

可能性理論を用いた重回帰差の検定手法とその構造物の安全管理への適用

POSSIBILITY THEORY IN TEST OF DIFFERENCE BETWEEN REGRESSION MODELS
AND ITS APPLICATION TO SAFETY CONTROL OF STRUCTURES

小林一郎*、三池亮次**、神田季治***

Ichiro KOBAYASHI, Ryoji MIIKE and Toshiharu KANDA

* 工博 熊本大学助教授 工学部土木環境工学科 (〒860 熊本市黒髪2丁目)

** 工博 熊本大学教授 工学部土木環境工学科 (〒860 熊本市黒髪2丁目)

*** 西松建設株式会社 (〒105 東京都港区虎ノ門1丁目20番10号)

The authors have proposed three control chart methods by using probability theory to find the variation of the regression model for the safety control of arch dams. The first group of two methods was applied on the basis of the theory of interval estimation and the third method on the theory of the test of the difference between multivariate regression models. It has also been presented that the application of the possibility regression models, which are based on the fuzzy set theory, to the first group of two methods. This paper presents a possibility theory for the test of the difference between the estimates of regression models for the preliminary data and for the moving controlled data. Several numerical examples are illustrated showing how this control chart method could be applied to the maintenance and safety control of arch dams.

Key words: Possibility regression model, safety control, theory of test of difference, control chart method.

1. はじめに

筆者らは、これまでに3種類の重回帰管理図法に基づくアーチダムの安全管理手法に関する研究を行ってきた^{1),2),3)}。これらは、全て確率理論に基づく重回帰モデル(確率モデル)を用いるもので、はじめの2種類の管理図法は、区間推定による方法である。3番目の管理図法は、予備期間と管理期間の回帰モデルの差を検定する手法によるものである。

また、確率モデルによる重回帰管理図法に平行して可能性理論(ファジィ理論)に基づく重回帰モデル(以下、可能性モデル)の区間推定の手法への適用を試み、極めて良好な結果を得た^{4),5)}。

二組の回帰モデルの間の差の有無を見出すために、Bolch と Huang⁶⁾は相当性検定の手法を提案した。また、奥野⁷⁾らは層別因子を含む回帰分析、中村⁸⁾は共分散分析と称してこの問題を論じている。筆者らは先に二つの重回帰モデルの差を検定する新基礎理論を提案し、また、ダム挙動の安定性を視覚的にとらえるよう既述の3番目の管理図法を提案した。本論文は、筆者

らの一連の研究の継続として、可能性モデルを用いた重回帰差の検定手法を提案し、この手法をアーチダムの安全管理に適用したものである。

アーチダムは水圧と温度変化の影響を受けて変位する。この水位と温度を説明変数とし、たわみを従属変量とする重回帰モデルを設定する。アーチダムが定常状態に達した後、大地震や大洪水があったとする。その前後のダム挙動に異常があれば、重回帰構造に変化(差)がある筈である。地震前を予備期間、後を管理期間ということにして、予備期間にダムが安定したものであって、予備期間と管理期間の回帰モデルに差がなければ管理期間においてもダム挙動に異常はないと判断する。

先に筆者らの提案した区間推定による管理図法は、標準化された、重回帰残差の挙動をみるものであるが回帰残差が信頼区間に収まるかどうかを見る管理図法は一種の残差分析法⁹⁾である。大隅の著書¹⁰⁾には、区間推定に基づく単回帰管理図法の解説がある、奈川渡ダム¹¹⁾ではダムの安全管理に確率モデルによる区間推

定の手法が応用されている。

構造物の安全管理への可能性モデルの適用の提案は、従来の確率モデルに取って替わる管理手法を示すことが目的ではない。むしろ、確率論による安全性の規準とは異なる発想による規準を設定することで、構造物の安全性を多面的に捉えることが可能となるものと考ええる。確率モデルは精確で多くの観測データがある場合には、数学的・工学的に多くの人が受け入れることのできる安全性の指標を提示できる。これに対して、可能性モデルはその基礎となるファジィ論が言語のあいまいさを数量化することにその起源を持つように、工学的問題に人文社会的な問題解決の手法を加味することが可能であり、土木構造物の安全管理への適用範囲の広い回帰モデルであると考ええる。

なお、本論文では比較のため筆者らの一連のアーチダムに関する研究の結果の一部を用いる。このため数値計算例としてはアーチダムの安全管理が論じられるが、本手法そのものは重回帰モデルが設定可能なすべての構造物に適用できる。文献12)では一般骨組構造物への応用についても言及している。

2. アーチダムのたわみの要因の重回帰モデルと 区間推定

アーチダムのたわみ δ と温度、水圧などの要因の間に、次のような2つの重回帰モデルを設定する。

CASE A :

$$\delta = K + \sum_{j=1}^3 A_j(t_j - t_{0j}) + \sum_{j=1}^3 B_j(g_j - g_{0j}) + C(H - H_0)^2 \quad (1)$$

