

感度解析と部分構造によるRC桁橋の剛性推定法

RIGIDITY ESTIMATION OF RC GIRDER BRIDGES BY COMBINATION OF SENSITIVITY ANALYSIS AND SUBSTRUCTURE

今井富士夫*、稲留靖浩**、中沢隆雄***

Fujio IMAI, Yasuhiro INADOME and Takao NAKAZAWA

* 工博 宮崎大学助教授 工学部土木環境工学科 (〒889-21 宮崎市学園木花台西1-1)

** 宮崎大学大学院 工学部土木環境工学科 (〒889-21 宮崎市学園木花台西1-1)

*** 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-21 宮崎市学園木花台西1-1)

A method based on sensitivity analysis is adopted in analyzing the damage detection and the rigidity estimation of deteriorated structures. The actual solutions of a target structure may not be obtained by the method when the damage length does not agree with the length of the discrete element. In this paper, a simple beam with damaged section is analyzed by the method mentioned above. It is confirmed that the method is useful to detect the location of the damage. Using the substructure to zoom part of the element which contains the damaged section, the method can analyze the actual damage length and rigidity of the damaged section. The applicability of the developed method to estimate the rigidity of deteriorated grillage girders, is then discussed.

Key Words : rigidity estimation , damage detection , sensitivity analysis , substructure

1. まえがき

多年にわたり供用されてきた橋梁の損傷の程度を測ることを目的に、現場試験から得られたデータを基にした剛性推定法がいくつか提案されている。そのうち、静的データに基づくものには新延¹⁾、2)、宮本³⁾および水澤⁴⁾らの研究があり、動的解析では榎本⁵⁾、宮本⁶⁾、Oreta⁷⁾などが挙げられる。この種の解析法には感度解析を用いた最小自乗法がよく使用されている^{1)~3)}。

実橋梁の剛性推定では、たわみなどの測定誤差や実構造物と解析モデルの相違などによって、1度の解析で真解を得ることはできないのが現状のようである。感度解析で特に重要となるのが、解析要素長と損傷幅との差異の問題である。感度解析による剛性推定法は有限要素法を基にしたもので、損傷を測る感度変数は個々の要素剛性で表現される。損傷が分割された要素内に一様に分布する場合には精度のよい結果を得ることができるが、要素内に局所的な損傷が存在するときには剛性を正確には把握できていないことになる。局所的な損傷による剛性変動を正確に把握するには、損傷位置と幅を的確に判断して要素分割を行えばよいが、現実には困難であると考えられる。

本研究はRC桁橋の簡便で精度の良い剛性推定法の確立を目的としたもので、特に曲げひびわれの分布や水平

ひびわれなどによって低減した曲げ剛性の推定に感度解析法の適用を検討したものである。このような要因による剛性変化域はある程度の幅を有するものであるが、外観調査ではその低下率や領域を判読することは難しい。

本論文では、解析要素長と損傷幅との問題に力点を置き、まず局所的な損傷を有する単純ばりを粗い分割で感度解析を行い、そこで得られた剛性の推定値で局所的な損傷を包含した要素を特定できることを明らかにした。次に、損傷を含む要素を部分構造でズームングすることにより、少ない要素によって損傷幅や剛性値も精度よく解析できることを示した。さらに、本手法がはりのみならず格子構造へも適用可能であることを数値解析例で示すとともに、格子構造での荷重の載荷方法についても言及している。試験データの入手の簡便さでは動的試験が優れているが、解析手法の改良や適用性を検討するには静的解析が適当と考え、ここでは静的問題を取り扱うことにする。

2. 感度解析と部分構造

この論文の1部は「コンクリート工学年次論文報告集、Vol.16, No.1, pp.977-982, 1994」に登載されたものであり、これを修正加筆したものである。

