

集成材木歩道橋の連結部の 実大局部実験と解析

FULL SCALE TEST AND ANALYTICAL RESEARCH OF CONNECTING JOINTS OF
PEDESTRIAN BRIDGE CONSTRUCTED WITH LAMINATED TIMBERS

出戸 秀明* 五郎丸 英博** 岩崎 正二***
宮本 裕**** 山口 隆之*****

Hideaki DETO and Hidehiro GOROMARU and Shoji IWASAKI
Yutaka MIYAMOTO and Takayuki YAMAGUCHI

*	岩手大学助手	工学部建設環境工学科	(〒020 盛岡市上田 4 丁目 3 - 5)
**工博	日本大学助教授	工学部土木工学科	(〒963 郡山市田村町徳定字中川原一番地)
***工博	岩手大学助手	工学部建設環境工学科	(〒020 盛岡市上田 4 丁目 3 - 5)
****工博	岩手大学教授	工学部建設環境工学科	(〒020 盛岡市上田 4 丁目 3 - 5)
*****	岩手大学大学院	工学研究科	(〒020 盛岡市上田 4 丁目 3 - 5)

The purpose of this paper is to clarify the static and dynamic characteristics of connecting joints of arched pedestrian bridge constructed with laminated timbers. The behavior of connecting joints of this structure was described by 3-dimensional elastic spring model. The static coefficients of the spring model were determined from load-deflection curves of pure axial, pure shearing and pure bending tests of beams with a connecting joint. The dynamic coefficients of the flexible element were estimated from the numerical method by means of using the measured natural frequencies of dynamic impact test for beam with two free ends.

Key Words: *pedestrian bridge, laminated timbers, connecting joint, flexible element*

1. まえがき

今日、橋梁の主要となる材料といえば、鋼・コンクリート等の工業的に生産されるものが上げられるが、最近、木材等の自然の素材を利用した歩道橋が公園等を中心に架設されるようになってきた。この背景には、木材加工技術の進歩に伴い、木材を集成材として利用することにより強度・品質が安定した長期耐久性に優れた大断面の長大材の製作が可能になったことが上げられる。また、木橋は他の工業的材料を用いた橋梁に比べて地域の特性を生かした材料を用いることができるために、木材資源の有効的活用という面からも見直されてきている。

集成材は、ひき板を積層圧縮接着して工業的に生産されるため、長大材や湾曲材が比較的容易に製造できるという利点があるが、長大材や湾曲材は工場からの運搬が困難であることから数部材に分割し現場で連結することが一般的である。このため集成材を用いた木歩道橋は、各部材内の接合部の他に分割された部材をつなぐ連結部が必要となり、その連結位置や連結方法が、構造物の静的及び動的特性に影響を与えることが考えられる。また、その剛性評価は重要な問題となる。

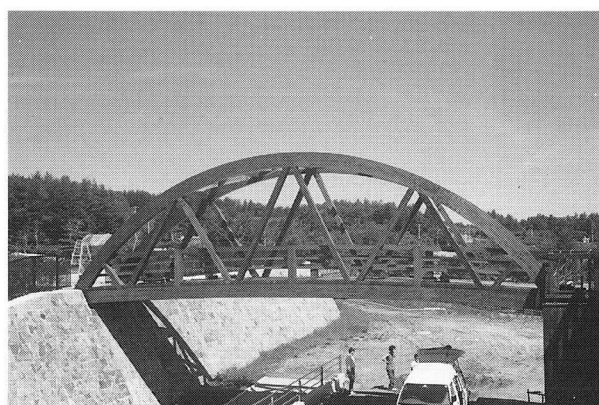


写真-1 思惟公園 1 号橋

著者等はすでに木歩道橋の振動実験と振動解析を実施したが、解析においては連結部の有無やその連結部の部材接合状況が解析結果に相違をもたらすことが明らかになった¹⁾。特に、連結部をバネ要素でモデル化した場合に、バネ定数を予め決定しておくことは解析上必要なことである。しかし、このような状況下で木歩道橋を対象

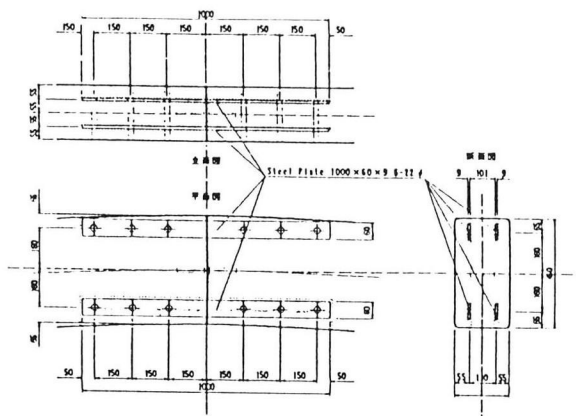


図-1 連結部詳細図

とした接合部及び連結部の局部実験に関する報告は極めて少なく、木橋連結部の静的及び動的特性を早急に明らかにしておくことが重要であると思われる。一般に木構造の橋梁は固有振動数が問題となることは少ないと思われるが、今後の木橋の長大化とともに重要性が増すと考えられ、また連結部の存在やその剛性の程度によっては木橋の動的特性に影響を与える場合もあり¹⁾、この種の研究が必要になってくるとと思われる。

著者等は文献1)において木歩道橋の部材連結部にバネ要素を用いるモデル化を提案し、そのバネ定数を決定する方法として固有振動数の数値解析値を実測値に収束させる最適化手法を提案した。しかし、この連結部剛性評価法は、構造物の架設後にしか適用できない。この問題を解決するために本研究では、岩手県下閉伊郡田野畑村に現在建設中の思惟公園内に架設された秋田スギの集成材を主材料とする下路式アーチ形式歩道橋（1号橋、写真-1）の部材連結部に注目し、連結部を含む実物大の集成材試験体を作製し、静的及び動の実験を行うことにより連結部の静的及び動的特性を明らかにしようと試みた。特に本橋の部材連結部は、鋼板挿入型ボルト接合（図-1、写真-2、3）で支圧接合となっている。この方法では鋼板のボルト孔とボルトとのガタにより断面力は伝達するものの初期変形が避けられない。したがって、実験データのバラツキ等を考慮して数多くの実験体による検討が必要と考えられる。本研究においては、静的試験では3体の供試体を作成して行い、動的試験では1本の供試体を作成して実験を行った。このとき、動的試験においては、静的試験体も利用して、製作精度によるデータのバラツキの少ないことを確認してから実験を行った。

静的実験では縦圧縮試験、純曲げ試験、純せん断試験を行うことにより部材連結部の静的バネ定数を求めた。動的実験では試験体に縦打撃実験と曲げ打撃実験を行い、その応答加速度から周波数応答関数を求め、その卓越振動数から固有振動数を推定した。また、それらの値を用

