

最悪荷重組合せによる 平面骨組構造物の全応力設計について

FULLY STRESSED DESIGNS OF FRAMED-STRUCTURES FOR CRITICAL LOADING CONDITIONS

杉本博之*

Hiroyuki SUGIMOTO

* 工博 北海学園大学教授 工学部土木工学科 (〒064 札幌市中央区南26条西11丁目)

Fully-stressed designs of framed structures with ready-made shape steels for critical loading conditions are studied. Fully-stressed designs under the fixed loading conditions were studied and it was reported already that many kinds of the fully stressed designs were gained by the conventional design method (fully-stressed design method). In this study, instead of the influence line theory, critical loading combinations are applied as the loading condition. Three types of the framed-structures are designed by the conventional design method under the critical loading combinations and as a result, in the same way as in the case of the fixed loading conditions, many kinds of the fully-stressed designs are gained. From these results, it can be concluded that the designs given by the conventional design method are not guaranteed to be optimum.

Key words: fully-stressed designs, critical loading conditions, ready-made shape steel

1. まえがき

全応力設計と最適設計(最小重量設計)との関係を、斜材が直角に交わる3部材トラスを例にとり最初に指摘したのはSchmit¹⁾である。その後、最適設計法でなければ真の最適設計は得られないとの考えの下で、多くの構造最適設計に関する論文が発表された。

骨組構造物の設計における制約条件には、変形、変位、振動数等剛性に関する制約条件を含むし、また、設計変数にも、断面寸法に係わるもののみでなく、幾何的な変数も含む。その意味で、最適設計法でなければ、少なくとも最適設計に近い設計が得づらいという議論は正しいし、今後、実務の設計レベルでも積極的に使用されることが期待される。一方、制約条件が応力のみで、設計変数が断面寸法のみに係わる変数で、それが完全な連続量であれば、全応力設計と最適設計が異なるSchmitの例題は例外と考えられ、一般の多くの骨組構造物においては、全応力設計が最適設計と考えて問題はないであろう。そしてこれが、最適設計法に関する多くの研究成果が発表されているのにもかかわらず、実務の構造設計が全応力設計法で行われている理由の一つと考えられる。

以上は、設計変数が完全な連続量である場合であったが、当然、実務の設計では、離散的な変数を扱うことも多い。筆者も、構造設計における離散的な要因に関心を持ってきた^{2) 3)}が、既製形鋼を用いる骨組構造物の設計における全応力設計の特質そのものにも関心を持ち、基

本的には数値計算によりその特性を検討してきた^{4) 5)}。

文献4)では、トラス構造物、および小規模な平面骨組構造物を例に取り、全応力設計を行った。その結果、既製形鋼の中から断面を選択する場合には、全応力設計は複数存在することが確認された。

文献5)では、24節点、35部材までの平面骨組構造物を対象とし、初期設計も、まったくランダムに与えるものの他に、梁・柱それぞれランダムに与える場合、および、まったくランダムに与えた場合に得られる設計の中の最良の設計の周辺のみからランダムに与えることを試み、やはり全応力設計の特性を検討した。

その結果、例えば1000組の初期設計から500を越す種類の全応力設計が得られる等、従来には考えられなかった結果が得られた。

これらの結果は、全応力設計に対する従来の概念、あるいは暗黙の了解を覆すものであり、当然いくつかのディスカッションがあった。一つは、得られた結果は既製形鋼(H形鋼)を用いるという、非常に離散性が高い問題の設定であり、特に土木構造物においては組合せ部材を用いる場合が多く、その場合は変数は連続量と考えられるので、上記の結果は当てはまらないのではないか、というものであった。

組合せ部材を用いる場合は、板厚と板幅が直接の変数となるが、言うまでもなく、これらは完全な連続量ではなく、使用できる板厚、板幅は離散量である。断面を正

方形箱形とし、それらの離散性を考慮して、文献5)と同様の方法により検討した結果、鋼材総容積の分布の幅は既製形鋼を用いる場合ほど広くはないが、やはり多数の全応力設計を得るに至った⁶⁾。