本法は新延らが提案した感度解析法を採用している¹⁾。ここではまずその手法を概説する。
変位法による剛性方程式は一般に次式で与えられる。

$$\mathbf{K}(\mathbf{X})\mathbf{Z} = \mathbf{F} \quad (1)$$

$\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}^T$ は感度変数ベクトル、 $\mathbf{Z} = \{Z_1, \dots, Z_n\}^T$ は節点変位ベクトル、 $\mathbf{F} = \{F_1, \dots, F_n\}^T$ は節点外力ベクトル、 $\mathbf{K}$ は剛性マトリックスで感度変数 X_i の関数である。ここでの感度変数は断面 2 次モーメントを考えている。
式(1)は感度変数 X_i の変動 δX_i に対して、以下のようになる。

$$\mathbf{K} \left(\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial X_i} \right) \delta X_i + \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial X_i} \right) \mathbf{Z} \delta X_i = 0 \quad (2)$$

式(2)より部材 i の感度係数 X_i の変動に対する節点変位の変動量すなわち感度係数は次式となる。

$$\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial X_i} = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial X_i} \mathbf{Z} \quad (3)$$

節点 j の解析変位 Z_j に対応する測定変位を d_j とすると、両者の関係は

$$\Omega_j = d_j - \left(Z_j + \sum_{i=1}^m \frac{\partial Z_j}{\partial X_i} \delta X_i \right) \quad (4)$$

変動量 δX_i は、 $\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \Omega_j^2$ が最小となるように決定する。すなわち

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} \delta \mathbf{X} = \mathbf{B}^T (\mathbf{d} - \mathbf{Z}) \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{B}$ は感度係数から成る $(n \times m)$ のマトリックスで、要素は $B_{ij} = \frac{\partial Z_j}{\partial X_i}$ となる。 n は測定点数であり、 m は部材数である。

なお、解析変数はこれまでの報告を参考にして算定すべき剛性の逆数とした。

次に構造全体から切り出された部分構造に感度解析の適用を図る。図-1 に示すような単純ばりから区間 $a b$ を切り出す。切り出された部分構造を単純ばりに置き換えるためには、作用する荷重は全体系でこの区間に作用

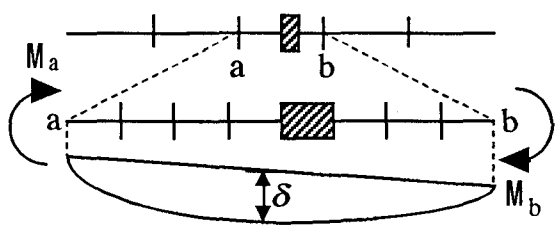


図-1 部分構造の荷重モデルと変位モデル

していた外力に加えて、全体系で生じた点 a と点 b の曲げモーメントから成る回転力を図-1 のように負荷する必要がある。また、変位は図-1 に示すような区間 $a b$ の相対変位 δ を使用する。

3. 単純ばりの解析モデルおよび解析結果

分割要素の内部に局所的な損傷が存在するような要素の分割を行った場合の感度解析による剛性推定がどのようになるかを考察するために、損傷を有する単純ばりを例に採り、解析を行った。

損傷は鉄筋コンクリート橋を想定して、図-2 に示すようにある区間に断面損傷が生じているような場合を考えた。損傷は断面 2 次モーメントで表わし、損傷のない部分は 1 とし、損傷部は 0.5 とした。また、損傷の長さは全長の 1/16 とした。

感度解析で使用する変位データは、図-2 のほりを直接解析して得られたたわみとたわみ角である。このときの荷重は中央点と左右の 1/4 点の 3 点に個別に載荷した。