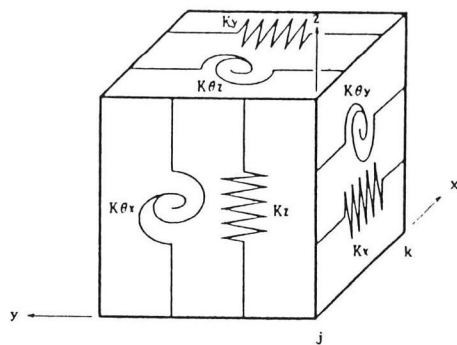


図-2 立体バネ要素モデル図

いて動的バネ定数を求める数値解析手法を提案した。これらの局所実験による結果と文献1)における最適化手法の結果を比較検討することにより木歩道橋連結部の剛性評価を試みた。

2. 部材連結部のバネ要素を用いたモデル化

本研究の対象である思惟公園 1 号橋の部材連結部は、写真-2 及び図-1 に示すように木部材の中に1000x60x9(mm)の鋼板 4 枚を挟んで、両側から12本のボルトで固定する鋼板挿入型ボルト接合となっている。1 号橋の連

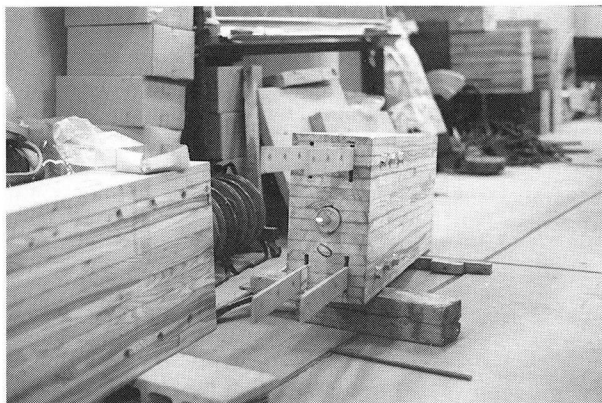


写真-2 ボルトを外した状態の連結部

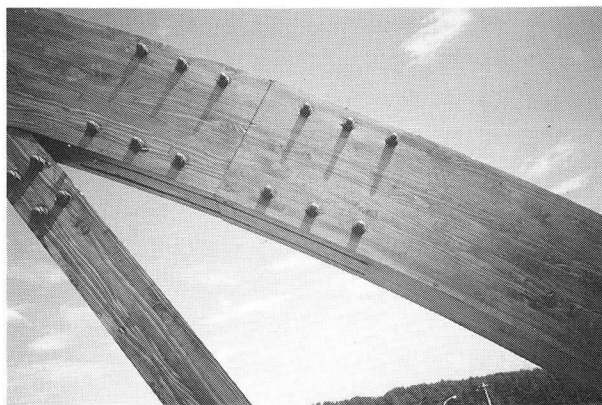


写真-3 1号橋 部材連結部

結部はアーチ部と下弦材に計8カ所設置されているが、写真-3に示すように他の部材との接合はなく長大材だけの極めてシンプルな構造となっている。そのため、1号橋の部材連結部は半剛結の特性を有するものと考えた。そこで、数値解析をする上での1つの方法として1号橋の部材連結部に図-2に示すようなバネ要素を用いたモデル化を行った。そして、以下に述べる静的局部実験及び動的局部実験を行い、それらの実験よりバネ要素の静的及び動的バネ定数を決定しようとした。

3. 実大局部実験

3. 1 静的局部実験

(1) 縦圧縮試験

図-3に示すように幅22cm、高さ45cm、長さ168cmの試験体を鋼製平板の間にはさみ圧縮試験器（写真-4）により繊維方向に荷重を50tまで徐々に加えた。試験体中央部の左右にレーザー変位計（分解能1μm）及びひずみゲージを取り付け、その荷重毎の変位とひずみを連結部が有る場合と無い場合に分け、それぞれについて計測した。

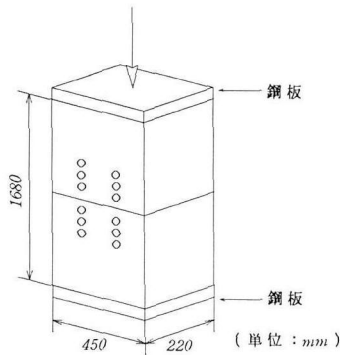


図-3 縦圧縮試験寸法図

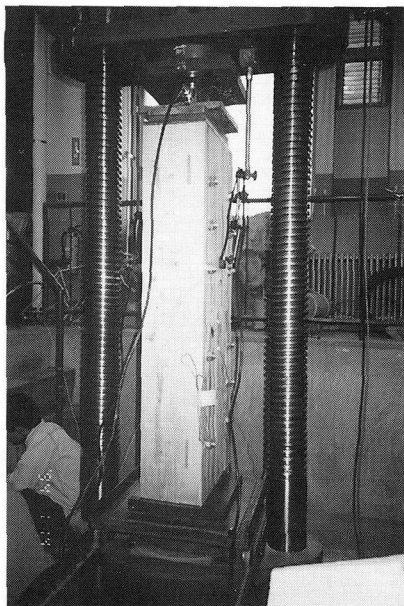


写真-4 縦圧縮試験

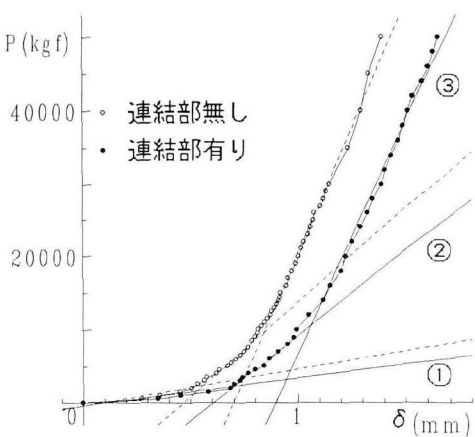


図-4 荷重-変位図

表-1 縦圧縮試験によるバネ定数

荷重(tf)	連結部有り (kgf/cm)	連結部無し (kgf/cm)
① 0～3	0.383×10^5	0.506×10^5
② 3～10	2.332×10^5	2.582×10^5
③ 10～50	6.389×10^5	6.803×10^5

荷重と変位の関係を図-4に示す。この荷重-変位曲線の傾きから連結部をバネに置き換えた時の静的バネ定数を求めることができる。図より荷重と変位の関係が、連結部が有り無しとも、およそ3段階（荷重：0t～3t、3t～10t、10t～50t）に分けられ、荷重が0～10t辺りまでは線形ではなく、10t辺りから直線となっていることが分かる。これは荷重をかける前の試験体の両端部の面の粗さに加えて、ボルトが支圧接合の状態になるまでに、鋼板と木部の間にズレが生じているためと考えられ、荷重が10t位に達した辺りで、試験体が安定したものと考えられる。3段階の曲線の傾き（バネ定数）を表-1に示す。なお、傾きは最小自乗法により直線に近似して求めた。

