text{min.}$ まで示している結果は4要素粘弾性体

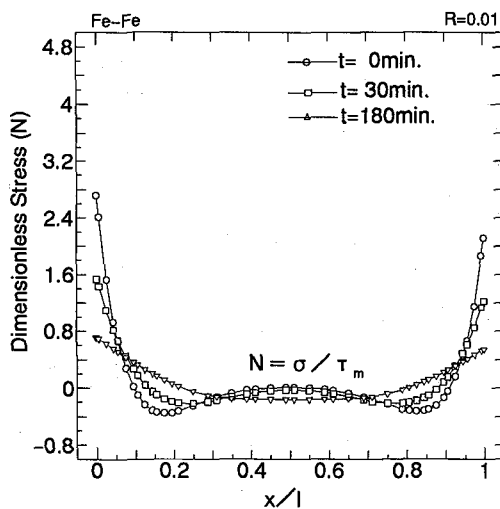
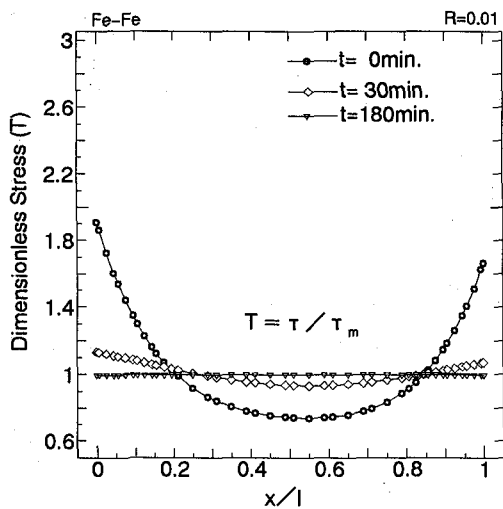


図-8 同種材料の接着層の応力分布特性
[Fe-Fe, $R=0.01$]

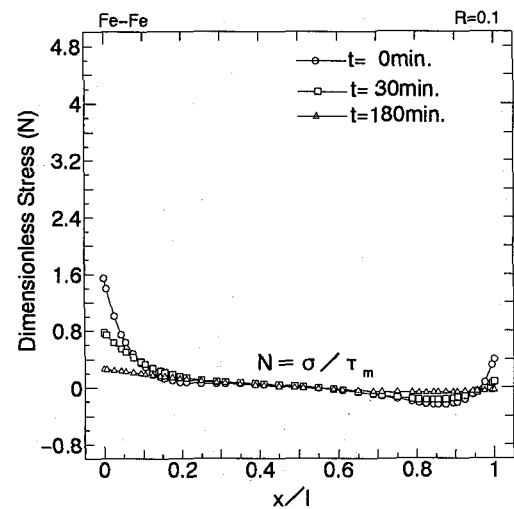
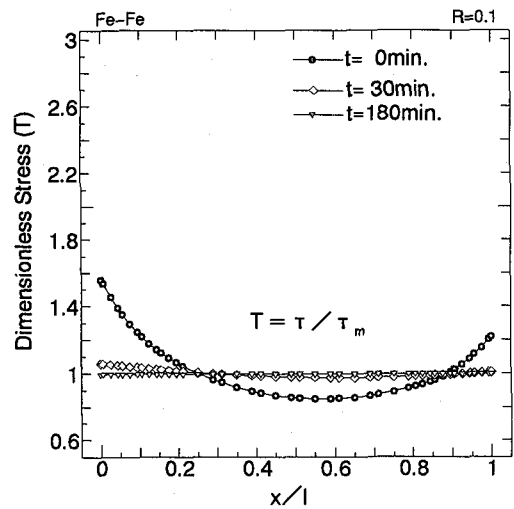


図-9 同種材料の接着層の応力分布特性
[Fe-Fe, $R=0.1$]

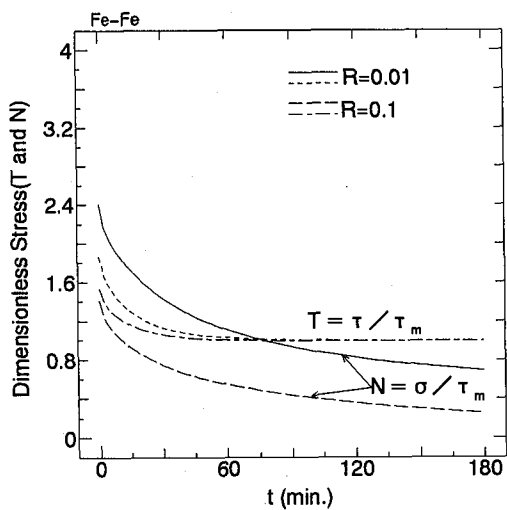


図-10 最大せん断応力と垂直応力の経時変化
(Fe-Fe)