また、上記までの数値実験的検討は、すべて固定荷重の下で行っているが、やはり土木構造物の設計は影響線理論で行われることが多い。影響線載荷を行えば、各部材毎に、より極限状態に近づくので、固定荷重の下で得られた多数性は解消されるのではないか⁷⁾というのがもう一つのディスカッションであった。

本論文は、完全な影響線理論ではないが、各部材毎に最悪の荷重の組合せを考慮して断面決定を行い、その結果と固定荷重の結果を比較することにより、平面骨組構造物の全応力設計の特性について、更なる考察を加えることを目的としている。

従来の研究では、応力度に関する制約条件は、道路橋示方書に忠実に従ったが、本研究ではそれらを簡略化して用いている。

2. 全応力設計と許容設計の定義

本研究は、影響線のな載荷を目的としているが、比較のために固定荷重も検討している。固定荷重は、荷重が固定され、影響線のな載荷では、各部材毎に最も不利になるように荷重（最悪荷重）が載荷される。それらを総称して荷重条件とすれば、本研究の許容設計および全応力設計は以下のように定義される。

すべての荷重条件下において、すべての部材の応力の制約条件が満足されている設計（断面ランクの組合せ）を許容設計といい、許容設計の内、応力の制約条件をできるだけアクティブ（離散変数を扱うので完全にはアクティブにならない）に近い状態で満足している設計を全応力設計という。

3. 最悪荷重の決定と照査式

軸力と曲げを同時に受ける部材の設計において、影響線理論を厳密に適用することはかなり煩雑になるし、その煩雑さは必ずしも本研究の目的ではないので、以下に説明する各部材毎の最悪荷重の概念により、影響線理論に代えた。

まず、照査式であるが、従来は道路橋示方書の規定にしたがって用いていたが、最悪荷重組合せの決定を容易にするため、本研究では、次式の簡略化した条件をもって照査式に替えた。

$$g = \frac{\sigma_N}{\sigma_a} + \frac{\sigma_M}{\sigma_a} \leq 1 \quad (1)$$

ここで、 g は照査式（制約条件）の値、 σ_N は軸力による応力度、 σ_M は曲げモーメントによる応力度、 σ_a は許容応力度である。道路橋示方書の規定と比較するとかなり簡略化されているが、本研究の目的には式（1）で十分と考えた。

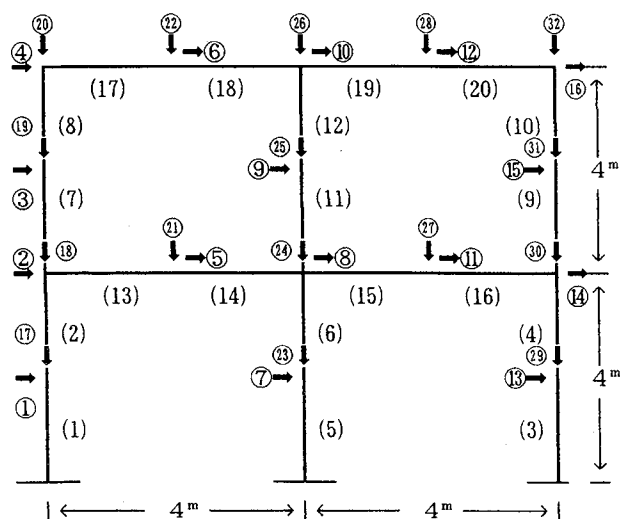


図-1 20部材平面骨組構造物

図-1に示す20部材平面骨組構造物を例にとり、最悪荷重組合せの決定を説明する。

まず構造内に多数の節点を設定し、必要な荷重を載荷する。図-1では、16の節点にそれぞれ水平、垂直荷重が載荷され、結局32の荷重が載荷されている。荷重は単位荷重ではなく、設計に必要とされる値の荷重となる。全応力設計法は、図-1のような不静定構造物の場合は繰返し計算となるが、その繰返し過程のある段階の断面寸法の組合せから構成される構造において、32の荷重を一つ一つ載荷した状態の構造解析を行う。