ここに、 K, A_j, B_j, C は回帰係数 ($j = 1, 2, 3$)、 t_j, g_j, t_{0j}, g_{0j} は計測断面1、2、3の平均温度、温度勾配、およびその初期値、 H, H_0 は水位、および基底標高である。

CASE B :

$$\delta = K + a_1 t_{11} + a_2 t_{12} + \cdots + a_9 t_{33} + C(H - H_0)^2 \quad (2)$$

ここに、 K, a_i は回帰係数 ($i = 1, 2, \dots, 9$)、 t_{ij} は計測断面1、2、3の堤体温度実測値 ($i, j = 1, 2, 3$) である。

上の2式に可能性モデルによる区間推定を適用する場合、次のような手順に従った。ただし、その詳細は文献3)に示した通りである。

(i) 予備期間のデータを用い、式(1)または式(2)についてLP計算を行ない、可能性線形回帰式を求める。

(ii) 管理期間のデータを(i)で求めた回帰式に代入し、たわみの実測値に対するファジィ推定値を求める。これより管理期間のデータに対する管理限界が設定される。

(iii) もし、予備期間と管理期間のデータが同じ集団に属するならば、管理期間のたわみの実測値は(ii)で求めたファジィ推定値の幅の中に含まれると考える。

3. 確率モデルによる差の検定

差の検定とは、ある期間(予備期間)と管理しようとする期間(管理期間)の回帰構造に差があれば何らかの異常原因が作用しているという考えに基づいた安全管理手法である。区間推定が、管理期間の観測値に対してリアルタイムで対応できるのに対して、差の検定では管理期間の予備期間に対する長期間(1年間)のグループの差をみる。以下に確率モデルに基づく差の検定の基礎式を述べる。

説明変数を要素とする係数マトリクス $\mathbf{X}_1(n_1 \times p)$ 、 $\mathbf{X}_2(n_2 \times p)$ と、独立に正規分布に従う従属変量 $\mathbf{y}_1(n_1 \times 1)$ 、 $\mathbf{y}_2(n_2 \times 1)$ との間に重回帰モデル¹³⁾

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{e}_1 \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{X}_2 \boldsymbol{\beta}_2 + \mathbf{e}_2 \quad (4)$$

が設定されるものとする。ただし、添字1,2はそれぞれ予備期間と管理期間を表す。また、 $\boldsymbol{\beta}$ は回帰係数、 $\mathbf{e}$ は回帰偏差である。

ここで

$$\boldsymbol{\mu}_2' = \mathbf{X}_2 \boldsymbol{\beta}_1 \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\mu}_2 = \mathbf{X}_2 \boldsymbol{\beta}_2 \quad (6)$$

とすると、式(3)と式(4)との間に回帰構造の差がなければ、

$$\boldsymbol{\mu}_2' = \boldsymbol{\mu}_2 \quad (7)$$

が成り立つ。従って、仮説 $\boldsymbol{\mu}_2' = \boldsymbol{\mu}_2$ を適当な検定統計量を用いて検定すれば、式(3)と式(4)の間の回帰構造の差の有無を概略的に判定できる。

検定統計量 μ_2' および μ_2 の推定値は

$$\widehat{\mu}_2' = X_2\widehat{\beta}_1 \tag{8}$$

$$\widehat{\mu}_2 = X_2\widehat{\beta}_2 \tag{9}$$

となる。ここで、回帰偏差 e が正規分布に従うとき、 $\widehat{\mu}_2'$ および $\widehat{\mu}_2$ も正規分布に従い、つぎの検定統計量 T は自由度 $n_1 - p$ の t 分布に従う。すなわち

$$T = \frac{(\mu_{2i}' - \mu_{2i}) - (\widehat{\mu}_{2i}' - \widehat{\mu}_{2i})}{\sqrt{(D_{1ii} + D_{2ii})\frac{S_{E1}}{n_1 - p}}} \sim t(n_1 - p) \tag{10}$$

ここで、 n_1 は予備期間のデータサイズ、 p は説明変数の数、 μ_{2i}' 、 μ_{2i} 、 $\widehat{\mu}_{2i}'$ 、 $\widehat{\mu}_{2i}$ は、 μ_2' 、 μ_2 、 $\widehat{\mu}_2'$ 、 $\widehat{\mu}_2$ の i 番目の要素、 D_{1ii} および D_{2ii} は $X_2S_{q1}^{-1}X_2$ および $X_2S_{q2}^{-1}X_2$ の i 行 i 列要素、 S_{E1} は式 (3) の残差平方和である。また、 $S_{q1} = X_1^TQ_1X_1$ 、 $S_{q2} = X_2^TQ_2X_2$ 、 Q_1 、 Q_2 は重さのマトリックスである。

