

高架橋の交通振動に対するアクティブ制御

ACTIVE CONTROL OF TRAFFIC-INDUCED VIBRATIONS IN HIGHWAY BRIDGES

笠原 覚*, 藤野 陽三**, ビノド K. バルティア***

Satoru KASAHARA, Yozo FUJINO and Binod K. BHARTIA

* 東京大学大学院 土木工学専攻修士課程 (〒113 東京都文京区本郷 7 丁目)

** Ph.D 東京大学教授 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷 7 丁目)

*** Ph.D 東京大学助教授 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷 7 丁目)

Elevated bridges, common in Japan as part of the roadways, may cause and suffer from the traffic-induced vibrations, which affect the bridge's serviceability and the nearby buildings. This paper explores the use of active control to suppress such vibrations. As an example, it considers the case of a vehicle which crosses a simply-supported beam with rough surface. The resulting vibration is suppressed with an active tuned mass damper(ATMD) system. It is shown that the vehicle forms an essential part of the dynamical system and should be included in the dynamics model. It demonstrates the effectiveness of active control in reducing reaction forces and beam responses. It also shows that active control is robust against variations in vehicle parameters.

1. はじめに

現在, 我国大都市圏においては高架橋が多く用いられているが, それらの中には交通振動の問題が生じているものがある. すなわち, 車両が走行する際, 車両との共振で橋桁が振動し, 使用性や疲労の問題を引き起こすだけでなく, それが周辺環境へ伝播し, 周辺の低層もしくは中層の建物へ影響を与え, 時には深刻な問題となるため, 建物に付加的にダンパーを取り付けた例もある¹⁾.

路面凹凸より生じる交通振動²⁾を対象として, 比江島らは単純桁上に一台もしくは複数の車両が走行した際の動的応答の低減をシミュレーションにより検討している³⁾. 彼らは地面へ影響を及ぼす支点反力について特に着目し, 二つのパッシブな方法について比較している. 一つは図1のように橋脚近くに粘性ダンパーを設置するもので, もう一つは桁中点にTMDを設置する方法である. しかしながら, 二つの方法とも, とくに後者には制振効果に限界があることが明かにされている. また走行車両が桁と連成系を構成し, 固有振動特性が車によってかわるため, TMDは同調しなくなり効果的ではないということを示している.

振動制御の見地からいうと, 車両-桁系は複雑である. すなわち, (i)車両は橋桁もしくは橋全体と連成振動を起こすため, 制御モデルを設計する際には, 車両は重要な役割をしめ, モデルに含まれるべきである. (ii)車両は走行するため, 車両-桁系は時変系となる.

本論文は, この複雑な問題に対してATMDによるアクティブコントロールの有効性を検討するものである.

ここでは, 路面凹凸を持つ単純桁上を車両が一台走行する場合を考察し, ATMDを用いて支点反力と桁中点の応答をとともに減少させることを考えた. なお, 車両は鉛直方向に1自由度のばね質量減衰系としてモデル化している.

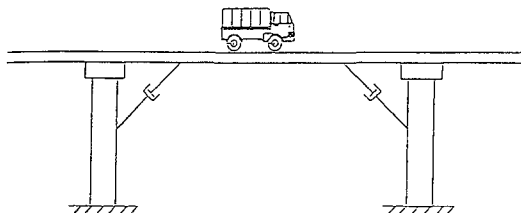


図1 ダンパーを設置した高架橋

2. 車両-桁系

系は図2に示すように, 車両, 単純桁そしてATMDシステムから構成される. x 軸を橋桁に沿ってとり, x_v は車両の位置, x_d は制御システムの位置, y を橋桁の鉛直変位, δ は路面凹凸, そして z は車両の変位とする. 橋桁は均一で, 単位長さ当りの質量 m , 減衰係数 c , 曲げ剛性 EI である. 車両と制御システムの定数(m_v, c_v, k_v と m_T, c_T, k_T)は図2に示す通りである.

