

マルチ破損型格子モデルによるコンクリートの 引張破壊過程の数値シミュレーション

MULTIPLE EVENT LATTICE MODEL FOR SIMULATING CONCRETE TENSILE FRACTURE

彦坂 熙*, John BOLANDER Jr.**、劉 玉擎***、韓 相昊***

Hiroshi HIKOSAKA, John BOLANDER Jr., Yuqing LIU and Sangho HAN

* 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** Ph.D Assistant Professor, Dept. of Civil Eng., Univ. of California, Davis, U.S.A.

*** 工修 九州大学大学院土木工学専攻博士課程 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

A refined lattice model is used to simulate the mesoscopic tensile fracture of concrete. In order to better represent the three-dimensional nature of material and fracture process, lattice elements are allowed to experience multiple fracture events. The model provides fracture simulations which are more realistic than those obtained from existing 2-D lattice models.

Numerical results are given for concrete compact tension specimens. Useful information concerning the mesoscopic behavior of the fracture process is obtained, including the distribution of damage and energy consumption within the fracture process zone. Parallels between the lattice model results and acoustic emission test results are indicated.

Key Words : lattice model, concrete micromechanics, fracture energy

1. 緒 論

コンクリートは構造設計上は均質な等方性材料として取り扱われているが、組織としてはランダムに配置された粗骨材および細骨材をセメントペーストで化学的に結合した非均質な多相材料である。コンクリートを等方均質な三次元連続体として材料構成則や破壊挙動を扱う場合には、多相材料の内部組織が複雑に変化していく実際の過程を現象論的に説明する非線形モデルの構築が必要となる。しかしこのような巨視的 (macroscopic) モデルによって、普通、軽量、高強度コンクリートのようにそれぞれ材料特性の著しく異なるコンクリートや繊維補強セメント系複合材の内部組織変化過程を、統一的に説明あるいは予測することは極めて困難である。これに対し、骨材粒オーダーの準微視的 (mesoscopic) モデルを導入すれば、コンクリートのような非均質複合材料の破壊過程を比較的容易にかつ統一的にシミュレートし、既往のマクロモデルでは困難な内部組織変化過程を物理的に説明することも可能になると期待される。

近年、理論物理学の分野で非均質材の破壊パターン解析に格子モデルが導入されている¹⁾。本研究でコンクリートの引張破壊過程のシミュレーションに用いる格子モデルも、骨材粒径分布とランダムな三次元骨材配置を考慮したコンクリートの準微視的計算力学モデルの一つである。この格子は曲げと軸力のみを考慮する定断面梁要素 (1 節点 3 自由度) から構成され、各梁要素には材

料の非均質性を表わす弾性係数と破損強度が与えられる。格子構造の解析には最も単純な弾性有限要素法を用いるが、載荷につれて梁要素の剛性を順次低減または除去することにより、主ひびわれの発生、成長と主ひびわれ近傍の微細ひびわれ累積状況を含むコンクリートの引張破壊現象をシミュレートできる。格子モデルを用いる利点は、コンクリートの引張破壊における粗骨材とモルタル間の付着強度の役割、ひびわれ進展経路に及ぼす骨材の影響、離散ひびわれの相互干渉効果等、ひずみ軟化型材料の局所化された破壊特性を明示できることである。

他方、骨材粒オーダーの格子モデルの難点は節点自由度の増加に伴う計算時間の増大にあり、このため本モデルの適用はこれまで平面応力状態を対象とする二次元シミュレーションに限られてきた^{2,3)}。また既往の研究では有効引張応力が破損強度に達した梁要素は直ちに除去される脆性破壊型格子モデルが専ら用いられ、コンクリートの三次元非均質性が考慮されていないため、荷重-変位関係が過度に脆性的となることが指摘されている。本論文に提示するマルチ破損型格子モデルは、脆性破壊型モデルにおける上記の弱点を改善したもので、各梁要素にコンクリートの三次元非均質性を考慮した材料特性が予め与えられ、有効引張応力が所定の破損強度に達した梁要素の剛性は段階的に低減される。マルチ破損型格子モデルは、コンクリートの破壊力学パラメータと

して重要な破壊エネルギー (fracture energy) の評価、および累積破損回数と AE(Acoustic Emission) 試験結果との関係づけにも有用である。ひずみ軟化型の引張破壊をシミュレートするため載荷は変位制御で行うが、破壊過程の非線形性が単純な線形弾性解析の繰返しにより求められるので、載荷ステップ毎の変位増分の決定は簡単に自動化できる。

