

2 主桁合成斜張橋のシアラグを考慮した有限要素解析と有効幅の検討

FEM ANALYSIS OF SHEAR LAG IN CABLE-STAYED COMPOSITE GIRDER BRIDGES AND ESTIMATION OF EFFECTIVE WIDTH

奥井義昭*・長井正嗣**・赤尾圭二***

Yoshiaki OKUI, Masatsugu NAGAI and Keiji AKAO

*正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338 浦和市下大久保 338)

**工博 長岡技術科学大学助教授 建設系 (〒940-21 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

*** (株)栗本鐵工所 橋梁設計部 (〒105 港区新橋 4-1-9)

A finite element method is proposed, which can reproduce shear lag phenomena in cable-stayed composite girder bridges. In the formulation of the stiffness matrix of the main girder the bending and axial stretch components are dealt with separately. To take into account the shear lag effects due to the bending deformation, the concrete deck slab in the girders is modeled as a membrane element in which the transverse distribution of longitudinal displacement is assumed to be a parabolic function of the lateral coordinate. The effective width obtained from the present method is compared with results based on the Japanese Specifications for Highway Bridges (JSHB), where the equivalent span length is evaluated from engineering judgment, that is to say, by observing the bending moment distribution. It is shown that the direct application of JSHB to the cable-stayed bridges leads to overestimation of the effective width.

Key Words : shear lag, composite cable-stayed bridges, effective width, FEM analysis

1. はじめに

我が国のスパン 200m~500m クラスの斜張橋においては、そのほとんどが鋼斜張橋であったが、現在ではコンクリート斜張橋がその適用支間を急速に延ばしつつあり、このスパン領域での建設が多くなっている。一方、海外ではコンクリート斜張橋が鋼斜張橋に比べより経済的であるとの理由から、競争入札において鋼斜張橋の採用例がみられなくなった。これに対抗すべく 2 主桁合成斜張橋が鋼橋案として提案され、数多く建設されるようになった¹⁾⁻³⁾。また、現在では中央径間が 600m を越す長大な合成斜張橋(楊浦橋、中国⁴⁾)まで建設・供用されており、本形式は最近になって急速に発展した斜張橋の一形式といえる。

2 主桁合成斜張橋の主桁は通常、プレファブまたは場所打ちのコンクリート床版と 2 本の鋼製 I 桁を合成させた構造となっており、主桁全体の断面形状は π 形となる。主桁は桁高に較べ腹板間隔が広く断面が非常に扁平となることから、せん断遅れが生じやすく、床版部の応力は通常のはり理論で得られる分布に比べ当然、異なったものとなる。既往の設計においては有効幅の概念を用いてせん断遅れの影響を考慮する方法が用いられるが、斜張橋では主桁がケーブルで弾性支持され、曲げモーメントの分布が通常の橋梁構造物に較べかなり複雑となるため等価支間長の定義が困難となり、既往の有効幅の算定式を直接適用出来ないといった問題

を生じる。

本論文では 2 主桁合成斜張橋に生じる曲げ変形に起因するせん断遅れの影響を直接的に評価出来る解析法を提案する。あわせて本解析法より得られるフランジ内部の応力分布から有効幅を算出し、既往の設計法に基づく有効幅と比較する。

2. 解析方法

斜張橋の塔およびケーブルは各々通常の梁要素、トラス要素でもってモデル化しているため、以下では主桁のモデル化についてのみ説明する。

一般に斜張橋の主桁には曲げモーメントと軸力が同時に作用する。しかもケーブル張力が定着点で集中荷重として主桁に作用するため、主桁断面には曲げ変形に起因する応力集中(せん断遅れ)と、ケーブル張力の水平分力による応力集中が生じる。曲げ変形に起因するせん断遅れ現象については既に多くの研究⁵⁾⁻⁸⁾が行われており、フランジ部の橋軸直角方向の変形モードは放物線もしくは 4 次関数で近似出来ることが知られている。一方、ケーブル張力の水平分力による応力集中は、ケーブルの主桁への定着方法(ケーブル定着部の構造詳細や横桁の構造)や位置によっても大きく異なることが予想され、一概に特定できない。実際の斜張橋の設計においても曲げ変形に起因する応力集中とケーブル張力による応力集中は個別に扱われ、ケーブ

