

損傷テンソル発展則を考慮したトンネル周辺地盤の変形解析

DEFORMATION ANALYSIS OF GROUND AROUND TUNNEL
TAKING INTO ACCOUNT EVOLUTION LAW OF DAMAGE TENSOR

下河啓介*, 岸野佑次**, 新関 茂***

Keisuke SHIMOKAWA, Yuji KISHINO, Shigeru NIISEKI

*工修 東京ガス(株) 千葉導管ネットワークセンター(〒260 千葉市中央区港町20番1号)

**工博 東北大学助教授 工学部土木工学科(〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)

***工博 東北大学助手 工学部土木工学科(〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)

This paper demonstrates the capability of the damage mechanics in analyzing deformation characteristics of grounds around tunnels. The process of non-elastic deformation was analyzed by FEM with the constitutive model proposed by A. Dragon et. al.¹⁾. The elastic energy potential was assumed to be a function of damage tensor whose components change with positive strain components, so that the nonlinear stress-strain relationship exhibits the strain-hardening as well as strain-softening. In the numerical analysis, the excavation was simulated by decreasing the inner pressure, and the extent of damage was evaluated in terms of the damage tensor. The special emphasis was put on the effect of anisotropy originated by the difference of pressures in vertical and horizontal directions. It is observed that the direction of expansion of non-elastic region coincides with the maximum principal direction of damage tensor, which is easily identified by using Mohr's diagram for damage tensor.

Key Words : tunnel excavation, FEM analysis, Mohr's diagram for damage tensor

1. まえがき

一般にトンネルや地下空洞を掘削する際には、周辺地盤の過大な変形や塑性領域の広がりを制御するため、適宜支保工を施す必要がある。そのためには、地盤の力学的特性を把握し、周辺地盤の応力変化や変位を正しく予測することが必要である。とくに、トンネル周辺の岩盤・地盤の構造を数理的に評価する必要がある。

近年、岩盤中の損傷やクラックを構造テンソルとして理論にとりいれ、不連続面群による力学効果を考慮した解析^{2,3)}や異方弾性解析⁴⁾が行われている。このような解析は節理を有する岩盤の弾性的特性を合理的に把握する上で重要である。一方、トンネルや地下空洞周辺においては、掘削に伴って乱れが生じ、ゆるみ領域が発生する。このような非弾性的挙動のメカニズムを調べる上においても構造テンソルを用いることは有用であろう。

Dragonら¹⁾地盤内部の非弾性変形に伴う損傷の発展を考慮した構成則を導いた。本論文は、この構成則を応用し、主として軟岩地盤⁵⁾中のトンネル掘削を対象として行ったFEMシミュレーション解析とその考察を示す。トンネル掘削はトンネル部内圧を低下させることによりシミュレートした。とくに異方的な地圧による非弾性領域の広がりの相違について検討し、損傷テンソルの変化と対応させて考察を行った。

2. 損傷テンソルに基づく構成則

掘削のシミュレーション解析に用いた構成則モデルは、地盤の引張り性クラック発生による非弾性的挙動を対象とし、クラック分布の統計的表現である損傷テンソルを内部変数として用いている。ここでは、用いたA. Dragonら¹⁾の構成則の概要を示す。

損傷テンソルは材料内部の異方性を考慮した内部損傷の程度を表す変数であり、次式で定義される。

$$D = d n \otimes n \quad (1)$$

ここに、 d はマイクロクラックの密度、 n はクラック面の法線ベクトル、 $\otimes$ は直積を表す。

上式はマイクロクラックが一方方向にのみ分布するシステムの場合を示しており、複数の方向に分布するシステムの場合には、各々の系に関する和をとる必要がある。

次に、歪 ϵ と損傷テンソル D を状態変数とする弾性ポテンシャル(単位体積当たりの自由エネルギー) $w(\epsilon, D)$ を定義し、応力が次式により与えられるようにする。

$$\sigma = \frac{\partial w(\epsilon, D)}{\partial \epsilon} \quad (2)$$

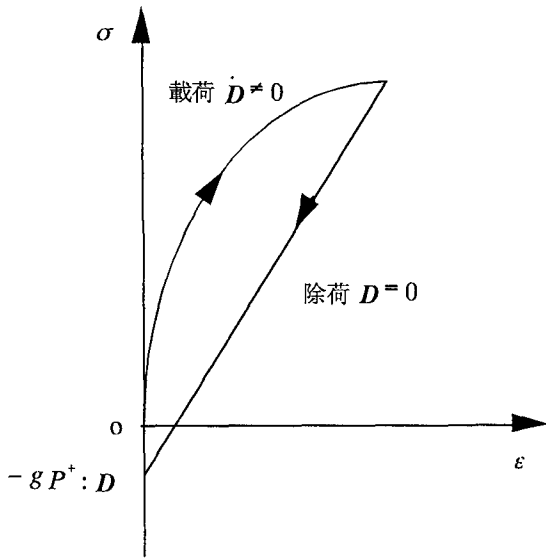


図-1 応力歪関係の概形

$w(\boldsymbol{\varepsilon}, D)$ は、 $D=0$ で等方、 D 一定のもとで線形弾性、 D に関する線形性を仮定すると、次式のように表すことができる。

$$w(\boldsymbol{\varepsilon}, D) = g \boldsymbol{\varepsilon}^* : D + \frac{1}{2} \lambda (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon})^2 + \mu \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} + \alpha \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} : D + 2\beta \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot D \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3)$$