本研究の格子モデルは、非均質な脆性複合材料の内部組織変化過程のシミュレーションや新しい複合材料の開発への利用を目的とするもので、当面の適用対象は材料強度試験用供試体のレベルに限られる。本論では数値計算例として、コンクリート CT(Compact Tension) 供試体の破壊問題への適用結果を示す。

2. ランダムな粒子配置を考慮した格子モデル

2.1 コンピューターによるランダム粒子の生成と配置

コンクリートの破壊力学パラメータを決定するための標準試験の一つに CT 供試体によるものがある。図-1 は本論文で解析対象とする CT 供試体の例を示したものである。格子モデルは供試体全領域に用いる必要はなく、主ひびわれおよびその周辺の微細ひびわれを含む引張破壊進行領域 (図中、黒のハッチ部) のみに用いればよい。残りの非破壊領域には二次元有限要素を用いる。

格子モデルを適用するコンクリート破壊領域の形状と寸法が指定されると、まずコンクリート中の骨材の三次元分布をコンピューターでシミュレートする。骨材粒子を完全な球で表わし、球の中心座標 (x, y, z) を一様乱数により与えて粒子を1個ずつ配置する。仮定した骨材の粒度分布に従って骨材量の目標値を定め、粒径の大きな骨材から始めてその骨材量が目標値に達すると、順次粒径の小さな骨材を配置する。このとき、2つの粒子が空間内で重ならないように、隣接する粒子の中心間隔 D は常に次式を満たすようにする。

$$D \geq \gamma \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (1)$$

ここに、 d_1, d_2 は隣接する粒子の直径を表わし、文献 10) に基づき $\gamma = 1.1$ とした。図-2 は、粗骨材の最大寸法が 15mm と指定された普通コンクリートについて、粗骨材の粒度の標準⁴⁾を考慮のうえコンピューター

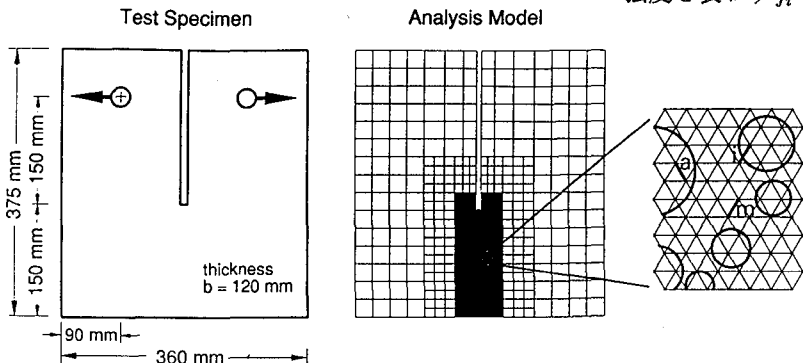


図-1 コンクリート CT 供試体の諸元と解析モデル

により生成、配置した骨材分布の三次元モデルをある平面でスライスして得られる、二次元解析用モデルの一例である。ただし、本研究ではコンクリートを骨材とモルタルマトリックスからなる二相材料と考え、粒径 3mm 未満の骨材は独立の粒子として扱わずモルタルに含ませる。

2.2 コンクリートの準微視的内部組織の格子モデル

面内力を受ける平板を平面格子に置き換えて近似的に解析できることは周知の通りである⁵⁾。コンクリートの準微視的内部組織をモデル化した正三角形二次元格子の一部を、図-1 に示した。正三角形の辺長を L とするとき、板厚 b の平板と弾性的に等価な格子を得るには、梁要素の断面を $b \times 0.68L$ の矩形とすればよいことが知られている⁶⁾。弾性梁要素の局所座標系における剛性方程式は、次式で与えられる。

$$(1 - \Omega) \frac{E}{L} \begin{bmatrix} 4I & 2I & 0 \\ 2I & 4I & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_A \\ M_B \\ F \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 E はヤング係数、 (A, I) は梁要素の断面積と断面二次モーメント、 $(\theta_A, \theta_B, \delta)$ は梁要素の節点回転角と軸方向伸縮量、 (M_A, M_B, F) は梁要素の節点モーメントと軸力である。 Ω は本研究で新たに提案するマルチ破損型格子モデルのために導入した損傷度パラメータで、解析当初の無応力状態では全要素について $\Omega = 0$ にセットされる。破損後の梁要素の断面定数はすべて、初期値 $(A, I$ など) の $(1 - \Omega)$ 倍に低減する。