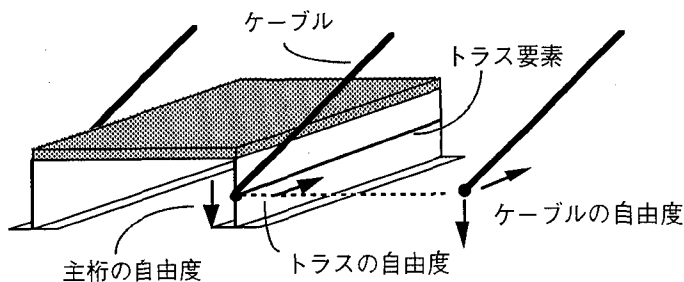


図-1 軸方向自由度の処理

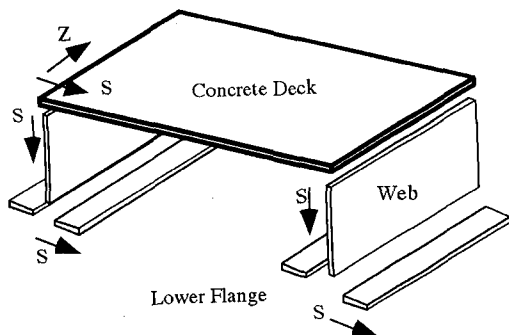


図-2 膜要素の集成による主桁要素

ル張力による応力集中はケーブル定着構造を含めた主桁を細かく分割した FEM 解析により算定される場合が多い。

本研究においても曲げ変形に起因する応力集中とケーブル張力の軸方向成分による応力集中を分離して考えることとし、そのため、提案する主桁要素では曲げ変形と軸方向変形を分離した。具体的には図-1に示すように、ケーブル張力の水平分力に対応する軸方向自由度は主桁要素の腹板部に新たに追加したトラス要素で受け持たせることとした。もちろん、トラス要素の一本の断面積はコンクリート床版を鋼換算した主桁の換算断面積の半分である。

次に、主桁のコンクリートデッキ部、腹板部、下フランジ部を各々膜要素でモデル化した(図-2参照)。そしてこれらの膜要素を集成して主桁の剛性マトリクスを作成したが、剛性マトリクスの誘導にあたり以下の仮定を設けている。

- (1) コンクリートデッキ部の膜要素では、せん断遅れの影響を考慮するため、橋軸直角方向の変位モードは放物線で近似する。
- (2) 腹板部・下フランジ部の膜要素では s 方向(図-2参照)の変位モードは線形を仮定する。
- (3) 全ての膜要素において s 方向のひずみとポアソン効果を無視する。
- (4) 一般に鋼上フランジの断面積はコンクリート床版の換算断面積に比べて小さいことから、本計算では無視する。なお、上フランジは腹板上のトラス要素として、またはコンクリート床版の橋軸方向の仮定変位から変位場が決まり剛性マトリクスの作成が可能となる。

(1)の仮定については放物線よりはむしろ4次関数が実際の応力分布に近いという報告⁹⁾もあり、著者らは別途コンクリートデッキ部をソリッド要素を用いて分割した有限要素解析を行い、放物線近似の妥当性を検討した。解析は単純ばりの全長に分布荷重を載荷したケースとスパン中央に集中荷重を載荷した2つのケー

スについて行った。その結果、分布荷重のケースではフランジ内部の応力分布は、放物線近似した場合とほぼ一致し、集中荷重のケースではどちらかという、4次関数で近似した結果に近い。ケーブル張力は主桁には集中荷重として作用するものの、後述する有効幅を検討する活荷重載荷時には分布荷重が支配的と考えられるため、放物線で仮定することとした。さらに、第4節で説明する斜張橋全体の計算においても、いくつかの荷重ケースについて変形モードを4次関数と仮定した計算を実施した。その結果、放物線と仮定した場合との差異は応力・たわみ共3~4%以内であり、実用上ほとんど差が生じないことを確認している。

したがって、放物線分布の仮定よりコンクリートデッキ要素内の橋軸方向および橋軸直角方向の変位を各々 $u(z, s)$ 、 $v(z, s)$ で表すと次式となる。

$$\begin{Bmatrix} u(z, s) \\ v(z, s) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_3 & \Lambda_2 & \Lambda_4 \end{bmatrix} \{D_F\} \quad (1)$$

上式において、 Λ_i は次式で定義される 2×4 の部分マトリクスである。

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \psi_1 \phi_i & \psi_2 \phi_i & \psi_3 \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \psi_1(s) &= 1 - s/B \\ \psi_2(s) &= 4(s/B) - 4(s/B)^2 \\ \psi_3(s) &= s/B \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \phi_1(z) &= 1 - 3(z/L_{ij})^2 + 2(z/L_{ij})^3 \\ \phi_2(z) &= z - 2z^2/L_{ij} + z^3/L_{ij}^2 \\ \phi_3(z) &= 3(z/L_{ij})^2 - 2(z/L_{ij})^3 \\ \phi_4(z) &= z^2/L_{ij} + z^3/L_{ij}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

であり、 B はコンクリートデッキの幅、 L_{ij} は要素長、 $()'$ は z に関する微分を表す。また、 D_F は図-3に示すデッキ部の膜要素の節点変位ベクトルを表す。

$$\{D_F\}^T = \left\{ D^{(i)} \quad D^{(j)} \quad D^{(i')} \quad D^{(j')} \right\} \quad (5)$$