ここに、 λ 、 μ はラメの弾性定数であり、損傷のない等方的な弾性体の歪エネルギーに関連する定数である。また、残りの定数は損傷の発展に伴って生じる非線形性を表す。いま、応力歪関係（引張り正）が図-1のようになるるとすると、載荷後の勾配の低下は α 、 β で、残留歪の効果は g で表現される。なお、 $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ は主歪成分の中、引張り以外を 0 とおいたテンソルであり、主歪成分の中、引張り以外の成分を 0 に写像する 4 階のテンソル P^+ を用いて、

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = P^+ : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

のように与えられる。

式(3)に基づいて、応力および D に対応する力（損傷によるエネルギー解放率）を求めることができる。すなわち、

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = g P^+ : D + \lambda \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} + \alpha [\boldsymbol{\varepsilon} : D \boldsymbol{I} + \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} D] + 2\beta [\boldsymbol{\varepsilon} \cdot D + D \cdot \boldsymbol{\varepsilon}] \quad (5)$$

$$F^D = -\frac{\partial w}{\partial D} = -g \boldsymbol{\varepsilon}^* - \alpha \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} - 2\beta \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

式(6)を次式のように分解する。

$$F^{D1} = -g \boldsymbol{\varepsilon}^* \quad (7)$$

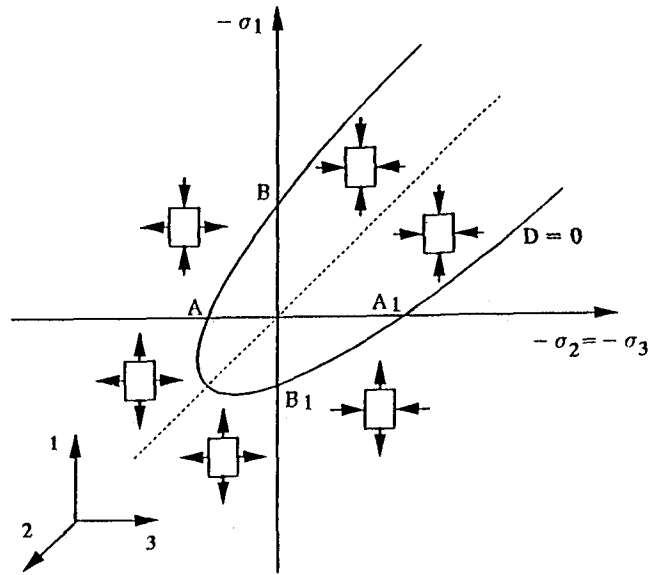


図-2 初期損傷発生条件（参考文献1）より

$$F^{D2} = -\alpha \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} - 2\beta \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

損傷の発展は時間に依存せず、漸進的なものであるとする。力 F^D は常に凸領域 $C^D : f(F^D, D) \leq 0$ の内部に存在し、この領域の境界 $f(F^D, D) = 0$ は損傷の発生規準を表す。ここで、損傷 D の発展は、式(7)で定義される F^{D1} のみの関数と仮定し、次のようにおく。

$$f(F^D, D) = f(F^{D1}, D) \quad (9)$$

さらに、 D の発展に関してはHillの最大散逸原理を満足すると仮定すると、次式を得る。

$$D = \Lambda \frac{\partial f(F^{D1}, D)}{\partial F^D}, \quad \Lambda \geq 0 \quad (10)$$

ここに、 F^D 空間における f の具体的な形を次ように仮定する。

$$f(F^{D1}, D) = \sqrt{\frac{1}{2} F^{D1} : F^{D1}} - C_0 - C_1 \text{tr } D \quad (11)$$

ここに、 C_0 、 C_1 は材料特性を表す正の定数である。

式(10)に式(11)を代入すると、損傷の流れ則が次式のように得られる。

$$D = \begin{cases} 0 & \text{if } f < 0 \text{ or } f = 0, \dot{f} < 0 \\ \Lambda \frac{-g \boldsymbol{\varepsilon}^*}{\sqrt{2 g^2 \boldsymbol{\varepsilon}^* : \boldsymbol{\varepsilon}^*}} & \text{if } f = 0 \text{ and } \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

表-1 解析に用いた諸定数

初期鉛直地圧: 4.0 MPa
トンネル半径: 4.0 m
側圧 (K_0): 0.8, 1.0, 1.2
[材料定数]
ヤング率 = 500 MPa, ポアソン比 = 0.33
$\alpha = 1,400$ MPa, $\beta = -1,700$ MPa
$g = -4.1$ MPa, $C_0 = 0$, $C_1 = 0.15$ MPa