図-1 のように、生成されたランダム粒子モデル上に正三角形格子を重ねることにより、コンクリートの非均質性を骨材 (a)、モルタルマトリックス (m)、骨材-マトリックス界面 (i) の3種の異なる格子要素で表わす。3種の材料にはそれぞれのヤング係数 E_a, E_m, E_i と引張強度 f_a, f_m, f_i を設定する。普通コンクリートでは一般に $E_a > E_m > E_i, f_a > f_m > f_i$ の関係があると考えられるが、軽量コンクリートや高強度コンクリートではこれらの大小関係が異なってくる。 E_a, E_m と f_a, f_m については、それぞれ骨材とモルタルの材料試験により決めることが可能であり、骨材-マトリックス界面の付着引張強度を表わす f_i についても測定結果⁷⁾が報告されてい

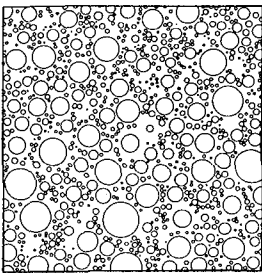


図-2 二次元骨材分布モデル

る。\$E_i\$ については、実際には極めて薄い界面を有限長 \$L\$ の梁要素でモデル化していることを考慮して、本研究では \$E_i = E_m\$ と仮定する。

2.3 格子要素の破損規準

格子を構成する梁要素には、式 (2) の軸力 \$F\$ による直応力 \$F/A\$ とモーメント \$M_A, M_B\$ による最大曲げ応力 \$\max(M_A, M_B)/W\$ が生じる。ここに、\$W\$ は梁要素の断面係数である。本研究では、梁要素の有効応力 \$\sigma\$ の引張強度 \$f\$ に対する比 \$S = \sigma/f\$ が 1 以上になると、その梁要素は破損するものと仮定する。\$S\$ を有効応力比と呼び、有効応力 \$\sigma\$ は次式で定義される。

$$\sigma = \frac{\beta}{1-\Omega} \left(\frac{F}{A} + \alpha \frac{\max(|M_A|, |M_B|)}{W} \right) \quad (3)$$

ここに、\$\alpha\$ は梁要素の破損に及ぼす曲げモードの影響を表わすパラメーターで \$0 < \alpha < 1\$ とする。\$\beta\$ は非均質連続体としてのコンクリートの巨視的応力と梁要素の準微視的応力を関係づけるために導入したパラメーターである。\$\alpha\$ と \$\beta\$ は格子モデルの引張破壊強度がコンクリートの引張強度に一致するように、パラメトリック解析により決定される。一般に、\$\alpha\$ が小さいほど供試体の靱性が増大し、また \$\beta\$ が大きいほど供試体の最大荷重が低下する。\$\Omega\$ は既往の脆性破壊型格子モデルの弱点を改善し、コンクリートの引張強度到達以後のひずみ軟化挙動をより良好にシミュレートする目的で特に導入する式 (2) と同じ損傷度パラメータである。式 (3) で \$\Omega = 1\$ (破断) のときは \$\sigma = 0\$ とする。

3. マルチ破損型格子モデル

コンクリートの三次元非均質性を考慮すれば、二次元格子要素が破損規準 \$S = \sigma/f \ge 1\$ を満たしてもその要素は直ちに完全に破壊するわけではない。粒径の小さな骨材とモルタルマトリックスの界面破壊はマイクロクラックを発生させるに過ぎず、その界面梁要素は剛性が極くわずかに低下するだけで、なお残存強度を有している。他方、粒径の大きな粗骨材の界面破壊は当該梁要素の剛性と残存強度を大きく低下させると考えられる。式 (2) および (3) の損傷度 \$\Omega\$ はこのような梁要素の破損に及ぼす骨材粒径の影響や残存強度の変化、さらには破損後の有効断面の減少にともなう有効応力 \$\sigma\$ の増大等、コンクリートの三次元非均質性を考慮するために導入したものである。いま任意の梁要素は、無損傷の \$\Omega = \Omega_0 = 0\$ から完全損傷 (破断) \$\Omega = 1\$ に至る間に \$n\$ 回の破損を受けるものとし、各回の破損時の損傷度を \$\Omega_k\$ (\$k = 1, 2, \dots, n\$) とする。\$\Omega_k\$ の導入による二次元モデルの改良のみによってコンクリートの三次元非均質性を定量的に表わすのは困難であるが、既往の脆性破壊型格子モデルの弱点を補強する試みとして、本研究のマルチ破損型格子モデルにおける \$\Omega_k\$ の規準を以下のように定める。