各部材毎に、左右の節点、およびそれらの上下縁（水平、垂直部材にかかわらず、番号の若い節点番号を左に置いた状態）の計4か所において応力が計算されるが、32の荷重ケースを、最も不利になるように載荷して設計応力を求める。この4か所それぞれにおいて、正、負の応力状態を持つので、結局、以下の8つの照査式を計算し、それらの中から最悪のものが、その部材の照査式の値となる。

$$g_{iLo}^+ = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \max \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} - \frac{M_{iL,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (2)$$

$$g_{iLo}^- = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \min \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} - \frac{M_{iL,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (3)$$

$$g_{iLu}^+ = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \max \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} + \frac{M_{iL,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (4)$$

$$g_{iLu}^- = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \min \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} + \frac{M_{iL,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (5)$$

$$g_{iRo}^+ = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \max \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} - \frac{M_{iR,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (6)$$

$$g_{iRo}^- = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \min \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} - \frac{M_{iR,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (7)$$

$$g_{iRu}^+ = \frac{NLC}{\sum_{k=1}^{NLC}} \max \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} + \frac{M_{iR,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (8)$$

$$g_{iRu}^- = \frac{NLC}{k \sum_{k=1}^{NLC}} \min \left[\frac{N_{i,k}}{\sigma_a \times A_i} + \frac{M_{iR,k}}{\sigma_a \times Z_i}, 0 \right] \quad (9)$$

ここで、 i は部材番号、 L (左)、 R (右) は部材の左右の節点どちらかを示し、 o (上)、 u (下) は断面の上下縁どちらかを示す。左辺の上付の $+$ 、 $-$ は、各4か所の照査点における正の最大値、および負の最小値を求めている事を意味する。 k は荷重条件であり、 NLC は荷重条件の総数である。この例では、 NLC は32となる。 $N_{i,k}$ 、 $M_{iL,k}$ 、 $M_{iR,k}$ は、部材 i の荷重条件 k におけるそれぞれ軸力、左節点に作用する曲げモーメント、および右節点に作用する曲げモーメントである。応力度、軸力は引張りを正とし、曲げモーメントは、構造力学で定義される一般的な方向を正としている。つまり、左節点では時計回り、右節点では反時計回りが正となる。 A_i は部材断面積、 Z_i は部材断面係数である。本研究は、既製形鋼 (H形鋼) を用いているので、これらの値は数表⁸⁾に定められている値を用いている。

各部材の照査式の値は、結局次式で計算される事になる。

$$\bar{g}_i = \max [g_{iLo}^+, -g_{iLo}^-, g_{iLu}^+, -g_{iLu}^-, g_{iRo}^+, -g_{iRo}^-, g_{iRu}^+, -g_{iRu}^-] \quad (i=1-N) \quad (10)$$

ここで、 $\bar{g}_i$ は i 部材の照査式の値の最大値、 N は部材数である。

この $\bar{g}_i$ が、

$$\bar{g}_i \leq 1 \quad (11)$$

となるように、設定した既製形鋼のグループの中から各部材の断面が選ばれ、全応力設計法の過程が進行する事になる。

4. 最悪荷重組合せを考慮した全応力設計法

前節では、最悪荷重の決定法が説明されたが、ここでは、本研究の全応力設計法について簡単に説明される。

図-2に本研究の全応力設計法の簡単な流れ図を示した。

初期設計 $\{R\}^{(0)}$ は、29のあらかじめ設定された断面ランク^{4) 5)}の中からランダムに選ばれる。 NLC の荷重条件は、あらかじめ、それぞれの節点への集中荷重として与えられているが、現在の断面 $\{R\}^{(i-1)}$ の下で構造解析が行われ、各部材断面力が計算される。その断面力に対して、式(2)～(10)に従って最悪荷重が決定され、その最悪荷重の下で、式(11)が成立するような断面ランクが決定される。