これらの結果から、試験体の連結部をバネ要素とした場合のバネ定数 K_x には荷重③の範囲の値を採用する。

$$K_x = 6.39 \times 10^5 \text{ (kgf/cm)}$$

図-5は連結部が無い場合の縦圧縮実験より得られた応力-ひずみ曲線である。(1)、(2)の直線は試験体中央部の左右に取り付けられたひずみゲージの値である。このグラフの傾きが縦方向の静的ヤング係数を表している。それを求めるに際しては応力が20(kgf/cm²)より大きくなった辺りから傾きが一定となっているので、20(kgf/cm²)以上のデータが信頼できるものと考え、それぞれの傾きを最小自乗法により求めた結果を以下に示す。

$$(1) : 1.15 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \quad (2) : 1.29 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

(1)、(2)の平均値を算出すると、

$$E_x = 1.22 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

となる。この平均値を縦方向の静的ヤング係数として採用する。

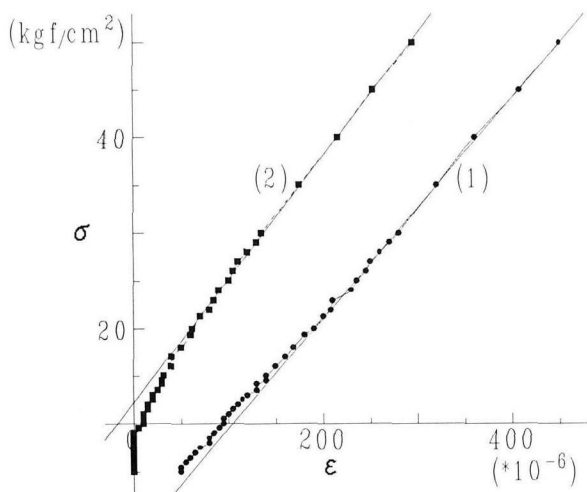


図-5 応力-ひずみ図

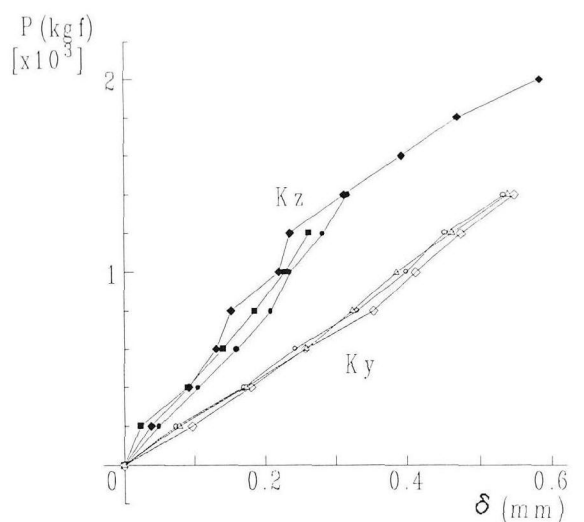


図-7 荷重-変位図

(2) 純せん断試験

図-6に示すように幅22.0cm、高さ45.0cm、長さ125.6cm及び124.0cmの試験体を試験装置(写真-5)に連結部を挟まないように9mm厚鋼板を介してアンカーで固定する。

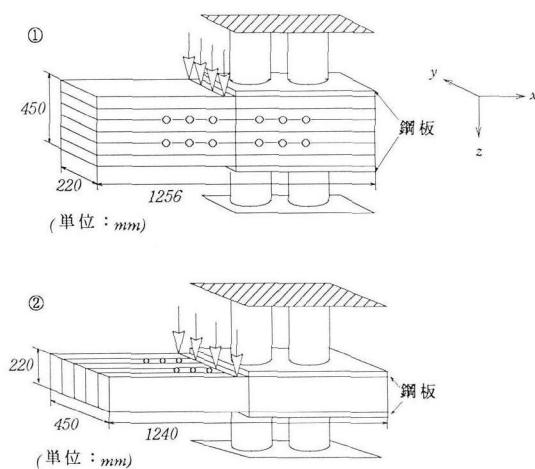


図-6 純せん断試験図



写真-5 純せん断試験

載荷方法は、①：材軸が繊維方向と平行で荷重方向と垂直に設置して載荷する場合と、②：材軸が繊維方向と垂直で荷重方向に垂直に設置して載荷する場合を行い、レーザー変位計を試験体中央に取り付け計測した。①のせん断試験から連結部のバネ定数 K_z が求められ、②から K_y が求められる。この①と②の荷重-変位の関係を図-7に示す。グラフの傾きがそれぞれのバネ定数となる。

なお、傾きは最小自乗法により直線に近似して求めた。連結部を有する試験体及び連結部の無い試験体のバネ定数を表-2に示す。

表-2 純せん断試験によるバネ定数 (K_y , K_z)

a) 連結部を有する場合

試験No.	K_y (kgf/cm)	試験No.	K_z (kgf/cm)
1	2.57×10^4	1	4.37×10^4
2	2.61×10^4	2	4.30×10^4
3	2.63×10^4	3	3.54×10^4
平均	2.60×10^4	平均	4.04×10^4

b) 連結部の無い場合

試験No.	K_y (kgf/cm)	試験No.	K_z (kgf/cm)
4	8.58×10^4	4	1.67×10^5
5	8.77×10^4	5	1.71×10^5
6	8.18×10^4	6	1.63×10^5
平均	8.51×10^4	平均	1.67×10^5

表-2より連結部を有する試験体のバネ定数 K_y 及び K_z はおおよその範囲内にあることがわかった。

$$K_y = 2.57 \times 10^4 \sim 2.63 \times 10^4 \text{ (kgf/cm)}$$

$$K_z = 3.54 \times 10^4 \sim 4.37 \times 10^4 \text{ (kgf/cm)}$$

各試験結果の平均をとると次のようになる。

$$K_y = 2.60 \times 10^4 \text{ (kgf/cm)}$$

$$K_z = 4.04 \times 10^4 \text{ (kgf/cm)}$$

(3) 純曲げ試験

図-8に示すように幅22.0cm、高さ45.0cm、長さ286.0cmの試験体を材軸が繊維方向と平行で荷重方向と垂直に設置し、試験体の両端に荷重を加え、図に示すように左右の支承部から100mm間隔で点L1、L2、L3、R1、R2、R3及び試験体中央点の変位をレーザー変位計で測定した。同様の試験を連結部の無い場合についても行った。

本実験によって、L1とL2またはR1とR2の変位量の差からたわみ角 θ を算出し回転バネ定数 $K_{\theta y}$ を求めた。荷重と変位の関係を図-9に示す。ただし、変位はL1とR1の平均値をプロットしたものである。連結部の有無に関わらず同じ変位量が得られていることがわかる。これは、この荷重範囲では連結部の有無による相違は現れず、この連結部構造がほぼ連結部の無いものと同等の剛度を有するものと考えられる。また、L1とL2またはR1とR2の間