(i) 骨材 - モルタルマトリックス界面要素の損傷度

既に述べたように、界面梁要素の初期破損 (\$k = 1\$) に

伴う損傷度の大きさ (\$\Omega_1\$) は骨材粒径の影響を強く受けると考えられる。ここでは、三次元空間における骨材粒径が無小のとき \$\Omega_1 = 0\$、粒径が粗骨材の最大寸法 \$d_{max}\$ に合致するとき \$\Omega_1 = 1\$ と仮定し、任意の骨材粒径 \$d\$ に対する損傷度は線形補間する。すなわち

$$\Omega_1 = \frac{d}{d_{max}} \quad (4)$$

この破損に伴って界面梁要素の剛性は初期値の \$(1 - \Omega_1)\$ 倍に低下するが、モルタルマトリックスが供試体厚さ \$b\$ 方向に残存するので、破損後の梁要素の引張強度には \$f_m\$ を用いる。

\$k = 2\$ 以後の損傷度については、「\$k\$ 回目の破損後の非損傷度 \$(1 - \Omega_k)\$ は前回の破損後の非損傷度 \$(1 - \Omega_{k-1})\$ の \$1/2\$ に低下する」と仮定することにより次式を得る。

$$\Omega_k = \frac{1 + \Omega_{k-1}}{2} \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

(ii) モルタルマトリックス要素の損傷度

モルタルマトリックスについては、\$\Omega_0 = 0\$ として \$k \ge 1\$ に対して式 (5) を用いる。すなわち

$$\Omega_1 = 0.5, \quad \Omega_2 = 0.75, \quad \Omega_3 = 0.875, \dots$$

(iii) 骨材要素の損傷度

本研究で対象とする普通コンクリートでは骨材の破損は生じないと仮定するので、\$\Omega_k = 0\$ (\$k = 1, 2, \dots, n\$) とする。

4. 引張破壊過程の計算法

コンクリートの引張破壊過程で特徴的なひずみ軟化現象をシミュレートするために、変位制御により載荷する。変位を増加させるごとに全ての格子要素の有効応力比 \$S\$ を算定し、\$S \ge 1\$ でかつ最大の \$S\$ 値をもつ梁要素を見出す。この梁要素が破損するものとしてその要素内力を解放し、更新された梁要素の剛性マトリックスを用いて構造全体の剛性マトリックスを組直す。もし与えられた変位に対する有効応力比が全要素について \$S < 1\$ であれば、その中で最大の \$S\$ 値を有する梁要素が破損規準 \$S = 1\$ を満たすように次の変位を与える。

格子モデルを用いた既往の研究で、コンクリートの破壊力学パラメータとして重要な破壊エネルギーの評価に言及したものは全く見受けられない。本解析において、載荷点の変位を \$\Delta\$、要素破損の前後における載荷点の \$\Delta\$ 方向の荷重をそれぞれ \$P_1, P_2\$ とすれば、その要素破損に際して消費されるエネルギー \$dE_F\$ が次式で算定される。

$$dE_F = \Delta(P_1 - P_2) \quad (6)$$

破壊エネルギー \$G_F\$ は「ひびわれが単位面積進展する間に消費されるエネルギー」と定義されるので、

$$G_F = \frac{dE_F}{dA} \quad (7)$$

によりコンクリートの局所的な破壊エネルギーが求められる。ただし、 dA は格子要素の破壊に伴うひびわれの進展面積である。

5. CT 供試体の引張破壊過程のシミュレーション

5.1 供試体のモデル化

ここで解析の対象とする図-1のCT供試体については、Wittmannらによる一連の破壊試験結果が報告されている⁸⁾。コンクリートの圧縮強度は $f'_c = 42.9\text{MPa}$ 、粗骨材の最大寸法は16mm、骨材の単位量は表-1の通りである。表-1に基づいて定めた骨材量の粒径別目標値と、§2.1の方法でコンピューターにより生成、配置した骨材量を比較すれば、表-2の通りである。ただし、本解析では辺長2.5mmの正三角形格子モデルを用いるので、粒径3mm未満の骨材は独立の粒子として扱わずモルタルマトリックスに含ませている。

コンクリートの非均質性を骨材(a)、モルタルマトリックス(m)、骨材-マトリックス界面(i)の3種の異なる格子要素で表わす。3種の材料のヤング係数 E_a 、 E_m 、 E_i と引張強度 f_a 、 f_m 、 f_i は表-3のように設定した。設定に当たっては、コンクリートの圧縮強度が $f'_c = 42.9\text{MPa}$ であることを考慮するとともに、とくに f_i のみを変化させたパラメトリック解析結果とコンクリートに関する既往のAE試験結果との比較を行っている(§5.4参照)。なお、表-3のヤング係数を用いた異なる5体の非均質格子により単純引張試験供試体をモデル化して得られたコンクリートの平均ヤング係数は $E_c = 32\text{GPa}$ となり、圧縮強度にほぼ対応した値となる。