式(10)、(11)は、部材間にリンクの関係がない場合であったが、部材間にリンクの関係(本研究の範囲では、部材間の等断面の関係と定義される)がある時は、次式のようになる。

$$G_j = \max (\bar{g}_i : i \in J_j) \quad (j=1-NDV) \quad (12)$$

ここで、 G_j は設計変数 j の最大照査式の値、 J_j は設計変数 j にリンクされている部材番号、 NDV は設計変数

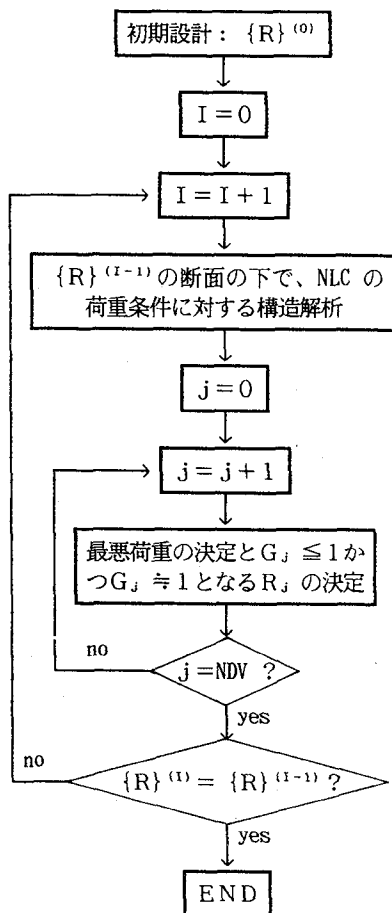


図-2 最悪荷重を考慮する全応力設計の流れ図

の数である。以降に説明する計算例は、すべてリンクの関係を設定しているので、図-2は式(12)を用いて示されている。

部材がリンクされている場合、設計変数と部材のランクの関係は次のようになる。

$$r_i = R_j \quad (i \in J_j, j=1-NDV) \quad (13)$$

ここで、 r_i は部材 i のランク、 R_j は設計変数 j のランクである。

すべての設計変数の断面ランク $\{R\}^{(1)}$ が決定されると、構造解析に用いた前回の断面ランク $\{R\}^{(i-1)}$ と比較し、すべて同じであれば収束とみなし計算が終了し、1つでも異なれば再度上記の過程が繰り返されることになる。次節の計算例では、各構造毎に初期設計を1000ケース与えて結果を集計して説明している。

5. 計算結果

数値計算例として、図-1に示す20部材平面骨組構造物の他に、図-3の34部材平面骨組構造物、および図-4の40部材平面骨組構造物を検討した。

荷重位置は、図中に、 $\downarrow$ 、 $\rightarrow$ 、あるいは $\leftarrow$ で示され丸付数字で荷重番号を示してある。垂直荷重は10tf、水平荷重は5tfである。図には明示されていないが、例えば、34部材平面骨組構造物の荷重③、⑩などは、各部