単純桁において, その鉛直変位 $y(x, t)$ はモード形 ϕ_i の組合せとして, 以下のように表わす.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

ただし、ここで q_i, ϕ_i はそれぞれ i 次モードの応答、モード形である。ここで ϕ_i は

$$\phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{L} \quad 0 \leq x \leq L \quad (2)$$

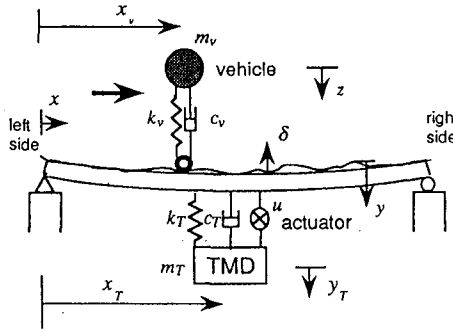


図2 車両、桁、ATMDモデル

次に、Lagrange方程式を用いて、車両、制御システム、橋桁について方程式を導く。ここで $2(n+2)$ 次元のベクトル $X = [\dot{q}^T q^T]^T$ とする。ただし、 $q = [z q_1 \cdots q_n y_T]^T$ で、 z, y_T はそれぞれ車両、TMDの鉛直変位である。これを用いて状態方程式は以下のようにかける。

$$\dot{X} = AX(t) + bu(t) + DF(t) \quad (3)$$

ただし

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} M^{-1}U \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} M^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 I は単位行列である。なお、上に示した M, C, K はそれぞれ質量、減衰、剛性マトリックスである。 $F(t)$ は路面凹凸による外乱、 U は入力ベクトル、そして $u(t)$ は制御力でスカラーである。 $i, j = 1, \dots, n$ として、以下のように示せる。

$$M = \text{diag} \left\{ m_v \frac{mL}{2}, \dots, \frac{mL}{2}, m_T \right\} \quad (4)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_v & -c_v \phi_j(x_v) & 0 \\ -c_v \phi_i(x_v) & c_v \phi_i(x_v) \phi_j(x_v) + c_d \phi_i(x_d) \phi_j(x_d) + \delta_{ij} \frac{cL}{2} & -c_d \phi_i(x_d) \\ 0 & -c_d \phi_j(x_d) & c_d \end{bmatrix}_{n+2} \quad (5)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_v & -c_v \phi_j'(x_v) \dot{x}_v - k_v \phi_j(x_v) & 0 \\ -k_v \phi_i(x_v) & k_v \phi_i(x_v) \phi_j(x_v) + c_v \dot{x}_v \phi_i(x_v) \phi_j'(x_v) + k_d \phi_i(x_d) \phi_j(x_d) + \delta_{ij} \frac{EI(i\pi)^4}{2L^3} & -k_d \phi_i(x_d) \\ 0 & -k_d \phi_j(x_d) & k_d \end{bmatrix}_{n+2} \quad (6)$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} -c_v \dot{\delta} - k_v \delta \\ c_v \phi_i(x_v) \dot{\delta} + k_v \phi_i(x_v) \delta \\ 0 \end{bmatrix}_{n+2} \quad (7)$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 \\ -\phi_i(x_d) \\ 1 \end{bmatrix}_{n+2} \quad (8)$$

ここで式(7)は路面凹凸による外乱である。

支点反力は左側右側をそれぞれ R_L, R_R とし、以下のようにかける。

$$R_L(t) = \frac{EI\pi^3}{L^3} \sum_{i=1}^n i^3 q_i(t)$$

$$R_R(t) = \frac{EI\pi^3}{L^3} \sum_{i=1}^n i^3 (-1)^{i-1} q_i(t) \quad (9)$$

3. アクティブコントロール

3.1 制御方法 ATMDシステムは桁中点に設置した。TMDは桁の1次モードに同調するように設定して、アクチュエータにより制御力を加える。

本研究ではフィードバック制御を採用した。理想的な制御方法としては、車両の諸元、状態量は橋桁上を走行している際に測定し、必要な応答をフィードバックする方法が考えられる。本研究では単純な場合を考え、車両の諸元はあらかじめ判っており、車両は一定速度で走行するものとする。よって、 $\dot{x}_v$ が与えられれば、システムマトリックス A は時間により決定される。また、車両情報の持つ不確定性も研究の対象とする。

3.2 コントロールアルゴリズム full-state feedback-によるLQ最適制御を用いた。制御力 u は以下の評価式を最小にするように決定される。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [X^T(t) Q X(t) + R u^2(t)] dt \quad (10)$$

ただし重み係数 R, Q (ともに正値マトリックス) ,

t_f は車両が橋桁を通過し終る時間である。最適な $u(t)$ は文献4) により以下のように定まる。

$$u(t) = g^T(t)x(t) = -R^{-1}b^T\Delta(t)x(t) \quad (11)$$

ただし、 $\Delta(t)$ はRiccati方程式を満足する。

$$\begin{aligned} \dot{\Delta}(t) = & -\Delta(t)A(t) - A^T(t)\Delta(t) - Q \\ & + R^{-1}b(t)b^T(t)\Delta(t) \end{aligned} \quad (12)$$