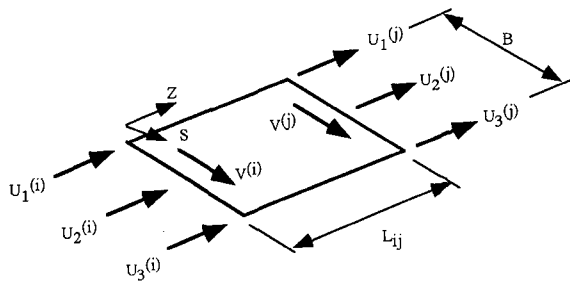


図-3 デッキ要素の節点変位

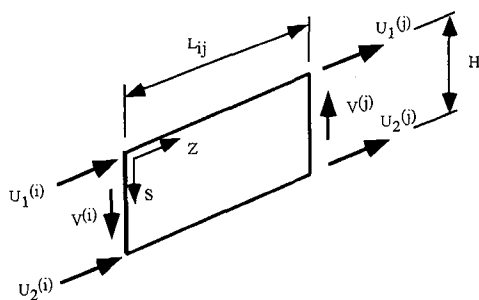


図-4 腹板または下フランジ要素の節点変位

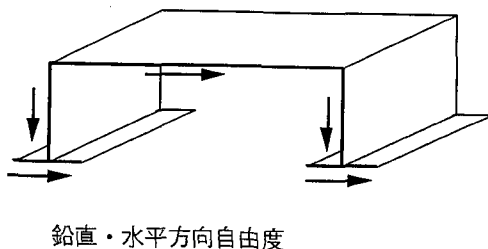
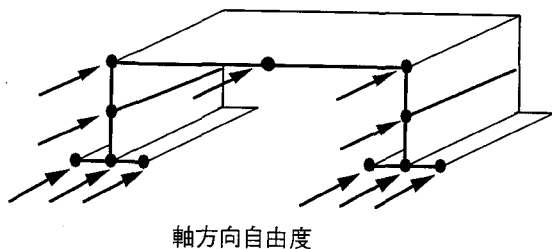


図-5 主桁の自由度

ここで、

$$D^{(i)} = \left\{ U_1^{(i)} \quad U_2^{(i)} \quad U_3^{(i)} \quad V^{(i)} \right\} \quad (6)$$

一方、腹板部・下フランジ部については(2)の仮定より、要素内変位は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} u(z, s) \\ v(z, s) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_3 & \Gamma_2 & \Gamma_4 \end{bmatrix} \{D_W\} \quad (7)$$

ここで、

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \psi_1 \phi_i & \psi_2 \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & \phi_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\psi_1(s) = 1 - s/H \quad (9)$$

$$\psi_2(s) = s/H$$

であり、 H は腹板高または下フランジ幅の半分を表し、 ϕ_i の定義は式(4)と同じである。また、節点変位ベクトルは次式となる(図-4参照)。

$$\{D_W\}^T = \left\{ D^{(i)} \quad D^{(j)} \quad D^{(i)} \quad D^{(j)} \right\} \quad (10)$$

ここで、

$$D^{(i)} = \left\{ U_1^{(i)} \quad U_2^{(i)} \quad V^{(i)} \right\} \quad (11)$$

以上の膜要素・トラス要素を集成して主桁全体の剛性マトリクスを導いたが、式(5)と(10)の節点変位ベクトルには変位の導関数も含まれているため、主桁全体の剛性マトリクスは縮約して変位の導関数に関する自由度を消去した。結局、主桁の自由度はトラスの自

由度も含めて1断面あたり、橋軸方向11自由度、橋軸直角方向3自由度および鉛直方向2自由度となる。図-5に主桁断面の節点と自由度の方向を示す。

3. 解析モデルと荷重ケース

図-6に示す中央支間400mと600mの2つのモデルについて以下に述べる有効幅の検討を行った。以後これらを各々モデルA、モデルBと呼ぶ。モデルA、Bとも、塔位置において桁に鉛直支承は設けてないが、モデルAでは塔位置でケーブルにより桁を鉛直支持する構造とした。また、両モデルとも桁は橋軸方向にオールフリー構造とし、橋端部で橋軸方向にばね拘束している。図-7に主桁の断面図を示す。両モデル共、幅員は6車線を仮定して腹板間隔を28mとした。本モデルでは、横桁が橋軸直角方向に配置されているものとし(床版の主筋方向が橋軸方向になる)、文献2), 10)を参照して、コンクリート床版の版厚はモデルA、Bでそれぞれ27, 28cmとした。

