

節点帯板法による薄肉構造物の立体解析

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF THIN-WALLED STRUCTURES BY FINITE NODE-STRIP METHOD

林 正* , 渡辺 力**
Masa Hayashi and Chikara Watanabe

*工博 長岡技術科学大学教授 工学部建設系 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

**工修 函館工業高等専門学校講師 土木工学科 (〒042 函館市戸倉町14-1)

Finite node-strip method has been proposed for the three dimensional analysis of long thin-walled structures. The displacement functions of the element are combined with those of nodal points and nodal lines used finite element and finite strip methods, respectively. In this paper, the Mindlin's plate theory is adopted to model the bending action of the plate, and the in-plate action is modelled in the usual manner, furthermore, the elements of stiffeners are formulated as off-set beams with the functions. The accuracy of the present method is demonstrated by several examples and the three dimensional analysis of a plate-girder bridge with sway and lateral bracings is shown.

Key Words : finite node-strip method, strip element, off-set beam, thin-walled structure

1. まえがき

薄肉構造物の解析には、有限要素法(FEM)が有効な解析手法であるものの、長大薄肉構造物を解析する場合、細長い要素を用いると精度が悪化するために数多くの要素分割が必要になる。それに対して、有限帯板法(FSM)¹⁾は、変位関数を工夫して長大な要素を用いることができるので長大薄肉構造物の解析に適した解析法である。しかし、帯板要素を長手方向に分割できないために、中間支点がある場合や有限要素などの他の要素と結合する場合²⁾には、不静定力や遷移要素を用いるなどして解析が煩雑になる。さらに、集中荷重が作用するときには、級数展開された変位や応力の収束性が悪化する。

最近の研究では、補剛された薄肉構造物を解析するために、これらの解析法の改良が盛んに行われている^{3),4)}。

著者らは、長大な薄肉構造物を効率良く解析するために、帯板要素に節点自由度を付加した節点帯板法(NSM)⁵⁾を過去に提案した。この節点帯板法は、通常の帯板法と同じようにならかなり細長い要素を用いることができるので全体解析に必要な自由度数はFEMにくらべて少なくなることで、FEMと同じ節点自由度を有しているの、有限要素や骨組要素との結合も容易となる。さらに、任意形状のMindlin節点帯板要素^{6),7)}を開発し、平板の曲げ解析において良好な解を得ている。

本研究では、このMindlin節点帯板要素を用いて、局所的な応力も求めることのできる全体解析法を開発する。変位関数の選択において、変位の適合条件を満足させる

ために、その面内成分と面外成分には、同一の多項式を用いて級数展開する。これにより、折板構造の綾線上で適合条件が満足された解が得られる。さらに、補剛構造物の計算効率を高めるために、補剛材要素をオフセット・ビーム⁸⁾でモデル化し、節点帯板要素の変位関数を用いて定式化を行う。

また、複雑な構造物の全体解析を効率良く行うために、マルチレベルのサブストラクチャー法を用いる。節点帯板要素は通常の帯板要素と同様に1方向(長手方向)に級数展開するために方向性があり、要素の結合に制約がある。そこで、節点帯板要素を組立てたあとで、節線自由度をすべて消去した構造ユニット(スーパー要素)を構成する。この構造ユニットを用いて、通常のFEM解析と同様に全体解析を行うことができる。

これらの要素の精度を確かめるために数値計算を行って、要素内の応力変化が激しい場合でもよい値が得られることを示す。また、有限要素と結合させた計算例により全体解析法の妥当性を検証する。本解法は長大薄肉構造物の立体解析のために開発したものであるが、本文では、プレートガーダー橋の全体解析に適用した結果について報告する。

2. 節点帯板法

(1) 節点帯板要素

平板の曲げ解析と平面応力解析に用いる節点帯板要素として、その中央面上に、図-1(a)に示すような6個の節

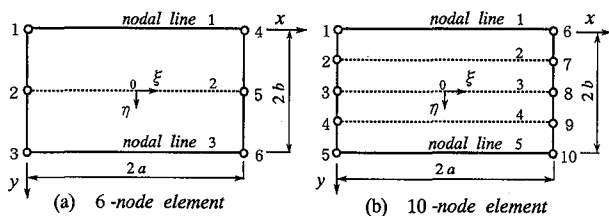


図-1 節点帯板要素

点と3本の節線を有する6節点要素と、図-1(b)に示す10個の節点と5本の節線を有する10節点要素を用いる。節線は相対する節点に結合され、互いに平行で等間隔に並んでいるものとする⁶⁾。

これらの要素の重心点に正規化された要素座標系(ξ, η)を設け、それらの変域を[-1,1]とする。また、中央面の法線方向をz軸方向とする直交デカルト座標系(x, y, z)を用いる。なお、要素は厚さtの等厚板とし、その曲げ変形に対してMindlinの仮定が成り立つものとする。

(2) 一般化変位

各節点の自由度には、x, y, z 軸方向の並進変位 u, v, w および x, y 軸まわりの回転角 θ_x, θ_yを用いる。これより、節点 n の一般化変位を次式の d_n で表す。

$$d_n = \{u_n \ v_n \ w_n \ \theta_{xn} \ \theta_{yn}\}^T \quad (1)$$

各節線も節点と同じ自由度を有し、一般化変位はこれらを級数展開したときの係数とする。節線 i の第 m 項に対する一般化変位を d_{im} とすると、

$$d_{im} = \{u_{im} \ v_{im} \ w_{im} \ \theta_{xim} \ \theta_{yim}\}^T \quad (m=1,2,3,\dots) \quad (2)$$