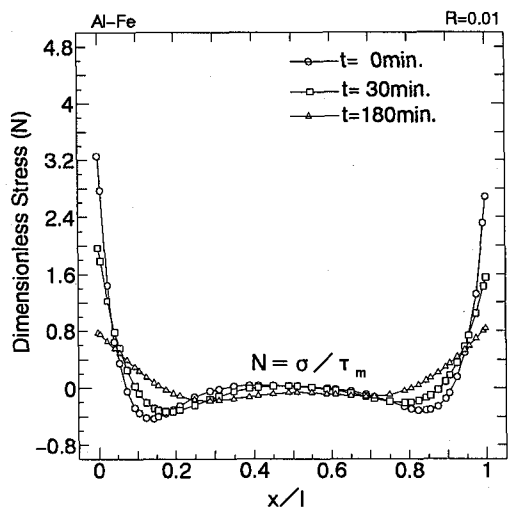
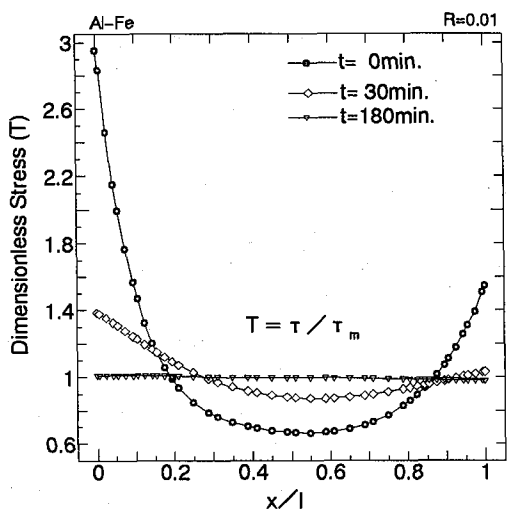


図-11 異種材料の接着層の応力分布特性
[Al-Fe, R=0.01]

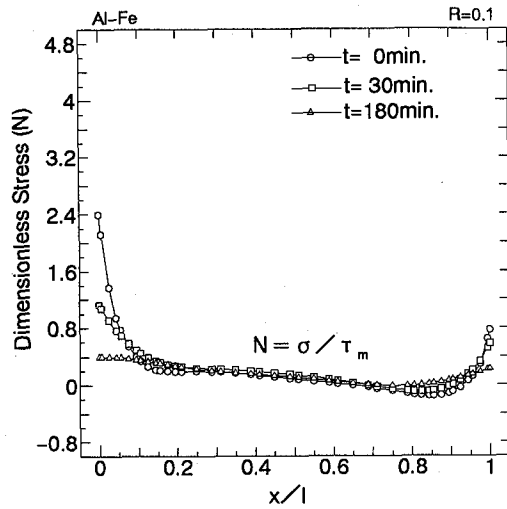
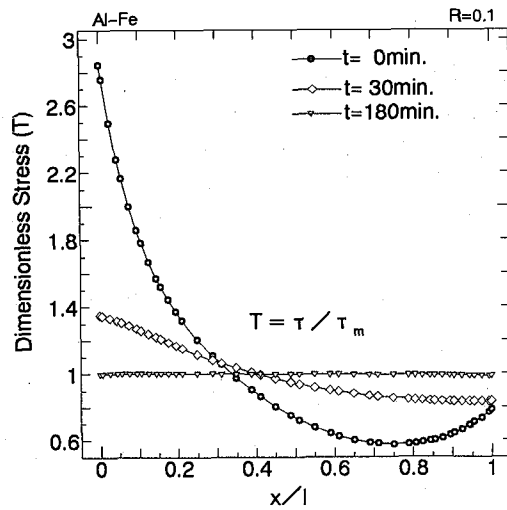


図-12 異種材料の接着層の応力分布特性
[Al-Fe, R=0.1]

モデルを用いた場合であり、 $t=60\text{min.}$ まで示している結果はダッシュポット定数 η_D と η_B を無限大とした3要素モデルによる場合である。これらの結果を比較すると、応力の減衰は、 η_D と η_B 値の大きさに大きく依存し、3要素モデルの解はほぼ瞬時に一定値をとっている。