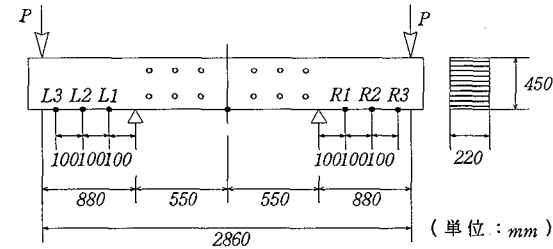


図-8 純曲げ試験寸法図

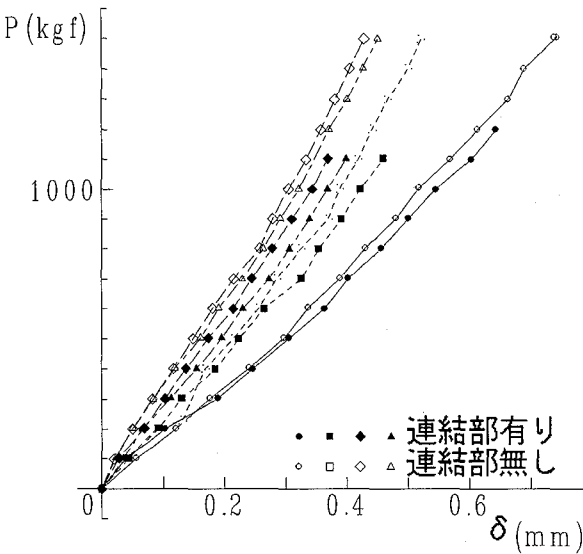


図-9 荷重-変位図

表-3 純曲げ試験による回転バネ定数 $K_{\theta y}$

試験No.	$K_{\theta y}$ (kgf・cm/rad)
1	4.838×10^9
2	4.108×10^9
3	3.668×10^9
4	5.725×10^9
平均	4.585×10^9

での変位量の差についてはデータのバラツキが認められ、その差もほとんど無いことから、変位差が顕著なデータについてのみたわみ角を算出し、回転バネ定数 $K_{\theta y}$ を求めることとした。その結果を表-3に示す。

3. 2 動的局部実験

(1) 実験概要

図-10に示すように幅22cm、高さ45cm、長さ205.6cm(曲げ振動の場合)、203.7cm(縦振動の場合)の試験体を2本のロープで吊り、一端を、フォースゲージを取り付けたインパクトハンマーで打撃加振し、その反対側の端部に圧電型の加速度計(ピックアップ)を鉛直方向と水平方向に設置して振動応答を測定した。試験体の吊るす位置は両端自由の梁の曲げ1次振動モードの節となる所とした。加振は曲げ振動測定の際は端部を鉛直方向に打撃し、縦振動測定時は水平方向に打撃した。打撃はそれぞれ一定の加振力で30回行った。データの分析はフォースゲージからの信号を入力とし、加速度計からの信号を出力として2チャンネルFFTアナライザーを用いて行い、30回分の打撃と応答信号を定振幅平均処理を行って打撃加振波形、応答加速度波形、周波数応答関数、コヒーレンス関数を求めた。

なお、この動的試験から推定したバネ定数は動的バネ定数となり、静的試験より推定したバネ定数は静的バネ

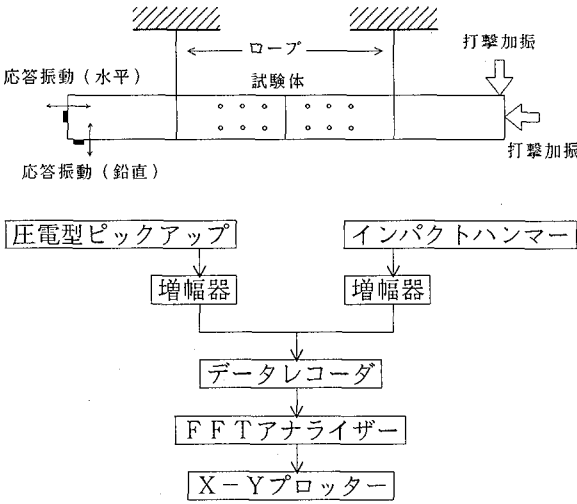


図-10 試験装置模式図

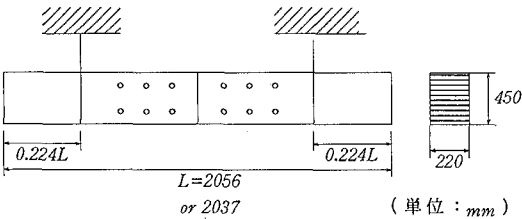


図-11 試験体の形状寸法

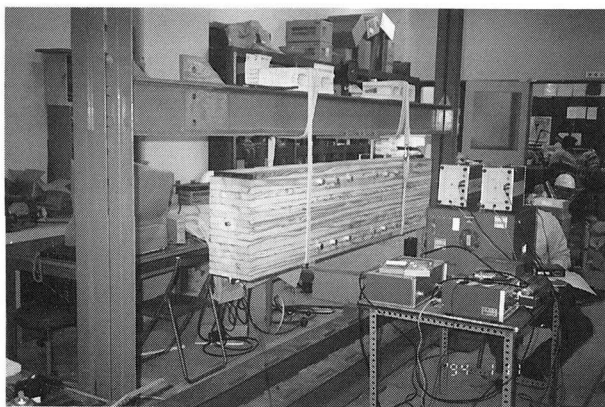


写真-6 打撃加振実験状況

定数となる。これは動的試験では無負荷状態での試験であり、載荷を伴う静的試験とは異なるためである。

試験体の形状寸法を図-11に示す。また、打撃加振実験状況を写真-6に示す。

(2) 縦打撃加振実験結果

縦打撃加振実験による打撃波形、応答加速度波形、周波数応答関数を連結部の無い試験体の場合を図-12に、連結部を有する試験体の場合を図-13に示す。周波数応答関数の測定結果のピーク値より固有振動数を推定することができ、その結果をまとめたものを表-4に示す。

表-4 縦振動による固有振動数測定結果

次数	連結部有り(Hz)	連結部無し(Hz)
1次	605	1165
2次	1125	2150

縦振動による動的ヤング係数は、縦振動の固有振動数 f_i ($i=1,2,3,\dots$) を求める式から逆算できる。

$$f_i = \frac{i}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (1)$$

$$E = \frac{4f_i^2 l^2 \rho}{i^2} \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (2)$$

すなわち、実験より得られた連結部の無い試験体の1次固有振動数1165(Hz)を式(2)に代入すると動的ヤング係数が次のように求まる。

$$E_x = 1.23 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

(3) 曲げ打撃加振実験結果

曲げ打撃加振実験による打撃波形、応答加速度波形、周波数応答関数を連結部の無い試験体の場合を図-14に、連結部を有する試験体の場合を図-15に示す。解析結果の固有振動数を表-5に示す。