梁要素の有効応力算定式(3)に含まれるパラメータ α と β は、格子モデルの引張破壊強度がコンクリートの引張強度に一致するように、多数のパラメトリック解析により最適値を決定すべきものである。本研究では幾つかの試算の後、骨材およびモルタル要素については $\alpha = 1/3$ 、曲げの影響が小さいと考えられる骨材-モルタル界面要素については $\alpha = 0.005$ と置き、 β のみをパラメトリック解析により決定した。すなわち、図-3のように中央破壊部に格子モデル、残りの部分に4節点4辺形要素を用いた複数の単純引張試験供試体の解析による平均破壊強度がコンクリートの引張強度4.29MPa(圧縮強度 f'_c の1/10と仮定)に一致する条件から、 $\beta = 0.3$ を得た。界面梁要素およびモルタルマトリックス梁要素が完全破壊(損傷度 $\Omega = 1$)するまでに受ける破壊回数 n を多くするほど、脆性破壊型格子モデルの欠点が改良されて供試体の靱性が増大するが、ここでは計算時間の制約から $n = 3$ 回とし、3.に述べた方法で損傷度 $\Omega_k(k = 1, 2, 3)$ を与えた。

5.2 荷重-開口変位関係およびひびわれ進展のシミュレーション

コンクリートの三次元骨材分布モデルをランダムに選んだ平面でスライスすれば、骨材配置の異なる複数の二次元解析用骨材分布モデルが得られる。図-4は、こう

表-1 骨材の単位量

粒径 (mm)	単位量 (kg/m ³)
0~3	608
3~8	635
8~16	676

表-2 骨材分布の目標値と実現値

骨材粒径 (mm)	単位骨材量の目標値 (kg/m ³)	単位骨材量の実現値 (kg/m ³)
16.0	150	151.06
14.0	150	150.37
12.0	150	150.35
10.0	150	150.12
9.0	75	75.17
8.0	75	75.13
7.0	60	60.04
6.5	60	60.06
6.0	60	60.03
5.5	60	60.02
5.0	60	60.03
4.5	60	60.02
4.0	60	60.01
3.5	60	60.01
3.0	60	60.01

表-3 格子要素の材料特性

要素	ヤング係数 (GPa)	引張強度 (MPa)
骨材	$E_a = 70$	$f_a = 10$
モルタル	$E_m = 25$	$f_m = 5$
界面	$E_i = 25$	$f_i = 1.25$

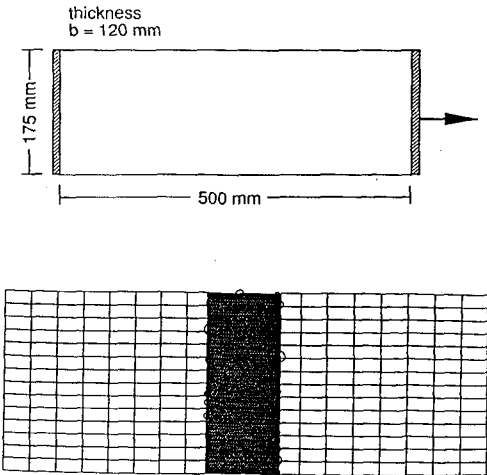


図-3 単純引張試験供試体の解析モデル

して得られたマルチ破損型格子モデルを中央破壊部に組み込んだ骨材配置の異なる3つのCT供試体(M1,M2,M3)の荷重－開口変位曲線の解析結果を、実験結果のばらつき範囲⁸⁾とともに示したものである。最大荷重以降の軟化域においては、破壊部の局所化により梁要素の破断が集中的に生じるため荷重の急激な低下が見られるが、本解析結果は脆性破壊型格子モデルによるもの^{2,3)}より主ひびわれの開口が滑らかに進行する。最大荷重の解析値が実験値をかなり上回っているため、 α と β を含む幾つかのパラメータの設定に検討の余地を残しているが、三次元の破壊過程を二次元モデルで取り扱うことによる限界もあるものと思われる。

