

個別要素積雪変形解析における接触点密度関数の評価

EVALUATION OF CONTACT POINT DENSITY FUNCTION OF DISTINCT ELEMENT IN SNOW DEFORMATION ANALYSIS

阿部和久 *, 金子正浩 **

Kazuhisa ABE and Masahiro KANEKO

*工博 新潟大学助教授 工学部建設学科 (〒950-21 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

**新潟県 (研究当時 新潟大学工学部学生)

Evaluation of the contact point density function ψ of each distinct element is attempted to construct an element assembly, the mechanical property of which is not affected by any displacement in the application to snow deformation analysis. The following procedure is proposed as the numerical evaluation of ψ : take an average of distribution of contact normal vectors for every element in contact with each other, and iterate the averaging process. The proposed strategy enables us to take into account the influence of the distribution in distinct elements those are not in contact with the observed element. Through numerical experiments, the influence of the number of iteration times and the number of division of contact angle on the evaluation of ψ is investigated. Convergence of the evaluation of ψ is obtained for the third iteration, when the contact angle is divided into 18 sections and a smoothing process is introduced. As the numerical examples, deformation analyses of snowpack under the self weight are carried out. Fairly good result is obtained for one-dimensional snowpack densification. Settlement of snow around a rectangular beam is also analysed. Although the settlement force obtained by the analysis has rather lower value than that of experiment, the displacement shows a good coincidence with each other.

Key Words : *Distinct Element Method, Evaluation of Contact Point Density Function, Snow Deformation Analysis*

1. はじめに

積雪の力学的挙動は、雪崩のように動的な現象を初めとして、斜面積雪が雪崩防止柵に及ぼす雪圧や、圧密によって積雪中の構造物に作用する沈降力など、準静的なものまで様々な形態をとるが、動的な挙動は勿論のこと、準静的な挙動に関してもその力学的特性を把握・予測することは困難な問題である。その第一の理由として、雪の結晶構造の様々な要因による複雑な変態があげられるが、積雪の力学特性を理想的なモデルに限定したとしても、その変形形態は構造物や積雪どうしの間で、剥離・滑動・接触を伴うため非常に複雑なものとなる。したがって、有限要素法などの連続体を対象とした数値解法を適用する場合には、上述の複雑な境界条件を処理しつつ、大変形下での解析を行う必要があり、適切なアルゴリズムの構成が困難となる。そのため、著者らは一つの対応策として、個別要素法の積雪変形解析への適用可能性について検討を進めてきた^{1),2)}。個別要素法は本来、粒状体や粉体など多粒子系の動的挙動解析において多用されている数値解法であるが、要素間の接触モデルを変更するだけで、連続体から離散体まで表現することが可能であるため、近年はコンクリート構造物の破壊解析³⁾などにも適用が試みられてきており、今後その適用範囲は更に広がるものと思われる。

個別要素法の連続体への適用における問題点の一つとして、対象となる連続体の物性を反映した接触モデル(バネやダッシュポット)の値の設定の難しさがあげられる。個別要素解は、互いに接触している要素間で陽的に差分式を解いているものと見なすことができるので、その挙動は何らかの連続体を近似したものになる。したがって解析結果は解析対象と定性的に似た挙動を示すが、物性値を一致させない限り定量的評価に適用することは不可能である。特に大変形を対象とした場合には、要素配置が変化するため、集合体の巨視的性質が変動し、対象となる連続体の物性を適切に近似した集合体の構成は必ずしも容易ではない。そこで、著者らは積雪変形解析への適用を対象に、個別要素でつくられる粘性粒子集合体の巨視的性質について調べ、可能な限り積雪の物理特性を反映した、変形に依存しない巨視的性質を有する個別要素解析過程について検討してきた²⁾。その結果、要素どうしの接触状態を示す接触点密度関数や集合体の巨視的密度に基づき各ダッシュポットの粘性係数値を設定する方法が、上述の問題点の有効な対処法になることがわかった。しかし一般に解析対象の応力・変形場は非一様であるため、要素間の接触状態は空間的に変動する。したがって、接触点密度関数を各要素毎に作成することが必要となる。

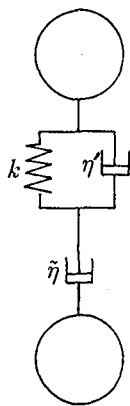


図-1 個別要素モデル

そこで本研究では、各要素近傍の接触状態に基づき接触点密度関数の適切な評価を与える手法について検討した。ここに提案する評価方法は、接触要素間で接触角の分布の平均を取り、その操作を繰り返す、というものである。この操作により、着目要素近傍の各要素における接触状態を反映しつつ、その影響が距離と共に減少する評価過程が構成される。以下では数値実験を通し、接触角の分割数や上述の操作の繰り返し数が巨視的挙動に及ぼす影響について調べ、いくつかの解析例を通し、非一様な応力場での積雪変形解析への適用性について検討する。

2. 個別要素解析の問題点と改善策²⁾

ここでは、これまでに著者らが得た知見に基づいて構成される個別要素解析過程の概要について述べる。なお、詳細については文献1),2)を参照されたい。

2.1 個別要素集合体の巨視的粘性係数

積雪は一般に粘弾性体と見なすことができるが、本研究では積雪の長時間に亘る準静的な変形過程を対象とし、その際に重要となる粘性連続体としての挙動の解析のみについて考える。なお、以下では個別要素から作られる粘性粒子集合体により積雪を表現するが、それは積雪を粘性粒子集合体と見なしているのではなく、粘性連続体としての積雪を個別要素集合体で与えられる不規則格子を用い、離散近似するという立場に基づくものである。