ケーブルについては平行線ストランド・ケーブルを用いることとし、表-1に示すケーブル構成とした。また、ケーブルの配置は2面吊りのマルチファンタイプとした。塔の形状は2主桁合成斜張橋で最も標準的なH型とし、表-2に示す断面諸量を仮定した。表-3に鋼

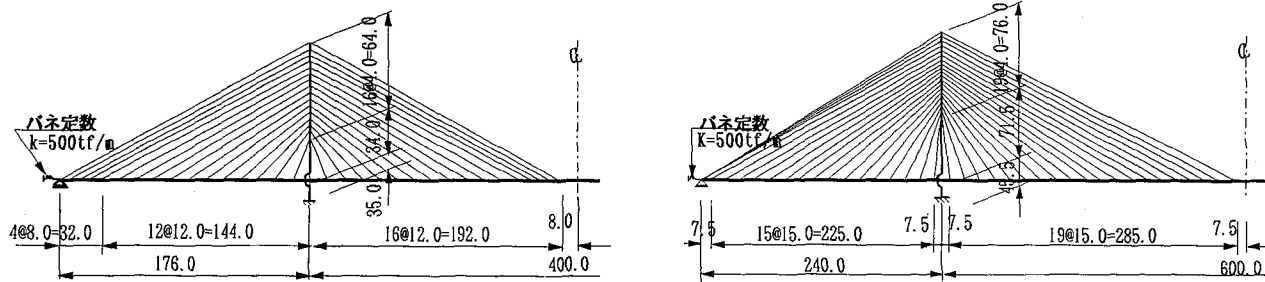


図-6 解析モデル（モデル A：中央支間 400m，モデル B：中央支間 600m）[単位 m]

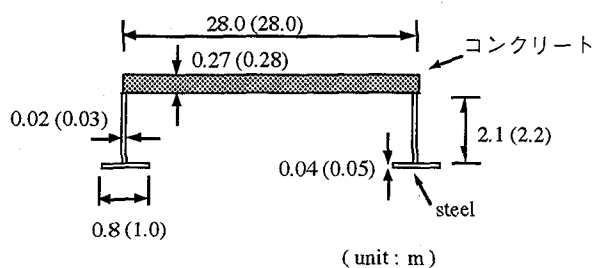


図-7 モデル A の主桁断面 [() 内はモデル B の諸元を表す]

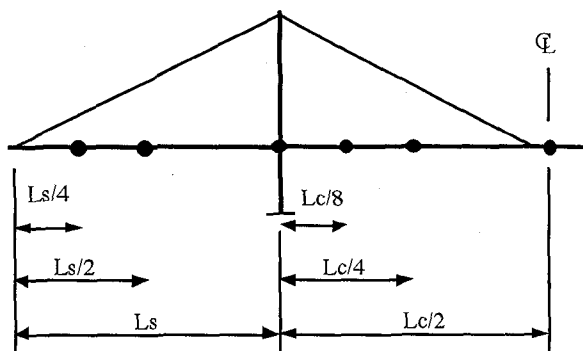


図-8 主桁上の着目位置

表-2 塔柱断面諸量

モデル	断面積 (m^2)	断面 2 次モーメント (m^4)
モデル A	0.638	2.051
モデル B	0.716	9.081

表-3 材料定数

	ヤング率 (kgf/cm^2)	せん断弾性定数 (kgf/cm^2)
鋼材	2.1×10^6	8.1×10^5
コンクリート	3.0×10^5	1.3×10^5
ケーブル	2.0×10^6	—

材、コンクリート、ケーブルの材料定数の値を示す。以上のモデルの断面寸法等の構造諸元は概略設計によって決定しており、実際の合成斜張橋としても十分現実性のある解析モデルであることを付記しておく。

以下の有効幅の算出は活荷重のみを載荷させた荷重ケースについて行うこととした。これは次の 2 つの理由による。まず第一に、死荷重状態と活荷重状態とでは曲げモーメントの分布形状が異なるため、有効幅も大きく異なるものと予想され、死荷重と活荷重を同時に載荷させた状態で有効幅を算出しても余り本質的なものとは考えづらい。第二に、死荷重状態の曲げモーメント分布はケーブル・プレストレスの導入量により大きく異なるためである。