変位データにたわみ角も加えた理由は、たわみに比べてたわみ角や曲率が損傷に対する感度特性が高いためである^{4), 5)}。

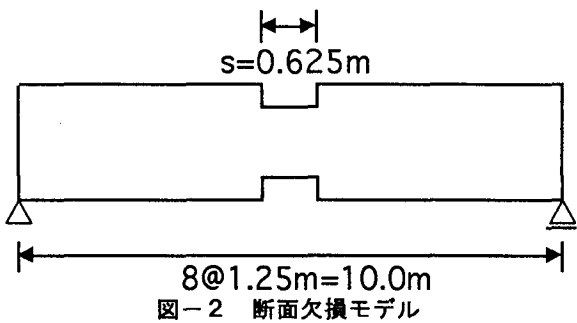


図-2 断面欠損モデル

図-3 は感度解析に使用した要素分割と損傷幅の関係をはり半分について示したものである。ここに、DT ははり全体を解析対象としたものである。DH は全体系の第 3 と第 4 要素を部分構造としてズームングしたもので

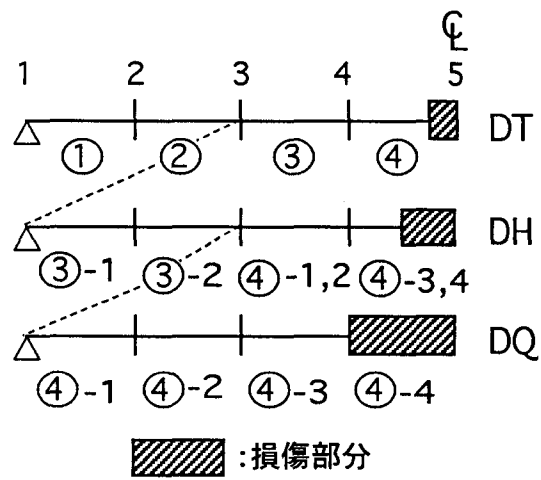


図-3 損傷と要素分割

あり、DQはさらに第4要素のみを部分構造として切り出したものである。

図から明らかなように、損傷は全体系のDTでは第4要素の端部1/4区間に、DHでは第4要素の半分に位置することとなり、損傷幅は要素長とは一致していない。DQは損傷が第4要素の全体に一樣に分布している状態となる。

表－1 断面欠損モデルの剛性推定値

要素	①	②	③-1	③-2	④-1	④-2	④-3	④-4
真解	1.0	1.0	1.0		1.0			0.5
DF	2.0000	0.6714	1.6230		0.6972			
DT	SL	1.0030	1.0060	1.0070	0.7860			
	DS	0.9860	1.0200	1.0510	0.7620			
DH	DF	—	1.7780	0.6972	1.8250	0.5776		
	SL	—	1.0020	1.0020	1.0010	0.6611		
	DS	—	1.0050	1.0090	1.0100	0.6539		
DQ	DF	—	—	—	1.1410	0.9001	1.0520	0.4974
	SL	—	—	—	0.9993	1.0010	1.0000	0.4999
	DS	—	—	—	1.0010	0.9991	0.9989	0.4998

表－1はこれら3者の剛性推定の結果を表示したものである。表中のDFは変位データとしてたわみを、SLはたわみ角を、そしてDSはたわみとたわみ角を取り扱ったものである。また、真解とは各要素に設定した断面2次モーメントの値である。

まず、損傷が要素の内部に局所的に存在する場合の感度解析の特徴について考察する。表－1のたわみデータ(DF)による全体系(DT)の結果から明らかなように、損傷が存在する第4要素の剛性値は大きく低減したものとなっているが、これに隣接する第3要素の剛性値は過大となっている。さらに、第3要素の影響で第2要素は低減し、第1要素は逆に過大となっている。同様な傾向は、第3と第4要素を切り出したDHのたわみデータによるものにも見受けられる。

ところが、DTとDHのたわみ角データによるもの(SL)は、いずれも第4要素は低減し、他の要素はほぼ真解の1に近いものとなっており、あたかも妥当な解であるかのように見受けられる。DFとSLの複合解であるDSにはSL解ほど顕著ではないが、SL解と同様な傾向は読みとれる。たわみデータのみで損傷を包含する要素に隣接する要素の剛性が過大となる理由については、今後検討していく必要がある。

