

補強円孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度

Elasto-plastic Shear Buckling Strength of Square Plates with Reinforced Circular Holes

中村 雅樹*、上野谷 実**
Masaki NAKAMURA and Minoru UENOYA

*福山大学助手 工学部土木工学科 (〒729-02 福山市学園町 1 番地三蔵)

**工博 福山大学教授 工学部土木工学科 (〒729-02 福山市学園町 1 番地三蔵)

Elasto-plastic shear buckling of square plates containing reinforced circular holes is investigated analytically. The perforated plates are subjected to uniform shear stress or uniform shear deformation, and are simply supported, clamped or mixed supported on all four edges. Ratios of the hole diameter to the plate width, d/l , are 0.15, 0.3, 0.5, 0.7 and 0.85. The influence of location and shape of reinforcement around the circular hole or diagonal sections of the plate and loading conditions on buckling strength are considered. Relationships are presented between the buckling strength of plates, the size of the hole, width and depth of the reinforcement.

For the elastic and elasto-plastic buckling, increasing the depth of the reinforcement is much more effective than the width. In the location of the reinforcement, the diagonal section is effective for the small holes and the edges of the circular holes is effective for the large holes.

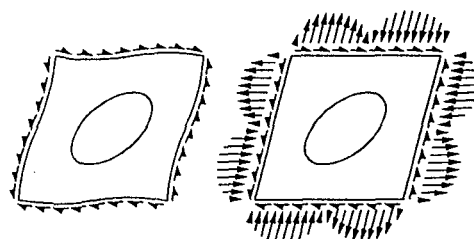
Key words: elasto-plastic buckling, shear load, perforated plates, reinforced circular holes

1. まえがき

土木、建築、造船、航空機などの分野において、構造部材の板に配管、配線、維持管理用マンホール、重量軽減などの目的で孔を設ける場合がある。このような孔を有する板要素を有孔板という。土木構造物ではプレートガーダの横桁ウェブや鋼箱桁のダイヤフラムなどに有孔板が用いられている。有孔板は孔によって断面積が減少するため座屈強度や終局強度が低下する。有孔板の設計には応力集中、座屈強度、終局強度などの力学的特性を正確に把握する必要がある。

板のせん断変形はFig. 1(a)のように荷重は有孔板の周辺境界上で、せん断応力が等分布に作用し、面内方向変位の拘束がない場合とFig. 1(b)のように周辺が完全な剛体で固定された状態でせん断変形する場合に大別できる。実際の構造物は多くの場合周辺境界にフランジやスチフナーなどが存在して面内方向変位をある程度拘束する状態でせん断変形するものと考えられる。ここではFig. 1(a)と(b)の荷重状態を、それぞれ「一様せん断応力荷重 (uniform shear stress)」および「一様せん断変形荷重 (uniform shear deformation)」あるいは単に「応力荷重」および「変形荷重」と呼ぶことにする。

有孔板の座屈に関する研究は基本的荷重である圧縮を



(a) Uniform shear stress (b) Uniform shear deformation

Fig. 1 Perforated plate subjected to shear

受ける場合が最も多く行われている^{1)~13)}。せん断を受ける有孔板の弾性座屈に関する研究に限ってみれば、Kroll¹⁴⁾が1949年にRayleigh-Ritz法を用いて、板の辺長 l に対する円孔の直径 d の比が $d/l = 0.125, 0.25$ と小さい円孔を有する単純支持正方形板が周辺に一様せん断応力を受ける場合の座屈解析を行った。

1986年、著者¹⁵⁾は一様せん断変形を受ける正方形板が板の中央に円孔を有する場合の弾性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行い、一様せん断変形荷重の弾性座屈強度は一様せん断応力荷重より増加し、孔縁の応力集中は減少することなどを明らかにした。また、模型実験を行い、初期座屈強度および後座屈挙動と後座屈強度を実験的に明