境界条件は $\Delta(t_f) = 0$ ，そうして式(12)は逆時間方向に積分して求まる。

4. シミュレーション結果

ここでは主として、ATMDシステムが車両を含んでモデルをたてることにより、交通振動を効率よく低減することができるか、また、車両情報の不確定性によりロバスト性があるかどうかということをシミュレーションを用いて検討する。

4.1 インプットデータ 橋桁の諸元は以下に示すとおりである。 $L=40\text{m}$, $m=3.306\text{t/m}$, $EI=3.15 \times 10^6\text{tf-m}^2$, $h=2\%$ (桁の減衰定数で $h=c/2m\omega_i$) そして結果として1次モードの固有振動数は $\omega_1=3\text{Hz}$ となる。

車両の諸元は、橋桁の1次モードと干渉するように以下の値とした。 $m_v=19.4\text{t}$ (橋桁のモード質量の約30%), $k_v=447.5\text{tf/m}$ ($\omega_v=\sqrt{m_v/k_v}=2.4\text{Hz}$), $c_v=1.38\text{tf/m/s}$ ($h_v=c_v/2\sqrt{m_vk_v}=2.3\%$)。そして走行速度 $\dot{x}_v=20\text{m/s}$ (2秒で橋桁を通過する)。

TMDはTMDの最適設計にならない橋桁の1次モードにはほぼ同調するようにした。もちろん車両が載った状態では、質量もかわるのでTMDは桁-質量系を最適に同調していることにはならないがここでは簡便のため、上記の条件でTMDのパラメータを決めることとした。諸元は以下の通りである。 $m_T=3.306\text{t}$ (モード質量の約5%), $k_T=110.7\text{tf/m}$ ($\omega_T=2.86\text{Hz}$), $h_T=12.8\%$ 。

4.2 路面凹凸 桁上の路面凹凸はISOの評価基準で「良好」に属するパワースペクトル密度を有するものを仮定し、これをもとにシミュレートされたサンプル関数を用いた。仮定したパワースペクトル密度を式(13)にシミュレートされたサンプル関数を図3に示す。

$$S_\delta(\Omega) = \begin{cases} 0.004 \times 0.05^{-1.9}, & 0 \leq \Omega \leq 0.05 \\ 0.004 \times \Omega^{-1.9}, & \Omega \geq 0.05 \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 Ω は単位長さ当りの路面凹凸数である。 δ のx座標と車両の速度が定まることにより、 $\dot{\delta}(x) = \delta'(x)\dot{x}_v$ が得られる。

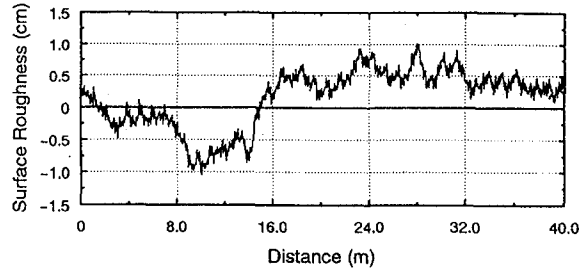


図3 路面凹凸サンプル

4.3 非制振時における応答 右側支点反力と桁中点加速度に着目した。桁中点加速度は橋桁の使用性に関係がある。また橋桁の自由度は $n=4$ で考察すればよいということが文献5) により確認されている。

4.4 車両情報がすべて判っている時のアクティブコントロール 桁中点に関して奇数次の振動モードは対称で偶数次の振動モードは対称ではない。したがって、桁中点に取り付けられた制御システムは、奇数次(1, 3次)のモードのみの振動を制御することになる。 Q を定数として以下のようにした。 $Q = \text{diag}\{Q_i\}, i=1, \dots, n+2$ ただし、 $Q_2=Q_4=1, Q_8=100, Q_{10}=1000$ その他は0。ここで、 Q_2, Q_8 は1次モードのそれぞれ速度、変位にかかり、 Q_4, Q_{10} は同様に3次モードにかかる。 Q の係数に関しては以下の条件で決定した。i) 車両応答は低減の必要がないため、それにかかる重みは0とした。ii) 2, 4次モードに対する制御効果は低いと考え、1, 3次モードを低減する目的でそれにかかる係数を決定した。iii) TMDは一定の振幅以内に抑える必要があるが、TMDにかかる係数を0としてもそれを満たしていることを確認している。 R についてはこの値を変化させることにより、制御量が変化するパラメータである。一例として $R=1.0 \times 10^6$ とし、式(12)のRiccati方程式を解いてゲインを求めた。ゲインベクトル、の各々の要素は時間により変化する。図4, 5はそれぞれ速度、変位にかかるゲインである。