活荷重の載荷位置を決定するため、事前に通常のはり要素を用いた影響線解析を行い、図-8 に示す主桁上

の 6 つの着目点に関して曲げモーメントが最大となるような載荷位置を求め、この荷重ケースについて検討を行った。なお、荷重強度は本四基準¹⁾の値を用いている。

4. 計算結果

4.1 コンクリートデッキ内の応力分布

まず、解析結果を検証する目的で、本論文で提案するシアラグ解析と主桁も通常のはり理論でモデル化した解析結果の比較を行った。

図-9(a) にモデル A におけるコンクリートデッキ部の応力の橋軸方向の分布を示す。ここで示した応力は「解析方法」でも説明したようにいずれも曲げ変形によ

表-1 ケーブルの断面積

モデル A

ケーブル番号	面積 (m^2)	ケーブル番号	面積 (m^2)
C ₁₋₃	0.0142	C _{12, C₂₂}	0.0080
C _{4, C₃₀}	0.0120	C _{13, C₂₁}	0.0073
C _{5, C₂₉}	0.0117	C _{14, C₂₀}	0.0066
C _{6, C₂₈}	0.0113	C _{15, C₁₉}	0.0059
C _{7, C₂₇}	0.0109	C ₁₆₋₁₈	0.0070
C _{8, C₂₆}	0.0104	C ₃₁	0.0124
C _{9, C₂₅}	0.0099	C ₃₂	0.0127
C _{10, C₂₄}	0.0093	C ₃₃	0.0130
C _{11, C₂₃}	0.0086		

モデル B

ケーブル番号	面積 (m^2)	ケーブル番号	面積 (m^2)
C ₁₋₄	0.0177	C _{14, C₂₇}	0.0063
C _{5, C₃₆₋₃₉}	0.0093	C _{15-16, C_{25,26}}	0.0058
C _{6,7, C_{34,35}}	0.0086	C _{17, C₂₄}	0.0053
C _{8, C₃₃}	0.0081	C _{18, C₂₃}	0.0048
C _{9,10, C_{31,32}}	0.0077	C _{19,20, C_{21,22}}	0.0047
C _{11-13, C₂₈₋₃₀}	0.0072	C ₄₀	0.0097

[注) ケーブル番号は側径間最上段から最下段へ、中央径間最下段から最上段へと付けた番号を表す。]

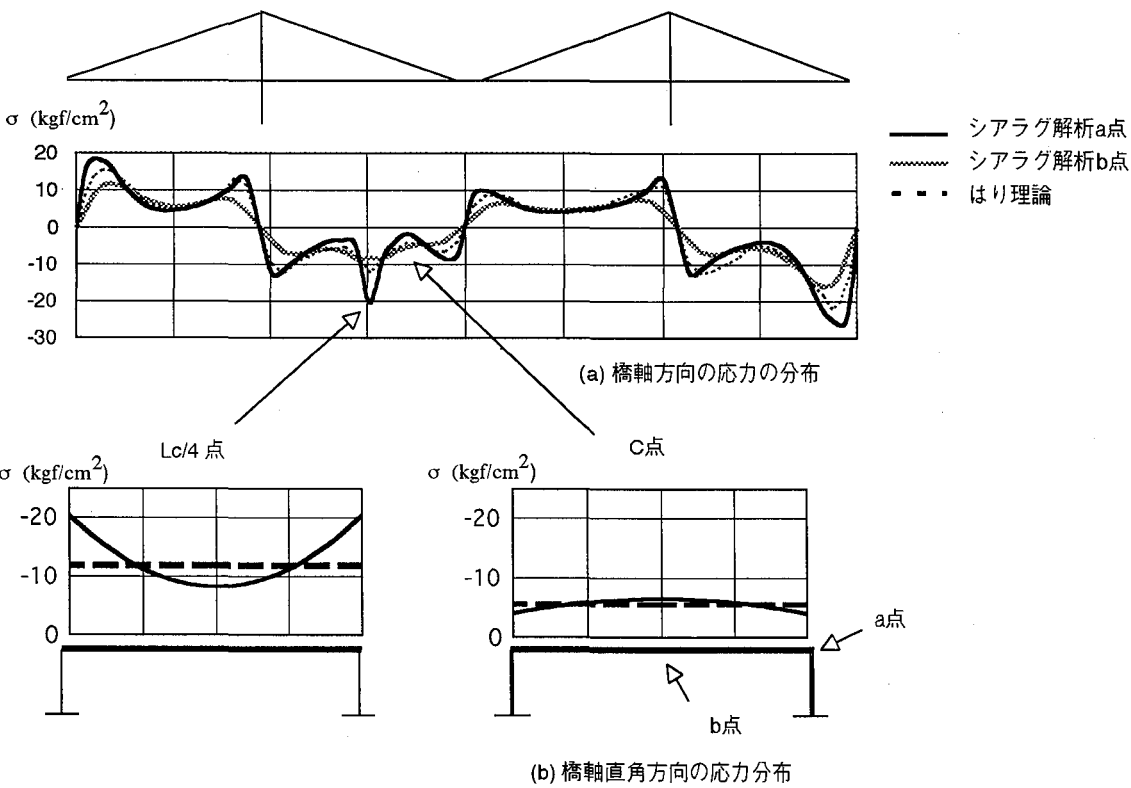


図-9 コンクリートデッキ内の応力分布 (モデル A、Lc/4 点に着目した荷重ケース)