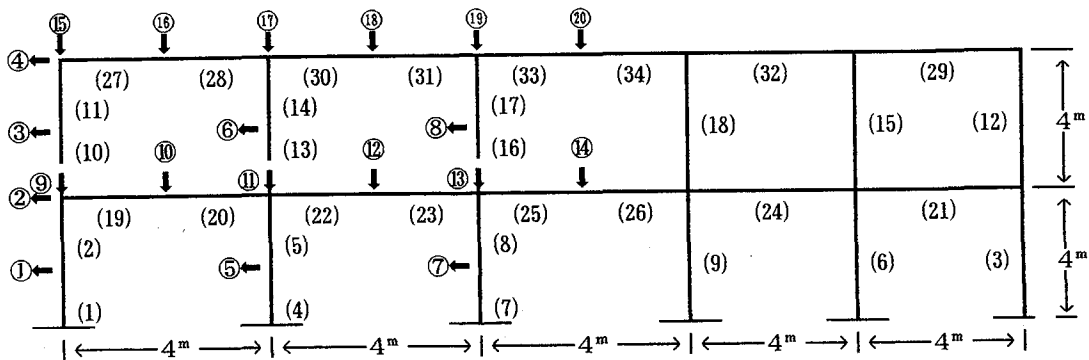


図-3 34部材平面骨組構造物

表-1 計算結果のまとめ

構造系	荷重条件	収束数	全応力設計の種類	許容設計の種類	鋼材総容積	
					最小値	最大値
20部材	固定荷重	1000	94	104	670000	746288
	最悪荷重	1000	61	75	679800	769784
34部材	固定荷重	1000	624	706	712280	781820
	最悪荷重	1000	676	775	736696	813536
40部材	固定荷重	941	412	542	1228956	1371564
	最悪荷重	916	466	652	1279332	1622664