なお、本解析は荷重制御により掘削をシミュレートしており、応力の最大値以降の取り扱いが困難であるため、用いた構成則で算定される応力の最大値以降の弾性係数は一定の値 (1/10000) に保つことで近似した。

2) 損傷テンソルの主値と主軸について

各要素の損傷テンソルの主値と主軸の向きを図-4~6に示す。線分の長さは主値の大きさ (各図、共通のスケールで表示) を表し、線の向きは主軸の向きを表している。損傷の方向性がこの図によって表されている。この方向は損傷テンソルの主軸の方向となり、応力、歪の主軸に一致しているが、損傷は主軸の引張り側にのみ発生するので、結局最大引張り歪の発生する方向を示していることになる。最大引張り歪はトンネル半径方向に向いており、損傷を受けているほとんどの要素はトンネルの半径方向に緩んでいるということができる。

なお、天端、側方のトンネル壁面要素の損傷が他の壁面要素に比べ大きめの値を示しているが、この原因としてはFEM要素分割の方法も関係していると考えられる。とくに、 $K_0 = 1.0$ の場合は等方的に損傷が發展することが期待されるが、2つの要素において極端に大きな値となっている。しかし、全体的には損傷テンソルの發展の様子、したがって、非弾性域の広がり具合は妥当なものとなっている。

$K_0 = 0.8$ の場合は損傷は水平方向に卓越する。また、損傷の方向がほとんどトンネルの半径方向に向いているため、要素の一つ一つを見れば、水平方向に緩んでいるものが多いということになる。したがって、系全体としての損傷の方向は水平方向に卓越しているということができ、地盤は水平方向に緩んでいることがわかる。逆に $K_0 = 1.2$ の場合は天端上方に損傷が広がり、系全体が鉛直方向に緩んでいることがわかる。

3) 平均損傷テンソルによる異方性の考察

損傷の大きさや損傷の生じる方向性について、その平均的な特性を表す統計量として、次の平均損傷テンソルを定義する。

$$\bar{D} = \frac{1}{A} \sum_e (A^e D^e) \quad (13)$$

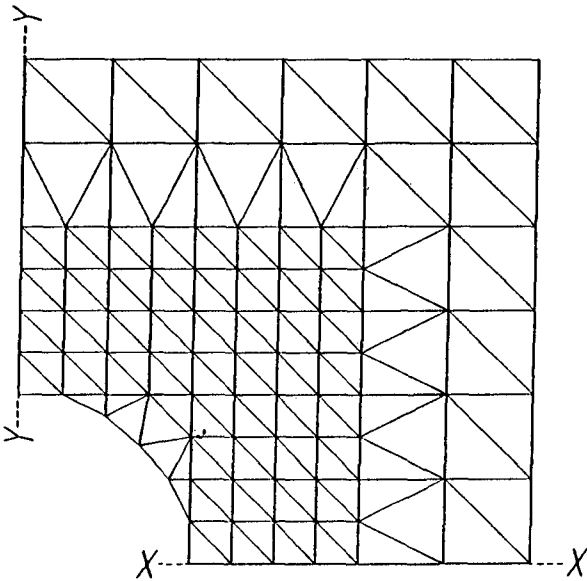


図-3 有限要素分割

上式中の Δ は、塑性論における適応の条件と同様に、方程式 $f(F^D, D) = 0$ により決定することができる。本構成則の初期損傷発生条件 $f(F^D, 0) = 0$ は、応力空間において、図-2のような概念図で示される。なお、本解析モデルの諸係数は三軸試験の载荷、除荷の曲線より決定することができる。

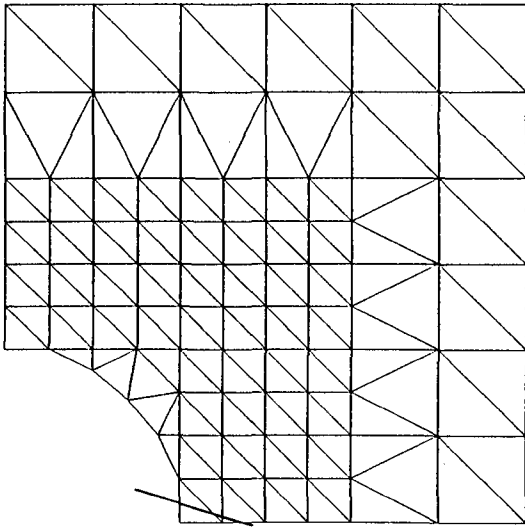
3. トンネル周辺地盤のFEM解析とその考察

1) 解析の概要

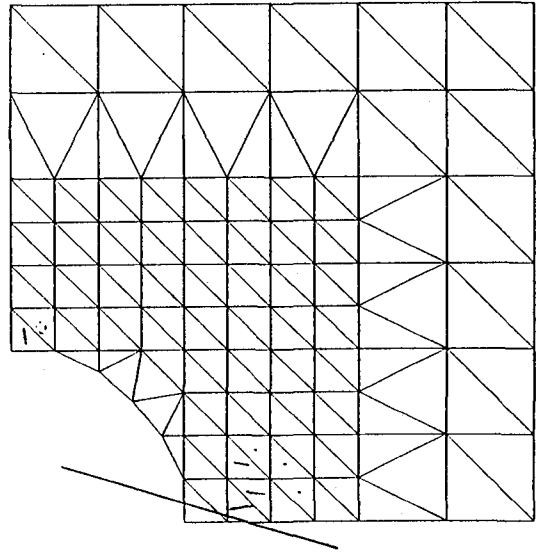
トンネル周辺地盤を平面歪2次元問題として取り扱いトンネル掘削に伴う変形解析を行った。