粘性体の変形解析を対象とする場合、各個別要素間の接触点に粘性ダッシュポットを挿入すれば粘性挙動を表現することが可能となる。しかし、5.で述べるように、積雪を対象とする場合には、その粘性係数が密度や雪温に関して指数関数的に変動するため、粘性係数が取り得る値の範囲は非常に広がる。したがって、個別要素法のように陽的時間積分スキームを用いて解析を進める場合、ダッシュポット単独の要素モデルでは安定解を得ることが困難となる。そのため、本研究では図-1に示すように、Voigt ユニットをダッシュポットと直列に接合

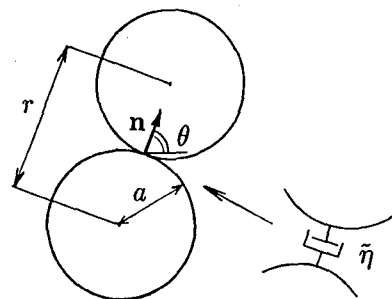


図-2 粘性粒子モデル

した要素モデルを用いている¹⁾。ただし、Voigt ユニットは解の安定性向上の目的で設けたものであり、解析対象である粘性的変形は直列ダッシュポットにより表現される。したがって、このような要素集合体の粘性的挙動は、基本的に図-2に示すようにダッシュポットのみを挿入した粘性粒子モデルにより表現できる。また、上述のように本研究の目的は通常の粒状体解析ではなく、粘性連続体解析にある。粒状体を対象とした場合には、接触点におけるせん断方向のユニットの適切な設定が重要となるが、連続体を対象とした場合には、せん断方向にユニットを設定しなくても巨視的性質を適切に表現することが可能となる。そこで、ダッシュポットは各接触点で半径方向にのみ設け、せん断方向へは設定せず、引張と圧縮の両方に作用させるものとする、粘性粒子集合体の巨視的粘性係数 η_{ijkl} は次式で与えられる。

$$\eta_{ijkl} = \frac{\gamma}{2\pi a^2 \rho} \int_0^{2\pi} n_i n_j n_k n_l r^2 \psi \tilde{\eta} d\theta \quad (1)$$

ここで、 η_{ijkl} は応力 σ_{ij} とひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{kl}$ に対し、次式をみたす4階のテンソルであり、添字 i, j, k, l は水平および鉛直方向座標に従い1または2の値をとる。

$$\sigma_{ij} = \eta_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (2)$$

なお、式(1)で a は代表粒子半径、 ρ は粒子密度、 γ は集合体の巨視的密度、 n_i は接触点における単位法線ベクトル成分、 r は接触粒子の中心点間距離、 $\tilde{\eta}$ はダッシュポットの粘性係数である。また、 ψ は接触点密度関数で、単位ラジアン当りの接触点数を示した確率密度関数である。式(1)より、巨視的粘性係数は、 γ, r, ψ に依存していることがわかる。通常の変形過程下では、これらの値は変動し、一定とならない。したがって巨視的粘性係数は変形と共に変動する。また、 r の変動と ψ はひずみ状態に従い方向性を持つので、集合体は異方性を示し、その度合も変形に依存する。

2.2 巨視的粘性係数が変形に依存しない個別要素解析手法

ここで解析対象としている問題は、基本的に、粘性係数が変形に依らず一定値を有する粘性連続体である。したがって、上述のような要素間の接触状態の変化に対す

る巨視的粘性係数の依存性は実際の解析において除去する必要がある。そこで、 γ, r, ψ における変形依存性を相殺するかたちで、各ダッシュポットの粘性係数を次式のように設定する。

$$\tilde{\eta} = \frac{a^2 \rho}{r^2 \psi \gamma} C \quad (C: \text{定数}) \quad (3)$$

すると、式(1)における γ, r, ψ の影響は、 $\tilde{\eta}$ により相殺され、変形に依存しない巨視的粘性係数が次式のように与えられることとなる。

$$\eta_{ijkl} = \frac{C}{8} (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (4)$$

ここで、 δ_{ij} はKroneckerのデルタである。

式(4)より、式(3)のようにダッシュポットの粘性係数を設定した場合、個別要素集合体はポアソン比 $\nu = 1/4$ の等方粘性体を近似することがわかる。

式(3)を実解析に適用するには、各接触点において γ, r, ψ の値を具体的に与える必要がある。 r は接触要素どうしの中心点間距離であるので容易に求めることができる。

γ については、各要素毎に次式より評価する。

$$\gamma_{n+1} = \frac{\gamma_n}{1 + \frac{1}{\pi} \sum \Delta r / (r \psi)} \quad (5)$$

ここで、 γ_n は第 n ステップにおける巨視的密度、 Δr は n から $n+1$ ステップの間における接触要素との間の中心点間距離の増分である。また、式中の和は、接触している全要素に対してとる。

