

多室箱桁を主桁とする鋼斜張橋の有限要素法によるシヤラグ解析

Shear-lag analysis of multi-cellular box girders in cable-stayed bridges by FEM

長井正嗣*, 奥井義昭**, 中山康士***, 赤尾圭二****

By Masatsugu NAGAI, Yoshiaki OKUI, Yasushi NAKAYAMA and Keiji AKAO

* 工博 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系 (〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)

** 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338 浦和市下大久保 255)

*** 工修 (株)長大 構造システム部 (〒305 つくば市春日 3-22-6)

**** (株)栗本鐵工所 橋梁設計部 (〒105 港区新橋 4-1-9)

This paper proposes an efficient finite element analysis for obtaining the flexural normal stress including shear-lag phenomena in multi-cellular box girders in cable-stayed bridges. The axial and bending deformation produced in the girder are separated and dealt with independently, hence only the bending moment of the girder is considered. The truss members are arranged along the outermost webs of the box finite element, which bear the horizontal component of the tension in cables. These elements are connected through inclined cable elements. A comparison of the statically indeterminate forces and shear-lag stress with those obtained by frame model analysis and analytical procedure is carried out, then the validity of the proposed method is presented.

Key word : cable-stayed bridges, multi-cellular box girders, shear-lag, FEM

1. まえがき

斜張橋の設計にあたり、主桁に生じるせん断遅れ (Shear-lag) の影響が考慮される。一般に、支間が短い斜張橋では、主桁の軸力、曲げモーメントによる垂直応力は小さく、主桁断面は道路橋示方書¹⁾「以後、道示と呼ぶ」や便覧²⁾で規定する最小板厚でもって構成可能となる³⁾。しかしながら、支間が長くなるにつれて発生応力は大きくなり、勿論使用する材質に応じてではあるが、主桁の板厚が応力で決定されることになる⁴⁾。したがって、斜張橋が益々長大化する状況のなかで、ここで扱うシヤラグを含む主桁応力の正確な評価が極めて重要となる。

さて、せん断遅れ現象による応力集中の評価法としては道示に準じて有効幅の概念を用いる方法、小松ら⁵⁾の直接シヤラグ解析を行う方法、また中井らの設計公式⁷⁾が用いられている。有効幅を計算する際、“けた橋”では等価支間長を用いることができる。等価支間長と桁幅 (腹板間隔) の比を用い、また曲げモーメントの分布形状に応じて有効幅が定義できる。しかし、斜張橋では曲げモーメントの分布が“けた橋”のそれとは異なり多少複雑となって、“けた橋”で用いていた手法が直接適用できなくなる。そのため、着目位置の影響線の同一符号内に活荷重を作用させて、得られたモーメント分布から等価支間長を定義し、その分布形状 (三角形かま

たは放物線分布か) を判断して有効幅を決定するか、または、有効幅の概念を必要としない、先に説明した小松らの解析的方法やその拡張法が用いられている。

フランジのシヤラグによる変位モードに2次関数を導入した単一箱桁の基礎方程式は小松⁹⁾によって誘導されている。この方法ではシヤラグを直接計算することから、有効幅の概念を用いる必要のないことを説明した。小松らは、前述の通りこの解法を斜張橋にも適用しているが、一旦斜張橋の骨組みモデル (はり理論) での解析を行い、ケーブル張力 (鉛直成分) を集中力として扱い、外荷重とケーブル集中荷重が作用する桁についてシヤラグ解析を行うことになる。斜張橋の主桁に多用される多室箱断面については、小松の単一箱桁用の理論や手法を拡張した設計法が中井ら⁷⁾によって提案されている。しかしながら、多室桁を一旦並列桁に置換して曲げモーメント分配を求め、また単室桁に分解して単室桁のシヤラグを評価し、更に、多室桁特有の外腹板上で応力が大きくなるシヤラグ現象はケースバイケースで別途FEMまたはFSM (有限帯板法) 解析により決定することになって煩雑である。

以上のように、これまでの手法では一旦骨組モデルの解析が必要であること、また多室桁については別途FEMやFSM解析が必要となる。そうであれば最初から数値解析的手法で直接シヤラグ応力が計算できれば効率的

と考えられる。そのため、荷重条件が与えられれば、多室箱桁をもつ斜張橋主桁の曲げによるシヤラグ解析が簡単に行えるFEM解析手法を提案する。

本研究では、桁に導入される軸力成分を分離し、曲げによるシヤラグ応力を求めるための有限要素法を提案する。このとき、シヤラグの変位モード形として2次または4次の関数を仮定して、シヤラグを評価する。斜張橋の解析にあたり、箱桁の外腹板に沿って新たに設けた軸力（トラス）部材でケーブル張力の水平成分を受けもたせ軸力成分を分離した解析法であること、また、桁の断面2次モーメントの評価にあたり、フランジに偏心して取り付く縦リブの影響をより正確に考慮できる点に特長がある。

さて、主桁の設計ではケーブル張力の水平成分による応力集中を考慮する必要がある。応力分布は複雑でしかもケーブル定着構造や取付け位置によっても分布形や値が変化することが知られている。この応力集中を評価するためには、細かく要素分割したFEM解析を行う必要があり（場合によっては簡易式¹⁰を利用する）、1次や2次関数といった比較的簡単な変位モード形の仮定でもって定着先端の応力集中や集中力の分散性状を評価するのは困難となる。そこで、この応力集中は別途考慮するという立場で曲げによるシヤラグに着目した解析法を提案した。このように軸力と曲げモーメントによる応力集中を分離して評価する対応は実務設計でも採用されている。

2. 基礎理論

箱桁を構成する板要素の剛性マトリックスの誘導、軸力を分離するためのトラス要素の導入については、既に文献11)の合成 π 形断面をもつ斜張橋の検討で説明している。そこで、本文では多室箱桁の構成や縦リブのとり扱いを中心に説明する。

2.1 仮定

ここでは3室の1軸対称矩形箱断面桁を対象に解析手順を説明する。

理論上の仮定として以下の仮定を設ける。

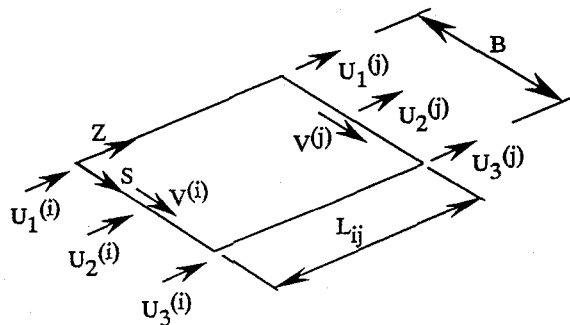


図-1 フランジ有限要素

①. 主桁の曲げ変形を考慮することから、主桁を構成する薄板の曲げの影響は無視する¹²⁾。

②. 板の面内ひずみのうち、橋軸直角方向のひずみ(ϵ_y)を無視する。またポアソン比(ν)は無視する¹²⁾。

③. ケーブルは桁の重心位置に取り付ける。

2.2 主桁の剛性マトリックス

箱桁を構成するフランジ要素と腹板要素の自由度を図-1, 2に示す。これらの板要素の剛性マトリックスを重ね合わせて箱桁の剛性マトリックスを作成する。本文では変位の一階微分の項（ひずみに対応）を未知数とし3次関数の変位関数を用いる。板厚変化を対象とする場合は変位の微分項を未知数としない変位関数（1次関数）を用いる必要があるが、その対応は容易であり、本文の基本的な考え方が変わるものではない。