らかにした。

有孔板の弾塑性座屈に関する研究は圧縮荷重を受ける場合として藤田ら¹⁶⁾、¹⁷⁾、Azizian・Roberts¹⁸⁾の研究がある。Roberts・Azizian¹⁹⁾は単純支持された正方形板が円孔あるいは正方形孔を有し、一様せん断応力荷重あるいは相対する2辺だけ一様せん断変形を受ける場合の弾塑性有限変位解析を有限要素法によって行った。円孔や正方形孔の大きさは $d/\ell = 0.25, 0.5$ の2種類だけである。板の4辺が一様せん断変形荷重を受ける場合の弾塑性座屈解析は著者²⁰⁾が1987年に円孔を有する正方形板をRayleigh-Ritz法を用いて解析している。その結果、一様せん断変形荷重による弾塑性座屈強度および塑性崩壊強度は一様せん断応力荷重の場合より大きいことを示した。

孔による強度の低下を抑えるために孔のまわりを補強することがある。補強方法としてはカラーリング、ダブリング、スチフナーによる補強が考えられる。有孔板の円孔縁におけるカラーリングおよびダブリングの効果について、1976年にGrosskruthら²²⁾は正方形板の辺長 ℓ に対する円孔の直径 d の比 $d/\ell = 0.4$ の円孔板が一様せん断変形荷重を受けるときの弾性座屈強度に及ぼす補強方法の効果について実験的研究を行なった。その結果カラーリング補強が最も補強効果がよいことを明らかにした。1979年にRockey²⁴⁾は $d/\ell = 0.25, 0.333, 0.5$ について理論および実験的研究を、同年に日本造船学会船体構造委員会、横強度小委員会WG（ワーキング・グループ）²⁶⁾は $d/\ell = 0.1, 0.3, 0.5$ について理論的研究を行なった。両者とも応力荷重の解析を行なっている。ところが両者の解析結果には円孔板の弾性座屈強度の補強効果の定量的評価にかなり差異がある。1983年、Narayanan²⁶⁾は円孔径 $d/\ell = 0.33$ の弾性座屈強度について解析および実験を行っている。Fig. 2に示す孔縁の補強リブの断面形状（以下、補強断面形状と呼ぶ）で表す補強幅 $2b/\ell = 0.008 \sim 0.03$ で補強厚 $h/t = 9$ であった。1986年、Chow²⁷⁾は孔径 $d/\ell = 0.25$ に補強幅 $2b/\ell = 0.029 \sim 0.059$ で補強厚 $h/t = 12$ の補強を施した弾性座屈強度について解析を行っている。これらはいずれも孔径および補強リブの断面積の大きさ（以下、補強断面積と呼ぶ）の小さい範囲で解析および実験を行っているに過ぎない。

著者は補強円孔を有する正方形板がせん断を受ける場合、孔縁補強を補強幅及び補強厚方向に変化させた場合の応力荷重と変形荷重について弾性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行なった²⁸⁾。その結果、有孔板の座屈強度を無孔板の弾性座屈強度以上にする最も効果的な補強方法はFig. 2の補強断面形状で示せば補強幅 $2b/\ell = 0.0155$ 、補強厚 $h/t = 4$ の場合であることが明らかになった。

本報告の荷重条件は一様せん断応力荷重と一様せん断変形荷重とする。補強位置は最大応力の生じる孔縁と座屈によるたわみを効果的に抑制できる対角線とする。孔縁補強、対角線補強および孔縁と対角線を同時に補強し