式(1), (2)を要素の全節点と全節線について集めたものを、それぞれ d_0, d_m として次式で表す。

$$d_0 = \{d_1^T, d_2^T, \dots, d_N^T\}^T \quad (N=6 \text{ or } 10) \quad (3)$$

$$d_m = \{d_{1m}^T, d_{2m}^T, \dots, d_{Im}^T\}^T \quad (I=3 \text{ or } 5) \quad (4)$$

(3) 変位関数

節点帯板要素の中央面上の任意点(ξ, η)における変位成分を、節点および節線に関する変位の和によって次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} u(\xi, \eta) &= \{f_{01}\}^T d_0 + \{f_{11}\}^T \sum X_m d_m \\ v(\xi, \eta) &= \{f_{02}\}^T d_0 + \{f_{12}\}^T \sum X_m d_m \\ w(\xi, \eta) &= \{f_{03}\}^T d_0 + \{f_{13}\}^T \sum X_m d_m \\ \theta_x(\xi, \eta) &= \{f_{04}\}^T d_0 + \{f_{14}\}^T \sum X_m d_m \\ \theta_y(\xi, \eta) &= \{f_{05}\}^T d_0 + \{f_{15}\}^T \sum X_m d_m \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、形状関数ベクトル f_{0i}, f_{1i} は、曲げ成分については文献6)で示した式であり、面内成分の式は同じ形状関数を用いて定義されるベクトルであるので説明を省略する。また、展開関数 X_m にも同じ多項式を用いる。なお、 $\sum$ は級数 m に関する総和を表す。

要素内の任意点の並進変位 u, v, w は次式で与えられる。

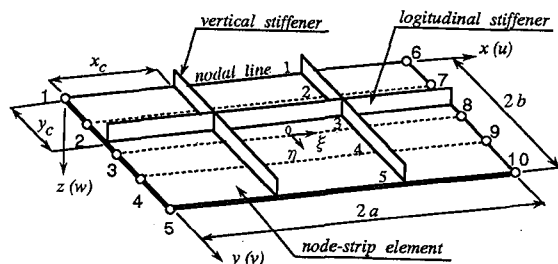


図-2 補剛材要素

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z) &= u(\xi, \eta) + z\theta_y(\xi, \eta) \\ v(x, y, z) &= v(\xi, \eta) - z\theta_x(\xi, \eta) \\ w(x, y, z) &= w(\xi, \eta) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

したがって、面内力と曲げを受ける要素内の任意点のひずみ成分は、式(6)の変位成分を用いて次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \epsilon_z &= 0, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_x, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)のひずみ成分を用いて得られる平面シェル要素の定式化は文献6)と同じであるので省略する。

3. 薄肉構造解析

薄板構造物を解析するための補剛材要素の定式化とサブストラクチャー法を用いた全体構造解析法について説明する。

(1) 補剛材要素

図-2に示す様な節点帯板要素の節線に平行に取付けられた縦(水平)補剛材と節線に直交するように取付けられた横(垂直)補剛材を考慮して、数値計算の効率を高めるために、これらの要素をオフセット・ビームとして定式化する。

補剛材は節点帯板要素の中央面上に取付けられているものとし、断面内の接合点Cを原点とする部材座標系(x^*, y^*, z^*)を図-3のように定める。ここに、 x^* 軸は部材軸に平行で、 y^*, z^* は断面主軸と平行に選ぶ。また、中央面と y^* 軸のなす角をβとする。

部材軸方向の変位を u^*, v^*, w^* 、断面の回転を ϕ^* とし、そり変形を無視すると、並進変位はせん断中心 $S(y_s^*, z_s^*)$ の変位 v_s^*, w_s^* を用いて、薄肉断面部材の式から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u^*(x^*, y^*, z^*) &= u_c^* - y^*(v_s^*)' - z^*(w_s^*)' \\ v^*(x^*, y^*, z^*) &= v_s^* - (z^* - z_s^*)\phi^* \\ w^*(x^*, y^*, z^*) &= w_s^* + (y^* - y_s^*)\phi^* \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、()' は x^* に関する微分を表す。

式(8)の第1式から v_s^*, w_s^* を消去すると軸方向変位は次式のようになる。

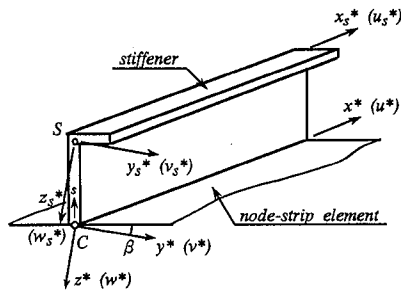


図-3 補剛材要素の座標系

$$u^* = u_c^* - y^*(v_c^*)' - z^*(w_c^*)' - (y_s^* z^* - z_s^* y^*)(\phi^*)' \quad (9)$$

式(9)を x^* で微分することで直ひずみ ϵ_x^* が得られる。

また、せん断ひずみ γ_{xs}^* には薄肉開断面材の式を用いる。

$$\gamma_{xs}^* = -2n(\phi^*)' \quad (10)$$

ここに、 s は断面の板厚中心線に沿った座標、 n はこれに垂直な座標である。

(2) 縦補剛材

縦補剛材は $y = y_c$ 線上に取付けられているとする(図-2参照)。この線上での補剛材の変位と帯板要素の変位 u_c 、 v_c 、 w_c 、 θ_{xc} との適合条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_c^* &= u_c, & v_c^* &= v_c \cos \beta + w_c \sin \beta \\ \phi^* &= \theta_{xc}, & w_c^* &= -v_c \sin \beta + w_c \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