これらのことから、剛性の低下による急激な変形に感度の鈍いとされているたわみを変位データとして採用すれば、損傷の部位がある程度は確認できることになる。

このようにして現実的でない剛性が抽出された場合には、その隣接部分をズームングして解析を行うことになる。表－1でのDQが最終部分構造に当たるもので、損傷幅と要素長が一致したものである。その結果をみると、SL解とDS解での誤差は最大でも0.1%に過ぎず、十分な精度を有している。しかしながら、たわみによるDF解については損傷部分での誤差は0.3%程度であるが、端

部については10%以上の誤差が生じている。これは、端部のたわみに対する感度係数が穏やかでかつそれらの値が小さいことに起因している。

以上の結果より、解析の当初に粗い要素を採用しても、変位データとしてたわみのみを採用すれば損傷位置が判明でき、その部分を部分構造によりズームングを行い、たわみ角データを併用すれば損傷長さとその剛性値を十分な精度で得られることが明らかとなった。

ここに述べた事項は1頁の脚注に述べたように参考文献8)に発表しているが、感度解析の特徴を述べるために再記した。また、文献8)には分布するひびわれモデルの解析や本法の実用化への問題点についても言及している。

4. 格子桁の解析モデルおよび解析結果

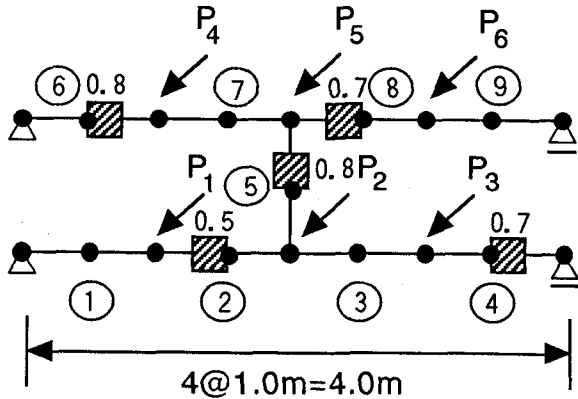
前章で感度解析に部分構造によるズームング手法を併用することにより、単純ばりの局所的に存在する損傷の位置、幅ならびに剛性を正確に算定できることが明らかとなった。そこで、ここでは損傷を有する格子桁への本法の適用を試みる。

解析モデルは図－4に示すように、各桁の1部に損傷のある格子桁を考えた。損傷によって、ねじり剛性も低下するものと思われるが、格子桁の変形に影響を与える主たる因子は曲げ剛性であるとして、損傷は曲げ剛性についてのみ考え、ねじり剛性の欠損はないものと仮定した。よって、損傷は断面2次モーメントで表わし、損傷のない部分は1とし、損傷のある部分は図中の射影部の数値のとおりとした。また、損傷長さは要素の1/4としている。

なお、本法の感度変数にねじり剛性も付加すれば、ねじり剛性の推定も可能と考える。

感度解析で使用する変位データは、1つの要素を8等分して得られたたわみとたわみ角である。このときの荷重は図－4に示すように鉛直荷重P₁～P₆を個別に負荷した。

まず、分割を粗くした全体解析を行った結果について考察する。全体解析では図－4に示すように、測定点は●の19点とし、解析変数は個々の要素(①～⑨)で異



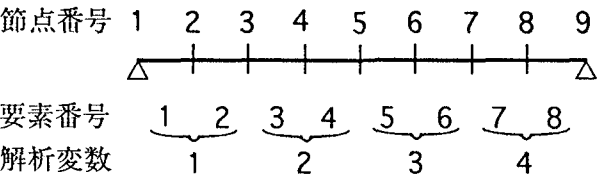
図－4 格子桁の解析モデル

なるものとして9要素9変数とした。表－2は解析結果を示したものであり、表中の変位データに関する記号は前章と同様である。損傷が要素の内部に局所的に存在する要素②、④、⑥、⑧では損傷を含む平均的な値を示しているが、隣接した要素にはたわみを入力値とした場合に単純ばりほど顕著ではないが、剛性値が1を越える値を示している。このことから要素②、④、⑥、⑧には1部に損傷が包含していることが明らかとなる。また、横桁⑤も損傷を含んでいる。たわみデータからの解には剛性低下がみられるが、たわみ角データからは損傷低下はないような結果となっており、2つの変位データからの解は異なっている。解析では横桁全体を1つの要素で取り扱っているため、損傷の有無を直接、考察することはできない。よって、本解析のような場合には、横桁は部分構造で改めて照査する必要がある。