2.2.1 フランジおよび腹板要素

フランジの z 方向（橋軸方向）の変位を $u(z,s)$ 、 s 方向（橋軸直角方向）の変位を $v(z,s)$ とおく。変位関数を $f_k(s)$ ($k=1\sim3$)、 $g_k(z)$ ($k=1\sim4$)とおくと、要素内の変位は節点変位を用いて次のように表わせる（図-1参照）。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 g_1 & f_2 g_1 & f_3 g_1 & 0 & f_1 g_3 & f_2 g_3 & f_3 g_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_1 & 0 & 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 g_2 & f_2 g_2 & f_3 g_2 & 0 & f_1 g_4 & f_2 g_4 & f_3 g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_2 & 0 & 0 & 0 & g_4 \end{Bmatrix} \{D_F\} \quad (1)$$

ここで、

$$f_1(s) = 1 - s/B$$

$$f_2(s) = 4(s/B) - 4(s/B)^2 \quad (\text{or}) \quad 1 - 16(s/B - 1/2)^4$$

$$f_3(s) = s/B$$

$$g_1(z) = 1 - 3(z/L_{ij})^2 + 2(z/L_{ij})^3$$

$$g_2(z) = z - 2z^2/L_{ij} + z^3/L_{ij}^2$$

$$g_3(z) = 3(z/L_{ij})^2 - 2(z/L_{ij})^3$$

$$g_4(z) = -z^2/L_{ij} + z^3/L_{ij}^2$$

$$\{D_F\} = \{U_1^{(i)}, U_2^{(i)}, U_3^{(i)}, V^{(i)}, U_1^{(j)}, U_2^{(j)}, U_3^{(j)}, V^{(j)}\}$$

$$U_1^{(i)}, U_2^{(i)}, U_3^{(i)}, V^{(i)}, U_1^{(j)}, U_2^{(j)}, U_3^{(j)}, V^{(j)}\}^T$$

である。ここで、 B はフランジ幅、 L_{ij} は要素長である。変位関数 $f_2(s)$ としては2および4次の関数を用意して任意に選択できるものとする。

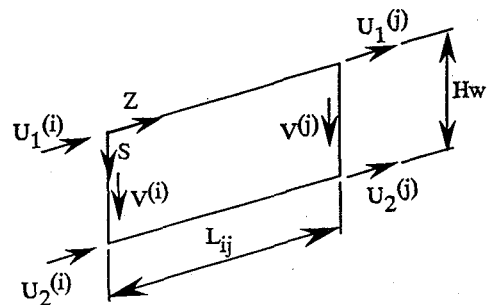


図-2 腹板有限要素

ひずみ $\{\varepsilon\}$ は、

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \gamma_{zs} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u' \\ u+v' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 g'_1 & f_2 g'_1 & f_3 g'_1 & 0 \\ f_1 g_1 & f_2 g_1 & f_3 g_1 & g'_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 g'_3 & f_2 g'_3 & f_3 g'_3 & 0 \\ f_1 g_3 & f_2 g_3 & f_3 g_3 & g_3' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 g'_4 & f_2 g'_4 & f_3 g'_4 & 0 \\ f_1 g_4 & f_2 g_4 & f_3 g_4 & g_4' \end{Bmatrix} \{D_F\} \quad (2)$$

となる。ここで、 $()$ は座標 z に関する微分、 $()$ は座標 s に関する微分である。

式 (2) を、

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} N_z \\ N_{zs} \end{bmatrix} \{D_F\} \quad (3)$$

とおくと、フランジの剛性マトリックスは、

$$[K_F] = \int_V \begin{bmatrix} N_z & N_{zs} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_z \\ N_{zs} \end{bmatrix} dv \quad (4)$$

と与えられる。ここで、 $[]^T$ は転置マトリックス、 E はヤング係数、 G はせん断弾性係数、 $\int dv$ は体積積分である。

2. 2. 2 腹板要素

腹板要素の剛性マトリックスも基本的に同じ手順で作成する。腹板内の橋軸方向の変位分布は直線分布を仮定するため、関数 $f(s)$ が異なり、

$$\begin{aligned} f_1(s) &= 1 - s/H_w \\ f_2(s) &= s/H_w \end{aligned} \quad (5)$$

を用いることになる (図-2 参照)。ここで、 H_w は腹

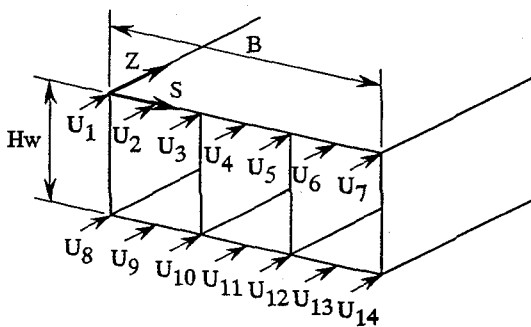


図-3 3室箱断面の自由度

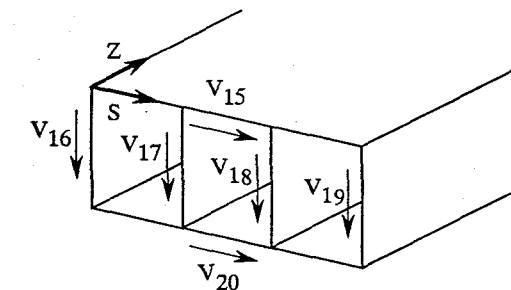


図-4 縦リブの変位

板の幅である。

2. 2. 3 3室箱桁の剛性マトリックスと縦リブの取り扱い

図-3に3室箱桁の自由度番号を示す。2. 2. 1, 2. 2. 2で説明したフランジ要素と腹板要素の剛性マトリックスを集成して3室箱桁の剛性マトリックスを作成する。

次に縦リブの取り扱いを説明する。縦リブはトラス要素でモデル化する。図-4に示すように、縦リブ重心位置の変位は上、下フランジの変位を線形補間して定義する。この変位を用いて剛性マトリックスを作成して重ね合わせる。このような処理によって、リブ自身の重心軸回りの断面2次モーメントは考慮できないが (一般にこの影響は極めて小さい) 桁の断面2次モーメントはより正確に評価できる。

2. 2. 4 支点および中間のダイアフラム

本計算では各箱 (セル) にダイアフラムを配置するが、ダイアフラムはすべて X 形の対傾構とし軸力要素でモデル化する。箱の4隅で得られる合計8個の自由度は、図-5に示す箱断面の横方向自由度4個に変換される。

2. 3 塔とケーブルの剛性マトリックス

塔の設計では一般に曲げによるシヤーラグを考慮しないことから、通常のはりの剛性マトリックス (1 節点当たり 6 自由度) を用い全体座標系に座標変換する。また、ケーブルは軸力要素の剛性マトリックス (1 節点当たり 1 自由度) を用い座標変換する。