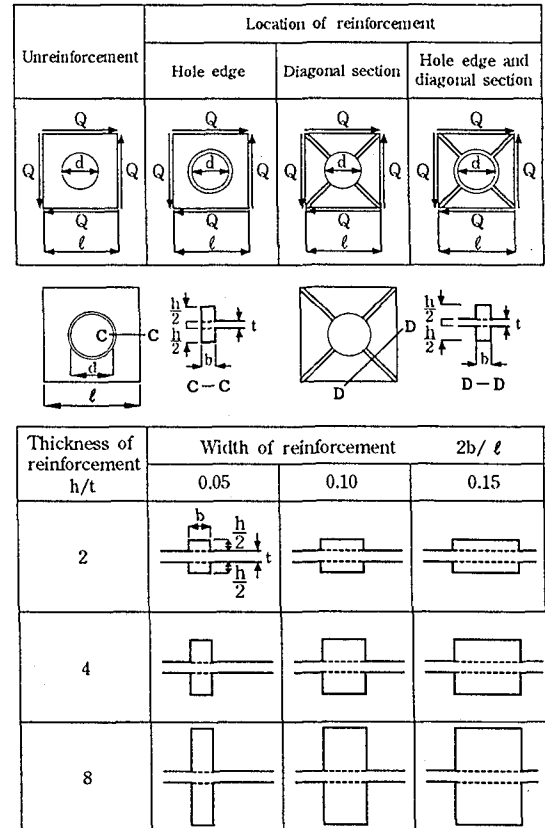


Fig. 2 Location, thickness and width of reinforcement

Table 1 Width of reinforcement $2b/\ell$

Location of reinforcement	Hole size d/ℓ				
	0.15	0.3	0.5	0.7	0.85
Hole edge	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050
	0.15	0.15	0.15	0.15	0.075
Diagonal section	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050
Hole edge and diagonal section	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025
	0.10	0.10	0.10	0.10	0.050

た場合（以下「同時補強」と呼ぶ）の弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行ない、孔縁および対角線の補強位置および補強断面形状の違いが弾塑性座屈強度、塑性域の進展や塑性崩壊強度に与える影響を $d/\ell = 0.15 \sim 0.85$ の広い範囲で検討する。

2. Rayleigh-Ritz法による板の座屈解析

解析法はすでに円孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈解析で示した座屈解析法²⁰⁾を孔縁補強を有する正方形板の弾塑性せん断座屈解析に適用する。本解析は次の条件で行う。

(1) 荷重条件は一様せん断応力荷重および一様せん断変形荷重である。

(2) 板の形状は正方形板で、周辺の面外支持条件は4辺単純支持、4辺固定および相対する2辺単純支持他辺固定の混合支持である。

(3)円孔は板の中央に位置し、大きさは板の辺長 ℓ に対する直径 d の比が $d/\ell = 0.15, 0.3, 0.5, 0.7, 0.85$ である。

(4)孔縁補強、対角線補強および同時補強はFig. 2に示すように板の辺長 ℓ 、円孔の直径 d 、板厚 t に対し補強幅 b は板の半辺長 $\ell/2$ に対してTable 1 のような補強幅とした。また、補強厚 h は板厚 t の $h/t=2, 4, 8$ とする。無補強板の補強断面形状は $2b/\ell = 0, h/t=0$ で示す。

(5)残留応力や初期たわみなどの初期不整は考慮しない。

実構造物の部分パネルを解析する場合、周辺の境界条件は不明確なことが多い。座屈強度の上限および下限として4辺単純支持あるいは固定の場合について解析する。また、この支持条件に加えて、プレートガーダのウェブの座屈強度はフランジ辺を固定、スチフナー辺を単純支持とする場合があるので、相対する2辺が単純支持で他2辺は固定とする混合支持も解析して、単純支持あるいは固定に対する差異を明らかにする。

円孔を有する正方形板の平面応力解析は有限要素法で

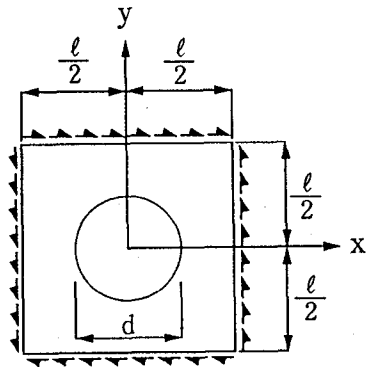


Fig. 3 Coordinate of perforated plate

行なった。用いた要素は要素内応力一定の三角形要素である。一様せん断変形は境界辺の長さが一定のまま直線を保ちながら回転するような変位を節点に与えた。応力計算は要素分割で対称性を利用して正方形板の1/4について行なった。要素分割は後述するFig. 5の塑性域の拡がりとは重複するのでここでは省略する。