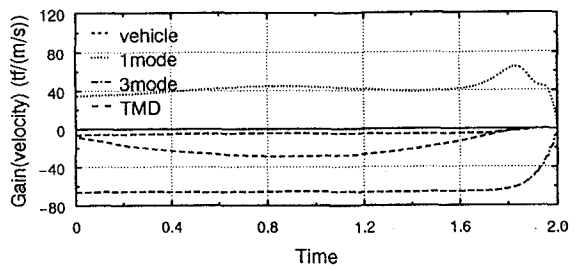


図4 速度に関するゲイン

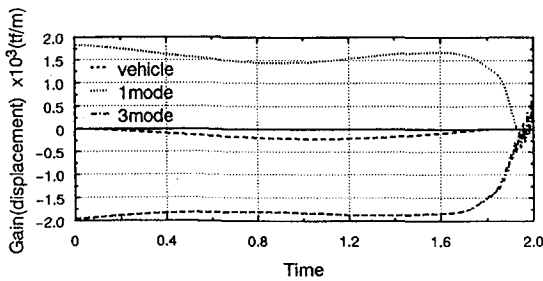


図5 変位に関するゲイン

これより以下のことが判る。(i)ゲインは終端部を除いてほとんど一定である。(ii)車両応答にかかるゲインは小さい。(iii)変位にかかるゲインは速度にかかるゲインより大きい。明らかなことは、制御力は制御システムの減衰や固有周期を反映しているということである。

図6は、非制振時とTMDを用いたときの動的支点

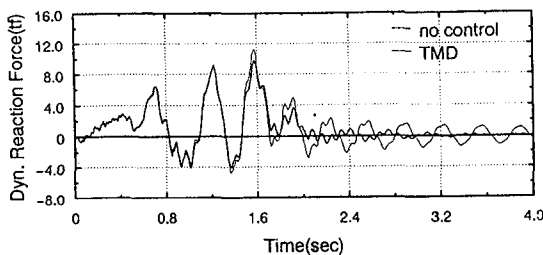


図6 非制振時、TMD使用時の動的支点反力

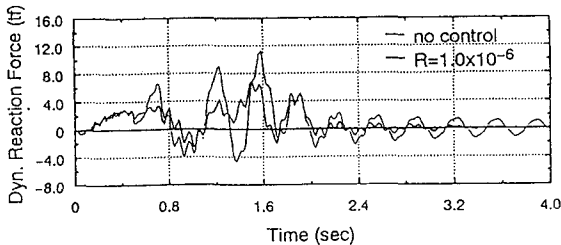


図7 ATMD使用時の動的支点反力

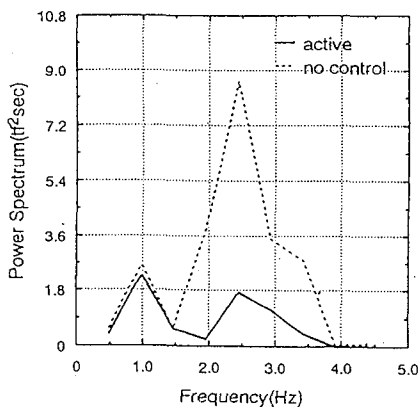


図8 支点反力のパワースペクトル

反力を比較したものである。車両は2秒間で橋桁を通過し、図6は自由振動部分も含んでいる。これよりTMDは車両が橋桁上にあるときは、ほとんど効果がないということが明らかである。図7は、ATMDについての結果である。これよりアクティブコントロールは非常に効果的であるということがわかる。この結果は図8を見ればさらに明らかである。図9は桁中点加速度について非制振時と制振時を比較したもので、アクティブコントロールの有効性が示されている。非制振時に対して、支点反力において38%、加速度において65%の低減があった。さらに低減率をあげるためには、 R を小さくすればよい。