式(5)を用いて巨視的密度を評価する場合、接触点密度関数 ψ が必要となるので、結局式(3)および式(5)の適用には ψ の適切な評価が重要となることがわかる。

3. 接触点密度関数の具体的評価方法

2.に述べたように、巨視的性質が変形に依存しない個別要素解析手法の具体的構成には、接触点密度関数 ψ の適切な評価が必要となる。なお、通常の解析においては、応力・変形場は非一様であるので、 ψ は場所により異なる。そこで、文献2)では、各要素毎に ψ を評価する方法について若干の検討を行った。ここでは、文献2)に示した方法と、その問題点とについて考察し、本研究で提案する方法を述べる。

3.1 文献2)に示した方法

Case-1：着目要素 i と、それに接している全要素とにおける接触角 θ_k を求める。次に、接触角を 10° 毎に36分割し、各区分での接触点数 $n_j (j = 1, \dots, 36)$ を求める。各区分毎の接触点密度関数 ψ_j を、 n_j に基づき次式により作成する。

$$\psi_j = \frac{n_j}{(1+N)\Delta\theta} \quad ((j-1)\Delta\theta \leq \theta < j\Delta\theta, \Delta\theta = \frac{2\pi}{36}) \quad (6)$$

ここで N は要素 i に接触している要素数であり、要素 i を合わせた接触要素総数は $N+1$ 個となる。

Case-2：接触角 θ_k と、これから Δn (適当な整数値)個離れた接触点における接触角 $\theta_{k+\Delta n}$ より、 ψ を次式で評価する。

$$\psi(\bar{\theta}_k) = \frac{\Delta n}{(1+n)\Delta\theta_k} \quad (\Delta\theta_k = \theta_{k+\Delta n} - \theta_k, \bar{\theta}_k = \frac{\theta_k + \theta_{k+\Delta n}}{2}) \quad (7)$$

さらに、 $\psi(\bar{\theta}_k)$ を区間線形関数で補間し、これに基づき、次式のかたちで $\psi(\theta)$ を作成する。

$$\psi(\theta) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta + b_1 \sin 2\theta + b_2 \sin 4\theta \quad (8)$$

文献2)では、上に示したCase-1とCase-2について検討した。その結果、式(3)のダッシュポットの粘性係数の設定に直接用いる接触点密度関数に対してはCase-1による評価が比較的良好な結果を与え、式(5)の巨視的密度の計算に対してはCase-2による評価が良好な結果を与えた。Case-1による評価は、 ψ の局所的な値の変動を比較的確切に表現することができ、そのような ψ の特徴が直接影響を及ぼす式(3)の設定においてCase-1が適していたものと考えられる。一方、Case-2による評価では、 ψ の急激な変動は平滑化されて表現できないが、全体的分布が比較的良好に近似できるため、式(5)の評価に適していたものと思われる。

3.2 本研究で提案する方法

ψ が適切に評価されていれば、単一の近似方法の下で、式(3),(5)のいずれに対しても良好な結果を与えるはずであり、上述のように各式に対して異なる評価方法が必要となるということは、Case-1,2のいずれにおいても、 ψ の評価が十分に達成されていないことを意味している。Case-1,2が ψ に対し十分に満足の行く評価を与えなかった理由は、評価時に用いた接触点数の不十分さにあると考えられる。 ψ は確率密度関数であるから、その評価にはある程度多くの接触点が必要である。しかし、一要素当りの接触点数はたかだか4,5個程度しかない。

この問題に対する一つの改善策として、着目要素を中心としたある範囲内に存在する要素を対象に、接触角の分布を求める方法があげられる。しかし、対象範囲を距離で規定した場合、基本的に全要素に対して要素間距離を求める必要があり、計算時間の大幅な増加は避けられない。また、解析領域をいくつかの部分領域に区切り、各部分領域内に属する要素に対して接触角を調べ、それらの要素に対して共通の ψ を用いる方法も考えられるが、この場合には、適切な個数の要素を含む部分領域の設定が必要となり、具体的手順の構成は容易でない。

そこで本研究では、着目要素の周囲における各要素での接触状態を反映し、その影響が距離と共に減少して行くような以下の方法について検討する。

まず、3.1と同様に着目要素 i に対して接触点の角度 θ_k を求める。次に円周 2π を M 等分し、各区分における

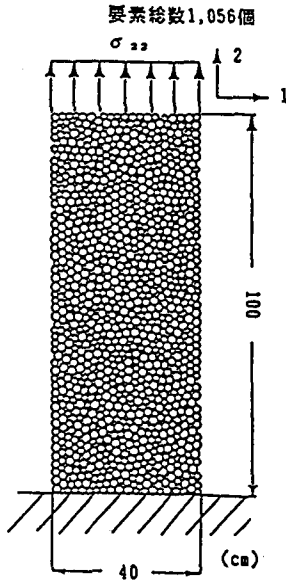


図-3 解析モデル

接触点数 $n_j (j = 1, \dots, M)$ を求め、次式により接触点密度関数の第一段階目の近似評価 ψ_j^1 を与える。

$$\psi_j^1 = \frac{n_j}{\Delta\theta} \quad ((j-1)\Delta\theta \leq \theta < j\Delta\theta, \Delta\theta = \frac{2\pi}{M}) \quad (9)$$