次に、部分構造によりズームングを行った。部分構造は前章と同様で図－1より任意の区間a bを例に採ると、

表－2 格子桁の全体構造による解析結果

要素番号	①	②	③
真解	1.0	1.0 0.5 1.0	1.0
DF	0.9565	0.7792	1.0940
SL	0.8835	0.8138	1.0290
要素番号	④	⑤	⑥
真解	1.0 0.7 1.0	1.0 0.8 1.0	1.0 0.8 1.0
DF	0.8627	0.9738	0.9173
SL	0.9805	1.0170	0.9154
要素番号	⑦	⑧	⑨
真解	1.0	1.0 0.7 1.0	1.0
DF	1.0200	0.8745	1.0810
SL	0.9868	0.8837	1.0600



図－5 要素iの要素分割と解析変数

表－3 格子桁の部分構造による解析結果

要素番号	1	2	3	4	5	6	7	8
要素 真解	1.0	1.0	1.0	1.0				
要素 DF	0.9931	1.0010	1.0010	0.9990				
要素 SL	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000				
要素 真解	1.0	0.5	1.0	1.0				
要素 DF	1.0020	0.5014	0.9842	1.0220				
要素 SL	1.0000	0.5000	1.0000	1.0000				
要素 真解	1.0	1.0	0.8	1.0				
要素 DF	0.9748	1.0170	0.8244	0.9484				
要素 SL	1.0020	1.0040	0.7992	1.0050				

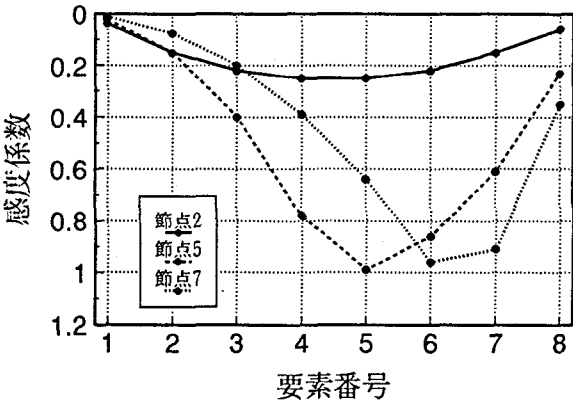
切り出された区間a bを単純ばりと仮定して、作用する荷重は全体系での外力に加えて、点aと点bの曲げモーメントから成る回転力 M_a, M_b を負荷し、変位は区間a bの相対変位 δ とする。また、解析変数は図－5に示すように2つの要素で1つとする8要素4変数とした。解析結果を表－3に示す。

部分構造により損傷部分と要素長を一致させているので、各要素の推定剛性は十分な精度で得られていることが判る。単純ばりの問題と同様に、たわみ角による変位データがたわみよりも精度の良い解を与えている。

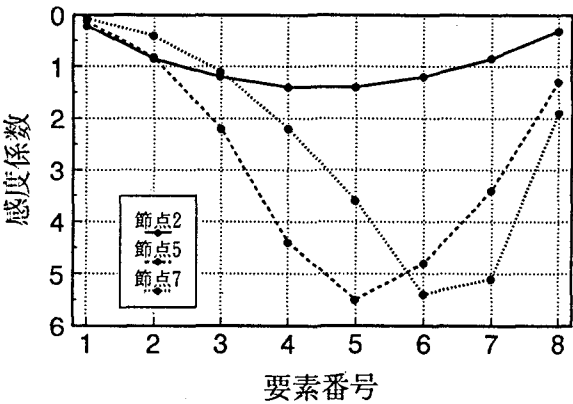
また、主桁に比べて横桁の精度がやや低下しているようであるが、その理由として主桁では曲率が同符号であるのに対し、横桁は両端の曲率が反転するなど複雑な変形を示すためだろうと思われる。