まず、トンネル周辺地盤に様な応力を与えた状態を初期状態とする。この初期状態より出発し、トンネル壁面の応力を0になるまで漸次減少させていくことにより、掘削をシミュレートすることとする。逐次計算における刻み幅は、初期地圧の1/200とした。トンネルは直径8mとし、解析の対象とする範囲はトンネル壁面の天端および側面から8mとする。用いた有限要素分割を図-3に示す。ここでは、損傷發展の初期段階を調べることを目的としているので、解析領域は比較的狭い領域に限定した。また、解析は軟岩地山を対象とし、文献1)を参考として表-1に示すような定数を用いることとした。なお、本文における損傷は、掘削開始時より発生するもののみを対象とすることとし、掘削前は巨視的に等方弾性体と仮定できるものとする。

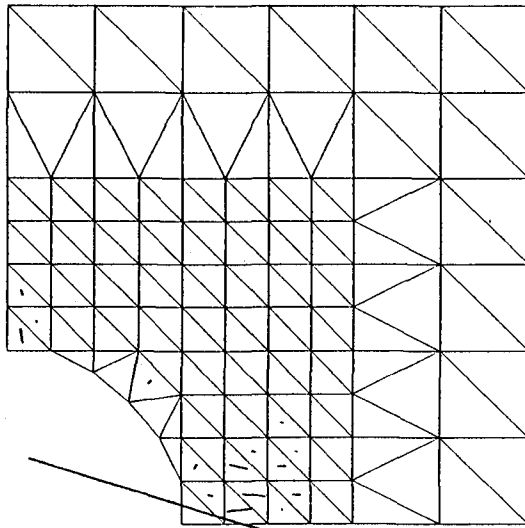
初期鉛直方向地圧 p_0 に対する地山の強度比 q_u / p_0 は0.75とする。図-3に示すように、FEMモデルの境界条件は、X-X面の鉛直方向変位と、Y-Y面の水平方向変位を拘束し、対称条件を考慮して全断面の1/4についての解析を行う。また水平方向地圧については、表に示したように、側圧係数を3通りに変えて解析を行う。



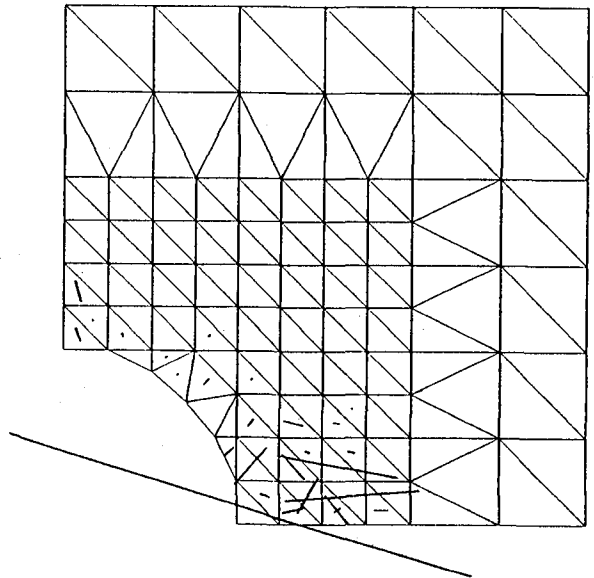
(1)内圧低減率50%



(2)内圧低減率80%



(3)内圧低減率90%



(4)内圧低減率100%

図4 損傷テンソルの主値と主軸
($K_0 = 0.8$)