図-4のモデルM2、M3に対する荷重－変位曲線上の点A～Fについて、主ひびわれの進展と周辺の微細ひびわれによる破壊の進行状態を示せば、図-5の通りである。

5.3 最終損傷状態および破壊エネルギー分布

図-6は、モデルM1～M3の最終破壊時近傍における、主ひびわれの進展経路と周辺の破損状態、およびCT供試体リガメントに沿う式(7)の破壊エネルギー G_F の分布を示したものである。主ひびわれは骨材－モルタルマトリックス界面に沿いながらモルタル部をも貫通(損傷度 $\Omega = 1$)してジグザグに進展するが、周辺部の損傷は界面梁要素の初期破損($\Omega = \Omega_1 < 1$)である。破

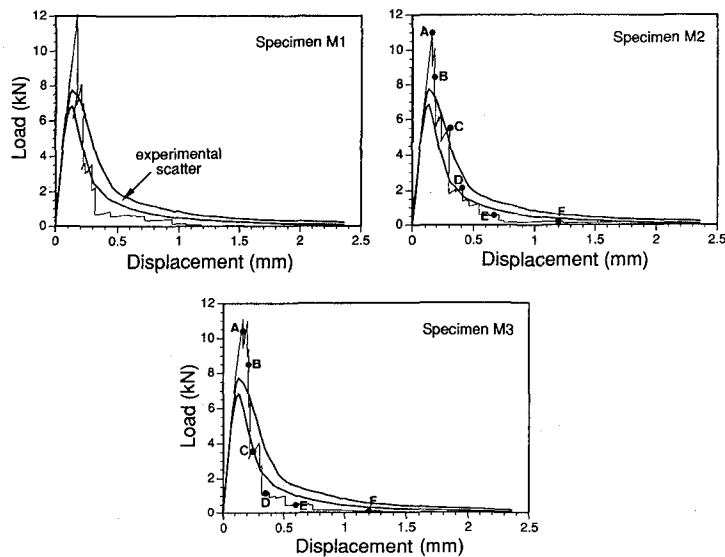


図-4 荷重－開口変位曲線

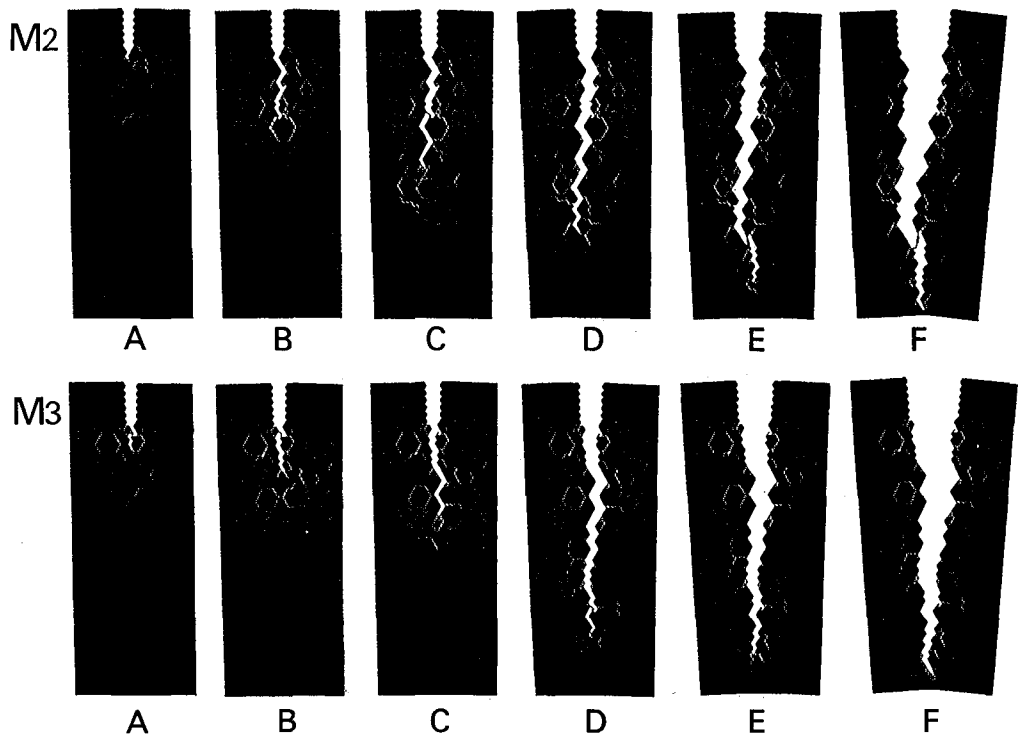


図-5 CT供試体中央部の破壊進行状態図

壊エネルギーの分布が局所的にかなり変動しているのは、引張強度の小さい界面要素とそれが大きいモルタル要素の破損時の消費エネルギーの違いによるものである。コンクリートの三次元非均質性を一部モデル化したマルチ破損型格子モデルによれば、既往の脆性破壊型モデルに比べてこのエネルギー分布の変動が小さくなるが、ここにもなお二次元モデルの限界がある。なお、これを改善する便法として複数の二次元解析によるエネルギー分布を平均することを考え、図-7にM1~M3の3体の平均エネルギー分布を実験による平均値とともに示した。