5. 載荷条件

感度解析法では、剛性を推定する解析変数と変位データとの間には、解析変数 $\leq$ 変位データとなる必要がある。解析当初、8分割された部分構造での解析変数を8変数とする解析を行ったが、解を得ることができない要素があった。変位データは荷重モデル $\times$ 測定点であることを考えれば、多数の荷重モデルを採用しているので見かけ上は解析変数 $\leq$ 変位データを満たしていることになるが、



(a) 荷重 P_1 による



(b) 荷重 P_2 による

図－6 部分構造①の感度係数

荷重条件に不十分な点が存在することは明らかである。

そこで、感度解析で主要な因子である感度係数と荷重条件との関係について検討を試みた。部分構造による解析モデルは構造物から切り出された要素を単純ばりと仮定し、その要素に直接載荷されていない外力は、部分構造の両支点の外力モーメントとして置換される。

例えば、格子桁の端部①の要素である部分構造①を考えると、荷重は図-1の端点bのみにモーメント荷重が負荷されるだけである。このときの荷重 P_1 、 P_2 によるたわみ変動に対する感度係数を示すと、図-6(a)、(b)のようになる。

図から明らかなように、部分構造①での2つの荷重による感度係数は定性的には完全に一致しており、それらの値は倍率に変化しているだけとなっている。荷重 $P_3 \sim P_6$ についても同様であった。このことは、各点の集中荷重から置換された支点bの外力モーメントが単に倍率に変化したものによることに起因するものである。すなわち、ここでの荷重系は1つしかないことになるので、部分構造①では要素外に多数の載荷点を設けても変位データは7でしかない。部分構造の解析変数は8なので解析に対する必要条件である解析変数 $\leq$ 変位データを満たしていないことになる。したがって、このような荷重モデルでの解析では解析変数の低減が必要となる。

次に、はり中間部の要素②である部分構造②についてみる。このときの荷重は図-1に示す両支点a、bにモーメント荷重が載荷される。図-7(a)、(b)は先程と同様に荷重 P_1 、 P_2 に対する感度係数を示している。ここでは、荷重位置による感度係数の関係を明確にするために、個々の荷重モデルで生じた最大の感度係数を1として整理している。

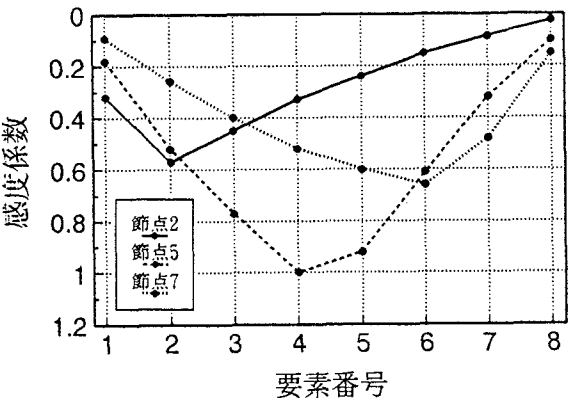
図より明らかなように、この2つの荷重による感度係数の変化に差異がみられる。これは、部分構造の曲げモーメントに及ぼす両端の荷重の影響が異なるためである。