また、薄板の帯板要素では次式を用いることができる。

$$\theta_{yc} = -\partial w_c / \partial x \quad (12)$$

式(11),(12)を式(9)に用いると、直ひずみ ϵ_x^* は次のようになる。

$$\epsilon_x^* = u_c' - y v_c'' + z \theta_{yc}' - r \theta_{xc}'' \quad (13)$$

式(5)に $y = y_c$ を代入した変位を式(13),(10)に用いて縦補剛材のひずみ成分を節点帯板要素の一般化変位で表す。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x^* &= \{b_{01}^L\}^T d_0 + \sum \{b_{m1}^L\}^T d_m \\ \gamma_{xs}^* &= \{b_{02}^L\}^T d_0 + \sum \{b_{m2}^L\}^T d_m \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここに、縦補剛材のひずみベクトルは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} b_{01}^L &= f_{01,c}' - y f_{02,c}'' + z f_{05,c}'' - r f_{04,c}'' \\ b_{m1}^L &= X_{m,c}' f_{11,c} - y X_{m,c}' f_{12,c} + z X_{m,c}' f_{15,c} - r X_{m,c}' f_{14,c} \\ b_{02}^L &= -2n f_{04,c}' \\ b_{m2}^L &= -2n X_{m,c}' f_{14,c} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

上式中の $f_{0i,c}$ などは、 f_{0i} に $y = y_c$ を代入したベクトルであり、プライムは x に関する微分を表す。また、次の記号を用いた。

$$r = y_s^* z^* - z_s^* y^* \quad (16)$$

縦補剛材の仮想ひずみエネルギー δU^L は、式(14)のひずみ成分と補剛材のヤング係数 E 、せん断弾性係数 G を用いて次式で与えられる。

$$\delta U^L = \int_V (E \epsilon_x^* \delta \epsilon_x^* + G \gamma_{xs}^* \delta \gamma_{xs}^*) dV^* \quad (17)$$

上式を仮想仕事の原理に用いることで、縦補剛材の平衡方程式が節点帯板要素⁶⁾と同じ形で求められ、縦補剛材の剛性行列は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k_{00}^L &= \int_V [E \{b_{01}^L\} \{b_{01}^L\}^T + G \{b_{02}^L\} \{b_{02}^L\}^T] dV^* \\ k_{0m}^L &= \int_V [E \{b_{01}^L\} \{b_{m1}^L\}^T + G \{b_{02}^L\} \{b_{m2}^L\}^T] dV^* = [k_{m0}^L]^T \\ k_{mn}^L &= \int_V [E \{b_{m1}^L\} \{b_{n1}^L\}^T + G \{b_{m2}^L\} \{b_{n2}^L\}^T] dV^* \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(3) 横補剛材

横補剛材は $x = x_c$ 上で節点帯板要素上に結合されているものとする。部材座標系の原点 C を第1節線上にとれば、結合線での変位の適合条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_c^* &= v_c, & v_c^* &= -u_c \cos \beta + w_c \sin \beta \\ \phi^* &= \theta_{yc}, & w_c^* &= u_c \sin \beta + w_c \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式(19)と次式の関係

$$\theta_{xc} = \partial w_c / \partial y \quad (20)$$

を式(9)に用いて直ひずみ ϵ_x^* が得られる。

$$\epsilon_x^* = v_c' - x u_c'' - z \theta_{xc}' - r \theta_{yc}' \quad (21)$$

なお、プライムは y に関する微分を表す。

式(5)に $x = x_c$ を代入した変位を式(21),(10)に用いると、式(14)と同様な横補剛材のひずみが求められて、ひずみベクトルは次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} b_{01}^V &= g_{02,c} - x h_{01,c} - z g_{04,c} - r h_{05,c} \\ b_{m1}^V &= X_{m,c} g_{12} - x X_{m,c} h_{11} - z X_{m,c} g_{14} - r X_{m,c} h_{15} \\ b_{02}^V &= -2n g_{05,c} \\ b_{m2}^V &= -2n X_{m,c} g_{15} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} g_{0i} &= \partial f_{0i} / \partial y, & h_{0i} &= \partial^2 f_{0i} / \partial y^2 \\ g_{1i} &= \partial f_{1i} / \partial y, & h_{1i} &= \partial^2 f_{1i} / \partial y^2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(22)において、 $g_{02,c}$ 、 $X_{m,c}$ などは、それぞれ g_{02} 、 X_m に $x = x_c$ を代入したものである。横補剛材の剛性行列は、式(22)を用いて式(18)と同じ形で与えられる。

(4) 数値計算法

薄肉構造物を構成する基本要素には、6節点および10節点の節点帯板要素、補剛材要素の他に、有限要素(8節点アイソパラメトリック要素)、3次元骨組要素を用いる。これらの要素を用いて全体解析を行うときには、3段階のサブストラクチャー法を用いる。

構造解析の手順を図-4に示す。まず、中間節線自由度を消去した節点帯板要素を用いて、ブロック要素を組立てる。補剛材要素は節点帯板要素に直接取付けられ、節点帯板要素は節点と節線で相互に結合される。この段階で節線自由度を消去すると、ブロック要素の自由度は通常のFEMと同じ節点自由度のみとなる。

次に、ブロック要素を幾つか組合わせてスーパー要素を作成する。このとき、ダイヤフラムなどの要素を組込

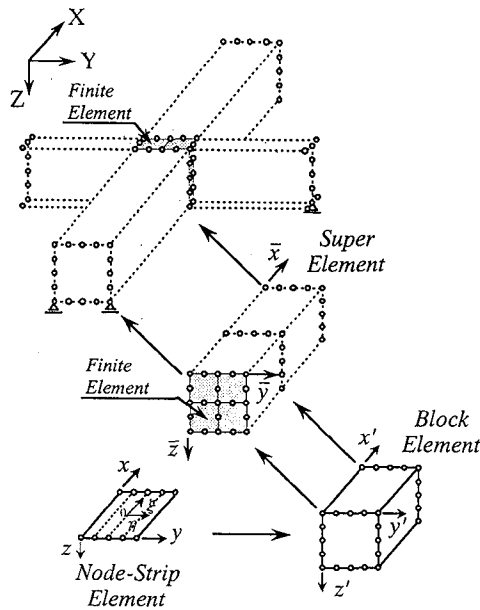


図-4 全体解析の流れ

んでスーパー要素内の内部自由度を消去する。最後にスーパー要素を組立てて全体構造物が得られる。このときの座標変換は通常FEM解析と同様であるから省略する。

なお、薄肉構造物の解析に際しては、薄板の剛性行列の計算において、せん断成分のみに次数低減積分を行う選択的積分法（文献6）で開発した積分法B00-S11）を用いる。また、節点帯板要素には面内回転（ θ_z ）の自由度を含まないために仮想回転剛性⁹⁾を用いて数値計算を行う。