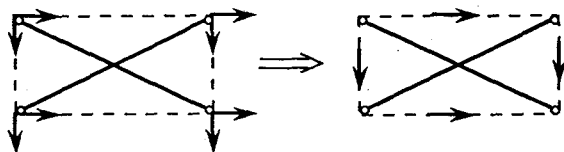


図-5 トラス部材の自由度の変換

2. 4 桁とケーブルの取付け方法

図-6に示すように、箱断面桁の両側の腹板位置にトラス部材（軸力部材で部材断面積は箱桁断面積の半分とする）を新たに導入し、ケーブル張力の水平成分を受けもたせる。つまり、新たに自由度を2個追加し、箱断面内の自由度番号を図-7に示すように変更する。このとき、2.2で説明したフランジと腹板要素の剛性マトリックスは対応する自由度の行と列にたしこめばよい。また、箱桁の剛性マトリックスのうち、箱要素と軸力部材の連成項に関する要素は0で、互いに独立に扱われる。

図-6を参照して、ケーブルの剛性マトリックスの桁軸方向の自由度を棒要素に、鉛直方向の自由度を桁腹板

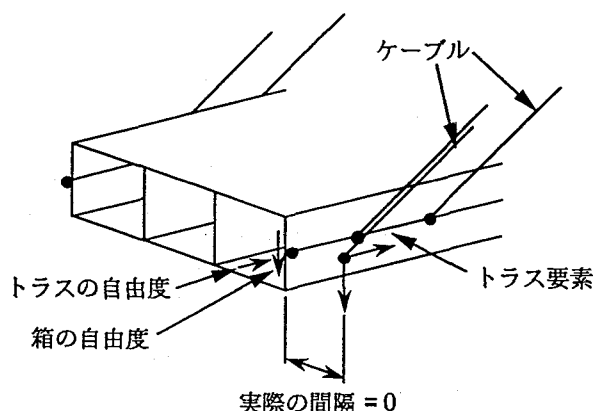


図-6 トラス要素の配置とケーブル自由度との対応

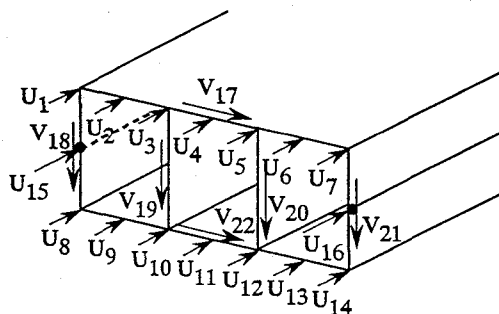


図-7 トラス要素を含む3室箱桁の自由度

の自由度に対応させる。これより、ケーブル張力の水平軸方向の自由度を棒要素に、鉛直方向の自由度を桁腹板の自由度に対応させる。これより、ケーブル張力の水平分力を新たに設けたトラス要素に受けもたせることができる。また、桁の軸方向の伸縮に伴うケーブルの伸縮によって桁や塔に生じる変位が考慮できる。なお、図中では、ケーブルの自由度を示すためにケーブルを腹板と離して表示しているが、実際にはケーブルは腹板位置にある。

A形塔を用いる場合、図-8に示すようにケーブル張力の橋軸直角方向の成分（全体座標系）が生じる。図に示すように、腹板内の変位を直線分布とみなして、

$$u_G = (1 - H_G/H_W)V_{17} + (H_G/H_W)V_{22} \quad (6)$$

なる関係を利用して箱桁の自由度に変換する。つまり、ケーブル張力の橋軸直角方向分力を上、下フランジに分担させる。なお、本手法では $\varepsilon_s = 0$ なる仮定を設けているため、箱断面の橋軸直角方向面内の軸及び曲げ変形は生じないことになる。

図-9に今回の斜張橋モデルの概要を示す。

3. 数値計算例

3. 1 本手法の妥当性

本手法の妥当性、とくに軸力（トラス）要素を追加して曲げと軸力成分を分離する手法の妥当性を検討するた

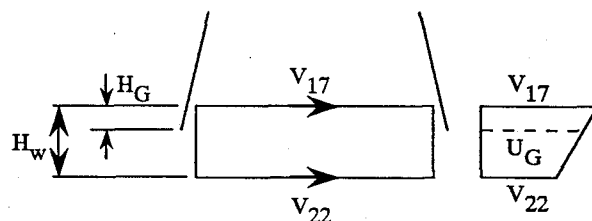


図-8 ケーブル張力の水平成分の取扱い

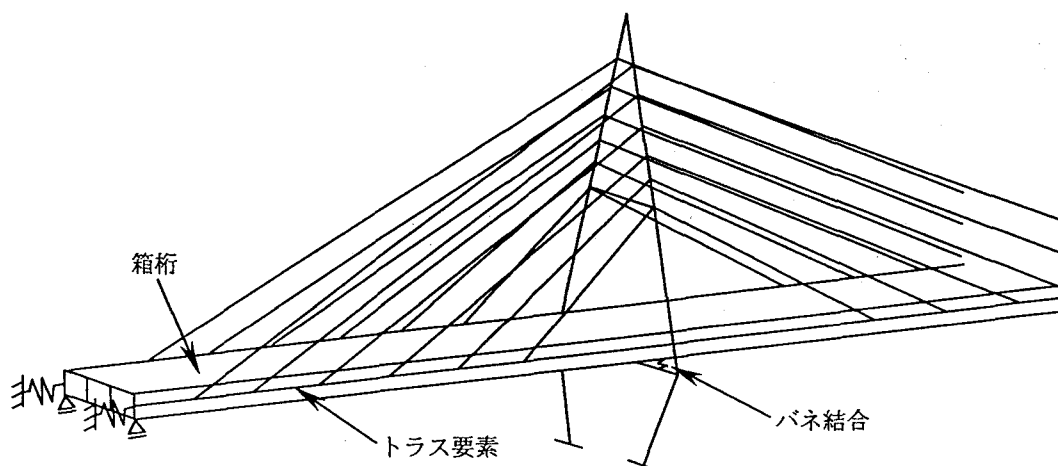


図-9 本手法による斜張橋のモデル化

め、図-10に示す3径間連続斜張橋を用い、本手法による結果とはり理論に基づく平面骨組解析の結果を比較する。計算モデルにおいて塔形状をH形としているのは、平面骨組モデルの計算結果と比較を行うことから、ケーブルを橋軸直角方向に傾斜させないためである。本手法は主桁フランジのシヤラグを含む板のせん断変形を考慮している点のはり理論と異なる。モデルには比較的腹板間隔の狭い箱桁を選び計算を行う。そのため、全体の変形挙動は両者で比較的近いと考えられる。