ここで、連結部が有る試験体の場合の周波数応答関数における大きさのピーク値を判定すると216(Hz), 342(Hz),

542(Hz), 1048(Hz), 1182(Hz)と存在しているが、コ・クアド線図から542(Hz)には虚数部にピークが見られなかったので固有振動数から除外した²⁾。

同様の曲げ打撃加振実験を試験体を横に倒して実施し

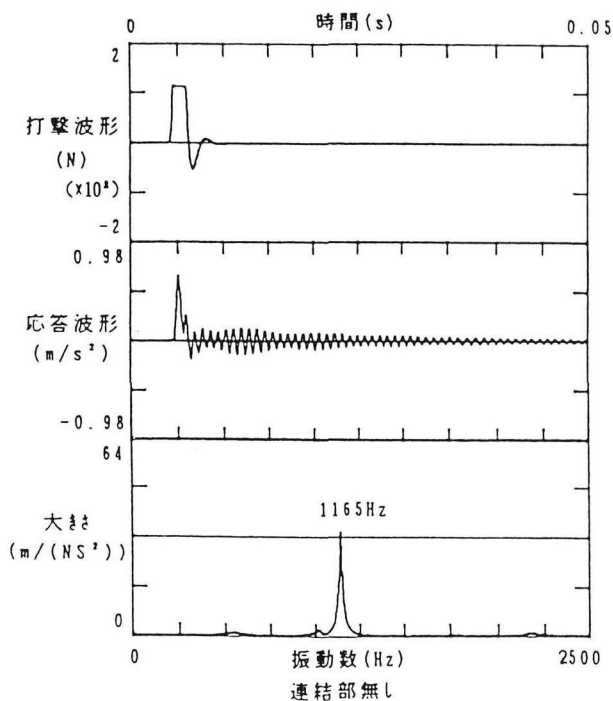


図-12 縦打撃加振による連結部の無い試験体の打撃波形・応答波形・周波数応答関数

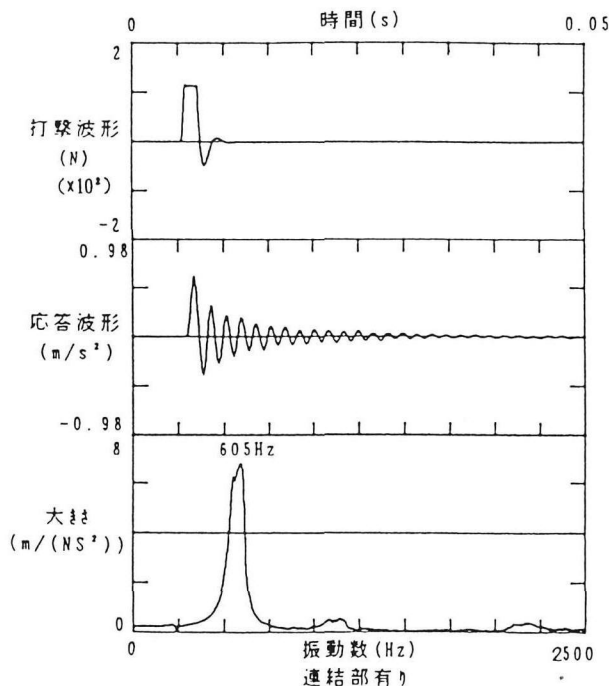
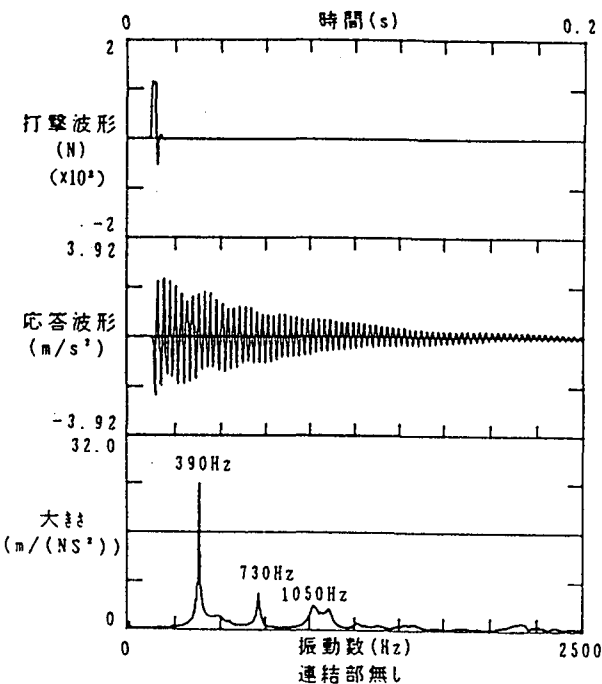
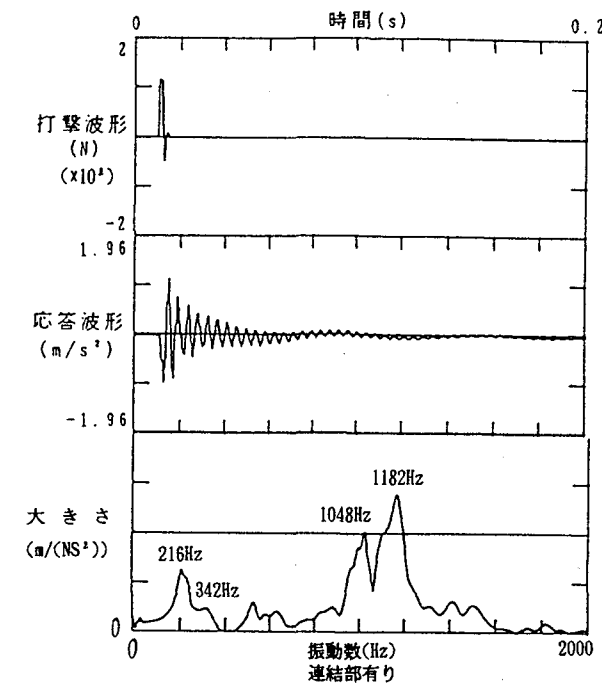


図-13 縦打撃加振による連結部を有する試験体の打撃波形・応答波形・周波数応答関数

た。各波形のグラフは省略するが得られた固有振動数を表－6に示す。



図－14 曲げ打撃加振による連結部の無い試験体の打撃波形・応答波形・周波数応答関数



図－15 曲げ打撃加振による連結部を有する試験体の打撃波形・応答波形・周波数応答関数

表－5 曲げ振動による固有振動数測定結果
(幅220×高さ450×長さ2056 mm)

次数	連結部有り(Hz)	連結部無し(Hz)
1次	216	390
2次	342	730
3次	1048	1050
4次	1182	-

表－6 曲げ振動による固有振動数測定結果
(幅450×高さ220×長さ2037 mm)