座屈解析はRayleigh-Ritz法で行う。解析に用いたたわみ関数はFig. 3に示す座標系において単純支持と固定では既報告²⁰⁾で無孔板の古典解に対して5項で2%以内に収束し、8項のとき1%以内に収束することを示している。今回もこれと同じ8項のフーリエ級数を適用した。混合支持の場合は、文献21)と比較して8項のとき1.5%以内に収束する。

4 辺単純支持の場合

$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & A_1 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} \\
 & + A_3 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_4 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} \\
 & + A_5 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_6 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell} \\
 & + A_7 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} + A_8 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell} \\
 & \dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

4 辺固定の場合

$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & (\cos \frac{\pi x}{\ell})^2 (\cos \frac{\pi y}{\ell})^2 [A_1 + A_2 \sin \frac{\pi x}{\ell} \sin \frac{\pi y}{\ell} \\
 & + A_3 \cos \frac{2\pi x}{\ell} \cos \frac{2\pi y}{\ell} + A_4 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} \\
 & + A_5 \sin \frac{3\pi x}{\ell} \sin \frac{3\pi y}{\ell} + A_6 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} \\
 & + A_7 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_8 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell}] \\
 & \dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

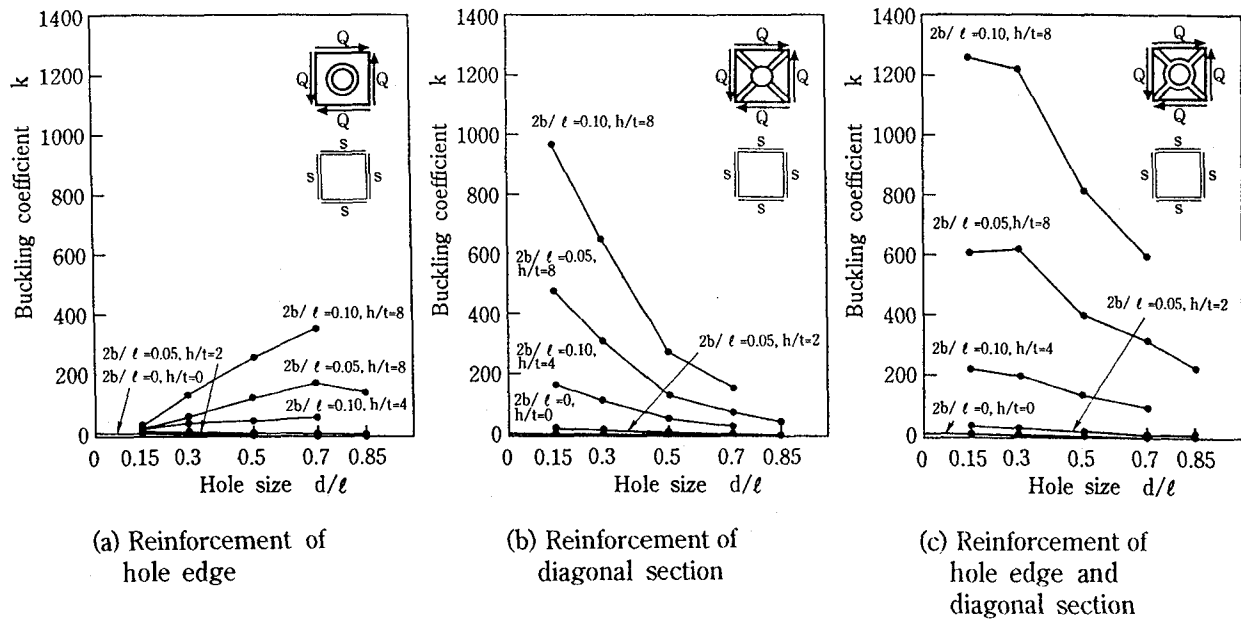


Fig. 4 Variation of elastic buckling coefficients with hole size (Uniform shear stress, simply supported)