荷重載荷は図-11に示す中央径間満載と両側径間満載の2ケースとする。前者を荷重ケース1、後者を荷重ケース2と呼ぶ。

計算結果について説明する。図-12に塔、桁の変位を示す。両者で良い一致を示すことがわかる。

表-1に(内的)不静定力であるケーブル張力の比較結果を示す。これより、本手法と骨組モデルによる張力は良い一致を示していることがわかる。

図-13、14に、桁内の4箇所の着目点での上フランジ垂直応力の比較結果を示す。図中、曲線が本法による結果でシヤラグモードに放物線を仮定した結果である。

また、横直線が骨組モデルの結果である。これより、

1) . シヤラグ現象が見られる着目点では、はり理論による応力が本法の最大、最小応力の中間にある。

2) . シヤラグ現象が見られない着目点では、両者良い一致を示している。(直線が1つで表示されている場合、両者の値はほぼ等しい)。

がわかる。

3室箱桁のシヤラグ応力を解析的に求めるのは困難な

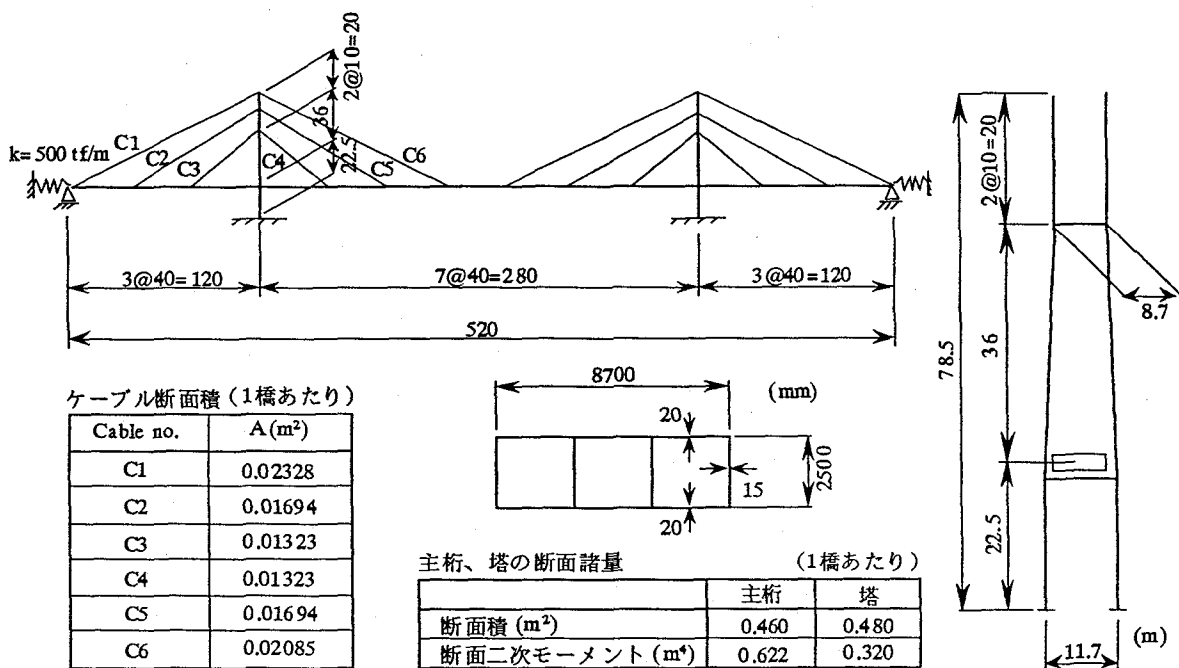


図-10 計算モデル (3径間連続斜張橋)

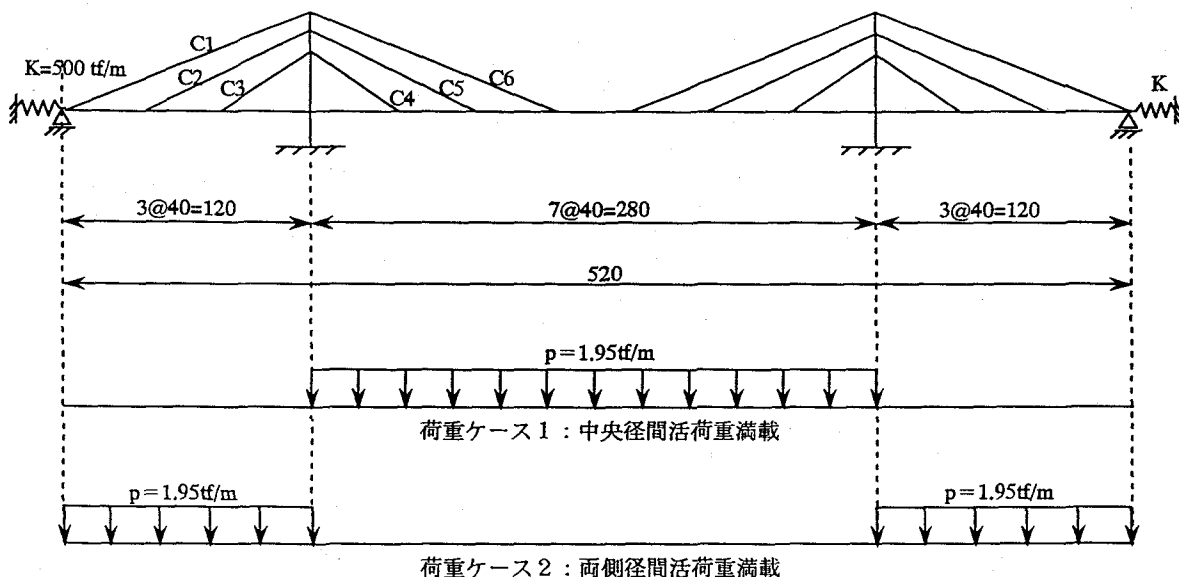


図-11 荷重載荷

ため、厳密な意味での比較が困難となる。そこで、図-10に示した3室箱桁の内腹板2枚を取り去り、1室箱桁としてシヤラグ解析を行い、解析的方法による応力と比較した結果を図-15、16に示す。これより、両者は良い一致を示していると言える。なお、本手法ではポ

アソン比を無視している。ポアソン比の影響を考慮すると、本計算例では最大7 kgf/cm² 程度の差が生じることを付記する。

この他に、2径間斜張橋を対象に、桁両端で橋軸方向に集中荷重を作用させ（桁に圧縮軸力が生じるような載

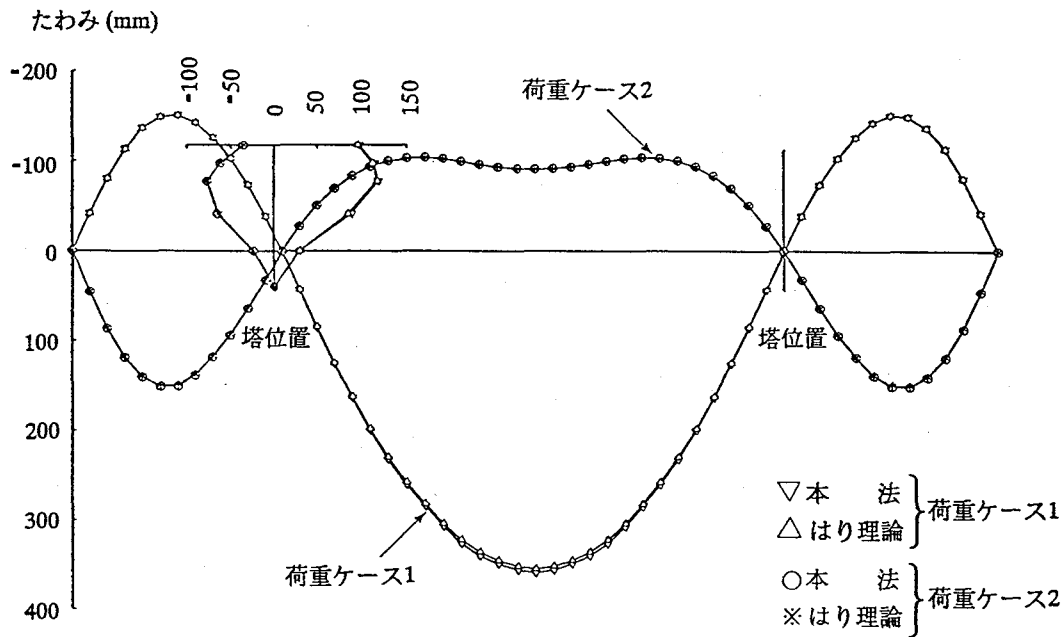


図-12 主桁、塔の変位の比較

表-1 ケーブル張力の比較

		(tf)					
荷重ケース1 中央径間載荷	Cable no.	C1	C2	C3	C4	C5	C6
	本法	281.0	91.7	-4.6	98.9	158.5	180.6
	はり理論	280.2	92.7	-4.8	98.7	158.6	180.9
荷重ケース2 両側径間載荷	Cable no.	C1	C2	C3	C4	C5	C6
	本法	-113.8	61.5	106.3	5.5	7.3	-21.7
	はり理論	-113.4	60.8	106.2	5.1	7.3	-21.7