5.4 骨材 - モルタルマトリックス界面の付着引張強度に関するパラメトリック解析

格子モデルに与えるべき材料特性のうちで評価が最も難しい骨材 - モルタルマトリックス界面の引張強度 f_i について、その大きさがコンクリートの引張破壊挙動に及ぼす影響を調べた。すなわち、表-3の f_a, f_m を用いて $R = f_i/f_m$ のみを変化させたCT供試体モデルのパラメトリック解析を行った。 R が大きいほど、主ひびわれ周辺の微細ひびわれが少なくなり、破壊進行領域の幅が狭くなる。図-8は引張破壊の進展が安定するCT供試体リガメント中央部について、 R の異なる各供試体に生じる梁要素の破損回数(破壊イベント数)が、主ひびわれからの梁要素の距離により減少する模様をプロットしたものである。ただし、縦軸のイベント数は、各CT供試体が最終破壊に至るまでに生じた総破損回数で正規化した。図中に併記したAE試験結果⁹⁾は寸法諸元とコンクリートが異なるCT供試体に対するものなので直接比較することはできないが、本論文のマルチ破損型格子モデルにおける梁要素の破損回数とAE試験における破壊イベント数の相関性を示唆しており興味深い。AE試験によりモニターされる微小破壊は普通コンクリートの付着引張強度 f_i をある程度反映したものと考え、表-3では $R = f_i/f_m = 0.25$ を採用した。

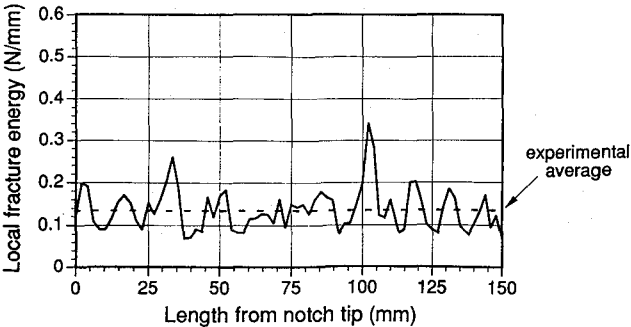


図-7 局所破壊エネルギー G_F の分布 (平均値)