$\bar{D}$: 平均損傷テンソル

D^e : 要素 e の損傷テンソル

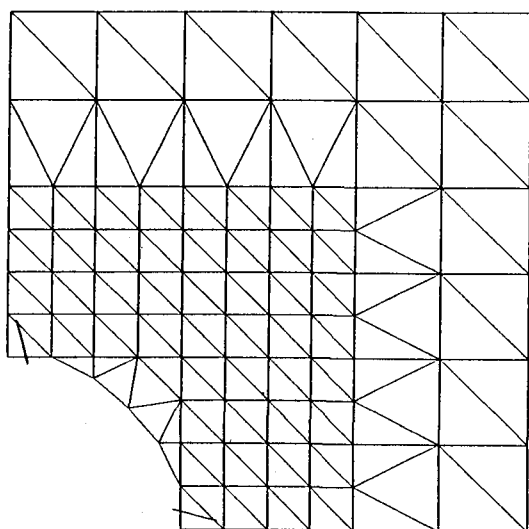
A^e : 要素 e の面積

$A = \sum_e A^e$: 全面積

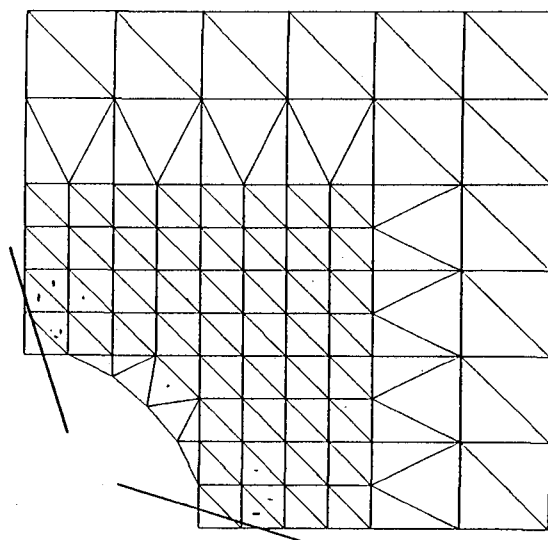
要があるが、本解析における解析領域は小さく、また全体的傾向を調べるために、 A としては解析全領域をとることとした。さらに、方向に関係なく損傷の程度を示す統計量として次式の平均損傷度を定義する。

ここに、 A は損傷の生じ得る領域を分割して調べる必

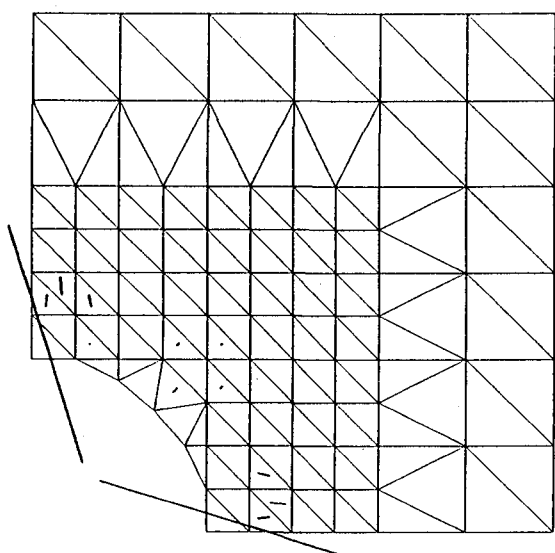
$$\bar{d} = \text{tr } \bar{D} \quad (14)$$



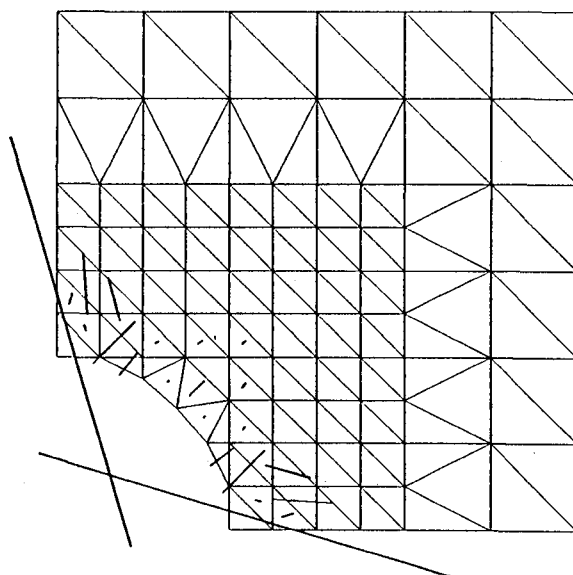
(1)内圧低減率50%



(2)内圧低減率80%



(3)内圧低減率90%



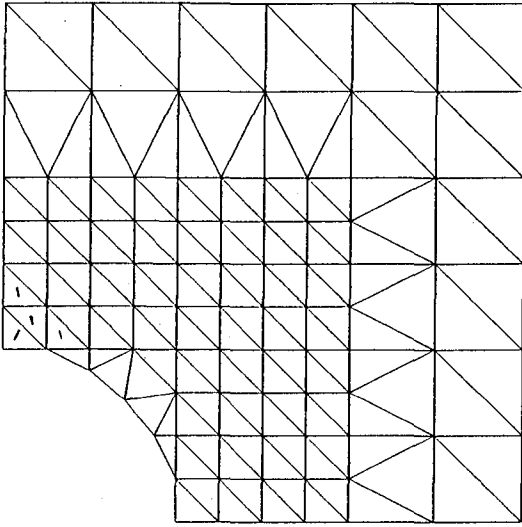
(4)内圧低減率100%

図-5 損傷テンソルの主値と主軸
($K_0 = 1.0$)