以上の評価を全要素に対して行う。

次に、着目要素を含め、それに接触している全要素における ψ_j^1 の平均を求め、それを要素 i における第二段階目の近似評価 ψ_j^2 とする。以降同様の操作を全要素に対して繰り返し、第 m 段階の評価 ψ_j^m を求めて行く。

以上の手順で隣接要素との平均操作を繰り返すことにより、着目要素に直接接していない要素での接触状態を反映し、且つその影響度が距離と共に減少する評価過程が構成される。

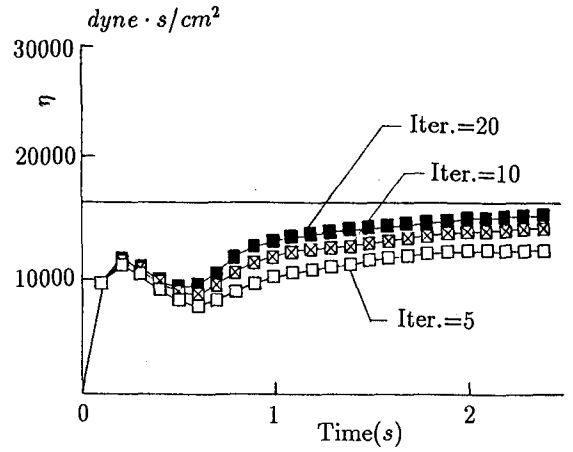
ここに示した手順により ψ を評価するには、繰り返し操作が必要となる。繰り返し回数を多くすれば ψ_j^m は次第に収束して行くこととなるが、十分な収束を得るには繰り返し回数がある程度多くとる必要があり、計算時間の増大につながる。そこで、収束を加速する目的で、各段階で得た ψ_j^m に対し、次のような隣接区間との平均操作をさらに追加した。

$$\bar{\psi}_j^m = \frac{1}{4}\psi_{j-1}^m + \frac{1}{2}\psi_j^m + \frac{1}{4}\psi_{j+1}^m \quad (10)$$

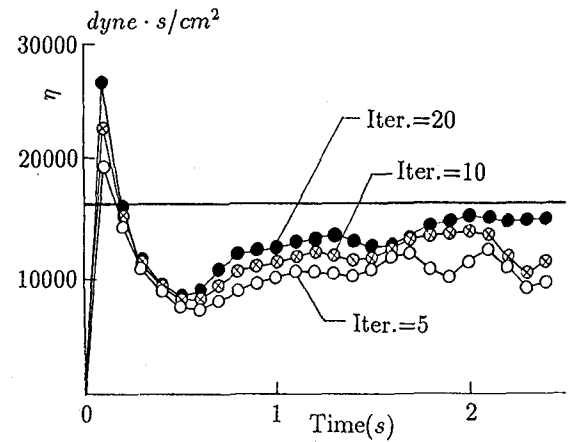
適切な分割数 M と繰り返し数および式 (10) による平均操作の効果については、以下の適用結果に基づき検討する。

4. 解析に基づく検討

3.2 に示した ψ の評価方法の妥当性や接触角の分割数、繰り返し回数などが結果に及ぼす影響について調べる目的で、以下の解析を行った。対象とする問題は粘性係数が変形によらず一定値を有する粘性連続体の一様引張およ



(a) 引張



(b) 圧縮

図-4 巨視的粘性係数, $M = 36$

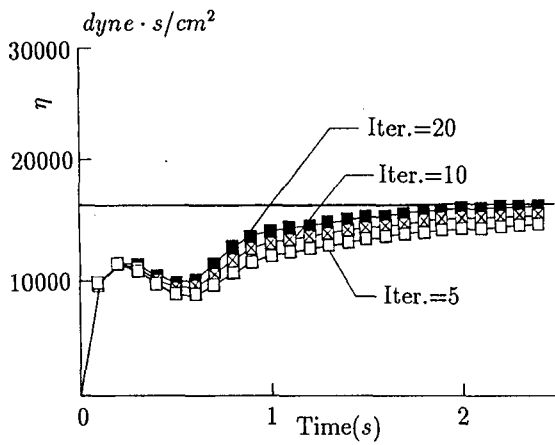
び圧縮変形である。解析では、図-3 に示す 40×100 (cm) の領域を 1056 個の個別要素で表し、外力は鉛直軸方向に応力度一定条件で加えた。なお、各時刻における巨視的粘性係数を次式に基づき解析結果より求めた。

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\epsilon}}, \quad \dot{\epsilon} = \frac{\dot{h}}{h} \quad (11)$$