帰無仮説 H_0 を

$$\mu_{2i}' = \mu_{2i} \tag{11}$$

対立仮説 H_1 を

$$\mu_{2i}' \neq \mu_{2i} \tag{12}$$

とする。帰無仮説 H_0 の下で、 T の値を求め

$$|T| > t(n_1 - p; 0.05) \tag{13}$$

のとき、有意水準 5% で帰無仮説 H_0 を棄却し、対立仮説 H_1 を採択する。ただし、 $t(n_1 - p; 0.05)$ は自由度 n_1 の t 分布の有意水準両側 5% の点である。また、 T は、確率モデルにおける標準化された差である。

4. 可能性モデルによる差の検定手法の定式化

確率モデルによる差の検定手法と同様の定式化を、ファジィ理論¹⁴⁾ による可能性重回帰モデルを用いて行う。式(3)、(4)に対応する式として、次のような可能性回帰モデルを設定する。

$$Y = XA \tag{14}$$

ここに、 Y は実測値 y のファジィ推定値、 A はファジィ回帰係数であり、その第 j 番目の要素 A_j は $A_j = (a_j, b_j)$ のように中心 a_j 、幅 b_j の三角形分布のファジィ数とする。ファジィ回帰係数の決定は、次の LP 問題に帰着

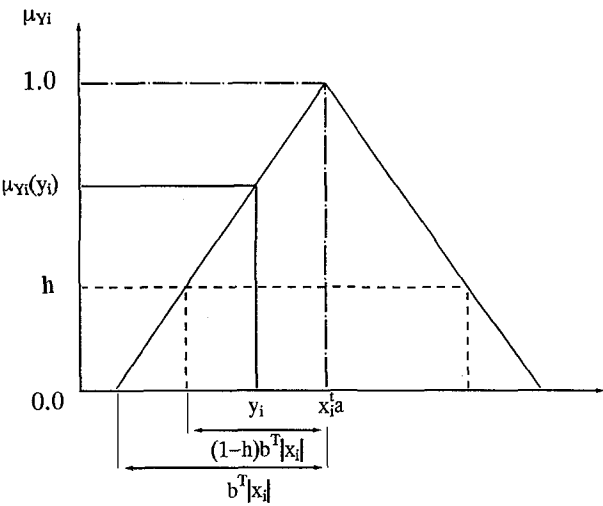


図-1 Y_i の帰属度関数

される。

目的関数：

$$Z = \sum_{i=1}^n b^T |x_i| \rightarrow min. \tag{15}$$

制約条件：

$$x_i^T a - (1-h)b^T |x_i| \leq y_i \tag{16}$$

$$x_i^T a + (1-h)b^T |x_i| \geq y_i \tag{17}$$

$$b^T \geq \varepsilon |a^T| \tag{18}$$

ここに、 $A = (a, b)$ 、 $a^T = [a_0 \ a_1 \ \cdots \ a_p]$ 、 $b^T = [b_0 \ b_1 \ \cdots \ b_p]$ 、 $x_i^T = [1 \ x_{i1} \ \cdots \ x_{ip}]$ であり、 ε はファジィ回帰係数の幅 b をゼロにしないための条件である^{15),16)}。

上記の LP 計算より A が求められると Y の第 i 番目の要素も $Y_i = (x_i^T a, b^T |x_i|)$ のように求められる。図-1 は Y_i の帰属度関数である。

式(16)、(17) の制約条件は、実データ y_i がファジィ推定値 Y_i に適合度基準 h ($0 \leq h < 1$) 以上で含まれることを保証するもので、 y_i の存在範囲として適合度基準 h で区切られる区間の幅 W_i が