その他の荷重 $P_3 \sim P_6$ による感度係数は、荷重 P_2 によるものに比例するものとなることは前述の結果より明らかである。

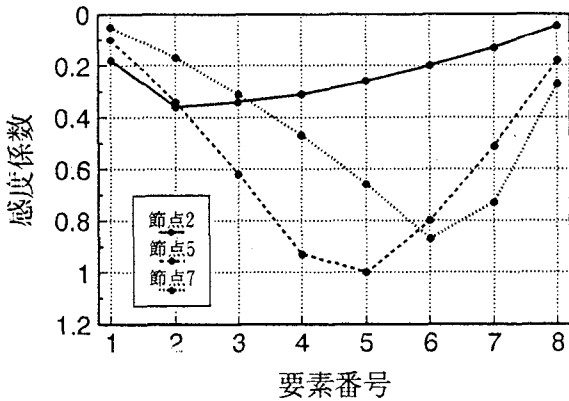
しかしながら、ここでは2つの異なった感度係数が得られるので、荷重 P_1 と荷重 $P_2 \sim P_6$ のうちの1つの荷重を採用すれば、変位データは14となるので、解析変数が14未満であれば、解析変数 $\leq$ 変位データを満たすことができる。

横桁である部分構造⑤の荷重系について考察を行う。この部分構造に対する外力モーメントは主桁中間部の部分構造と同様に両支点aとbに2つ存在する。

図-8(a)、(b)は荷重 P_1 と P_4 が載荷されたときの

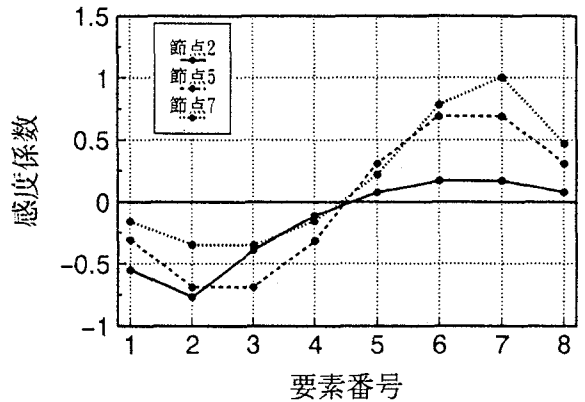


(a) 荷重 P_1 による

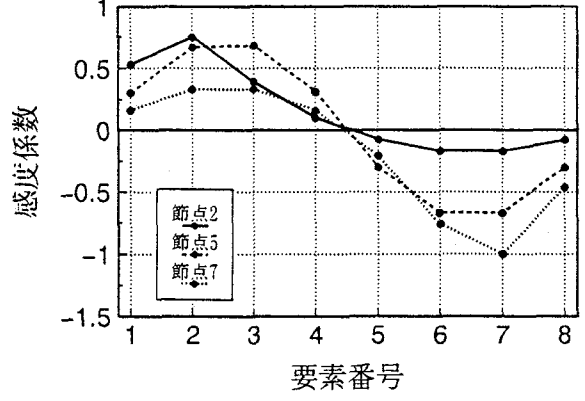


(b) 荷重 P_2 による

図-7 部分構造②の感度係数



(a) 荷重 P_1 による



(b) 荷重 P_4 による

図-8 部分構造⑤の感度係数

感度係数を示している。この2つの荷重に対する感度係数は符号が反転しただけの1種類の感度係数となっていることが判る。すなわち、横桁については主桁のいずれに集中荷重を載荷しても感度係数は1つしか得られないことになる。よって、変位データは7つしか存在しないので、解析変数は7未満とする必要がある。

これまでの結果より明らかなように、主桁端部ならびに横桁については、部分構造の外側に集中荷重を載荷した場合には、荷重モデルは単一で変位データの数も数少ないものとなっている。

このような場合に変位データを増加させる方法としては、部分構造の中間部に集中荷重を載荷させる方法が考えられる。

図-9は、部分構造①の中央点に集中荷重を載荷したときの感度係数を示したものである。図-6(a)と比較すると明らかなように、両者には明確な違いをみることができる。このように主桁端部や横桁の変位データを増加させるためには、対象とする部分構造の中間部に集中荷重を載荷させたデータを収集する必要がある。