るものであり、荷重ケースは Lc/4 点の曲げモーメントが最大になるように活荷重を載荷したものである。同図において、実線はシアラグ解析による腹板上部のコンクリートデッキ内の応力を表し (a 点)、b 点は腹板間の中央部での応力を表す。また、はり理論による結果は破線で示してある。はり理論の応力は、ほぼ全ての位置において、シアラグ解析で求めた a 点と b 点の

応力の中に挟まれている。また、着目点 (Lc/4) において点 a の応力が最大となる。

図 (b) に矢印で示した断面内の応力分布を示す。実線はシアラグ解析の結果、破線は通常のはり理論の結果を示す。Lc/4 点においては、シアラグ解析による床版内の応力分布は腹板位置で最大となり腹板の中間位置で最小となるが、通常のはり要素を用いた平面解析では

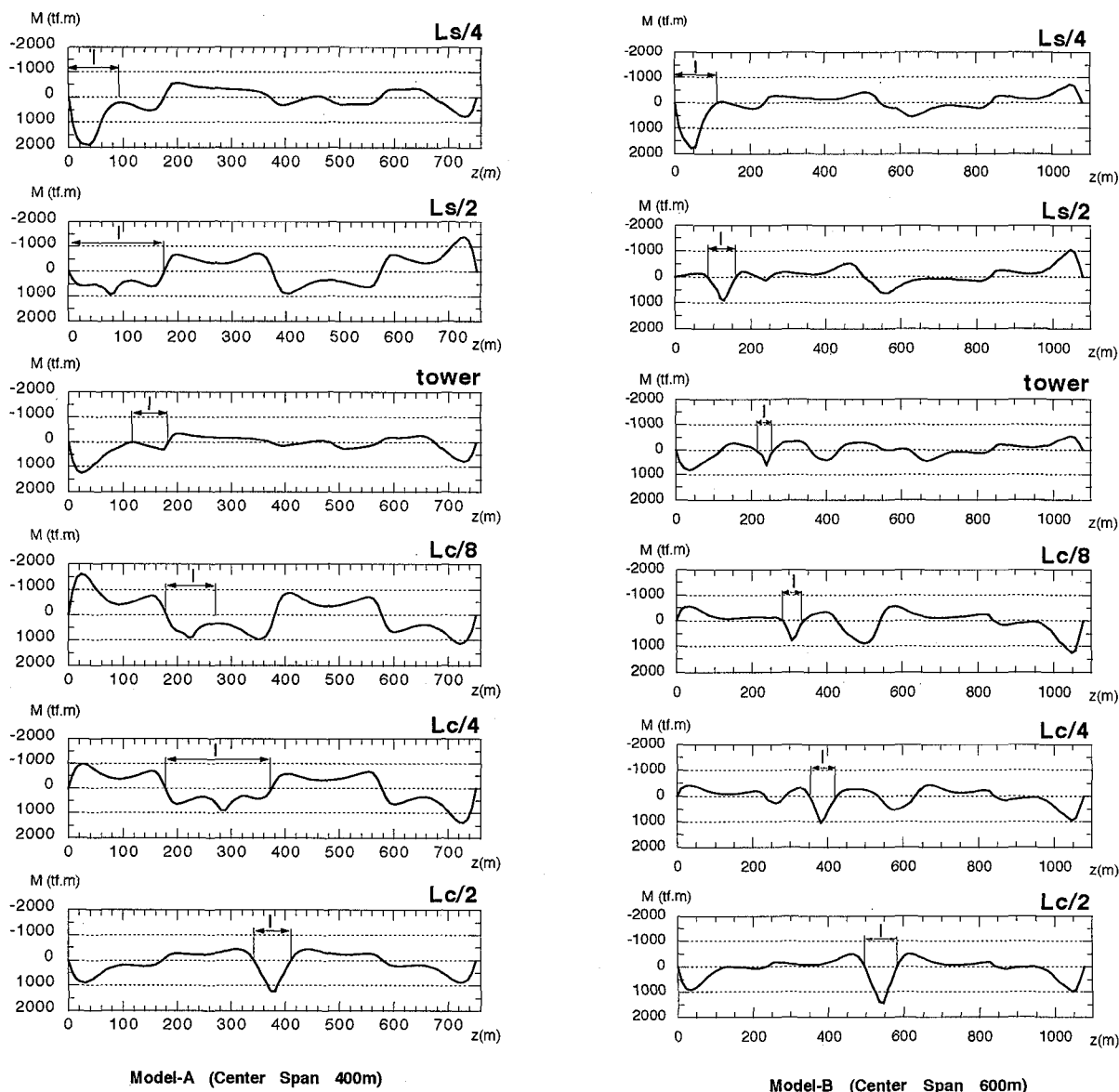


図-10 曲げモーメント分布と等価支間長

平面保持の仮定から橋軸直角方向の曲げ応力分布は一樣となる。一方、着目点から若干離れた点Cでは逆に床版の中央部で応力が最大となる Negative Shear Lag が生じている。他の荷重ケースについても Negative Shear Lag が生じている場合がいくつか見られたが、いずれも応力の絶対値は小さく実際上問題ないとする。