$$W_i(h) = 2(1-h)b^T |x_i| \tag{19}$$

で与えられる。

ここで、予備期間のデータに対して式(14)を適用して求めたファジィ回帰係数 A_1 に管理期間の説明変数を要素とする係数マトリックス X_2 を乗じた応答変量を

$$Y' = X_2 A_1 \tag{20}$$

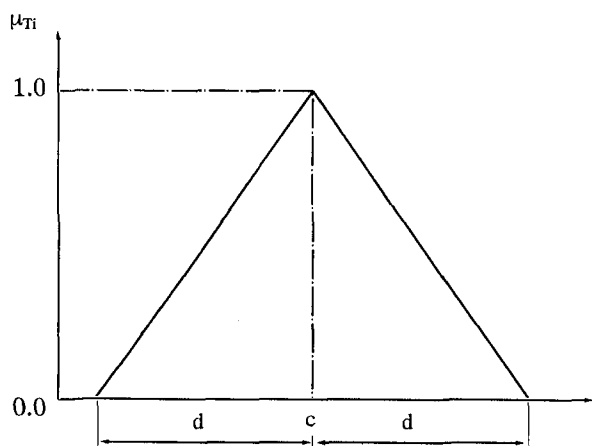


図-2 $T=(c,d)_L$ の帰属度関数

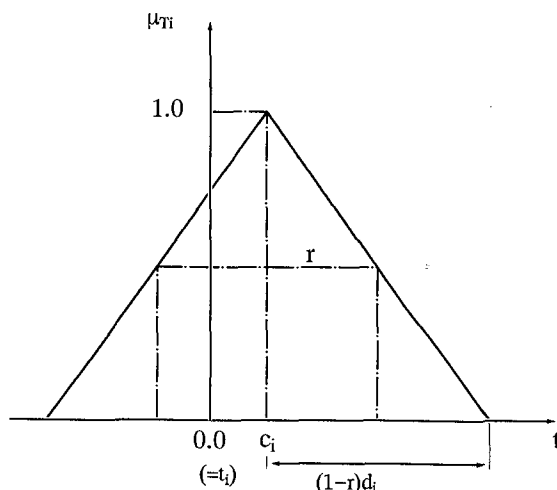


図-3 「ほぼゼロ」の帰属度関数

とし、管理期間のデータに対して式(14)を適用して求めたファジィ回帰係数 A_2 に X_2 を乗じた応答変量を

$$Y = X_2 A_2 \quad (21)$$

とする。上の2式のファジィ推定値 Y' 、 Y の各要素の差を求め T とすると、この値もファジィ数となる。 T の第 i 番目の要素 T_i は次式の通りである。

$$T_i = Y'_i - Y_i = (x_{2i}^T a_1 - x_{2i}^T a_2, b_1^T |x_{2i}| + b_2^T |x_{2i}|) \quad (22)$$

このファジィ数の中心と幅を c 、 d を用いて、

$$c_i = x_{2i}^T a_1 - x_{2i}^T a_2 \quad (23)$$

$$d_i = b_1^T |x_{2i}| + b_2^T |x_{2i}| \quad (24)$$

とおくと、上式は、図-2のような三角形分布の帰属度関数となる。これを、次式のように表すこととする。

$$T_i = (c_i, d_i) \quad (25)$$

いま、予備期間と管理期間の回帰構造に全く差がないと仮定する。このとき $Y' = Y$ でなければならないので、式(25)において、 $T_i = 0$ 、つまり、 $c_i = 0$ 、 $d_i = 0$ となるはずである。しかし、式(22)のファジィ数の差の演算において明かなように、 T_i は「大体ゼロ」のファジィ数となる。そこで、図-3で示すようにある可能性の割合（適合度基準 r ）で定義される区間の中にクリスプ数 t_i （ここでは $t_i = 0$ ）が含まれているとき、式(20)と式(21)は「ほぼ等しい」と考える。

表-1 計算モデルの予備期間、データ数および要因数

No.	予備期間	データ数	要因数	
			A	B
1	60.4/2 ~ 60.5/30	12	1	1
2	60.4/2 ~ 60.6/27	17	2	2
3	60.4/2 ~ 60.7/26	20	3	5
4	60.4/2 ~ 60.8/30	25	5	4
5	60.4/2 ~ 60.9/27	29	6	6
6	60.4/2 ~ 60.10/25	33	5	6
7	60.4/2 ~ 60.11/24	36	5	4
8	60.4/2 ~ 60.12/27	40	5	4
9	60.10/4 ~ 61.3/28	22	4	5
10	60.10/4 ~ 61.6/27	31	4	4
11	60.10/4 ~ 61.9/19	39	5	6
12	61.1/3 ~ 61.6/27	20	4	5
13	61.1/3 ~ 61.9/19	28	4	3
14	61.1/3 ~ 61.12/26	39	5	5

この仮定のもとに、次式に示す管理限界を設け T_i を検定する。

$$c_i - (1-r)d_i \leq t_i \leq c_i + (1-r)d_i \quad (26)$$

上式を無次元化すると

$$\left| \frac{t_i - c_i}{d_i} \right| = S_i \leq (1-r) \quad (27)$$

となる。上式(26)、(27)が可能性モデルにおける差の検定の基礎式で、 S_i は可能性モデルにおける標準化された差で、確率モデルの場合の式(13)に対応する。

5. 数値計算例

ここでは、文献1)と同じアーチダムのたわみと各要因の観測データと式(1)、(2)の回帰式を用いて数値計算を行った。表-1に示すように、CASE A, Bの

表一 2 ファジィ回帰係数の幅の比較

回帰係数	$\varepsilon = 0.00$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.15$	$\varepsilon = 0.20$
K	0.912	0.213	0.288	0.466
A_1	0.848	0.912	0.527	0.246
A_2	0.000	0.069	0.194	0.266
B_1	0.000	0.124	0.559	0.761
B_2	0.000	0.177	0.453	0.604
$C(*10^{-4})$	0.000	0.421	0.664	1.09
Z	112.818	121.539	139.505	151.401

各々についてそれぞれ14通りの予備期間を選んだ。ただし、期間は西暦の上2桁を省略している。なお、式(16)、(17)の h は総て0.5とした。

5.1 ファジィ回帰係数 b とその下限値の管理幅への影響について

式(14)よりLP計算を用いて回帰係数を決定する際、回帰係数の幅 b はファジィ数の本来の定義に従うとゼロではない。ところが、式(15)のように目的関数 Z が各回帰係数の幅 b に重さを掛けたものの総和を最小とするため、 b のいくつかはゼロとなることがある。本研究では b の下限値として式(18)を設定したが、目的関数 Z や式(19)の幅 W_i にどれほど影響するかを検討した。