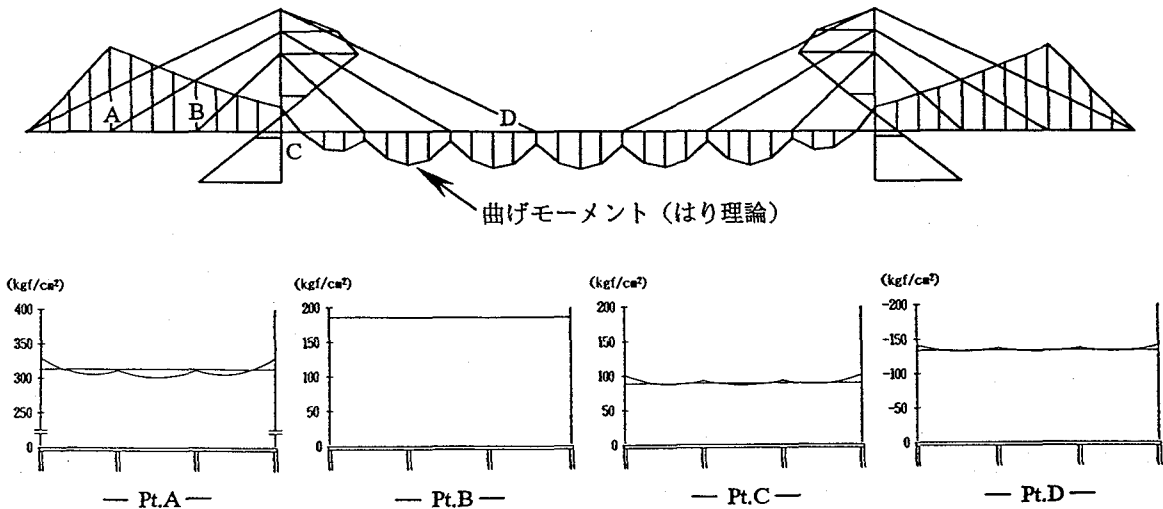


図-13 上フランジの垂直応力（荷重ケース1）

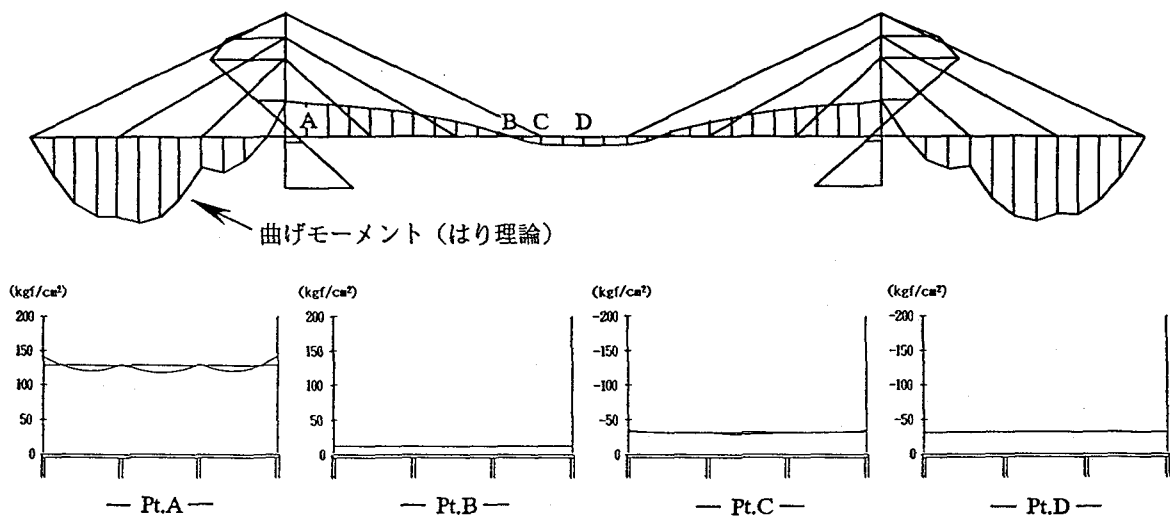


図 - 14 上フランジの垂直応力 (荷重ケース2)

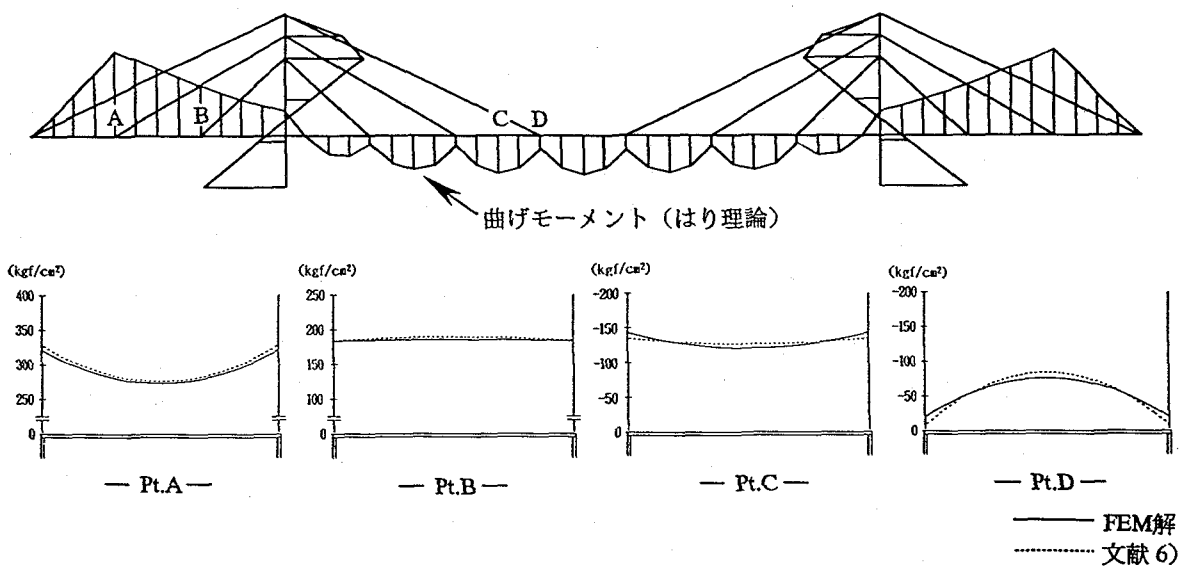


図 - 15 上フランジの垂直応力の解析的手法との比較 (荷重ケース1)