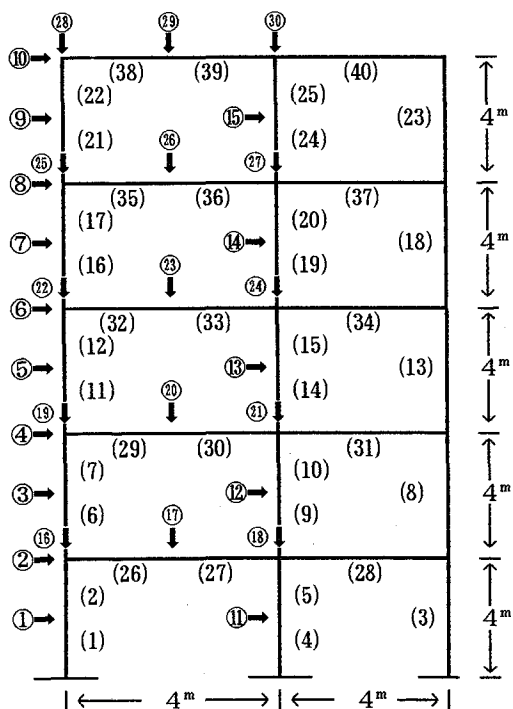


図-4 40部材平面骨組構造物

頻度分布

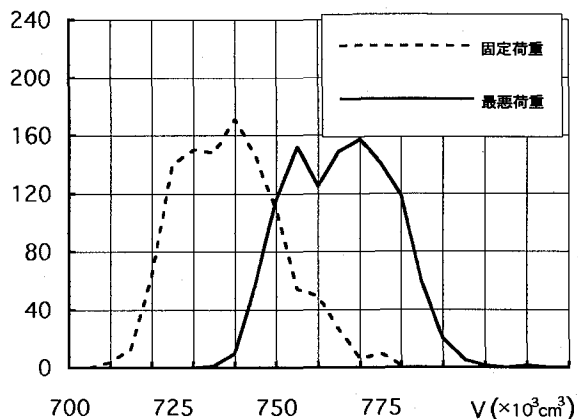


図-6 34部材平面骨組構造物の頻度分布図

頻度分布

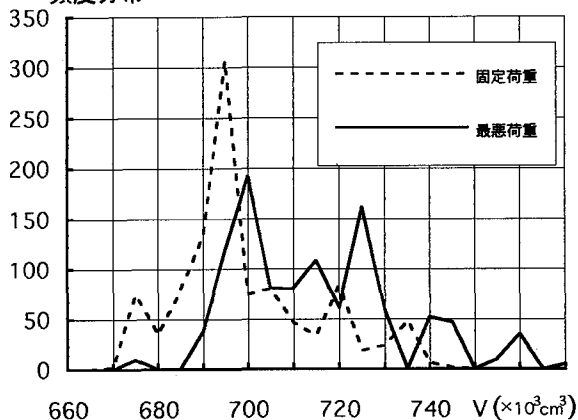


図-5 20部材平面骨組構造物の頻度分布図

頻度分布

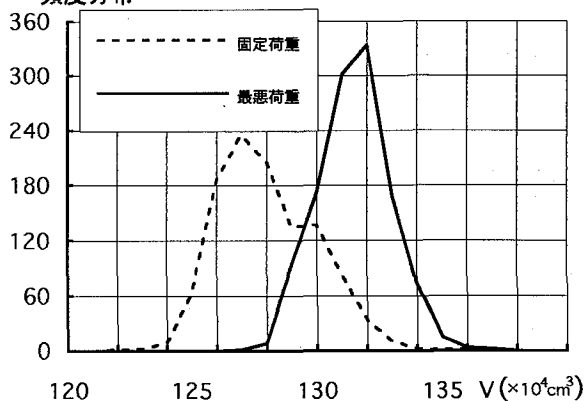


図-7 40部材平面骨組構造物の頻度分布図

材の中央に載荷されている。

構造は、左右対称であり、左右対称になるように部材をリンクしている。例えば、34部材平面骨組構造物では、27、28、および29部材が等断面となる等である。20部材平面骨組構造物は、6変数で荷重条件数は32であり、34部材平面骨組構造物は、12変数で荷重条件数は20、40部材平面骨組構造物は、15変数で荷重条件数は30の設計問題となる。

図は、レイアウトの関係で、縮尺は適当に変えて表示しており、図に示す長さ通りには図示されていない。

σ_a は1400 kgf/cm² である。

5. 1 全応力設計

3つの構造系それぞれにおいて、1000ケースの初期値を与えて全応力設計を求め結果を集計した。

荷重条件は、本研究の荷重法以外に、すべての荷重を同時に載荷した従来の固定荷重も計算し、結果を比較している。結果を、表-1および図-5~7に示した。

表-1において、『収束数』は、ランダムに初期設計を与えた1000ケースの内収束したケースの数、『全応力設計の数』は、収束解の中の異なる組合せの設計の数、『許容設計の数』は、本研究では収束の過程の許容解も集計しているが、その許容解と収束解の中の異なる組合せの設計の数、『鋼材総容積』は、許容設計中の最小鋼材総容積と最大鋼材総容積を示してある。

表からわかるように、最悪荷重の場合も設計の種類は多数現れており、固定荷重と比較して特に緩和されたという傾向は現れていない。また、得られた設計の最小値と最大値の幅も、少なくとも最小値の10%以上あり、