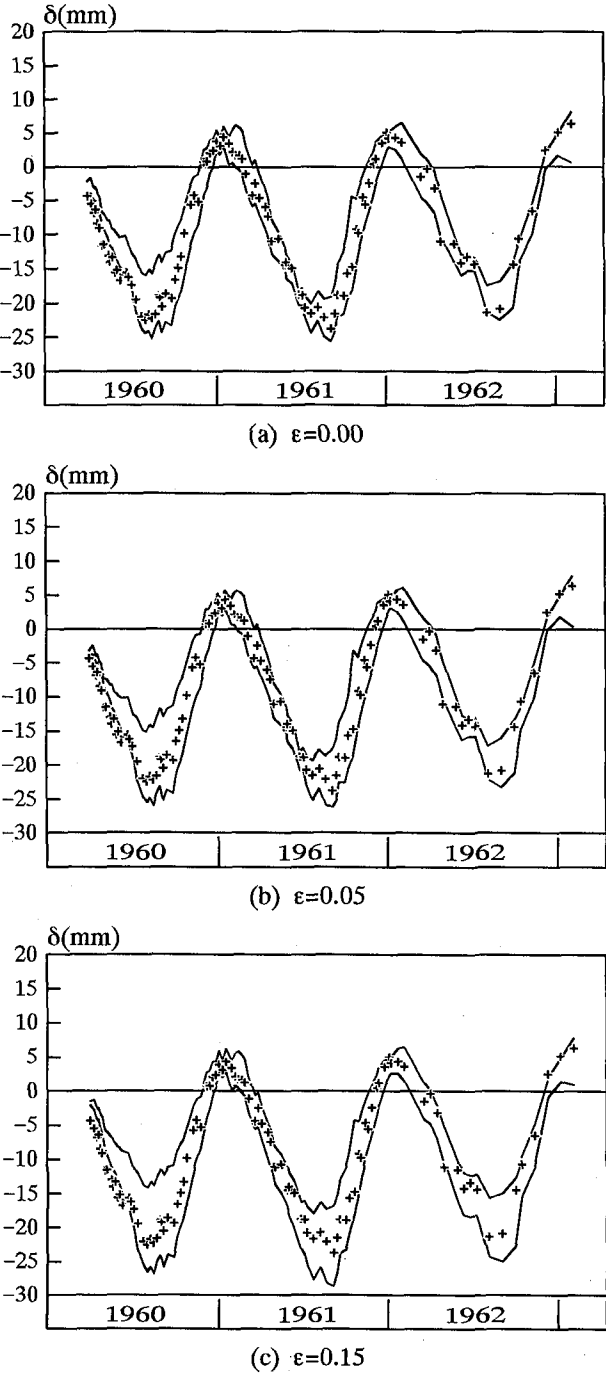
表一2は ε を0.00、0.05、0.15、0.20の4通りに変化させたときの表一1で示したCASE A-14(CASE AのNO.14の場合)の目的関数とファジィ回帰係数の値である。文献4)は総て ε をゼロで計算している。

図一4は $\varepsilon = 0.00、0.05、0.15$ の場合の式(19)における管理幅 W_i の変化を表したもので、点はたわみの観測値、2本の実線は上下方の管理限界を意味し、縦軸はたわみ量、横軸は時間を表す。表一2と図一4より ε の値を大きくすれば管理幅が大きくなるのが判る。ただし、 ε は管理幅 W_i の調整に用いられるものではなく、あくまで、ファジィ回帰係数の幅がゼロにならないようにする調整の値であり、本来目的関数 Z は小さい方が望ましい。よって、本研究では、目的関数の値が $\varepsilon = 0.00$ のときの値の1割増し程度になるように考えた。

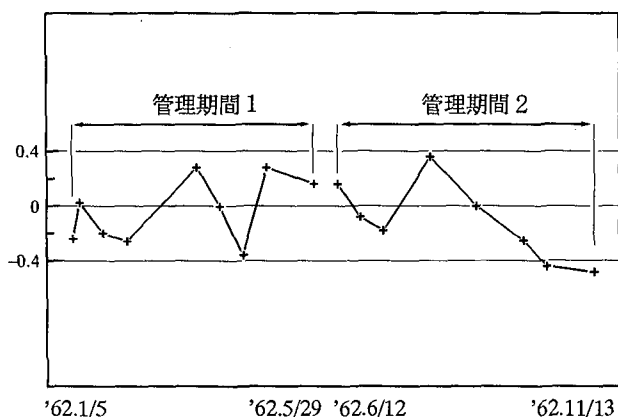
また、文献4)で述べたように管理幅の調整は適合度基準 h によって行うべきであり、 ε はゼロに近い値で良いと判断し今後の計算には $\varepsilon = 0.05$ を用いることとする。