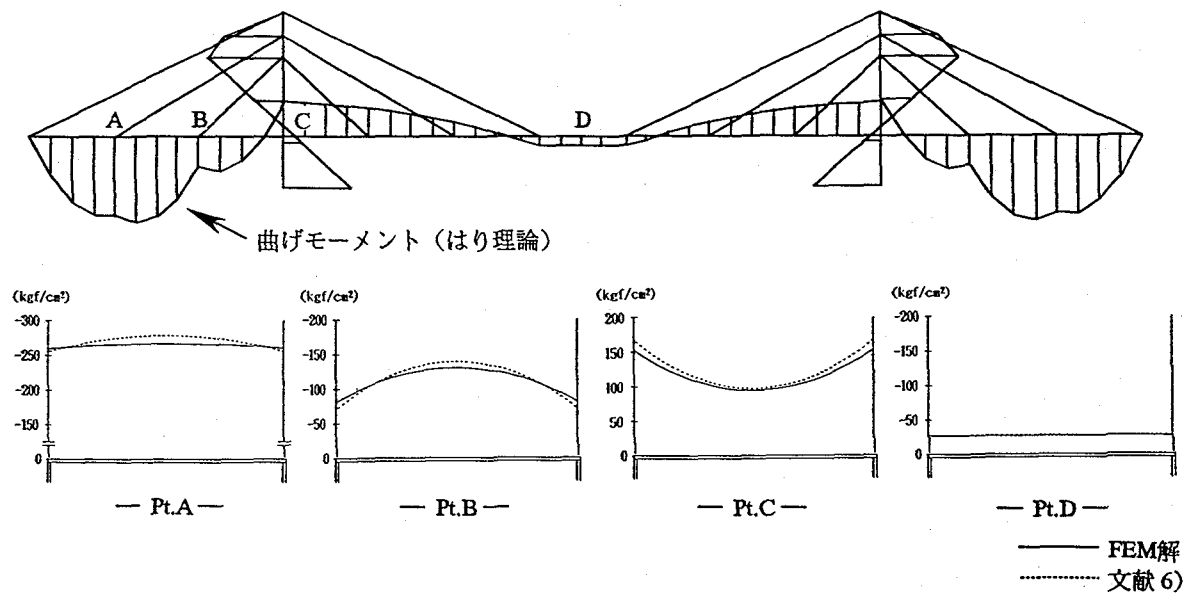


図 - 16 上フランジの垂直応力の解析的手法との比較 (荷重ケース2)

荷)，桁の圧縮変形に伴いケーブル張力が変化して斜張橋に曲げ変形が生じるケースについて検討を行っている。この場合も塔、桁の変位やケーブル張力について、本法と骨組モデルの結果が良い一致を示すことを確認している¹³⁾。

以上より、変位や不静定力について、本手法の結果は骨組モデルの結果と良い一致を示すこと、また、1室箱桁での比較ではあるが、シヤラグ応力が解析的手法による応力と良い一致を示すことから、本手法の妥当性が確認できたと考える。

3. 2 長大斜張橋のシヤラグ解析

図-17 18に示す中央径間 400m, 890m の長大斜張橋に本手法を適用し、シヤラグ解析を行った結果を紹介する。あわせ、有効幅を用いて計算した応力と比較する。有効幅を用いる応力評価の手順は1。まえがきで説明した通りである。なお、モーメントの分布形状が放物線か三角形分布か判断しづらい場合、両方の値を計算した。図中、横実線が放物線分布、横破線が三角形分布を仮定した場合の値である。等分布荷重、集中荷重は両モデルともそれぞれ 3.92 tf/m, 65.3 tf である。また、ケーブ

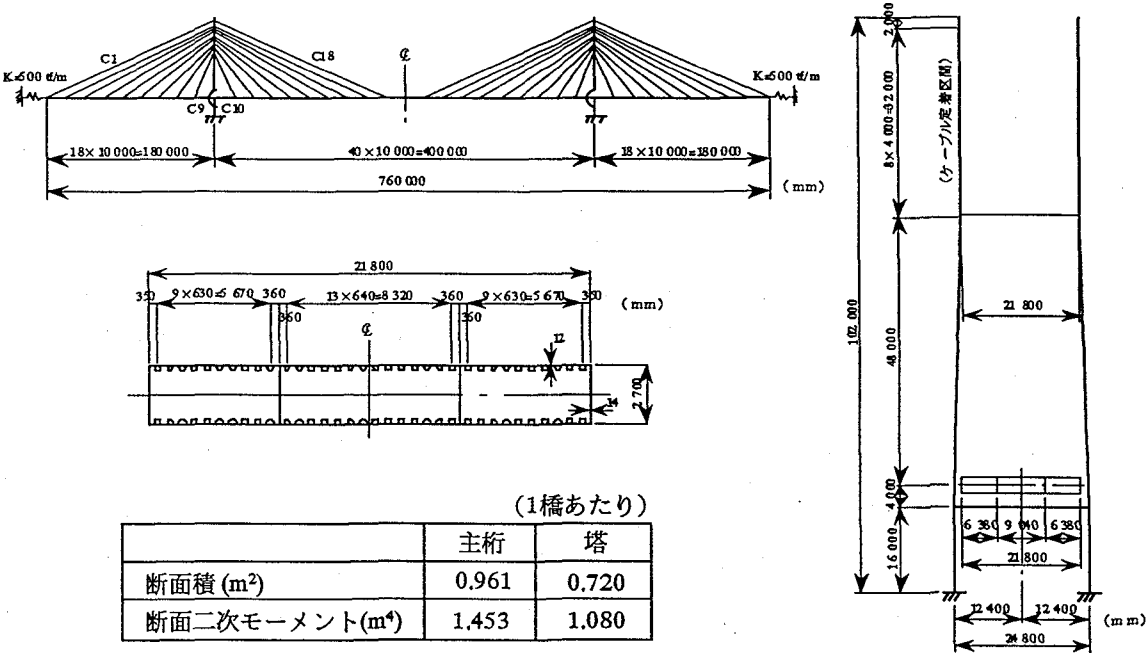


図 - 17 斜張橋モデル (支間400m)