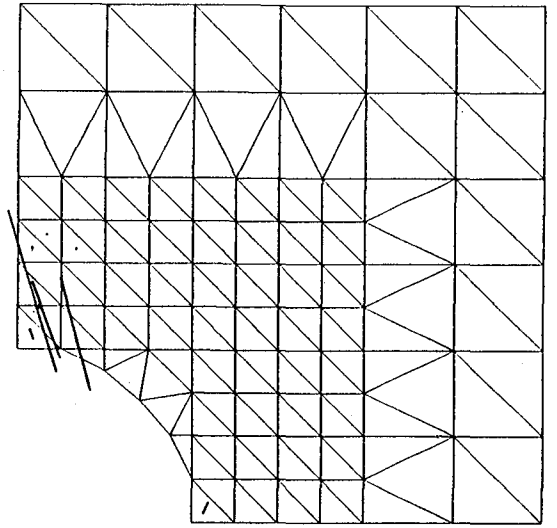
$\bar{D}$ に対応するモールの円を図-7～9に表す。それぞれ、 $K_0 = 0.8, 1.0, 1.2$ に対応している。この図における損傷の値は、主軸方向の損傷値を x, y 軸に座標変換した D_x, D_y, D_{xy} を系全体で平均化したもので表している。すなわち、円の中心は平均損傷テンソルであり、円の半径は系全体の損傷の異方性の程度を表してい

る。掘削の進行と共に円の中心は正の向きに移動し、円の半径は大きくなっている ($K_0 = 0.8, 1.2$ の場合)。これは掘削の進行と共に損傷度が増大し、系全体の異方性の度合いが大きくなることを示している。

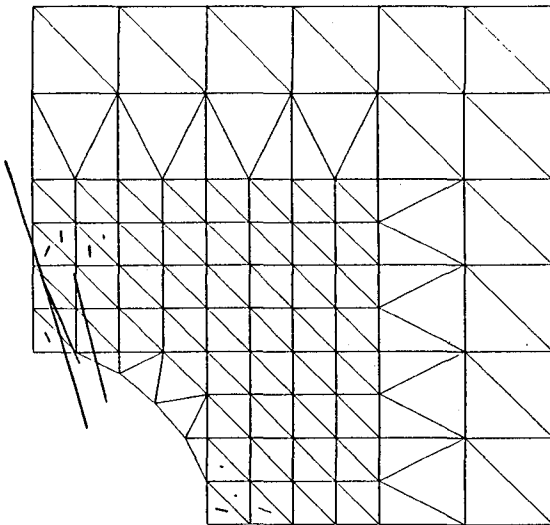
$K_0 = 0.8$ の場合の損傷テンソルの変化 (図-7) より、掘削が進むにつれて、異方性の度合いが大きくなる様子が



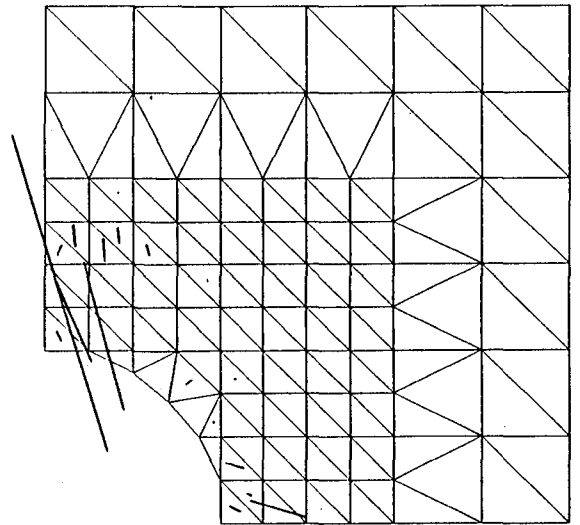
(1)内圧低減率50%



(2)内圧低減率80%



(3)内圧低減率90%



(4)内圧低減率100%

図-6 損傷テンソルの主値と主軸
($K_0 = 1.2$)

わかる。この場合、 x 軸方向の損傷が y 軸方向に比べて卓越している。このことは、 x 軸方向により大きな地盤の緩みが生じている傾向を示唆している。

$K_0 = 1.0$ の場合の損傷テンソルの変化 (図-8) より、系全体の応力状態は常に等方的であるので、系全体の損傷も常に等方的となる。したがって、 x 、 y 軸方向の

平均損傷テンソルの主成分は常に等しい値を持ち、異方性はない。なお、この場合の損傷の発展は軸対称になることが必要であるが、大きな損傷が2つの要素に見られるなど、要素分割に起因する誤差が生じている。

$K_0 = 1.2$ の場合の損傷テンソルの変化 (図-9) より、掘削が進むにつれて y 軸方向の損傷が卓越し、系全体の異

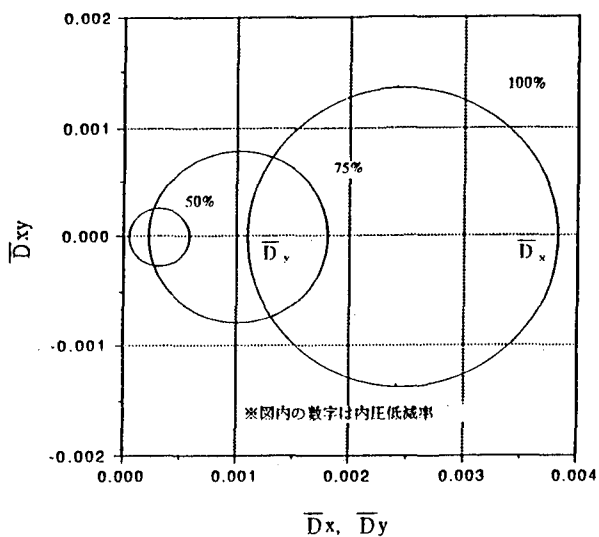


図-7 平均損傷テンソルに対応するモールの円
($K_0 = 0.8$)