4. 数値計算例による精度の検証

数値計算例により、本解析法の精度を調べる。また、当然のことであるが本解析法は変位法であり、変位の計算値は応力に比べ精度がよいため、以下の例では応力の値のみを示す。なお、比較解に用いたFEM解は、汎用構造解析システムFINAS¹⁰⁾の4節点アイソパラメトリック要素を用いて計算を行った。

(1) 補剛板

図-5に示す単純支持された補剛板に満載等分荷重 $q=1\text{kgf/cm}^2$ が作用する場合について、板の1/4領域を10節点要素を1要素用いて計算する。ヤング係数を $2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.3とした。補剛材を薄板要素（Strip）および縦補剛材要素（long.）、横補剛材要素（vert.）として取扱った3つのモデルについて解析した結果をFEM解（ 5×10 分割、補剛材は 2×10 分割）と比較する。また、展開項数には3項用いた。

図-6にA-A断面（ $y=9b/20$ ）での応力 σ_x および σ_y の分布を示す。補剛材をオフセット・ビームとしてモデル化した場合も、FEM解と良く一致している。

(2) I形断面桁

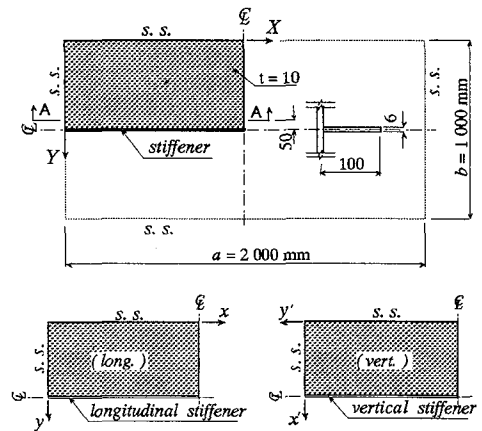
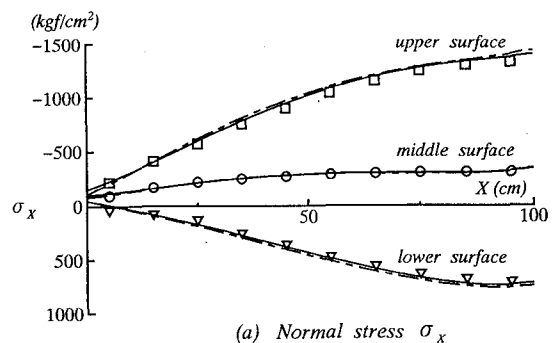
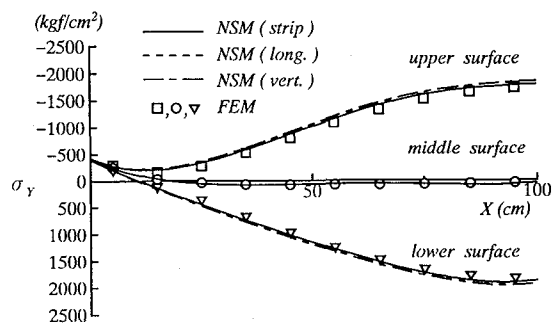


図-5 補剛板



(a) Normal stress σ_x



(b) Normal stress σ_y

図-6 補剛板の応力

図-7に示すような、支間20mで支点部に垂直補剛材を有する2軸対称I形断面の単純支持桁を計算する。板厚をすべて $t=10\text{mm}$ とし、材料定数は補剛板と同じとする。

ウェブの節点帯板要素をフランジの中間節線に直接結合させ、フランジ・ウェブともに分割をせずに、対称条件を考慮して桁の1/2領域を10節点要素を3要素用いて解析する。また、補剛材は横補剛材要素でモデル化した。比較解として、断面内をNSMの節点と同じ位置で12分割（上フランジ4、ウェブ4、下フランジ4分割）、長手方向に1/2領域を等間隔にN分割し、補剛材をオフセットビームでモデル化したFEM解を用いる。

上フランジとウェブの結合点に線荷重 $q=1\text{tf/m}$ を満載したときの計算結果を表-1と図-8に示す。表-1は最大たわみの計算値とNSMで級数を7項用いたときの最大たわみ（ w_{max} ）との比、および解析に要した自由度数を示したものである。NSMでは級数に3項用いるとほぼ収束して

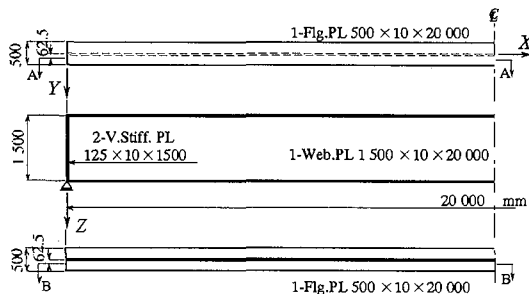


图-7 I形断面桁

いるが、FEMでは長手方向に19分割でほぼ w_{max} と一致しており、NSMではFEMに比べかなり少ない自由度数で良い値が得られる。また、図-8に示す級数に3項用いたときのフランジの応力 σ_x もFEM解（長手方向に19分割）と良く一致している。