5.2 可能性モデルと確率モデルの比較

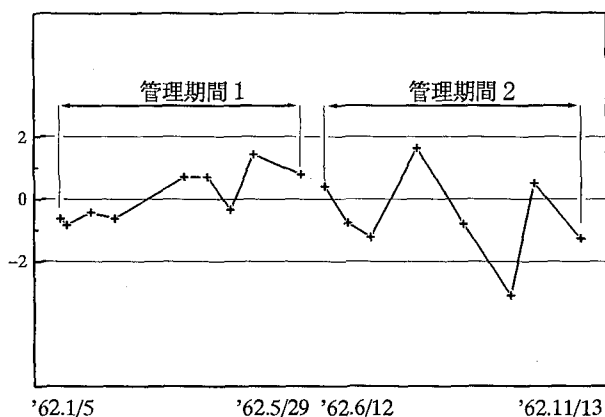
図一5はCASE A-14について、可能性モデルと確率モデルを用いた差の検定手法の解析結果の比較の一例である。図一5(a)、(b)の+印を結んだものは、それぞれ、式(27)で定義した S_i と式(10)の T の値の時系列変動を表す。確率モデルにおいては式(13)で $t(60, 0.05) = 2.0$ となるため、 ± 2.0 が上下方管理限界と



図一4 ε の変化と管理幅



(a)可能性モデルによる場合



(b)確率モデルによる場合

図-5 可能性モデルと確率モデルの比較

なる。一方可能性モデルでは、図-5 (b) の管理限界にほぼ対応する値として $r = 0.6$ を用いた。

管理期間1のデータは両方とも管理限界内にあり、予備期間のデータと同じ母集団にあると考えられる。これに対して、管理期間2では確率モデルの場合は最後から3番目、可能性モデルの場合には最後の2個のデータが管理はずれとなっている。5.3で後述するように管理はずれがあれば、ただちに危険があることを意味しているのではないが、両モデルを併用することで、管理期間2の後半のデータは予備期間の多少異なる回帰構造を持つものではないかと疑ってみる必要がある。

同じ回帰分析であっても2つのモデルを用いることで異なる視点から、総合的な結果の評価を行うことが可能となると考える¹³⁾。また、図-5より、従来われわれが用いてきた確率モデルによる差の検定による管理図法とほぼ同様の安全管理が提案法により可能性モデルを用いても可能であることが判る。

5.3 適合度基準 r と管理限界の関係

図-6は適合度基準 r と管理限界の関係を $r=0.9$ 、 0.6 、 0.2 の場合について示した。式(27)の可能性モデルにおいても、式(13)の確率モデルにおいても右辺の値(管理限界)は自由に設定できる。 $r=0.9$ の場合は、半数以上の管理データが管理はずれとなるような「厳しい管理」が行われているのに対して、 $r=0.2$ の場合には、ほとんどのデータが管理限界内に入るような「緩やかな管理」が行われていることになる。

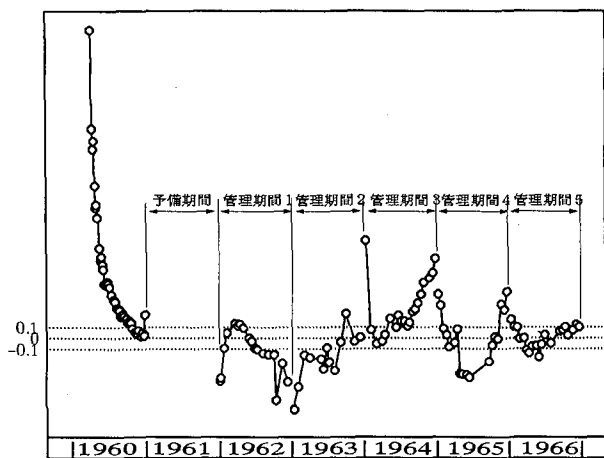
管理はずれのデータの解釈については、確率モデルで、たとえば、 $t(n_1 - p; 0.05)$ とすると、管理期間のデータの内5%以上管理限界の外にあれば、同一母集団にないと考え警戒する必要がある。これに対して、可能性モデルではそのような明快な定義はない。つまり、図-3で示した「ほぼゼロ」のファジィ数の定義域(つまり式(19)の幅)の中にすべての予備期間のデータが入っているとき、管理データも同じ管理幅の中であれば同一母集団にあると考えるが、どれ程の管理はずれを認めるかということは明確ではない。

ただし、確率モデルを用いても実際に管理者がどの値を管理限界として設定するか、あるいは管理はずれのデータが出たときこれをどう判断するかといった問題、つまり意志決定を必要とする問題で明快な指針があるわけではない。