表-2 各部材の最悪荷重（20部材平面骨組構造物）及び制約条件の値

設計 変数	部材	断面決定に寄与した荷重条件		制 約 条 件			
		数	荷重条件番号	式	$\bar{\sigma}_i$	軸力項	曲げ項
1	1	21	①~⑬⑲⑲~⑳	(2)	0.7875	0.0941	0.6935
	2	21	②~⑱⑲⑲~⑳	(8)	0.3860	0.0940	0.2920
	3	27	①~⑬⑲⑲~⑳	(5)	0.9654	0.2585	0.7069
	4	25	①~⑫⑭~⑮⑲⑲~⑳⑳⑳~㉑	(7)	0.5425	0.2247	0.3178
2	5	28	①~⑮⑲⑲~㉑	(5)	0.9913	0.1409	0.8504
	6	26	①~㉑㉑~㉑㉑	(7)	0.5093	0.1059	0.4034
3	7	18	①③④⑥⑨⑫⑮⑮~㉑㉑~㉑	(5)	0.7543	0.0658	0.6884
	8	24	①~⑲⑲~㉑	(8)	0.5538	0.0440	0.5099
	9	18	③④⑥⑨⑫⑮⑮⑲⑲⑲~㉑㉑㉑	(5)	0.9159	0.1735	0.7424
	10	24	①~⑲⑲⑲~㉑㉑	(7)	0.7262	0.1214	0.6048
4	11	19	③④⑥⑦⑨⑫⑮⑮~⑮⑲⑲㉑㉑㉑	(5)	0.9765	0.1203	0.8562
	12	25	①~㉑㉑㉑㉑	(7)	0.8435	0.0746	0.7688
5	13	25	①~㉑㉑㉑~㉑	(3)	0.8459	0.0075	0.8384
	14	26	①~㉑㉑㉑~㉑	(9)	0.9886	0.0315	0.9571
	15	22	①~⑮⑲⑲~㉑㉑	(4)	0.8726	0.0336	0.8390
	16	23	①~⑮⑲⑲~㉑	(6)	0.9218	0.0096	0.9122
6	17	24	①②④~㉑㉑~㉑	(4)	0.7062	0.0229	0.6833
	18	26	①~⑫⑭~㉑㉑~㉑	(9)	0.9357	0.0327	0.9029
	19	20	②~⑮⑲⑲㉑~㉑	(4)	0.6737	0.0243	0.6494
	20	22	①~⑭⑮⑲㉑~㉑	(9)	0.8399	0.0314	0.8085

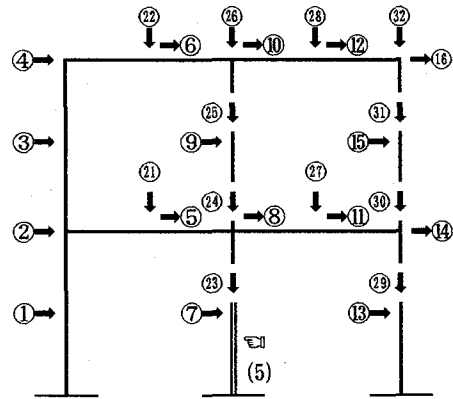


図-8 部材5の最悪荷重

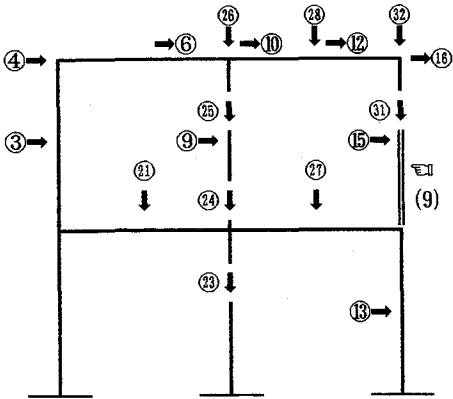


図-9 部材9の最悪荷重

少なくない幅に分布していることがわかる。その分布の状況を示したのが、図-5~7である。順に、20部材平面骨組構造物、34部材平面骨組構造物および40部材平面骨組構造物の許容設計の分布を示している。横軸が、鋼材総容積の値、縦軸が度数である。実線が最悪荷重の結果、点線が固定荷重の結果である。当然、最悪荷重の結果は右にシフトしているが、広い範囲に、かつ中央値近傍に分布のピークがくる傾向を示している。

以上より、最悪荷重を用いても、全応力設計法では多数の解があり、最良の解を得る可能性はやはり低いということが得られる。

表-1の40部材平面骨組構造物において、数十のケースで収束しない場合がある。これは離散変数の場合は良くあることで、解の振動あるいは20回と設定した最大繰返し計算の中で収束しなかった場合である。

5. 2 最悪荷重の組合せおよび制約条件

本研究では、影響線載荷に代わる載荷法として最悪荷重組合せの概念を用いているが、20部材平面骨組構造物を例にとり、最悪荷重組合せおよび各部材毎に設計を支配した条件式等について簡単に考察を加える。