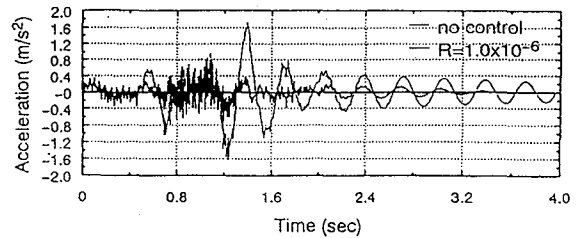


図9 ATMD使用時の桁中点加速度

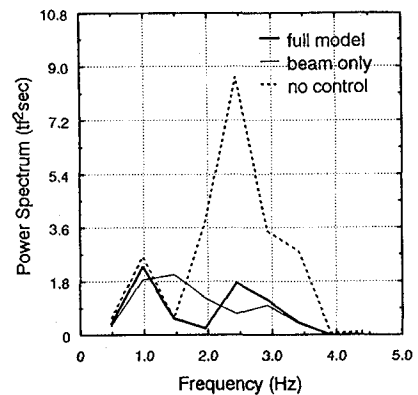


図10 支点反力のパワースペクトル

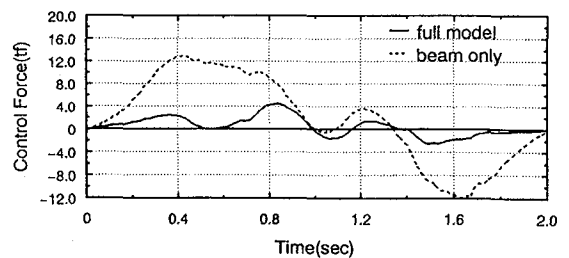


図11 制御力の時刻歴

橋桁の制御を考える場合に、系は橋桁と制御システムによってのみなりたっており、桁上の車両を無視して不変系として研究を行うものがあるが、それは適切ではない。図10は動的支点反力のパワースペクトル

を、非制振時(no control), 車両を含めてモデル化した時(full model)と車両を含めないでモデル化した時(beam only)である。後者の2つは等しく動的支点反力を低減している。しかしここで図11は制御力の時刻歴を示したものをみると、車両情報をモデルに含むことは非常に重要であるといえる。

4.5 車両の情報に誤差があった場合 ゲインベクトルを求める際には、車両の諸元を推測したとして定めたわけであるが、次は得られた車両の情報に誤差があった場合を考え、車両情報の誤差が制御効率にいかに関与を及ぼすかということを調べる。図12は動的支点反力について横軸に非制振時に対する低減率、縦軸に基準化した最大制御力をとったもので、この図は得られた車両質量の情報に $\pm 20\%$ の誤差があったときの結果である。これはバネ定数や減衰係数の情報に同様の誤差があったときも同じような結果になった。これらの結果より、車両をモデルに取り込む限りにおいては、その情報の誤差に対して敏感でないといえる。

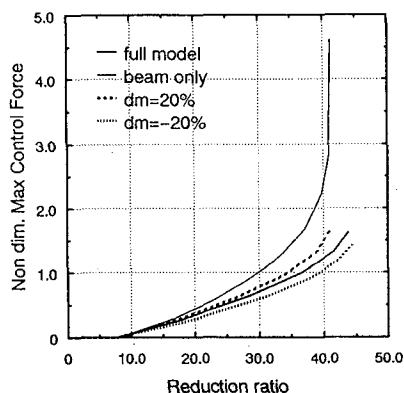


図12 応答低減率に対する無次元制御力

5. 結論

本論文は、高架橋に対するアクティブコントロールの有効性について研究した。単純桁、1自由度系の車両、そしてATMDシステムなどの理想化されたモデルではあるが、桁の応答、支点反力ともに低減できた。また、走行車両のモデル化は重要であり、制御が効率的に行えるようにするためにはモデルに組み込まれるべきである。

実際の高架橋は3次元であり、交通環境振動を考えると、そのモデルは橋脚、地盤との相互作用までを含めた形でモデル化し、アクティブ制御の有効性を検討する必要がある。また制御方式にしてもアクティブテンドンなど他の方法も考えられる。今後、より緻密なモデルを用いて検討を行っていきたい。

参考文献

- 1) 橋詰尚慶, 長瀬慶明他: 高速道路高架橋に隣接する建物の制振装置による振動低減対策, 大成建設技術研究所報, 第25号, 1992年
- 2) 梶川康男他: 周辺環境への影響を考慮した高架橋の防振効果に関する一解析法, 土木学会論文集, 第341号, 1984年
- 3) 比江島慎二, 藤野陽三: 桁端ダンパーによる橋梁の交通振動の軽減, 土木学会論文集, 第465号, 1993年.
- 4) Meirovitch, L.: Dynamics and Control of Structures, John Wiley & Sons, Inc., 1990
- 5) 笠原 覚: 高架橋の交通振動に対するアクティブ制御, 東京大学土木工学科卒業論文, 1994年

(1994年9月14日受付)