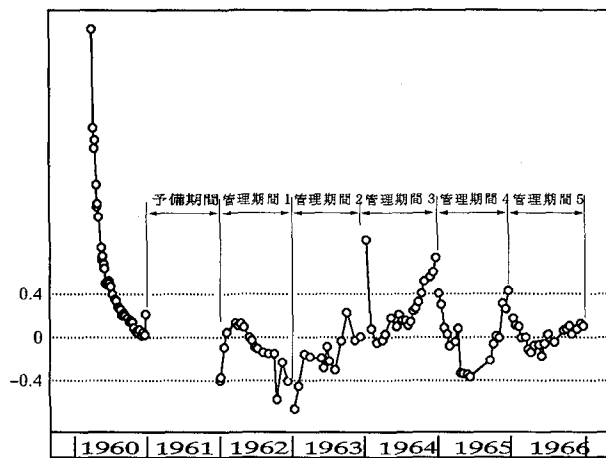
前節5.2でも示したように、アーチダムの安全管理においては $r=0.6$ 程度を適当と考え、たとえば、地震後のように、慎重で「厳しい管理」を行いたいときには r を大きくするといった対応が可能であると考え。

5.4 管理期間の変化による管理図の比較

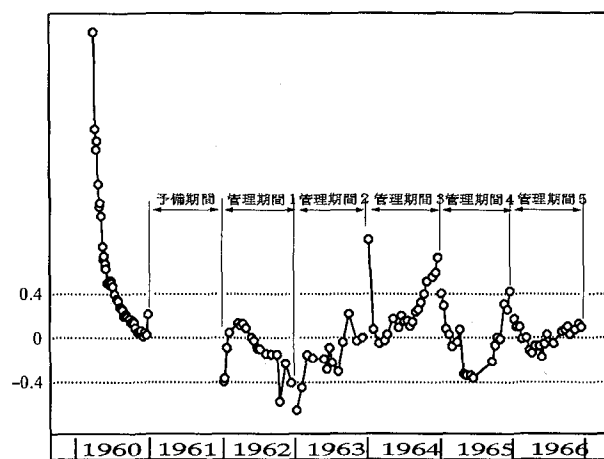
差の検定を行う場合、予備期間は1年以上のデータをとることが望ましいが、管理期間のデータについては、データの収集期間の妥当性が問題となる。図-7では、同一のデータに対して、(a)管理期間を1年とした場合、(b)、(c)異なる2年間を管理期間とした場合についての結果を示した。図-7 (a)では管理はずれが9個あるが、(b)、(c)では1個しかない。データサイズが小さいと少数の異常なデータの全体に占める割合が大きく、式(20)、(21)のファジィ推定値の差が大きくなるため、図-7 (a)のように管理はずれが多くで