また、不静定力であるケーブル張力についても、はり理論の結果とよい一致を示した。同様の結果は箱桁を主桁とする斜張橋を対象とした検討¹²⁾からも得られている。

4.2 有効幅の比較

本論文で提案するシアラグ解析法では床版内の応力分布が算出されるため、これから有効幅を直接算出で

きる。一方、実際の斜張橋の設計では道路橋示方書¹³⁾の規定を準用して曲げ変形に関する有効幅が算出される場合が多い。すなわち、まず通常のはり理論を用いて影響線解析を行い、主桁上に設けた着目点において曲げモーメントが最大となる活荷重載荷位置を求める。次に、これらの載荷位置に活荷重を固定荷重として載荷し、曲げモーメント分布を求める。最後に、曲げモーメントが正の領域の部分の長さを等価支間長として採用し、道路橋示方書に従い有効幅を算出する方法である。以下では、この既往の設計法の妥当性を検討する目的で、シアラグ解析から算出した有効幅と既往の設計法から算出した有効幅の比較を行う。

図-10は図-8に示す主桁上の6つの着目点の曲げモーメントが最大となるような活荷重載荷を行ったときの

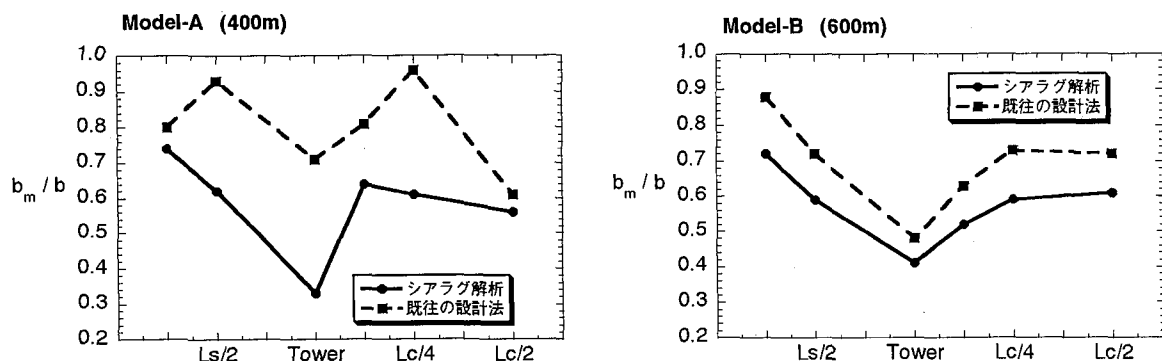


図-11 有効幅の比較

曲げモーメント図と等価支間長を示したものである。図中、矢印で示した区間が各着目点に関する等価支間を表す。道路橋示方書の規定では曲げモーメントの分布形状が放物線もしくは3角形といった比較的単純な形状について有効幅の計算式を規定しているが、斜張橋においては曲げモーメントの形状が複雑であり、単純に等価支間長の概念が適用しにくいことが分かる。特に支間長が短いモデル A では着目点近傍の曲げモーメントの分布形状が複雑である。一方、支間長が長いモデル B では着目点近傍の曲げモーメント形状は三角形分布に近く、モデル A に比べ等価支間長の定義が容易である。

図-11に既往の設計法より算出した有効幅と本論文で提案する有限要素法より求めた有効幅の比較を示す。同図において縦軸はフランジの全幅 b に対する有効幅 b_m の比を示し、横軸は着目点を表す。実線が本論文で提案する有限要素法解析より求めた有効幅で、破線が前述した道路橋示方書に基づいて算出した結果である。

モデル A、B とも塔位置において有効幅が最小となり、示方書に基づく方法は全ての着目点で有効幅を過大評価している。既往の設計法により算出した有効幅とシアラグ解析より算出した有効幅の差は長支間に伴い小さくなるものの、600m のモデルにおいても既往の設計法では 10～15 % 程度危険側の評価となる。

シアラグ解析の結果と示方書にに基づく方法の差は中央支間長が短いモデル A の結果の方が大きい。これは、モデル A においてはモデル B に比べ等価支間長が大きめに評価されていることに起因する。特に、図-10のモデル A の $L_s/2$, $L_c/4$ 点に着目したケースでは、等価支間長の区間内で曲げモーメントの分布形状が大きく変化している。これは、集中荷重と分布荷重を同時に載荷させたことも原因の 1 つと考えられ、今後両者を分離して検討する必要もあると考える。