(3) 十字桁

この解析例では、節点帯板要素が互いに直交する方向に配置された場合の解を検証するために、図-9(a)に示す一室箱桁の中央にI桁が直角に結合する十字桁を解析する。材料定数は先の計算例と同じで、板厚はすべて10mmとした。また、箱桁の支点部と中央部に板厚10mmのダイヤフラムを、I桁の支点部には垂直補剛材(2-PL.125×10×1000)を有している。

NSMの要素分割は図-9(b)に示すとおりで、箱桁のスーパー要素（長手方向に2分割し、断面内には支点部のブロックを10節点要素を用いて8分割、他のブロックでは6節点要素を用いてそれぞれ16分割）とI桁のスーパー要素（断面内にウェブを2分割、フランジは分割せずに中間節線に直接結合させ、長手方向に2分割）を十字に結合させ、その結合部には有限要素(8節点アイソパラメトリック要素)を用いた。また、ダイヤフラムも同様に有限要素でモデル化した。比較解として、図-9(c)のように細分割(Z方向に10分割)し、垂直補剛材をオフセット・ビームでモデル化したFEM解を用いる。なお、NSMの級数にはすべて3項を採った。

荷重状態は、箱桁中央に集中荷重100tfを載荷した中央載荷(P_1)と箱桁の $X=200\text{cm}$ の位置に偏心させた偏心載荷(P_2)の2通りとする。図-10には中央載荷時の箱桁(A-A, B-B)およびI桁(C-C, D-D)のフランジの応力の分布を示す。FEM解と良く一致しており、I桁(C-C, D-D)の結合部に生じる局所的な応力を良く表しているが、結合部にFEMを用いているためにNSMとFEMの要素境界で値が不連続となっている。

図-11には偏心載荷時の箱桁(E-E, F-F)の応力 σ_x およびせん断応力 τ_{xy} を示す。この計算例では、応力の挙動がかなり複雑となるために、荷重が載荷される箱桁ブロックを荷重載荷位置の近傍($X=150\text{cm}$)で X 軸方向にさらにもう1分割した(図-9(b)の破線)。複雑な応力の挙動をFEM解と同様に良く表している。また、応力 σ_x 、せん断

表-1 I形断面桁の最大たわみ

Method		$w/w_{\max}$	d.o.f.
NSM	1 term	0.896	234
	2 terms	0.998	312
	3 terms	0.999	390
FEM	N = 4	0.971	390
	N = 9	0.992	780
	N = 19	0.997	1560

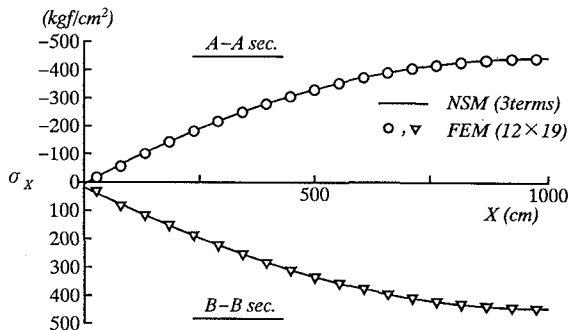


図-8 I形断面桁の応力

応力 τ_{xy} ともに $X=150\text{cm}$ の位置で若干不連続となっているが、荷重が載荷されるブロックの級数を5項用いると連続する。

この解析例では、スーパー要素の結合に有限要素を用いたが、何ら問題は生じておらず、スーパー要素を用いた本解析システムに問題は無いと考えられる。

5. プレートガーダー橋の立体解析

(1) 解析モデル

解析モデルは3本の主桁と1本の横桁を有する図-12(a)のようなプレートガーダー橋である。主桁は2軸対称とし、フランジ厚を変化させた。3本の主桁は同一断面とし、横桁は上フランジから20cm、下フランジから30cmの位置に取付けた。主桁には、125cmピッチに垂直補剛材を、上フランジから32cmの位置に水平補剛材を取付けた。対傾構及び上・下横構はトラス材としてモデル化し、これらの部材の諸元を表-2に示した。

死荷重として次の満載等分布線荷重 q_1, q_2 を主桁フランジに載荷した。

$$q_1 = 23.15 \text{ kgf/cm} \quad (G_1, G_3 \text{ 桁})$$

$$q_2 = 22.24 \text{ kgf/cm} \quad (G_2 \text{ 桁})$$

また、活荷重(L-20)は図-12(b)のように偏載させ、線荷重Pはスパン中央に、等分布荷重pは、主桁全長にわたって載荷した。なお、衝撃*i*=0.250を考慮した。以上のような構造物をMODEL-1とし、横桁のみ設けて対傾構と上・下横構を取除いた構造物をMODEL-2とする。