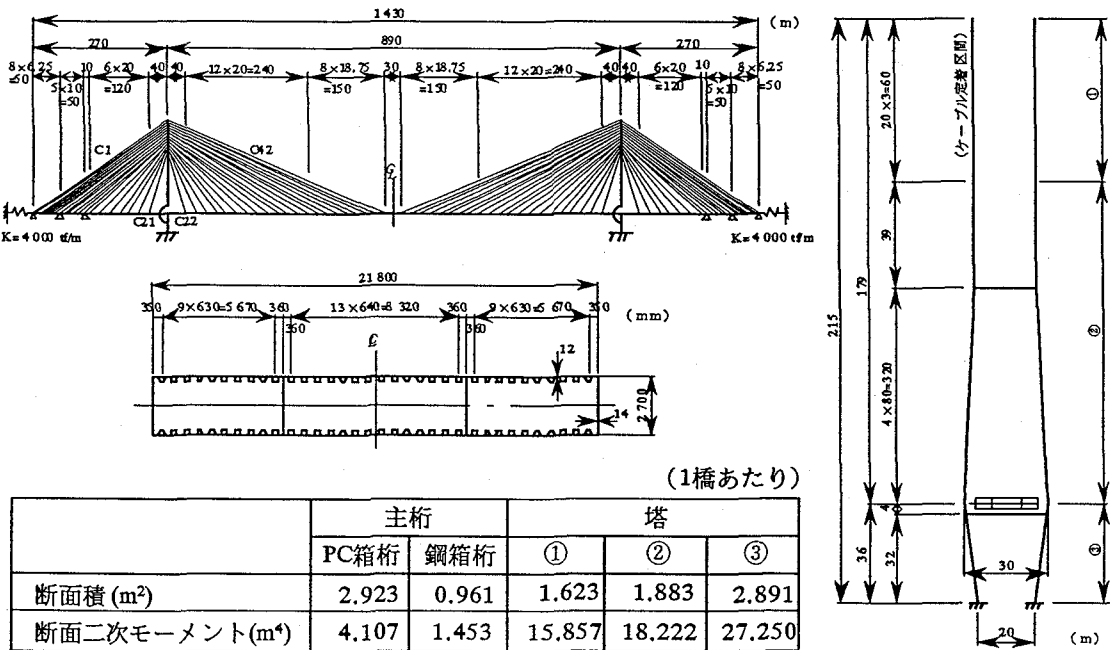


図 - 18 斜張橋モデル (支間890m)

ル断面積は概略設計を行い決定している。

図-19に支間400mの結果を示す。図中 Pt.1~Pt.8が応力を計算した位置である。図には上フランジの応力を表示しているため、応力が負の場合は正の最大曲げモーメント(影響線解析に基づく設計曲げモーメントに対応)、正の場合は負の最大曲げモーメントに着目している。

いずれの着目位置でも、有効幅を用いる評価法では箱桁外腹板上の応力が大きくなる多室箱桁特有のシヤラグ応力が評価できないことがわかる。また、応力拡大係数(外腹板の応力と内腹板上の比)⁷⁾を調べると、着目位置によって1.03~1.39と変化する。したがって、腹板上の応力の立ち上がりを評価するには、着目位置に応じて本法で示した箱桁 FEM 要素に、一旦骨組モデルの解析で求まるケーブル張力や反力といった集中荷重と外荷重を作用させて解析する必要がある。

図-20は支間890mの結果である。応力を計算した位置は Pt.1~Pt.10である。図中、Pt.1,2 また Pt.3,4 と表示しているのは、それぞれ着目位置で正、負両方の最大曲げモーメントを対象に計算したことを意味する。この

モデルでは、中央径間の中央部を除いて、曲げモーメント分布を放物線とみなすか三角形とみなすかの判断がしづらいケースがみられた。そのため2種類の分布形を仮定して計算した値を示す。

この場合も、有効幅を用いる評価法では箱桁の外腹板上の応力の立ち上がりが評価できないことがわかる。また、応力拡大係数は着目位置によって1.06~1.98と大きく変化する。

以上より、斜張橋のシヤラグ解析にあたり、有効幅に基づく評価法では、等価支間長の定義や分布形の仮定の判断が困難となる場合が生じ、また3室箱桁の場合、外腹板上での応力の立ち上がりが評価できないことがわかる。外腹板上のシヤラグ応力の評価法として中井の方法の適用が考えられるが、先に説明したように、橋に応じて FEM や F S M 解析が必要となるなど煩雑である。これより、本手法の有用性が言えると考え。

なお、以上の計算ではシヤラグモード形として放物線を仮定したが、別途4次関数を仮定して計算したところ、2つの斜張橋とも、腹板上の応力値はほぼ同じであった。これより、シヤラグモード形として、放物線または4次

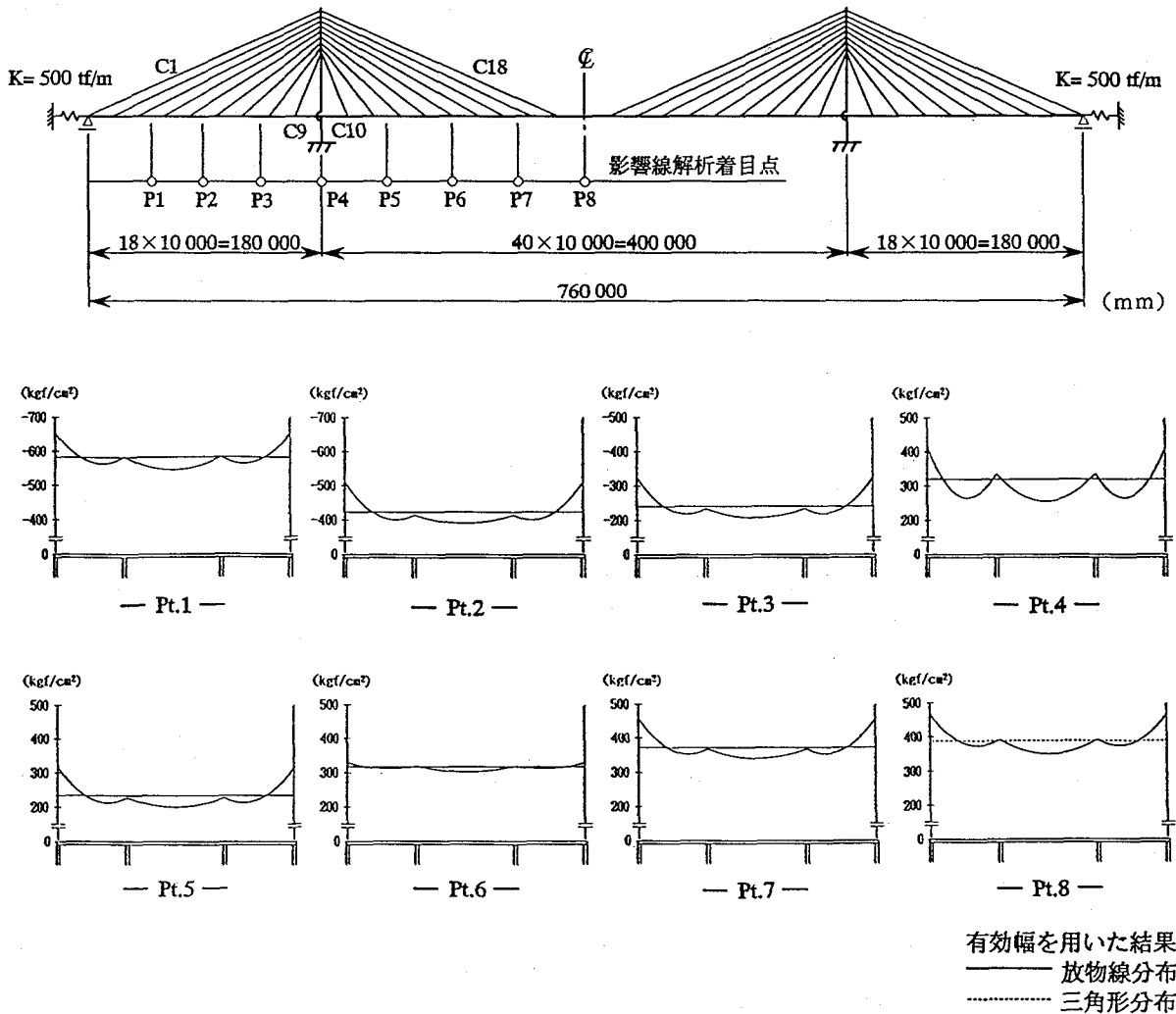


図-19 上フランジ垂直応力(支間400m)