次数	連結部有り(Hz)	連結部無し(Hz)
1次	112	242
2次	244	548
3次	602	710
4次	772	850

曲げ振動による動的ヤング係数は、曲げ振動の固有振動数 f_i ($i=1,2,3,\dots$) を求める式から逆算できる。

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (3)$$

$$E = \frac{(2\pi f_i)^2 \rho A}{\lambda_i^4 I} \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (4)$$

ここで、表－5中の連結部の無い場合の1次固有振動数 390(Hz)と両端自由における $\lambda_1=4.7300$ を式(4)に代入すると動的ヤング係数が求まる。

$$E = 7.14 \times 10^4 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

同様に表－6中の連結部の無い場合の1次固有振動数 242(Hz)を代入すると上の値とは異なり次の動的ヤング係数が求まった。

$$E = 1.14 \times 10^5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

これは集成材の貼り合わせ方向の相違によって異なった結果となると考えられる。すなわち、高さ45cmの断面における曲げ打撃試験においては数層(ここでは16層)に貼り合わされた方向に打撃しているためこの層間の影響が現れたものと考えられる。一方、高さ22cmの断面においては、打撃した層と同じ層で応答をとらえているため層間の影響は少ないものと考えられる。なお、後者の結果は静的な試験からの結果とほぼ同じ値が得られているのがわかる。したがって、動的試験から動的ヤング係数 E を算出するときには、この層間の相違に十分配慮する必要があると考えられる。

次に試験体の減衰定数に関しては、曲げ振動及び縦振動のそれぞれの周波数応答関数におけるピークからハーフパワー法を用いて減衰定数を推定した。

減衰定数を表－7に示す。表より、連結部を有する試験体の場合が減衰効果が高く、連結部の無い試験体の減衰定数が非常に小さくなることがわかった。連結部の有る試験体の減衰効果が高いことは、連結部の摩擦によるエネルギー消散の影響が大きいためと考えられる。

表-7 曲げ振動と縦振動による減衰定数

	曲げ振動(%)	縦振動(%)
連結部有り	2.943	3.658
連結部無し	0.699	0.644

4. 固有振動解析による動的バネ定数の推定法

4. 1 縦固有振動解析

図-16に示すような、細長い一様断面梁の縦振動の基礎微分方程式は次式のようにになる。

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

ここで、 E は弾性係数、 ρ は単位体積質量、 u は水平方向たわみを表す。この梁が固有円振動数 p で調和振動すれば式(5)の解は次式のように表すことができる。

$$u(x, t) = U(x) \exp(ipt) \quad (6)$$

ここで、 i は虚数、 U は振幅を表す。

式(6)を式(5)に代入すると、 $U(x)$ は次のように求められる。

$$U(x) = C \sin \lambda x + D \cos \lambda x \quad (7)$$

ここで $\lambda^2 = p^2 / C_0^2$ 、 $C_0 = E / \rho$ 、 C 、 D は積分定数である。上式を用いて図-16に示すような梁要素の両端の節点力(N_1, N_2)と節点変位(u_1, u_2)との関係を表す要素の動的剛性方程式を求めると式(8)のようにになる。

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \frac{EA\lambda}{\sin \lambda l} \begin{bmatrix} \cos \lambda l & -1 \\ -1 & \cos \lambda l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、 A は梁要素の断面積を表す。

ここで、縦打撃実験に用いた連結部を有する試験体を図-17に示すような水平バネを有する両端自由梁にモデル化して縦固有振動解析を行う。解析に際しては節点2, 3の連結部を次式のバネ要素を用いてモデル化する。

$$\begin{bmatrix} N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & -K_x \\ -K_x & K_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

要素①と②に式(8)を用いて重ね合わせを行うと、連結部を有する両端自由梁の動的剛性方程式は次式のようにになる。

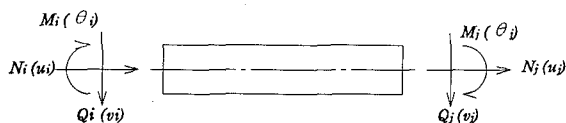


図-16 梁要素の両端における節点力及び節点変位

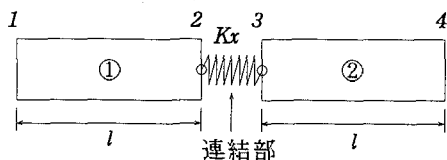


図-17 連結部に水平バネを有する両端自由梁

$$\begin{bmatrix} EA t \cos \lambda l & -EA t & 0 & 0 \\ EA t \cos \lambda l + K_x & -K_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EA t \cos \lambda l + K_x & -EA t \\ \text{Sym} & & & EA t \cos \lambda l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

ただし、 $t = \lambda / \sin \lambda l$

上式においては、逆対称条件 $u_1 = -u_4, u_2 = -u_3$ の場合についてのみに示すようなバネ定数を含んだ振動数方程式が求まる。

$$\begin{vmatrix} EA t \cos \lambda l & -EA t \\ -EA t & EA t \cos \lambda l + 2K_x \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

上式より、次の関係式が成り立つ。

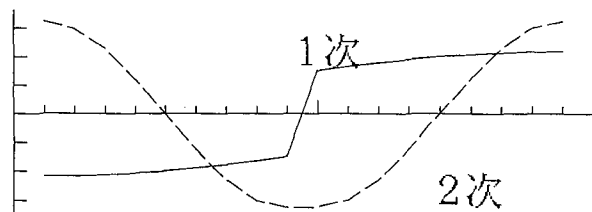
$$K_x = \frac{EA \lambda}{2} \tan \lambda l \quad (12)$$

ただし、 $\lambda^2 = 4\pi^2 f p / E$

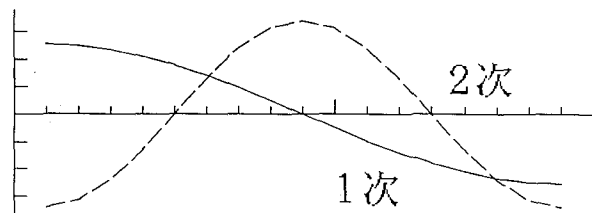
上式に縦打撃実験で求められた1次固有振動数 f_1 と動的ヤング係数 E を代入することにより動的バネ定数 K_x を求めることができる。本解析では次の値が得られた。

$$K_x = 5.17 \times 10^5 \text{ (kgf/cm)}$$

このバネ定数を用いて計算した2次までの固有振動モードを図-18に示す。参考までに連結部の無い試験体の固有振動モードも載せる。



a) 連結部を有する試験体



b) 連結部の無い試験体

図-18 縦振動による固有振動モード

4. 2 曲げ固有振動解析

一様断面梁(図-16)の曲げ振動の変位に関する基礎微分方程式は次式のようにになる。

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

ただし、 I は断面2次モーメント、 v はたわみを表す。この梁が固有円振動数 p で調和振動すれば式(13)の解は、次式となる。

$$v(x) = V(x) \exp(ipt) \quad (14)$$

ここで、 V はたわみ振幅を表す。

式(14)を式(13)に代入すると、 $V(x)$ は次のようになる。

$$V(x)=A_1\cos\beta x+A_2\sin\beta x+A_3\cosh\beta x+A_4\sinh\beta x \quad (15)$$