NSMにおける主桁と横桁の断面内の分割を図-12(c)に示す。また、主桁を橋軸方向に250cmピッチに12分割し、

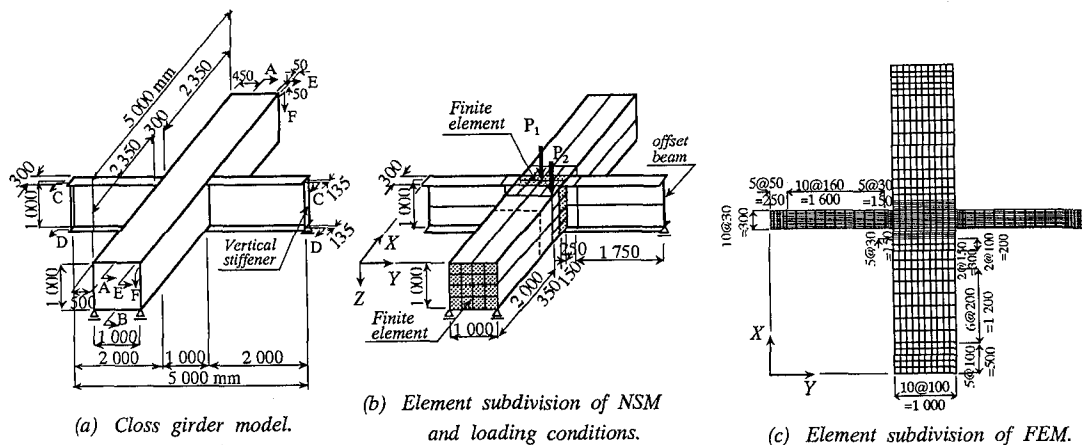


図-9 十字桁

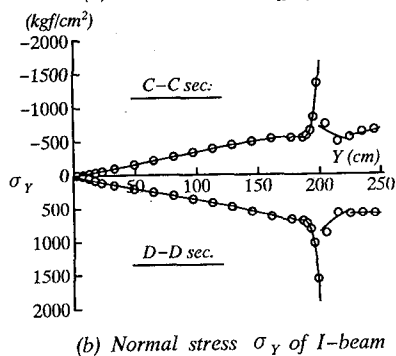
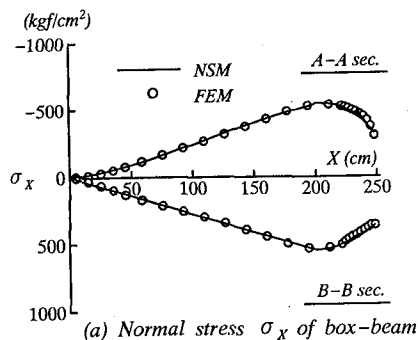


図-10 十字桁の応力 (中央載荷)

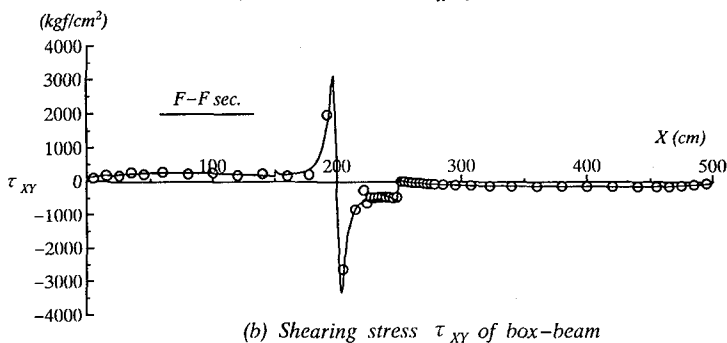
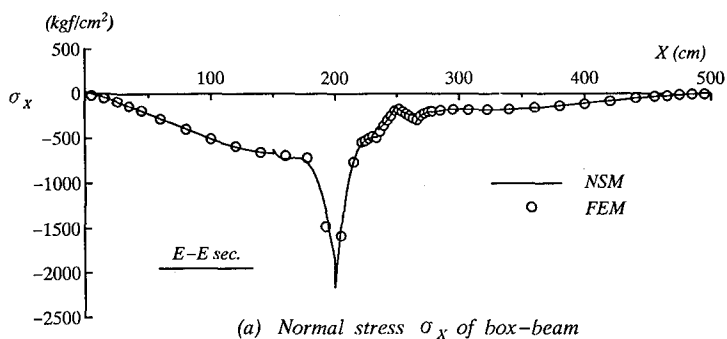


図-11 十字桁の応力 (偏心載荷)

横桁は幅員方向に分割しない。また、支点及び各ブロックの結合部の垂直補剛材は、有限要素(8節点アイソパラメトリック要素)によりモデル化し、ブロック中央部の垂直補剛材と水平補剛材は、補剛材要素でモデル化した。

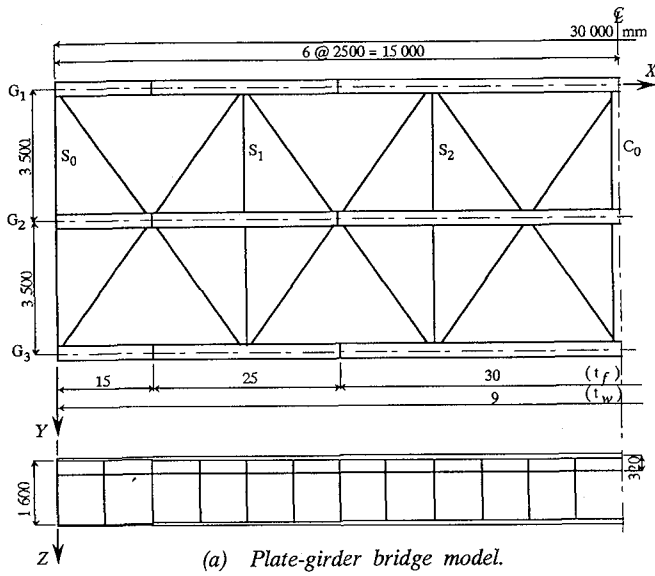
比較のために、MODEL-2で垂直補剛材を省いた構造物をMODEL-3とし、これをはり理論で解析する。以下に示す計算値はすべて死・活荷重による値である。また、この解析モデルは、境界条件が橋軸方向、幅員方向で非対称であるため、全体解析を行った。計算値も橋軸方向について左右非対称であるが左側半分の値のみを示した。

(2) 主桁の応力

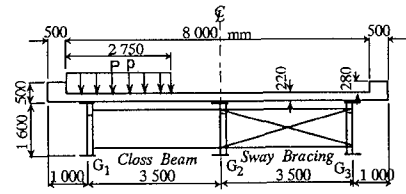
級数に3項用いて計算した値とはり理論による値を比較する。図-13は各主桁の下フランジ応力 σ_x を示したものである。各主桁でMODEL-2とはり理論(MODEL-3)は一