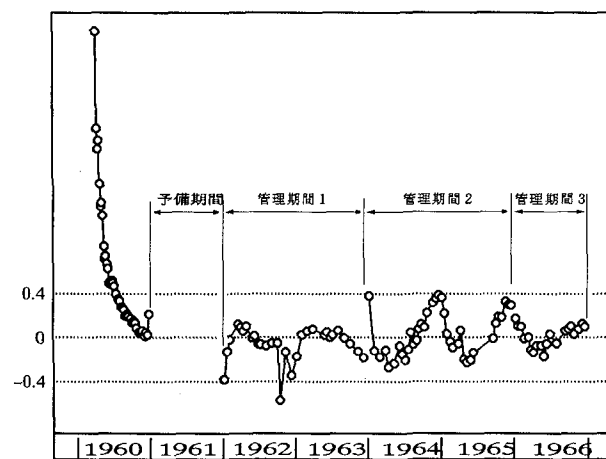
(a) $r=0.9$



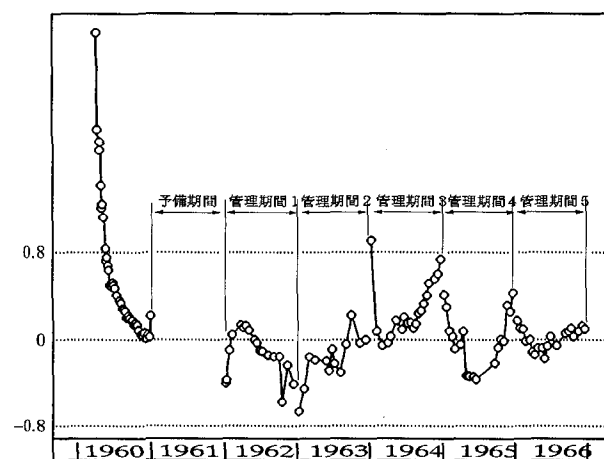
(a) 管理期間 - 1962より1年周期



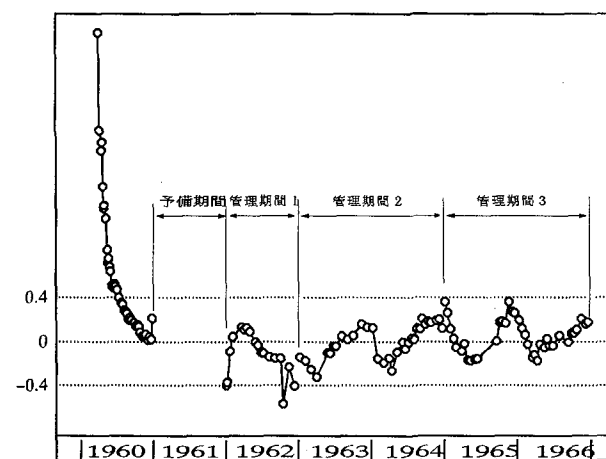
(b) $r=0.6$



(b) 管理期間 - 1962年より2年周期



(c) $r=0.2$



(c) 管理期間 - 1963年より2年周期

図-6 適合度基準 r と管理限界

図-7 管理期間の違いによる管理図の比較

てくる。これに対し、データサイズが大きくなると相対的に異常なデータの割合が小さくなる。

差の検定においては、予備期間と管理期間の回帰式の構造の変化の有無を判断することが目的であるので、両者のデータは安全管理の対象がアーチダムのたわみのように季節変動を伴うものの場合、収集期間が母集団の全体を表すのに十分であることが必要である。本例題では、実際のダムにおいて各管理期間において異常がなかったことを考えると、図-7 (a) のように1年間のデータよりも図-7 (b) または (c) のように2年間のデータを用いることが望ましい。

6. まとめ

- 1) 本研究は可能性理論を用い重回帰差の検定基礎理論を導いたものである。この理論に従い新しいアーチダムの安全管理図法を提案したがその結果は次の通りである。
- 2) 可能性モデルを用いた場合の予備期間と管理期間のデータの回帰構造の差の検定を、両回帰式のファジィ回帰係数でなく、ファジィ応答変量の差について、それが「ほぼゼロ」のファジィ数で定義される範囲にあれば、両方のデータは同じ母集団に属すると考える手法を提案し、可能性モデルによる差の検定手法と称した。
- 3) 確率モデルの場合と同じく、可能性モデルによる差の検定手法によってもアーチダムのたわみの推定および安全管理ができることを、数値計算例より得られたいくつかの管理図を用いて示した。
- 4) 管理限界値の設定、つまり観測データがどの管理限界を越えたときそれを異常であると判断するかは、種々の統計手法の結果からのみ求められるものではなく、管理者あるいはさらに上位の意志決定者の判断が言語を用いて示されるものである。本研究で提案した適合度基準 r は管理の厳しさの程度の指標であり、意志決定の場で利用可能であると思われる。ただし、実際の安全管理への適用は今後の課題である。

7. 謝辞

本研究に用いたダムの実測資料については宮崎企業局から提供を受けました。また、数値計算に当たっては、元熊本大学工学部（現：宮崎県庁）の中武 透氏の協力を得ました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Miike, R., Kobayashi, I. : Safety Control of Dams by Multivariate Regression Model, Proc. of 4th Int. Conf. on Structural Safety and Reliability, Vol III, pp.383-392, 1985.
- 2) Miike, R., Kobayashi, I. : Safety Control of Arch Dams by Regression Model, Proc. of 2nd Int. Sympo. on Design of Hydraulic Structures 89, Balkema, pp.91-96, 1989.
- 3) 三池亮次：ダム安全管理の数理モデルについて、ダム技術、1994年10月。
- 4) 小林一郎、三池亮次、伊東多聞：ファジィ重回帰モデルによるアーチダムの安全管理、構造工学論文集、Vol.37A, pp.1327-1340, 1991.
- 5) Kobayashi, I., Miike, R. : Safety Control of Arch Dams by using Possibility Regression Models, Structural Safety and Reliability (Ed Shueller et al), Balkema, pp.1993-2000, 1994.
- 6) Bolch, B.W., Huang, C.J., : Multivariate Statistical Methods for Buisness and Economics, Prentice-hall Inc., 1974 (中村慶一訳、応用多変量解析、森北出版、1980)
- 7) 奥野忠一、久米均、芳賀敏郎、吉澤正：多変量解析法、日科技連、1975.
- 8) 中村慶一：コンピューターによる統計解析、森北出版、1970.
- 9) 佐和隆光：回帰分析、朝倉書店、1980.
- 10) 大隅昇：データ解析と管理技法、朝倉書店、1979.
- 11) 藤井敏夫編：ダム、実用編 管理例3 奈川渡ダム、彰国社、1977.
- 12) 三池亮次、小林一郎：重回帰モデルを用いた構造物の維持管理、JCOSSAR'91 論文集、pp.341-348
- 13) Draper, N.R. and Smith, H. : Applied Regression Analysis, John Wiley & Sons., 1967.
- 14) たとえば、坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用、森北出版、pp.84-105, 1989.
- 15) 田中英夫：可能性モデルとその応用、システムと制御 Vol.28, No.7, pp.447-451, 1984.
- 16) 田中英夫：可能性回帰分析、日本ファジィ学会誌、Vol.5, No.6, pp.2-14, 1993.

(1994年9月14日受付)