6. 結語

コンクリートのような非均質脆性複合材料の準微視的引張破壊過程をシミュレートするための計算力学モデルとして、マルチ破損型格子モデルを提案した。格子モ

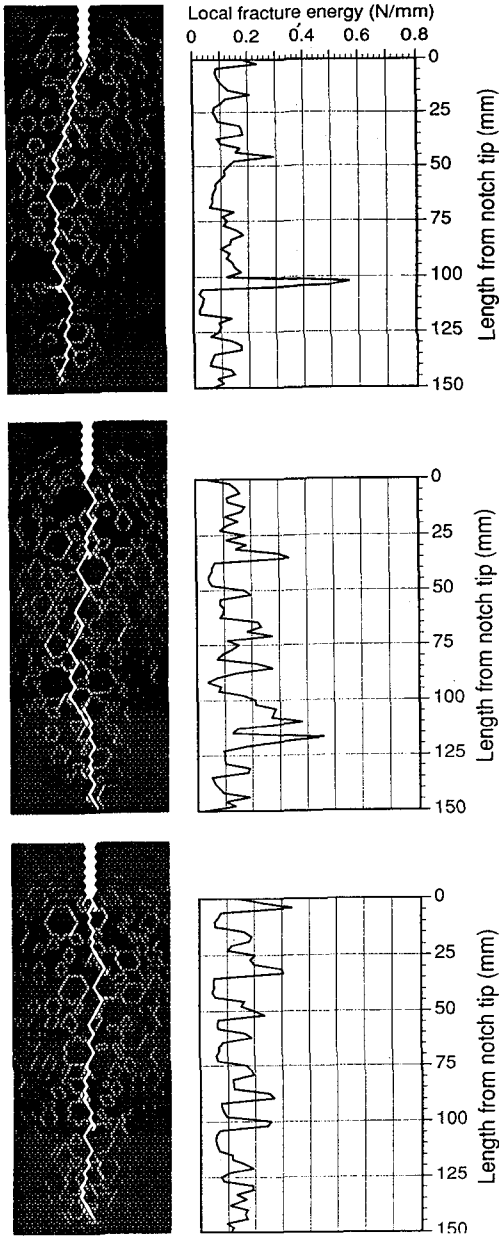


図-6 最終損傷状態と局所破壊エネルギー G_F の分布

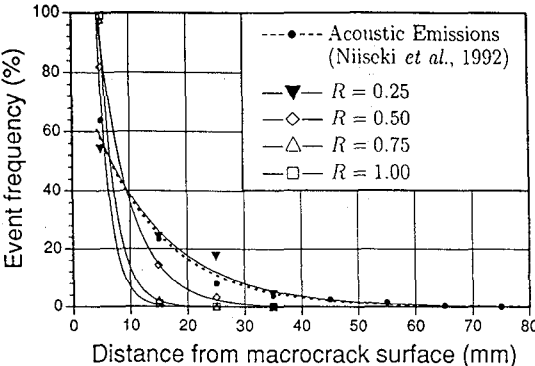


図-8 破壊イベント数の距離通減

ル自体は必ずしも新しいものではないが、本提案モデルの特長は、格子要素の破損規準にコンクリートの三次元非均質性を考慮し、既往の脆性破壊型二次元格子モデルの弱点を補強した点にある。また、これまで格子モデルの利点としてはひびわれ進展のリアリスティックなシミュレーションという定性的な面が強調されてきたが、本研究では新しくコンクリートの破壊力学パラメータとして重要な破壊エネルギーの定量的評価、およびAE試験との関係についても述べた。本論では実験結果の得られているCT供試体の破壊問題をシミュレーションの対象に選んでいるが、本モデルによる解析例はまだ限られており、供試体の破壊実験等によりキャリブレーションすべき格子モデルのパラメータの幾つかを予め仮定しているので、解析結果の定量的評価にはなお検討の余地が残されている。

格子モデルは、セメント系複合材料の内部組織変化過程のシミュレーションや新しい複合材料の開発への利用を目的とするものであり、またコンクリート工学における研究課題とされている大きな供試体の工学的破壊と骨材粒オーダーの準微視的組織破壊の結びつけにも道を拓くモデルの1つと考えられる。近年のコンピューターの著しい性能向上がこのようなモデルによるシミュレーションを可能にしたわけであるが、本文中でも述べたように本来三次元非均質性をもつコンクリートを二次元モデルの改良のみによって取り扱うことには限界があり、計算力学上の今後の研究課題としたい。

終わりに、本研究の数値計算に御協力頂いた白石貴司氏(九州電力(株))と小橋保仁氏(九州大学大学院)に深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

1) Herrmann, H. J. and Roux, S. editors : Statistical models for the fracture of disordered media, Elsevier

Science Publishers, 1990.

2) Schlangen, E. and van Mier, J.G.M. : Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites, *Cem. & Conc. Composites*, Vol.14, pp.105-118, 1992.

3) Schlangen, E. and van Mier, J.G.M. : Simple lattice model for numerical simulation of concrete materials and structures, *Mater. & Struct.*, Vol.25, pp.534-542, 1992.

4) 土木学会 : コンクリート標準示方書 [平成3年版] 施工編, p.28, 1991.

5) Szilard, R. : Theory and Analysis of plates, Prentice-Hall, Inc., pp.253-269, 1974.

6) Schlangen, E. and van Mier, J.G.M. : Lattice model for simulating fracture of concrete, *Numerical Models in Fracture Mechanics of Concrete*, A.A. Balkema, pp.195-205, 1993.

7) Hsu, T.T.C and Slate, F.O. : Tensile bond strength between aggregate and cement paste or mortar, *J. Am. Concrete Inst.*, Vol.60, pp.465-486, 1963.

8) Wittmann, F.H., Mihashi, H. and Nomura, N. : Size effect on fracture energy of concrete, *Engrg. Fracture Mech.*, Vol.35, pp.107-115, 1990.

9) Niiseki, S., Mihashi, H. and Nomura, N. : Fracture toughness and widths of fracture process zones in mortar and concrete analyzed by improved AE source location, *Progress in Acoustic Emission VI*, Japanese Society for NDI, pp.463-470, 1992.

10) Hsu, T.T.C. : Mathematical analysis of shrinkage stresses in a model of hardened concrete, *J. Am. Concrete Inst.*, Vol.60, pp.371-390, 1963.

(1994年9月14日受付)