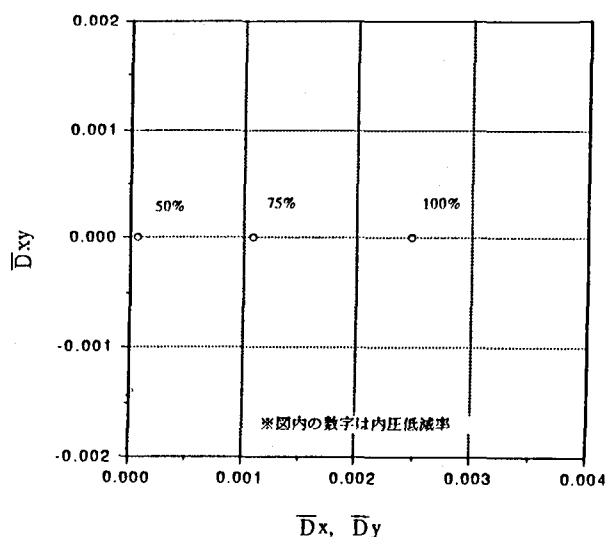


図-8 平均損傷テンソルに対応するモールの円
($K_0 = 1.0$)

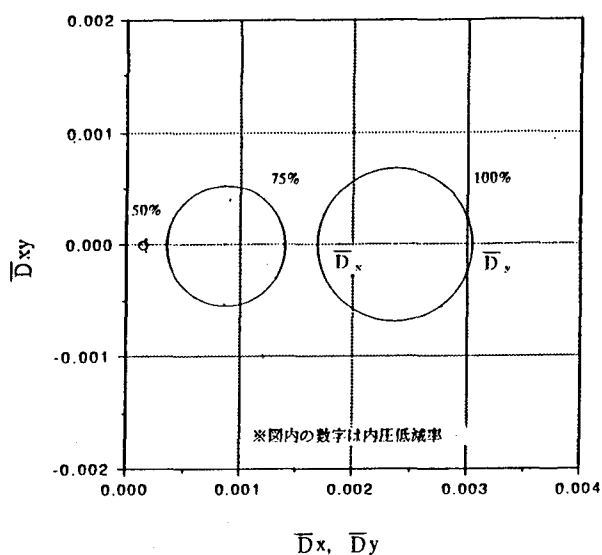


図-9 平均損傷テンソルに対応するモールの円
($K_0 = 1.2$)

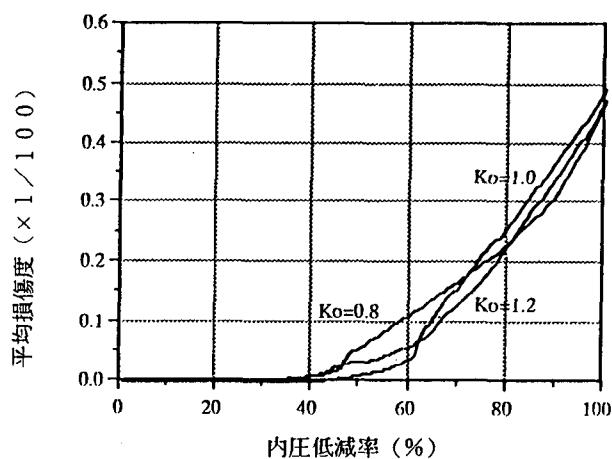


図-10 内圧低減率と平均損傷度の関係

を内圧低減率と称する。この変量は掘削の進行度と考えることもできる。

図-10は内圧低減率と平均損傷度の関係を示したものである。いずれの側圧係数に対しても内圧低減率がある程度の値を越えると大きく増加し始めるのがわかる。この平均損傷度の大きく増加する内圧低減率を遷移低減率と称することにする。この遷移低減率は側圧係数の値によって若干違いがみられる。本解析においては $K_0 = 0.8$ の場合は約45%, $K_0 = 1.0$ の場合は約60%, $K_0 = 1.2$ の場合は約65%となっている。 K_0 の値が1.0の場合が特に損傷の急増する点のはっきりとしているようである。 K_0 の値が小さいほど遷移低減率は低いということができ、 K_0 の値が小さい場合は掘削の早い段階から何らかの対策(支保工等)が必要であることを意味する。最終