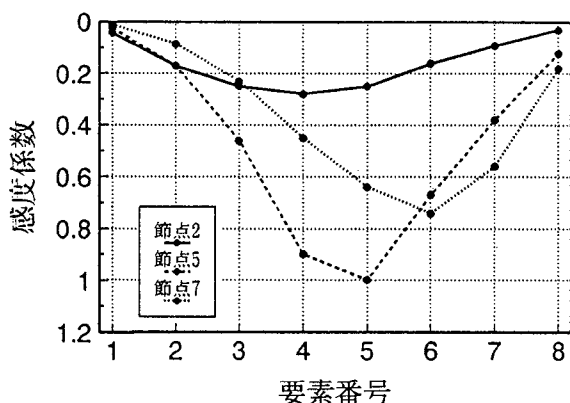


図-9 部分構造①の中間部荷重による感度係数

7. あとがき

本論文ではまず、損傷のある単純ばりを対象にして感度解析を適用し、初期に粗い分割の解析で損傷を含む要素を検出でき、その損傷を包含した要素を部分構造にてブーミングすることにより、損傷の詳細な情報(損傷幅や剛性値)を得ることができることを明らかにした。次いで、この手法が損傷を有する格子桁にも適用できることを示すとともに、部分構造を適用する場合には多数の荷重モデルを利用しても、意味のないものが存在することも明らかにした。本論文で得られた結果を整理すると、以下ようになる。

- 1) 感度解析を行う際に、解析要素の内部に局所的な損傷が存在する場合には、損傷を包含する要素に隣接する要素の推定剛性値は過大となる。ただし、このときの変位データはたわみを用いるものとする。
- 2) 損傷を包含する要素を部分構造にてブーミングした

最終的な剛性推定には、変位データはたわみ角が好ましい。

- 3) 部分構造による解析を行うときの荷重モデルは、感度係数により適切なものを選択する必要がある。
- 4) 本手法は、はりモデルのみならず格子桁にも適用できる。

本解析では比較的大きな損傷を与えた桁橋の解析を行っているが、たわみ角を変位データとした解の誤差はほとんどないと云えよう。すなわち、変位データが正確であれば、損傷大小に関わりなく、本法は十分な精度で解析できる。

今後の課題として、誤差を含む変位データの処理やねじり剛性あるいはRC桁橋のプレート支持による回転拘束ばねの剛度の推定などの具体的な検討が必要と思われる。

参考文献

- 1) 台原 直・新延泰生・矢島基臣・松井邦人：感度解析を用いた逆解析によるはり構造物の剛性推定、土木学会第44回年次学術講演会講演概要集1、pp.594-595、1989.10
- 2) 新延泰生・松井邦人・菊田征男：骨組構造物の応答感度係数の特性、土木学会論文集、I-20、No.450、pp.75-83、1992.7
- 3) 宮本文穂・前田敏也・熊谷 稔・前田 強：コンクリート橋の安全性評価と補修・補強法の検討、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.11、No.2、pp.245-250、1989
- 4) 水澤富作・高木信治：曲率変化に基づくはり構造物の損傷評価について、構造工学論文集、Vol.13A、p.21-29、1992.3
- 5) 榎本覚雄・新延泰生・矢島基臣：骨組構造物の剛性変動に対する固有ベクトル成分の感度特性、土木学会第47回年次学術講演会講演概要集1、pp.1198-1199、1992.10
- 6) 宮本文穂・森川英典・久保田裕二：既存コンクリート橋の損傷評価に対する動的感度解析の適用、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.13、No.2、pp.905-910、1991
- 7) ORETA, A. W. C. and TANABE, T.: Localized identification of structures Kalman filter, Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE, Vol.9, No.4, pp.217-225, 1993
- 8) 今井富士夫・中沢隆雄・枝元宏彰：部分構造と感度解析による鉄筋コンクリート橋の剛性推定に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.16、No.1、pp.977-982、1994

(1994年9月14日受付)