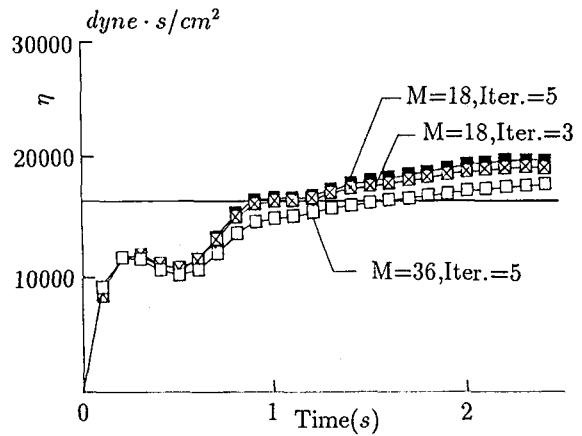
ここで σ は鉛直応力、 h は各時刻における粘性体の高さである。

この問題の場合、 η は引張・圧縮共に等しく一定値を示す。そこで ψ の評価の妥当性を、解析結果で得られた η の時間変動に基づいて検討した。

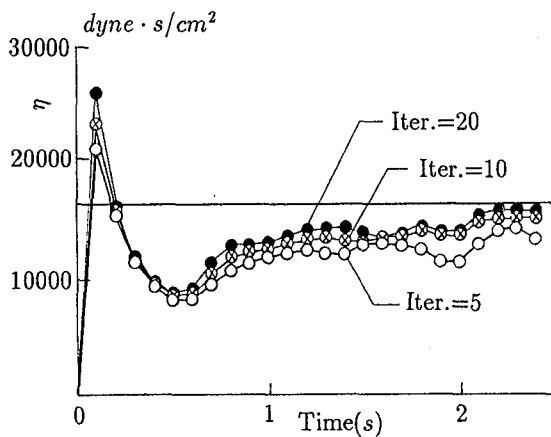
接触角の分割数 $M = 36$ において式 (10) の平均操作を用いず、繰り返し回数を 5, 10, 20 回とした場合の引張と圧縮における巨視的粘性係数 η の時間変動を図-4(a), (b) に示す。また、 $M = 18$ に対する同様の条件下での結果を図-5(a), (b) に示す。なお、解析時間内における粘性体の鉛直変位は、圧縮で約 30 cm、引張で約 34 cm 程度であった。図-4, 5 中の水平線は、 ψ を全要素の接触状態より求め、巨視的密度 γ を領域全体の体積と質量より求



(a) 引張

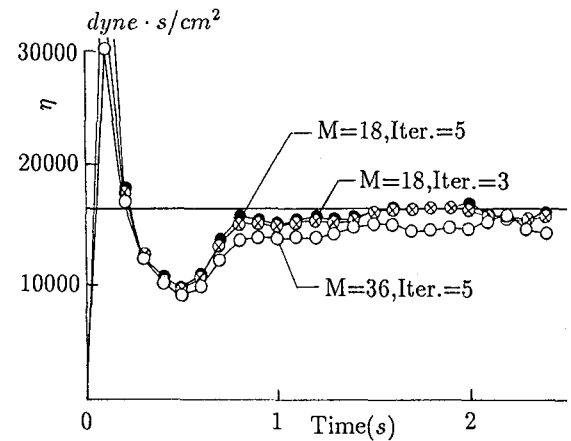


(a) 引張



(b) 圧縮

図-5 巨視的粘性係数, $M = 18$



(b) 圧縮

図-6 巨視的粘性係数 (隣接区間との平均操作を併用した場合)

め、それらの下で式(3)の設定を各ダッシュポットに対して行った場合に得られた巨視的粘性係数の平均値を示しており、 ψ の評価の妥当性の目安となる。

図より、いずれの分割数 M においても、繰返し数の増加と共に η の値は増大し、適切な値に近付いて行くことがわかる。これは、繰返し数が少ない程、より少ない接触点数で式(9)より ψ を評価することとなり、その結果、接触点における ψ が過大に評価され、式(3)により設定されるダッシュポットの粘性係数が小さめの値をとり、巨視的粘性係数も小さめの値を示したことによるものと考えられる。また、分割数 $M = 36$ の場合に比べ、 $M = 18$ とした場合の方が、同一の繰返し回数に対して η が高い値を示していることから、18分割の方が少ない繰返し回数でより良好な ψ の評価を与えており、実際の解析においては18分割で十分な結果が得られることがわかる。なお、これは同じ繰返し回数においても18分割の方が各区間内の接触点数が多く、ばらつきが小さくなることによるものと考えられる。

次に $M = 36$ で繰返し数5回に対し、式(10)の平均

操作を施した場合と、 $M = 18$ で、繰返し回数3回および5回に対し、式(10)の平均操作を施した場合での η の値を図-6に示す。繰返し数が比較的少ないにもかかわらず、 η は図-4,5と比べ大きな値を示し、引張において多少増加傾向が認められるものの、変形過程下ではほぼ一定値を示しており、式(10)による平均操作の効果が認められる。また、 $M = 36$ で5回の繰返しを行った場合より、 $M = 18$ で3回の繰返しを行った場合の方が η は大きな値を示した。さらに、 $M = 18$ においては3回と5回の各繰返しに対して η の変動の様子はほぼ一致しており、3回の繰返しでも ψ の評価が殆ど収束していることがわかる。次に、 $M = 36$ 5回の繰返しで平均操作を行った場合と、 $M = 18$ 3回の繰返しで平均操作を行った場合での、式(5)に基づく巨視的密度の評価精度をそれぞれ表-1、表-2に示す。なお、解析結果における密度は、式(5)により求めた各要素毎の密度の平均値を示している。表より、全体的に引張よりも圧縮において密度の評価精度が低下することがわかる。また、引張・圧縮共に、 $M = 18$ の場合の方が各変形時刻にお