ここで、 $\beta^4=\rho A p^2/EI$ 、 $A_1\sim A_4$ は積分定数である。

上式を用いて図-16に示すような梁要素の両端の節点力 (M_i, Q_i, M_j, Q_j) と節点変位 ($\theta_i, v_i, \theta_j, v_j$) との関係を表す要素の動的剛性方程式を求めると次式が得られる²⁾。

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ Q_i \\ M_j \\ Q_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ Sym & & & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ v_i \\ \theta_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (16)$$

ここで、
 $a_{11}=\alpha\beta(sC-cS)$ 、 $a_{12}=\alpha\beta^2sS$
 $a_{13}=-\alpha\beta(s-S)$ 、 $a_{14}=\alpha\beta^2(c-C)$
 $a_{22}=\alpha\beta^3(sC+cS)$ 、 $a_{23}=-a_{14}$
 $a_{24}=-\alpha\beta^3(s+S)$ 、 $a_{33}=a_{11}$
 $a_{34}=-a_{12}$ 、 $a_{44}=a_{22}$
 $\alpha=EI/(1-cC)$ 、 $c=\cos\beta l$ 、 $C=\cosh\beta l$
 $s=\sin\beta l$ 、 $S=\sinh\beta l$

曲げ打撃実験における試験体を図-19に示すように、連結部に垂直及び回転バネを有する2点支持梁にモデル化して曲げ振動解析を行う。図中、節点2, 5は試験体を吊っている位置である。ここで、曲げ振動解析においては試験体を両端自由梁でなく2点支持梁にモデル化している。その理由は、連結部の無い試験体を両端自由梁と2点支持梁でモデル化して固有振動解析を行った結果(表-8)、両端自由のモデル化では2次以上の固有振動数が実験結果とかけ離れた値となっているが、2点支持梁では2次以上の固有振動数においても実験結果と一致しており、試験体を吊っている位置に支承が生じていると判断したためである。

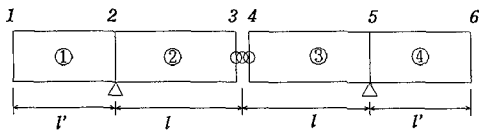


図-19 連結部にせん断バネと回転バネを有する梁

表-8 両端自由梁と2点支持梁の固有振動数の比較

	実験(Hz)	両端自由梁(Hz)	2点支持梁(Hz)
1次	390	390	390
2次	730	1075	731
3次	1050	2112	1255

解析に際しては節点3, 4の連結部を式(17)のバネ要素を用いてモデル化する。

要素①～④に式(16)を用いて重ね合わせを行う。対称条件 ($v_1=-v_6, v_3=-v_4, \theta_1=\theta_6, \theta_2=\theta_5, \theta_3=\theta_4$) を用いると動的剛性方程式は次式のようになる。ここで、係数に'が付いているのは式(16)の係

$$\begin{Bmatrix} M_3 \\ Q_3 \\ M_4 \\ Q_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\theta y} & 0 & -K_{\theta y} & 0 \\ & K_z & 0 & -K_z \\ & & K_{\theta y} & 0 \\ Sym & & & K_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_3 \\ v_3 \\ \theta_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

数において要素長を l から l' に換えたものである。

$$\begin{Bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33}+a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{41} & a_{43} & a_{44}+2K_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (18)$$

対称条件 ($v_1=v_6, v_3=v_4, \theta_1=-\theta_6, \theta_2=-\theta_5, \theta_3=-\theta_4$) から次式が求まる。

$$\begin{Bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33}+a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{31} & a_{33}+2K_{\theta y} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (19)$$

このように本解析ではそれぞれの条件式の中にバネ定数 $K_z, K_{\theta y}$ が別々に存在しており、互いにバネ定数が連成することがないことが明らかとなった。

振幅ベクトルがゼロとなることがないので式(18)、(19)が成立するためには係数マトリックスの行列式をゼロとしなければならない。従って、式(18)、(19)よりそれぞれバネ定数 $K_z, K_{\theta y}$ が求まる。

$$K_z = \frac{1}{2|A_3|} (-a_{14}|A_1| + a_{34}|A_2|) \quad (20)$$

$$K_{\theta y} = \frac{1}{2|B_2|} (a_{13}|B_1| + a_{43}|B_3|) \quad (21)$$

ただし、 $|A_1| = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 \\ 0 & 0 & a_{31} & a_{33} \\ 0 & 0 & a_{41} & a_{43} \end{vmatrix}$ 、 $|A_2| = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33}+a_{11} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{41} & a_{43} \end{vmatrix}$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33}+a_{11} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$|B_1|, |B_2|, |B_3|$ は、 $|A_1|, |A_2|, |A_3|$ において a_{13}, a_{33}, a_{43} を a_{14}, a_{34}, a_{44} に変えた行列式である。

式(20)、(21)にそれぞれ曲げ打撃実験により求められた1次及び2次の固有振動数 f_1, f_2 と動的ヤング係数を代入することにより動的バネ定数 $K_z, K_{\theta y}$ を求めることができる。本解析では次の値が求められた。

$$K_z = 1.56 \times 10^4 \text{ (kgf/cm)}$$

$$K_{\theta y} = 4.95 \times 10^8 \text{ (kgf}\cdot\text{cm/rad)}$$

これらの値を用いて再度固有振動解析を行った結果を表-9に示す。表からわかるように、バネ定数の決定にあたって数値解析に用いた固有振動数は2次までの測定値であるにもかかわらず、3次以上の固有振動数についても測定値と一致しており、この手法の妥当性が確かめられた。