このように、曲げモーメントの分布から有効幅を求めるには等価支間長の定義に煩雑さや困難を伴い、また危険側の評価となる可能性も大きい。そのため、シアラグの評価には解析的手法の導入が必要と考えられ、

本文で提案した手法が有効な手法になると考える。

5. まとめ

斜張橋の曲げ変形に起因するせん断遅れ現象を解析するための有限要素法を提案した。主桁の曲げ変形に起因する応力集中とケーブル張力の水平成分によって生じる応力集中を分離するため、曲げ変形を表す有限要素に加えてトラス要素を主桁に導入した。一方、曲げ変形に関してはコンクリートデッキ内部の橋軸直角方向の応力分布を放物線と仮定して、せん断遅れの影響を考慮した。

さらに、中央支間 400m と 600m の二つの 2 主桁合成斜張橋について提案する解析法で求めた有効幅と既往の設計法より求めた有効幅を比較した。その結果、既往の設計法より算出された有効幅は本解析によるものと比べ、400m モデルで最大 35 %、600m モデルで最大 15 % 程度大きく、既往の設計法では、危険側の評価となることが明らかになった。

これより、シアラグの評価に当たっては、解析的手法を導入する必要があると考えられ、その際、本手法が実務設計上利用できると考える。

曲げモーメントによる応力として、死荷重による応力も考慮する必要がある。死荷重時の曲げモーメントはケーブル張力 (プレストレス) を調整して、ケーブル取付け点を中間支点とする連続桁の曲げモーメントとなるように設計する。そのため死荷重時の曲げモーメントは一般に小さく、またシアラグを考慮した死荷重時曲げ応力は活荷重時曲げ応力に比べて小さいことが報告されている。しかしながら、ケーブル取付け点を中間支点とする連続桁ではシアラグの影響は大きいと考えられるため、その評価法は今後の課題としたい。

謝辞： 本研究をまとめるにあたり埼玉大学工学部山口宏樹先生に貴重なご助言を頂きました。また、本論文の数値解析は埼玉大学大学院学生 (当時) の李卓颢さんに、図面の作成は同じく修士 1 年の下田晃伸君に手伝って頂きました。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Saul, R., Svensson, H., Andrä, H.P., und Selchow, H.J.: Die Sunshine Skyway Brücke in Florida, USA-Eatwurf einer Schrägkable Brücke mit Verbundüberbau, Heft 7 und 9, 1984
- 2) 佐野信一郎、長井正嗣、井澤衛、奥井義昭：合成構造斜張橋の適用支間に関する一検討および構造詳細の紹介、橋梁と基礎、Vol.23, No.2, pp.35-40, 1989
- 3) Taylor, P.R.: Precast and Composite Concrete Cable-Stayed Bridges, *Cable-Stayed Bridges, Recent Developments and their Future*, M. Ito et al. eds., Elsevier, pp.107-124, 1991
- 4) Xiang, H.: Cable-Stayed Bridges in China, *Cable-Stayed Bridges, Recent Developments and their Future*, M. Ito et al. eds., Elsevier, pp.317-340, 1991
- 5) 小松定夫、北田俊行：斜張橋のシアラグ解析とその設計計算への適用に関する研究、土木学会論文報告集、No.254, pp.13-26, 1976
- 6) 中井博、田井戸米好、林秀侃：扁平多室箱桁のシアラグ解析と有効幅の一算定法、土木学会論文報告集、No.340, pp.77-85, 1983
- 7) Evans, H.R., Ahmad, M.K.H. and Kristek, V.: Shear Lag in Composite Box Girders of Complex Cross-Section, *J. Constructional Steel Research*, Vol.24, No.3, pp.183-204, 1993
- 8) Sedlacek, G. and Bild, S.: A Simplified Method for the Determination of the Effective Width Due to Shear Lag Effects, *J. Constructional Steel Research*, Vol.24, No.3, pp.155-182, 1993
- 9) 中井博、福岡悟、田井戸米好、野田二郎：扁平多室箱桁を有する斜張橋主桁の応力解析、橋梁と基礎、Vol.19, No.11, pp.21-25, 1985
- 10) 横山功一、日下部毅明、関谷光昭、吉村哲、大場誠道：二主桁合成床版斜張橋の設計に関する調査報告書、土木研究所資料、No.2961, 1991
- 11) 本州四国連絡橋公団：上部構造設計基準・同解説、1980
- 12) 中山康士、長井正嗣、赤尾圭二、寺西功、奥井義昭：斜張橋主桁の軸力成分を分離した曲げシャーラグ解析、土木学会第49回年次学術講演概要集、pp.276-277, 1994
- 13) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説、II 鋼橋編、1990

(1994 年 9 月 14 日 受付)