表-1 巨視的密度の評価精度 (M=36)

t	引張			圧縮		
	密度	M=36	精度	密度	M=36	精度
0.5	0.1961	0.1987	1.35%	0.2052	0.2047	-0.24%
1.0	0.1889	0.1922	1.76%	0.2160	0.2122	-1.78%
1.5	0.1832	0.1865	1.79%	0.2262	0.2192	-3.10%
2.0	0.1780	0.1810	1.67%	0.2367	0.2264	-4.36%
2.5	0.1733	0.1757	1.42%	0.2475	0.2337	-5.59%

表-2 巨視的密度の評価精度 (M=18)

t	引張			圧縮		
	密度	M=18	精度	密度	M=18	精度
0.5	0.1961	0.1986	1.24%	0.2050	0.2049	-0.05%
1.0	0.1895	0.1922	1.41%	0.2150	0.2124	-1.20%
1.5	0.1842	0.1865	1.24%	0.2244	0.2195	-2.19%
2.0	0.1794	0.1810	0.90%	0.2339	0.2267	-3.07%
2.5	0.1752	0.1759	0.39%	0.2442	0.2342	-4.08%

いて良好な結果を与えていることがわかる。

以上より、本解析例においては、円周 18 分割の下で平均操作を併用すれば、3 回の繰り返し数に対しても ψ は概ね適切に評価されており、単一の評価方法の下で式 (3) および (5) における ψ が構成可能であることがわかった。

5. 積雪の変形解析への適用

5.1 自重による一次元圧密変形

自重作用下における積雪の、一次元圧密変形解析を行った。外力が自重の場合、応力は鉛直方向に単調に変化し、積雪下端で最大となる。そのため、変形場も鉛直方向に変化し、接触点密度関数の値は場所（高さ）に依存したものとなる。

一般に積雪は、圧縮よりも引っ張りに対して強い特性を持つ。ここでは篠島の実験結果⁴⁾に基づき、平面ひずみ条件下での引張と圧縮での巨視的粘性係数の比が 2:1 となるように、引張におけるダッシュポットの粘性係数値 $\tilde{\eta}_t$ を圧縮における値 $\tilde{\eta}_c$ の 2.2 倍に設定した²⁾。また、積雪の粘性係数は、雪温や密度、含水率などに大きく依存するが、解析では雪温は一定とし、変形に伴う密度変化による粘性係数の変化のみを対象とした。なお、 $\gamma = 0.1\text{g/cm}^3$ 以上のしまり雪では、粘性係数は密度 γ に対して指数関数のかたちをとる。ここでは、著者らが 1993 年 2 月に新潟県栃尾市で採取した、含水率 0%、雪温 -2°C の雪に対して行った一軸圧縮試験結果に基づいた、粘性係数の密度依存性を採用する。なお、その際の実験結果を図-7 に示す。

以上に述べた積雪の特性を反映するように、個別要素の各ダッシュポットの粘性係数を次のように設定した。

$$\tilde{\eta}_t = \frac{a^2 \rho}{r^2 \psi \gamma} C e^{16.5\gamma}, \quad \tilde{\eta}_c = \tilde{\eta}_t / 2.2 \quad (C: \text{定数}) \quad (12)$$

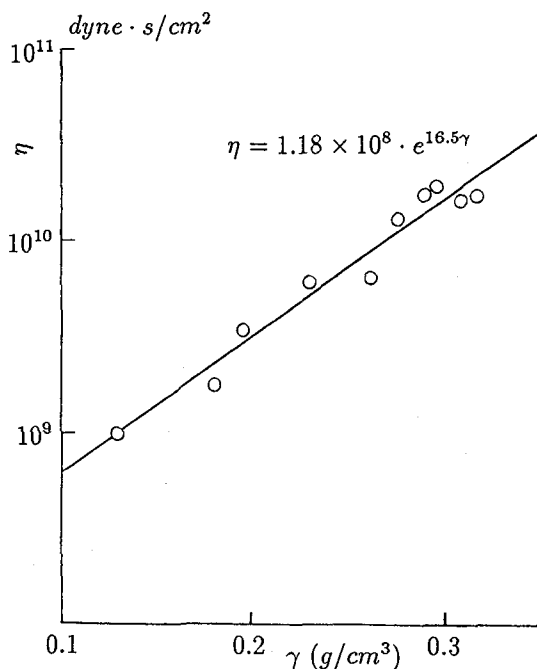


図-7 雪の粘性係数の密度依存性

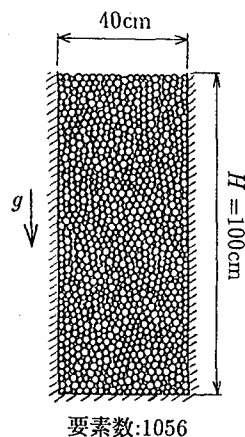


図-8 解析条件

解析条件を図-8 に示す。ここでは、4. と同様に 1056 個の要素により積雪を表し、三辺拘束下で解析を行った。積雪の初期状態は密度 0.1g/cm^3 の理想化された均質体とした。この問題は次の初期値問題として記述される。

$$-\frac{\gamma_0 g}{\eta_0} x e^{-\beta \gamma_0 / (\partial h / \partial x)} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right), \quad (\beta = 16.5) \\ \eta_0 = \eta / e^{\beta \gamma}, \quad h = x \quad (t = 0) \quad (13)$$