致しているが、MODEL-1では G_2 桁で一致するが、 G_1 桁で値がはり理論より小さくなり、 G_3 桁で値が大きくなっている。これらは、対傾構や上・下横構により荷重分配作用が促進されたためであると考えられる。

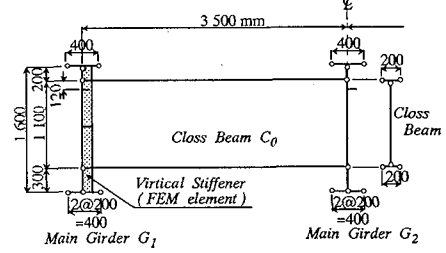
図-14は上横構の取付く位置での各主桁のウェブの応力 σ_x を示したものである。 G_1, G_3 桁では、ブレース材の取付く位置($X=0, 500, 1000$ cm)でMODEL-1の応力に急激な変化がみられる。また、板厚は一定であり、どの桁でも対傾構や上・下横構の無いMODEL-2では応力が連続していることから、ブレース材により局所的な応力が生じたものと考えられる。なお、 G_2 桁では局部応力は見られないが、 G_1, G_3 桁の局部応力の値は逆符号となっている。図-15は図-14と同じ位置でのせん断応力 τ_{xy} を示した



(a) Plate-girder bridge model.



(b) Cross section and loading condition.



(c) Element subdivision.

図-12 プレートガーダー橋

表-2 部材の諸元

member	H × B × t _w × t _f (mm)
main girder	1600 × 400 × 9 × (15, 25, 30)
cross beam	1100 × 200 × 9 × 25
hori. stiff.	100 × 8
verti. stiff.	120 × 10, 2-200 × 20 (end)
bracing	A = 23.52 cm ²
end sway bracing	A = 38.70 cm ²