20部材平面骨組構造物の許容設計中、最小の鋼材総容積を与えたランクにおいて、各部材の最悪荷重組合せおよび式(2)~(9)の中で設計を支配した条件式、その値、および軸力項(第1項)、曲げ項(第2項)の値を表-2に示した。各設計変数においては、3、5、9、11、14、および18部材がアクティブに近い状態になっている。軸力項と曲げ項の比較では、すべての部材で曲げ項の方がかなりのウエイトを占めている。

表中には、最悪荷重の組合せも示しているが、それらの内、部材5と部材9の最悪荷重組合せを図-8および図-9に示した。対象となる部材は、図中に $\square$ で示している。

6. あとがき

従来の固定荷重で検討した平面骨組構造物の全応力設計の特性を、最悪荷重組合せの概念の下で行った。最悪荷重組合せの概念は、影響線を考慮した載荷法とはいささか異なるが、部材の設計をより極限状態に近づけるとい意味では固定荷重とは大きく異なるものであり、結果は、影響線載荷に拡張できると考えられる。

結果は、本文中に示したように、最悪荷重を考慮しても、全応力設計の多数性は緩和されることはなく、固定荷重の下で得られた結果と同様の傾向を得た。

本研究の断面決定の論理は、応力の制約条件を満足するものの内、最も断面積が小さいものを選択するという方法をとった。実際の断面決定は溶接、施工性等多様な条件を総合してなされるが、それらの条件を考慮した後

の断面決定は、やはり上記の本研究の論理に近い形でなされるであろう。溶接等を考慮しても、必要以上に安全側の断面の選択は考えられないからである。であれば、実際の設計での応力照査以外の条件は、本研究のリンクの概念を拡張したものであり、あるいは、断面に対する何らかの上下限と解釈することができ、一連の全応力設計に対する研究の結果は、具体的な数値の現れかたは異なるにせよ、定性的な結果はあてはまると考えられる。

つまり、何らかの離散的な要因を含む設計問題へ全応力設計法を適用して得られる設計は、多数存在し、かつ目的関数に対して広く分布する設計の内の一つに過ぎなく、したがって、それが最適であるという保証はなんらなされない。分布の幅は、設計問題の離散性に対応し、離散性が少ない場合は狭く、離散性が高い場合は広い範囲に分布する。

なお、本研究では、部材断面は左右対称になるように問題を設定したが、これは、一般的な構造系を配慮したためであり、非対称であれば、全応力設計の多数性は、本研究の結果よりさらに極端になることを付記する。

今後、この全応力設計と不静定次数との関係、あるいは構造系との関係を検討していきたいと考えている。

参考文献

- 1) Schmit, L.A. : Structural Design by Systematic Synthesis, Proc. of the 2nd Conf. on Electronic Computation, ASCE, New York, pp.105-122, 1960.
- 2) Sugimoto, H. : Minimum Weight Design of Trusses with Discrete Plate Thickness, 2nd East Asia-Pacific Conf. on Structural Engineering and Construction, pp.1294-1299, 1989.
- 3) 杉本博之 : 近似の概念を利用したトラス構造物の離散的最適設計法に関する研究、土木学会論文集、No.432/I-16, pp.79-88, 1991.
- 4) 杉本博之・山本洋敬 : 骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究、構造工学論文集、Vol.38A, pp.457-466, 1992.
- 5) 杉本博之・杉本治暁・鹿沓麗 : 既製形鋼を用いる平面骨組構造物の全応力設計の特性とGAの応用に関する研究、構造工学論文集、Vol.40A, pp.539-548, 1994.
- 6) 杉本治暁・杉本博之・野上邦栄 : 組合せ部材を用いた平面骨組構造物の全応力設計と最適設計の比較に関する研究、土木学会北海道支部論文報告集、第50号、pp.208-213, 1994.
- 7) 佐藤尚次 : 構造工学論文集、Vol.41A 討議集、掲載予定、1995.
- 8) 日本橋梁建設協会 : デザインデータブック、1987.
(1994年9月14日受付)