ここで γ_0 は初期密度、 g は重力加速度、 η は圧縮時の巨視的粘性係数、 x は Lagrange 座標、 h は Euler 座標であり、 x, h は積雪上端から下向きにとる。

解析では $\gamma_0 = 0.2(\text{g/cm}^3)$ 、 $g = 150(\text{cm/s}^2)$ と設定し、時間ステップ幅 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}(\text{s})$ で $t = 5.0(\text{s})$ まで計算を行ったが、式 (13) より明かなように、この問題は $\eta_0 / \gamma g t$ 、 $\beta \gamma_0$ なる量に関して無次元化することができる。

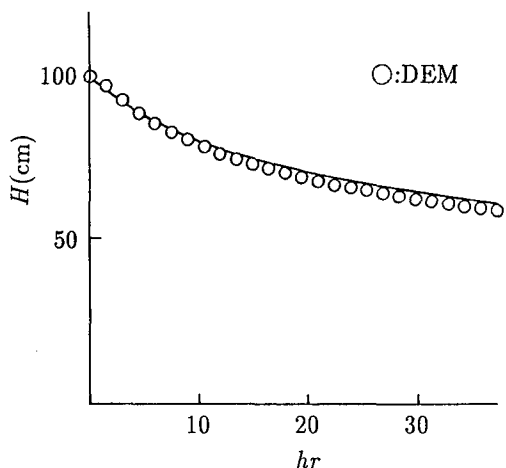


図-9 解析結果

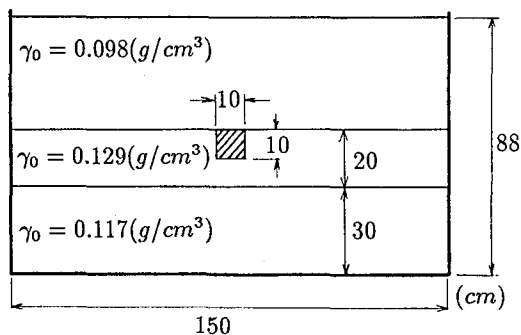


図-10 解析初期条件

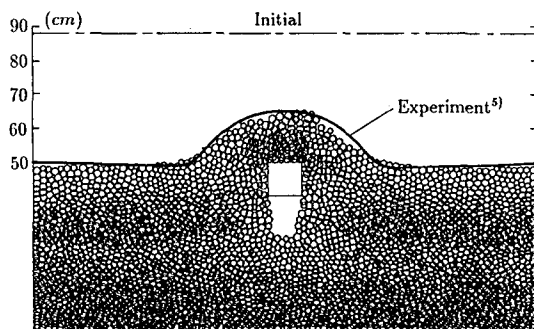


図-11 変形状 (3.7days)

$$(\gamma > 0.11 g/cm^3) \quad (14)$$

なお、文献5)では実験時の雪温が示されていないので、式(14)においては $-2^{\circ}C$ と仮定した。

各ダッシュポットの粘性係数の密度依存性に式(14)を反映したものを用い、式(14)で与えられる積雪の粘性係数と、個別要素集合体の一定応力一軸変形下での巨視的粘性係数との比率等に基づき、解析時間と実時間との比や、応力の比などを決定した。

3.7(days)における変形状態を図-11に示す。なお、図中にはNakamuraの実験における同時刻の表面形状を実線で示してある。図より、はりの上部で多少の乱れが見られるものの、実験結果とほぼ一致した雪面形状が得られており、変形に関しては概ね良好な結果が得られていることがわかる。また、図において要素が密集している領域は、圧密がその周辺より早く進行している領域であるが、そのような領域が、底面付近とはり上部の他に、下から約30cmの高さのところで水平に分布している様子が窺える。この中間部での圧密は、初期密度が $\gamma_0 = 0.098 (g/cm^3)$ と最も柔らかい最上層の下部で生じたものである。

次に、はりに作用する沈降力の時間変動の様子を図-12に示す。図中にはNakamuraによる実験結果と有限要素法による解析結果を合わせて示した。実験値とFEM解は最初の0.5(days)の間の挙動が与えられていないので、

したがって、解析対象における η_0 や γ_0, g の値および時間のオーダーが、実際の個別要素解析において、計算時間などの面で設定困難な値である場合でも、 $\eta_0/\gamma_0 g t, \beta \gamma_0$ が一定となる条件下で各パラメータを解析可能な値に適宜変更することが可能である。なお、本解析では、解析上での5(s)が実現における37時間に相当している。

ψ の評価において接触角の分割数を18とし、3回の繰り返し計算で平均操作を併用した場合の解析結果を図-9に示す。なお、図中の実線は式(13)を半解析的に解いて求めた値を示したものである。また、時間軸は実現のオーダーに変換してある。

解析時間内に積雪の高さは100cmから約60cmまで圧密変形を受けているが、その範囲内で個別要素解は半解析解と良い一致を示している。また、全体に個別要素解の変位が多少大きめとなっているが、これは4.の表-1,2に示したように、圧縮時の密度が実際の値より小さめとなるため、式(12)における指数部が小さめに与えられ、その結果として粘性係数が小さく設定されたことによるものと思われる。