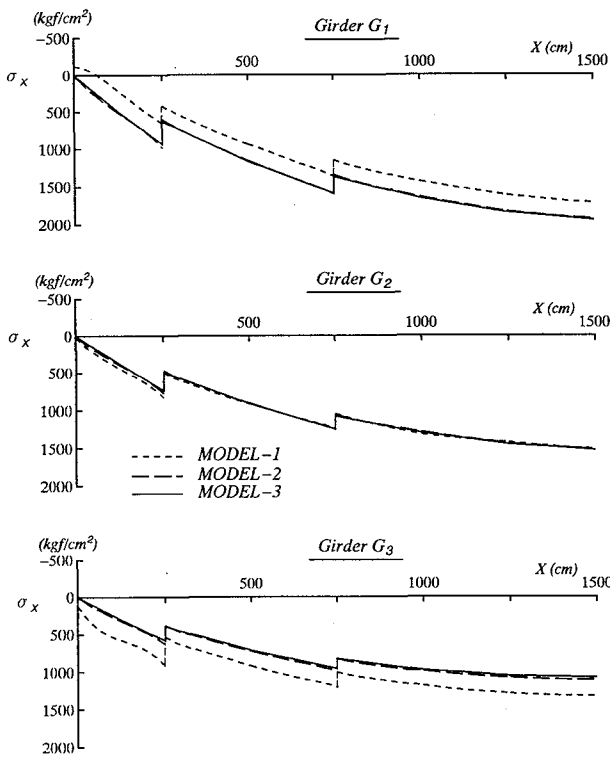


図-13 下フランジの応力 σ_x

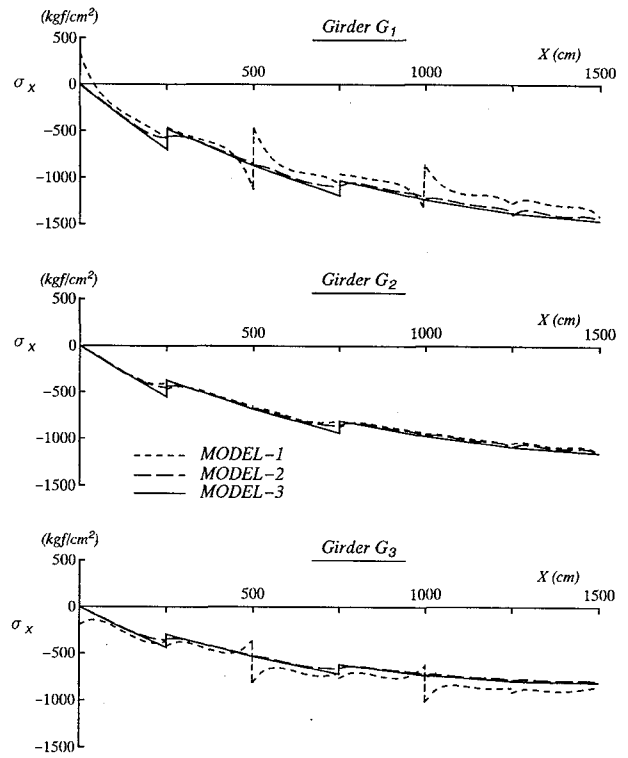


図-14 ウェブの応力 σ_x

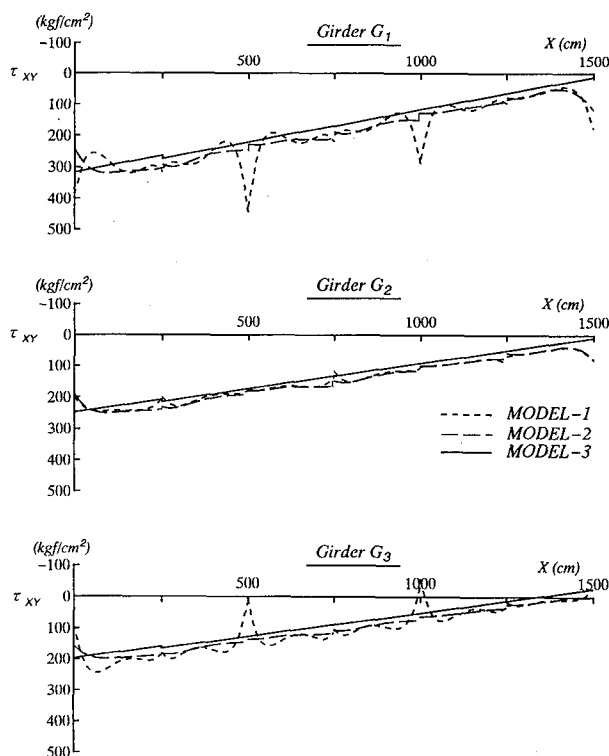


図-15 ウェブのせん断応力 τ_{xy}

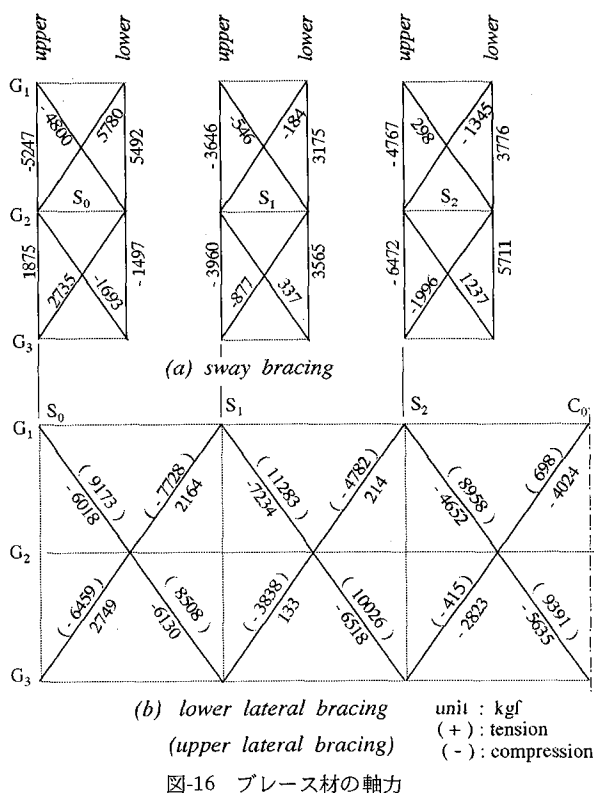


図-16 プレース材の軸力

ものであるが、せん断応力の値も応力 σ_x と同様にブレース材の取付く位置で、かなり大きな局部応力が生じている。

(3) 対傾構と横構の軸力

図-16に対傾構と上・下横構の軸力を示す。図-16(a)より端対傾構(S_0)と中央に近い対傾構(S_2)の斜材では、軸力の符号が逆となっており、L/6点での斜材軸力(S_1)の値が最も小さくなっていることがわかる。図-16(b)では、上・下横構の同じ位置でのブレース材軸力が上下で逆符号になっているものが多く、これらの軸力を通常の骨組解析で求めることは困難である。

6. 結 論

節点帯板法による全体構造解析法を種々の数値計算例により検証した結果から、次のようなことがいえる。

- (1) 節点帯板法による薄肉構造物の全体解析において精度の良い局部応力を求めることができる。
- (2) 本解析法では、長大要素を用いて局部応力を求めることのできるため、長大薄肉構造物の全体解析ではFEMに比べ計算効率が良い。
- (3) 要素内で応力は任意点で求めることができ、平滑化の手法などによる補間を用いていない。
- (4) 標準的なプレートガーダー橋を解析モデルとした計算結果では、対傾構、横構などの応力が容易に求められ、ウェブプレートには従来のはり理論による応力よりもかなり大きな局部応力が生じることがわかった。

参 考 文 献

- 1) Cheung, Y.K. : Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergamon Press, 1976.
- 2) Cheung, M. S. and L. Wenchang : Finite Strip Method Combined with Other Numerical Methods for the Analysis of Plates, Computers & Structures, Vol.45, pp.1~7, 1992.
- 3) Puckett, J.A. and D.L. Wiseman : Compound Strip Method for Folded Plates with Connecting Elements, J. Struct. Engng., ASCE, Vol.117, pp.255~267, 1991.
- 4) Jiang, J. and M.D. Olson : A Super Element Model for Non-linear Analysis of Stiffened Box Structures, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.36, pp.2203~2217, 1993.
- 5) 笹戸松二・林 正・中嶋学夫・中島一朗 : 節点帯板法による薄肉構造物の解析, JSCE 第9回構造工学における数値計算法シンポジウム論文集, 1985.
- 6) 林 正・坂口隆紀 : Mindlin節点帯板要素による厚板と薄板の曲げ解析, 土木学会論文集, No.459/I-22, 1993.
- 7) 林 正・坂口隆紀・長屋五郎 : 節点帯板法による板の2次元解析, JSCE 第17回構造工学における数値計算法シンポジウム論文集, 1993.
- 8) 川井忠彦・川島矩郎・三本木茂夫 : 薄板構造解析, コンピュータによる構造工学講座II-7-A, 培風館, pp.48~52, 1973.
- 9) Zienkiewicz, O.C. (吉識雅夫・山田嘉昭監訳) : マトリックス有限要素法, 三訂版, 培風館, pp.330~331, 1984.
- 10) 汎用非線形構造解析システム FINAS version 12.0 使用説明書 : 動力炉・核燃料開発事業団, 1993.

(1994年9月14日受付)