また、図-7に $t=180\text{min.}$ までの結果を分析すると、応力 N と T は時間の経過とともに減衰し、その程度は応力 T よりも応力 N の方が大きい。また、応力 N は弾性状態と同じく R が小さいほど大きな値となり、応力 T は時間がたつと R によらずほぼ同一値に収束する。

(2) 被着体が同種材料[鉄(Fe)] (Fe-Fe) の場合

Al-Alの場合と同様に、結果を図-8、図-9、図-10に示す。これらの図によれば、①アルミニウムによる同種材料の結果より、両端での応力(N と T)最大値は小さい、応力の減衰も緩やかであり、応力 T の収束は鉄の方が速い。②弾性状態と同様、被着体の弾性係数が大きくなると、 R の応力最大値に対する影響は少なくなる傾向がある。

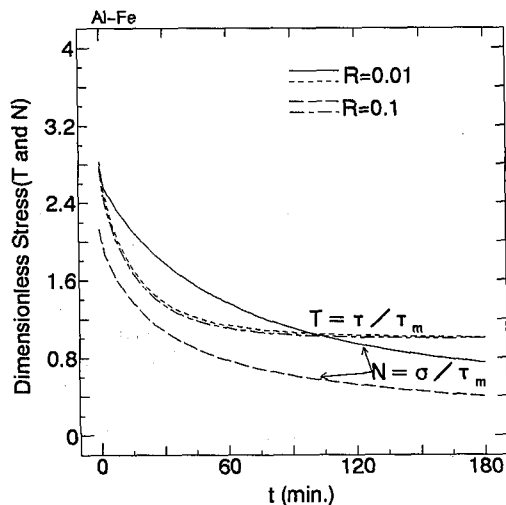


図-1 3 最大せん断応力と垂直応力の経時変化
[Al-Fe]

(3) 被着体が異種材料 (Al-Fe) の場合

被着体 I (外側) には鉄, 被着体 II (内側) にはアルミニウム, 接着剤には同種材料と同様のエポキシ系材料を用いた場合の解析結果を図-1 1 ~ 図-1 3 に示す。これらの図により, ①応力分布は非対称になり, 厚い円筒体 (R が大きい場合に相当する) の場合に顕著である。②応力 T は R によらずほぼ同じ値で時間とともに減衰する。

4. まとめ

本研究は, 接着剤層の粘弾性を考慮したラップ接着された円筒体の接着剤層の応力分布について, 4 要素粘弾性体モデルを採用して数値解析を行い, 接着剤層の応力分布の時間に対する変化および応力の減衰傾向を明らかにした。本研究を要約すると, 以下となる。

(1) エポキシ系の接着剤材料を一例として, 被着体に

は 8 節点アイソパラメトリック要素と 6 節点接着要素を用いた有限要素法により, 接着剤層の応力分布を明確化した。

(2) 応力の減衰は, 被着体の剛性の大きさに大きく依存し, それは被着体の剛性が大きいほど小さい。

(3) 垂直応力 N の減衰は, せん断応力 T のそれより大きい。

本研究では静的な荷重で接着剤層の応力分布を解析したが, 今後は, 材料の温度依存性及び粘弾性を考慮した動的な解析を実施したい。

参考文献

- 1) Lubkin, J. L. and Reissner, E. : Stress distribution and design data for adhesive lap joints between circular tubes, J. Appl. Mech., Trans. ASME. 78, PP. 1213-1221, 1956.
- 2) Adams, R. D. and Peppiatt, N. A. : Stress analysis of adhesive bonded tubular lap joints, J. Adhes., Vol. 9, pp. 1-18, 1977.
- 3) Shi, Y. P. and Cheng, S. : Analysis of adhesive-bonded cylindrical lap joints subjected to axial load, ASCE, Vol. 119, No. 3, pp. 584-602, 1993.
- 4) 三上隆, 李海濱, 佐伯昇, 芳村仁 : 有限要素法による接着円筒体の接着層の応力解析, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 73-78, 1995.
- 5) 鷲津久一郎他共編 : 有限要素法ハンドブック, 基礎編, 培風館, 1981.
- 6) 成岡昌夫, 中村恒善共編 : 骨組構造解析法要覧.
- 7) 山田嘉昭, 岩田耕司 : Finite element analysis of thermo-viscoelastic problems, 生産研究, Vol. 24, No. 4 pp. 165-170, 1972.
- 8) 能野謙介, 永弘太郎 : 接着剤のクリープが単純重ね継手の応力分布に与える影響, 日本接着協会誌, Vol. 16, No. 2 pp. 49-59, 1980.

(1995年9月18日受付)