5.2 積雪中のはりに作用する沈降荷重の解析

Nakamura⁵⁾が幅2m、高さ0.9m、奥行き1mの箱の中にはりを置き、雪を充填して行った実験との比較解析を試みた。文献5)の実験条件に基づいて設定した解析条件を図-10に示す。解析では、 $150 \times 88 (cm)$ の領域を0.8~0.2cmの半径を有する3453個の個別要素で充し、積雪部分を表現した。また、各要素密度は図-10の初期密度分布に基づき設定した。なお、実験における積雪とはりの摩擦係数等は不明であるため、解析では、はりと個別要素との間に摩擦は一切ないものとした。圧縮時における積雪の粘性係数 η は文献5)に与えられているものを用い、次式で与えた。

$$\eta = 2.12 \times 10^6 e^{52.4\gamma} \text{ (dyne} \cdot \text{s/cm}^2\text{)}$$

$$(\gamma \leq 0.11 g/cm^3)$$

$$4.17 \times 10^7 e^{25.3\gamma} \text{ (dyne} \cdot \text{s/cm}^2\text{)}$$

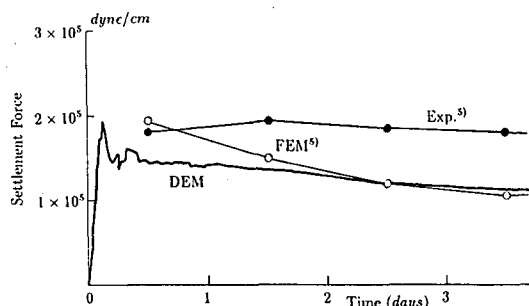


図-12 はりに作用する沈降力

この間での個別要素解との比較はできないが、2(days)までで個別要素解は他より小さめの値を示している。しかし、それ以降に関しては、FEM 解とほぼ一致した値が得られた。一方、実験値はほぼ一定で、FEM 解での初期段階におけるような沈降力の急速な減少傾向は全く認められない。これらのことから、個別要素解および FEM 解と実験値とのずれは、解析精度によるものよりも、むしろ数値解において考慮されていなかった要因による可能性が考えられる。個別要素解における初期のずれや、FEM 解も含めた数値解と実験値とのずれについては、その理由が明かでなく、沈降力の発生機構と合わせ、今後の検討課題である。なお、個別要素解の初期に見られる沈降力の振動は、解の安定性確保の目的で設けた Voigt ユニットによるものであるが、図のように、その影響は比較的初期の段階にのみ認められ、0.5(days)以降には現れておらず、解析結果への影響は無視し得るのであることがわかる。

また、実験時の雪質は新雪とされているが、本モデルは要素集合体全体としてせん断力に抵抗し得るものであり、いかなるせん断特性を有する雪質にも適用可能である。

6. おわりに

個別要素法による積雪の変形解析を目的に、巨視的性質が変形に依存しない個別要素集合体の構成に不可欠な、接触点密度関数の具体的評価方法について検討した。接触点分布を接触している要素に対して平均する操作を全要素に対して実行し、その値を再度接触要素間で平均する、といった手順を繰り返すことで、着目して

いる要素近傍で直接的には接触していない要素での接触状態をも反映し、その影響度が距離と共に減少するような、接触点密度関数の評価過程を構成した。解析例への適用を通し、上述の評価過程の妥当性について検討した。その結果、接触角の分割数 18 分割に対し、隣接区間における接触点密度関数値どうしの平均操作を併用することで、3 回程度の繰り返し回数でも概ね良好な評価が与えられることがわかった。なお、この操作はある程度の範囲の応力・変形状態を平均化することにもなるが、例えば 3 回の繰り返し回数の下では、その範囲は粒径の 3 倍程度であり、さらにその重みが距離と共に減少するような平均操作となっているので、局所的な応力変化も十分表現可能である。

また、解析例として、積雪の自重による変形解析を行った。一次元的変形場における圧密解析では、変形量で見ると極めて良好な結果を得ることができた。また、はりの周りの積雪沈降解析では、変形状態に関し実験結果とのよい一致を得ることができた。はりに作用する沈降力については、実験値より小さな値となったが、2(days)以降の準定常状態における沈降力は FEM 解とほぼ一致した値を示し、解析精度についてはほぼ満足な結果が得られていることがわかった。実験値とのずれの要因は今後に残された検討課題となったが、以上の適用例を通し、本論文に示した解析過程が積雪の変形解析に有限要素法と同程度の精度の範囲で適用可能であることが確かめられた。なお、本研究は有限要素法によっても解析が比較的容易な問題に対して本手法を適用することで、その信頼性について検討したものであるが、より複雑な現象への適用については今後さらに検討を進める必要がある。

参考文献

- 1) 阿部和久・宮野裕一: 積雪変形解析のための個別要素解析手法, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.339-350, 1992.
- 2) 阿部和久・青木 究: 積雪の比較的大きな変形を対象とした個別要素解析手法, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.385-394, 1994.
- 3) Meguro, K. and Hakuno, M.: Fracture analysis of concrete structure by modified distinct element method, Proc. of JSCE, No.510, pp.113-124, 1989.
- 4) 篠島健二: 雪の粘弾性的取扱い, 鉄建報告, No.328, 1962.
- 5) Nakamura, H.: Studies on the settlement force of snow as a generation mechanism, Rep. of NRCDP, No.41, pp.361-385, 1988.

(1994 年 9 月 14 日 受付)