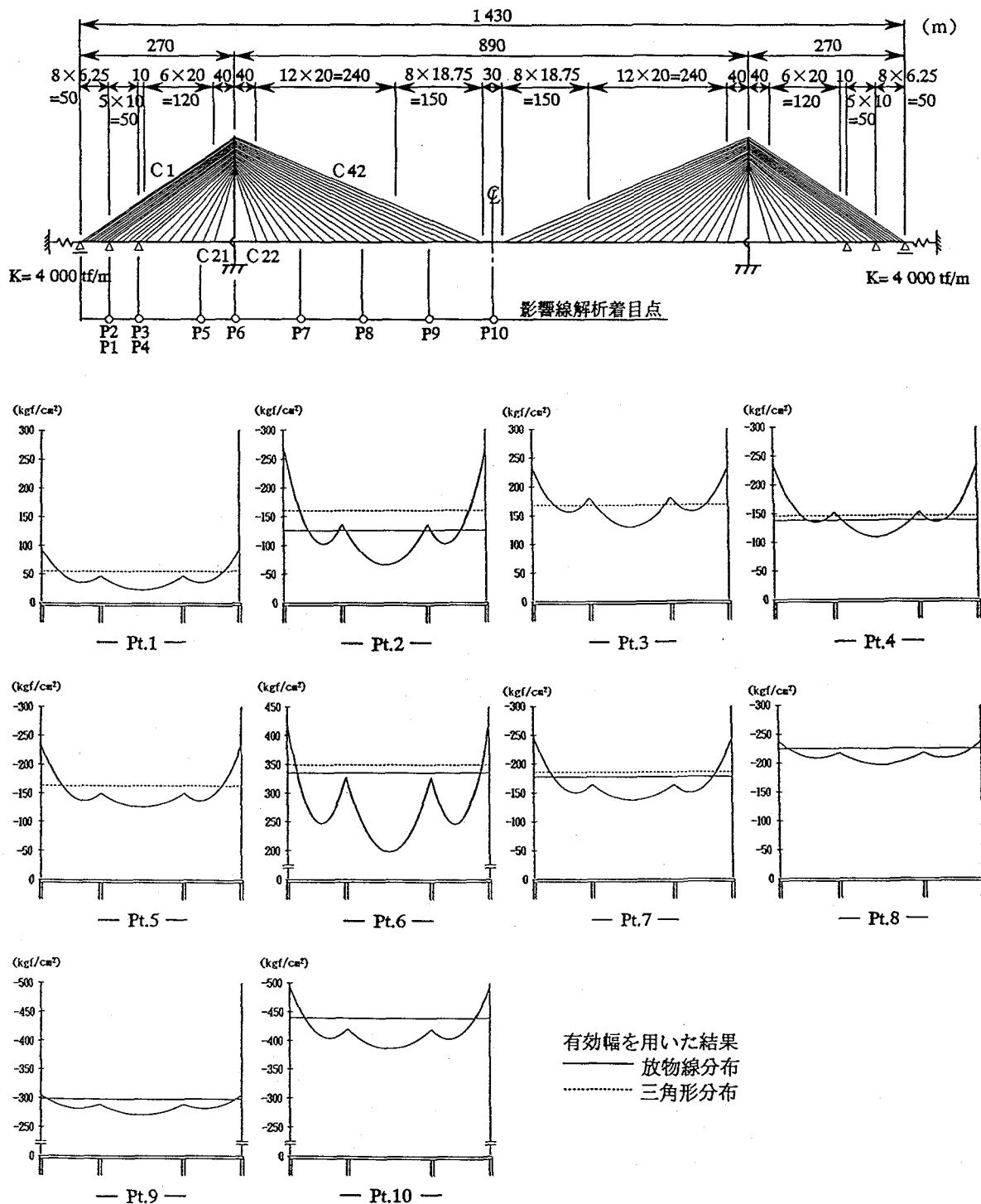


図 - 20 上フランジ垂直応力 (支間890m)

関数のいずれを仮定しても良いと考えられる。

4. まとめ

3室箱桁をもつ斜張橋のシヤラグを含む曲げ応力が計算できる FEM 解析法を提案した。軸力要素を追加することによりケーブル張力の水平成分を分離した手法で、骨組モデルの計算やシヤラグ解析の結果とは良い一致を示し、本手法の妥当性が確認できた。従来のシヤラグ解析では、一旦骨組みモデルの解析を行い不静定力を求め、

それを外力として箱桁に作用させることになる。また、多室箱桁のシヤラグの評価には FEM や FSM 解析を必要とする。それに対して本手法は、荷重条件が与えられると、多室箱桁特有の外腹板上で応力が大きくなるシヤラグ応力を含む曲げ応力が直接計算できることから実務上有益と考える。

実務上の観点からは、主題にある多室箱桁を扱う必要が生じる。その場合でも、図-1, 2に示したフランジ、腹板要素を集成することで任意の多室桁が解析できる。

参考文献

- 1). 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編），1994 年
- 2). 日本道路協会：鋼道路橋設計便覧，1985 年
- 3). 長井正嗣，佐野信一郎，遠藤秋主，奥井義昭：長大斜張橋に発生する垂直応力の予測と適用支間に関する検討，土木学会構造工学論文集，Vol. 35A，1989 年
- 4). 長井正嗣，浅野浩一，岸本節二，水上義彦：長大斜張橋の主桁断面選定に関する検討，土木学会構造工学論文集，Vol. 39A，1993 年
- 5). M.Nagai and Y.Fujino：Instability issues in extremely long-span steel cable-stayed bridges, Proc. of Strait Crossings, Balkema, 1994 年
- 6). 小松定夫，北田俊行：斜張橋のシアラグ解析とその設計計算への適用に関する研究、土木学会論文報告集，No. 254，1976 年
- 7). H.Nakai, Y.Taido, B.Takahashi and J.Noguchi：A flexural normal stress analysis in cable-stayed bridge with multi-cellular box girder considering shear lag phenomenon, Proc. of JSCE, No.356/I-3, 1985 年
- 8). 中井博，田井戸米好，福岡悟，野口二郎：偏平多室箱桁を有する斜張橋主桁の応力解析，橋梁と基礎，Vol. 19, No. 11, 1985 年
- 9). 小松定夫：連続桁の Shear Lag について，土木学会論文集，No. 58，1958 年
- 10). 小西一郎編：鋼橋設計編Ⅱ，丸善，1975 年
- 11). 奥井義昭，長井正嗣，赤尾圭二：2 主桁合成斜張橋のシヤラグを考慮した 有限要素解析と有効幅の検討，土木学会構造工学論文集，Vol. 41A，1995 年
- 12). 坂井藤一，長井正嗣，佐野信一郎：ブロック有限要素法による薄肉箱桁の立体解析，土木学会論文報告集，No. 255，1976 年
- 13). 中山康士：有限要素法による斜張橋のせん断遅れ解析法の提案と設計に関する考察，長岡技術科学大学修士論文，1995 年

(1995 年 9 月 18 日受付)