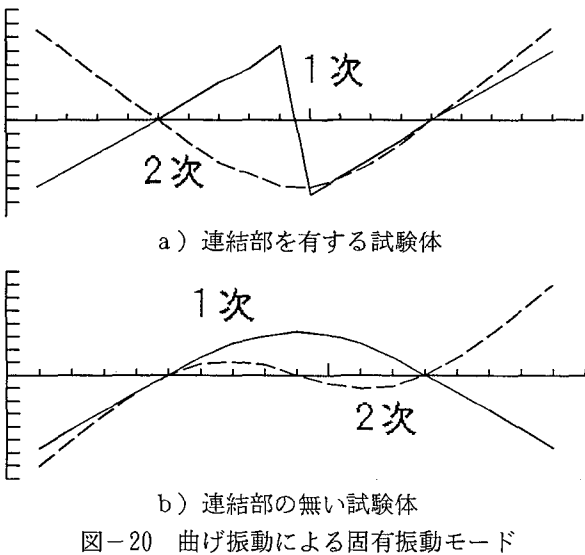
表－9 固有振動数測定結果及び解析結果

次数	測定結果(Hz)	解析結果(Hz)
1次	216	216
2次	342	342
3次	1048	1032
4次	1182	1178

同様の解析手法により表－6の結果を用いて K_y と $K_{\theta z}$ を求めることができる。結果のみを示すと以下のようになる。

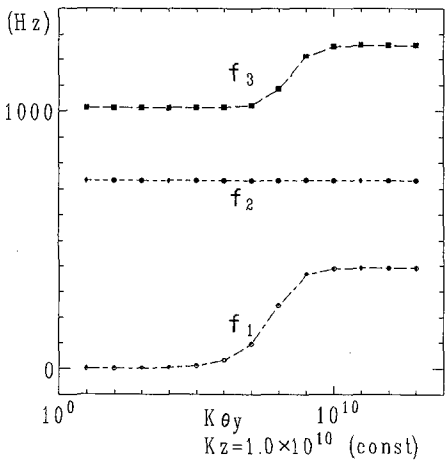
$K_y = 4.13 \times 10^3 \text{ (kgf/cm)}$
 $K_{\theta z} = 3.45 \times 10^9 \text{ (kgf}\cdot\text{cm/rad)}$

バネ定数 $K_z, K_{\theta y}$ を用いて計算した曲げ振動2次までの固有振動モードを図－20に示す。



図－20 曲げ振動による固有振動モード

次に、回転バネ定数のみの変化が固有振動数に及ぼす影響について明らかにするために、図－19の連結部を有する2点支持梁を用いて、せん断バネ定数 K_z を十分大きな値に固定し、回転バネ定数 $K_{\theta y}$ の値を変化させて解析



図－21 固有振動数に及ぼす回転バネ定数の影響

を行った。解析結果を図－21に示す。図より $K_{\theta y}$ の値が $10^5 \sim 10^{10} \text{ kgf}\cdot\text{cm/rad}$ の範囲で固有振動数の変化が見られ、それ以外の範囲ではそれぞれほぼ一定値である。これは $K_{\theta y}$ の値が小さいときにはヒンジ、大きくなると剛結となり連結部の無い固有振動数に収束することを示している。

同様に回転バネ定数 $K_{\theta y}$ の値を十分大きな値に固定しせん断バネ定数 K_z を変化させた結果は、 $10^2 \sim 10^6 \text{ kgf/cm}$ の範囲で変化が見られた。

5. 実験結果の考察

本研究の静的及び動の実験から推定されたバネ定数と文献1)における全体構造を考慮した最適化手法により推定されたバネ定数を表－10に示す。

最適化手法とは構造物の1次及び2次固有振動数の実測値と、6個のバネ定数を変化させて計算した数値解析値の誤差を目的関数とし、その目的関数が最小となるときのバネ定数を最適バネ定数と考える手法である。

表－10より、それぞれのバネ定数の値は静的実験から得られた結果の方が動の実験から推定した結果より大きく算出されているのがわかる。また、 K_x と K_z は静的、動的结果ともほぼ同様な値が得られている。最適化手法の K_z の値は動的结果と一致しており、他の値については異なった値となっている。特に回転バネ定数は静的、動的结果と比較して大きく評価していることがわかる。従って、 $K_{\theta x}$ の実験的な推定方法を検討する必要があるものの、今回得られた静的、動の実験結果を用いた本橋の固有振動解析を実施することによってその妥当性が評価できるものと思われるので、この点については今後の課題としたい。

回転バネ定数については、いずれの結果も大きな値となっている。また、 $K_{\theta y}$ の静的試験においても連結部の無い場合は、連結部を有する試験体とほぼ同様な「荷重－変位」の関係を示していたことから同じバネ定数が得られるのがわかる。よって、本実験で用いた連結構造は回転に対してほぼ剛な連結特性を有しているものと考えられる。このことは図－21に示した数値解析の結果からも明らかである。しかしながら、静的試験における純曲げ試験においてはデータにバラツキが見られ、鋼桁で得られるような $M-\theta$ 曲線が得られなかったので今後実験方法の検討が必要であると思われる。

表－10 バネ定数の比較

バネ定数	動の実験	静的実験	最適化手法
$K_x \text{ (kgf/cm)}$	5.17×10^5	6.39×10^5	9.76×10^4
$K_y \text{ (kgf/cm)}$	4.13×10^3	2.60×10^4	1.34×10^5
$K_z \text{ (kgf/cm)}$	1.56×10^4	4.04×10^4	1.56×10^4
$K_{\theta x} \text{ (kgf}\cdot\text{cm/rad)}$	-	-	8.94×10^{12}
$K_{\theta y} \text{ (kgf}\cdot\text{cm/rad)}$	4.95×10^8	4.59×10^9	2.79×10^{13}
$K_{\theta z} \text{ (kgf}\cdot\text{cm/rad)}$	3.45×10^9	-	1.26×10^{13}

6. あとがき

本研究では、連結部を有した実物大集成材梁を用いて静的実験と動の実験を行い、連結部の剛性評価を行った。動の実験においては、試験体を2本のロープで吊り下げることによって両端自由の梁として、一端打撃加振し、他端で応答加速度を測定することによって卓越振動数を見出し、連結部の特性を明らかにした。連結部の剛性評価は固有振動解析と動の実験から得られた振動数、動的ヤング係数を用いて算出する方法を提示した。

また、これからの検討課題としてはこれまでに挙げたことの他に、次のようなことが挙げられる。

- 1) 試験体軸回りのねじれに関するバネ定数 $K_{\theta x}$ を実験から求める。
- 2) 今回の静的試験では1方向の荷重のみで行っているが、振動は両振れであることから、載荷－除荷の反復による実験を行う必要がある⁴⁾。
- 3) 本研究では鋼板挿入型ボルト接合の連結部についての実験を行ったが、他の連結方法（例えば鋼板側材型ボ

ルト接合）で同様の実験を行い、連結方法の違いが構造物に及ぼす影響についても明らかにする。

謝辞：本論文をまとめるにあたり、田野畑村役場、三井木材工業(株)、(株)リンデンバウム遠野の方々に大変お世話になりました。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 出戸秀明、五郎丸英博、岩崎正二、宮本裕、土田貴之：集成材を用いたアーチ形式歩道橋の振動実測と解析、構造工学論文集、Vol140 A、pp. 1321-1330、1994. 3
- 2) 長松昭男：モード解析、pp. 68-76、1985. 7
- 3) 橋梁振動研究会編：橋梁振動の計測と解析、pp. 319-323、技法堂、1993.
- 4) 日本建築学会：木構造計算基準・同解説、pp. 219-222、技法堂、1992. 8

(1994年9月14日受付)