方性の度合が大きくなっている。特に、内圧低減率が50%から75%への変化が他の場合に比べて顕著であることが注目される。

4) 内圧低減率と平均損傷度の関係

内圧を初期地圧 σ_0 から0まで低減させる際に、各掘削時点における壁面に垂直にかかる地圧 σ の初期地圧に対する比

$$f = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (15)$$

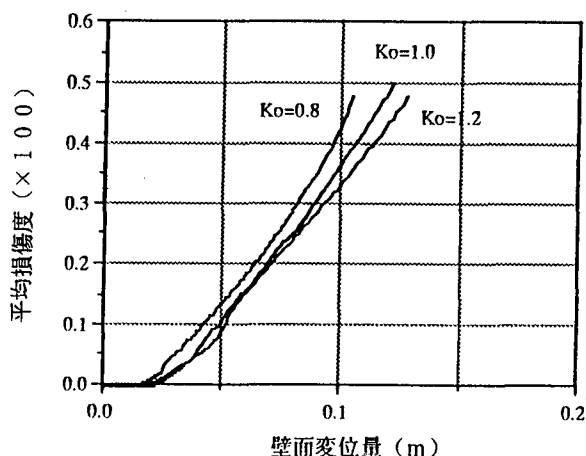


図-11 壁面変位量と平均損傷度の関係

段階（掘削進行度100%）での損傷度の絶対量は側圧係数の違いにはあまり依存しないようで、最終的にはほぼ同程度の損傷に止まることがわかる。

$K_0 = 1.2$ の場合、平均損傷度は約60%の時点で急増しており、水平土圧が高い場合には損傷が急激に増加するという傾向が伺えるが、このことは、平均テンソルのモールの円表示の結果とよく合致している。

平均損傷度が大きいということは塑性状態がかなり進んでいると考えることができ、掘削に対する危険度も大きいということができる。また、支保工等により原状に復することを考えた場合、大きな壁面変位を許した後の施工は不利であるということができよう。

5) 壁面変位量と平均損傷度の関係

次式のトンネル側方での壁面変位量とトンネル天端での壁面変位量の平均値を壁面変位量と称する。

$$u_0 = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (16)$$

u_0 : 壁面変位量
 u_1 : 側方壁面変位量
 u_2 : 天端壁面変位量

実際のトンネル掘削の施工現場においては、壁面の変位量が周辺地盤の状態を簡便に知るための重要な量である。壁面変位量と平均損傷度の関係を示すと図-11のようになる。このような図より、損傷が発生し始める壁面変位や、塑性領域が急激に発達する際の壁面変位の予測が可能になると考えられる。側圧係数によって若干の違いはあるが、本解析においては壁面変位が20~40cm程度から急速に損傷が増加し始めていることがわかる。この

関係は側圧係数にはあまり依存しないといえる。

4. 結 論

本文においては、損傷度の数値的評価を行うことの可能な構成則を用い、トンネル掘削に伴う周辺地盤の力学挙動の有限要素シミュレーション解析を行った。本文において得られた結論は以下の通りである。

- 1) 損傷テンソルに基づく構成則は材料内部の微視的損傷メカニズムを反映するものであるが、これをトンネル周辺地盤の弾塑性解析に応用することが可能である。
- 2) シミュレーション解析において、掘削の進行を内圧低減率として表現すると、このパラメーターがある値を越えると急に塑性領域が拡大することがわかる。また、壁面変位量は、側圧係数によらず、掘削の早い段階で急増する傾向が見らる。
- 3) 解析より地盤各要素における損傷テンソルの分布が得られ、これによりトンネル周辺地盤中の損傷の大きさの変化と進展方向を直接的に知ることができる。
- 4) 平均損傷テンソルに対応するモールの円を描くことで周辺地盤全体の損傷の異方性、すなわち損傷の卓越する方向を知ることができる。系全体の損傷は、側圧係数が1.0を越えると鉛直方向に、1.0を下回ると水平方向に卓越して広がる。

以上、損傷度の発展則を考慮したトンネルの弾塑性解析とその考察について示した。実際との対応についてはなお検討を要するところであるが、トンネルのゆるみ領域の発生・進展は、局所的な不均一性とともな全体的な異方性にも大きく左右されると考えられ、本文のような方法は両者を複合して評価する一つの有効な方法になり得るのではないかと考えられる。

参 考 文 献

- 1) A. Dragon, D. Pham, Ph. Charlez and J.F. Shao : A model of anisotropic damage by (micro) crack growth, *Assessment and Prevention of Failure Phenomena in Rock Engineering* (Pasa-mehmetoglu et.al. eds.), pp.71-78, 1993.
- 2) 京谷孝史, 市川康明, 川本眺万 : 岩盤の力学特性評価における損傷テンソルの適用について, 土木学会論文集, No.358/III-3, pp.27-35, 1985.
- 3) 土山茂希, 大上俊之, 市川康明 : 不連続性岩盤における損傷場の逆解析と地下空洞掘削時の変形予測, 土木学会論文集, No.475/III-24, pp.49-58, 1993.
- 4) Oda, M., Suzuki, K. and Maeshibu, T.: Elastic Compliance for Rock-like Materials with Random Cracks, *Soils and Foundation*, Vol.24, No.3, pp.1-30, 1988.
- 5) 土質工学会 : 堆積軟岩の工学的性質とその応用, 土質工学ライブラリー-30, 1987

(1994年9月14日受付)