$x = \pm l/2$ の辺を固定とし $y = \pm l/2$ の辺を単純支持とした混合支持の場合

$$w(x, y) = \left(\cos \frac{\pi x}{l} \right)^2 \left[A_1 \cos \frac{\pi y}{l} + A_2 \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} + A_3 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} + A_4 \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} + A_5 \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} + A_6 \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + A_7 \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{4\pi y}{l} + A_8 \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} \right] \quad \dots\dots\dots(3)$$

3. 弾性座屈強度

せん断を受ける板の座屈せん断力は座屈係数 k を用いて次式で表す。

$$Q_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{t^3}{l} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比

無孔の正方形板の古典解による座屈係数は、単純支持および固定に対して、それぞれ $k_s = 9.34$ と $k_f = 14.71$ である。著者は既報告²⁰⁾において、一様せん断変形載荷および一様せん断応力載荷で、有限要素法を用いて解いた Grosskurth²²⁾ や Sabir・Chow²³⁾ などの結果と比較して単純支持は有限要素法による結果と良い近似を示し、固定の場合は円孔が大きくなると有限要素法の結果よりやや大きくなることを示した。

Fig. 4に周辺が単純支持の場合の応力載荷を受ける補強板に対して補強位置および補強断面形状の違いが弾性座屈強度に及ぼす影響を示す。縦軸は弾性座屈係数 k を示し、横軸は孔の大きさである。この図より補強断面形状が同一の場合、孔縁補強した場合の弾性座屈係数は $2b/l = 0.10$, $h/t = 4$ 以上のとき孔が大きくなるほど大きく、対角線補強した場合の弾性座屈係数は孔が大きくなるほど小さい。これは孔縁補強の場合、孔が大きくなると円周が長くなるので補強断面積が多くなる。逆に対角線補強の場合、孔が大きくなると対角線長が短くなるので対角線補強断面積が少なくなる。このように弾性座屈強度は補強断面形状が同一の場合、補強断面積が大きく影響するものと思われる。同時補強の場合は孔縁補強と対角線補強の相乗効果によって他の補強より座屈係数が大きくなる。同じ補強断面積である $2b/l = 0.05$, $h/t = 8$ と $2b/l = 0.10$, $h/t = 4$ の補強断面形状による補強効果を比較すると、孔縁補強、対角線補強において弾性座屈強度を増加するためには補強幅 b を広げるより補厚 h を厚くする方法が2~3倍と効果的である。ただし、 $d/l = 0.15$ の孔縁補強はあてはまらない。変形載荷および他の支持条件においてもこの傾向は同様になる。

4. 塑性域の拡がり

塑性域の拡がりとは平面応力状態として解析しているので、面外の支持条件は無関係である。以下では載荷条件、孔の大きさ、補強種類と塑性域の拡がりの関係について

考察する。

Fig. 5(a)および(b)に変形載荷および応力載荷を受ける $d/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の無補強および孔縁補強、対角線補強および同時補強の塑性域の拡がりを示す。図は応力分布の対称性を利用して1/8について示している。塗りつぶされている要素の色の濃さは要素が降伏した荷重段階を示す。この荷重段階は次式で定義する塑性せん断力 Q_p で除した無次元せん断力 Q/Q_p である。

$$Q_p = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} t l \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 σ_y ：降伏応力

つまり塑性域は色が濃い要素から薄い要素の順に拡がる。なお塗りつぶされていない要素は板の塑性崩壊時においても降伏しなかった要素である。同図の補強断面形状は補強幅比 $2b/l = 0.10$, 補強厚比 $h/t = 8$ である。これは円孔径 $d/l = 0.15 \sim 0.7$ において共通する補強断面積のうち最大であり、補強位置による塑性域の拡がりの差異が顕著に現れる断面形状である。

ここでFig. 3に示す図においてX軸およびY軸上の断面を最小断面と呼び、X軸およびY軸上から45°回転した断面を対角線断面と呼び、正方形板の4辺の断面を周辺断面と呼ぶことにする。有孔板の応力分布については既報告²⁰⁾において詳しく報告しているのでここでは特に述べないが、最大応力の生じる位置は対角線断面の孔縁である。

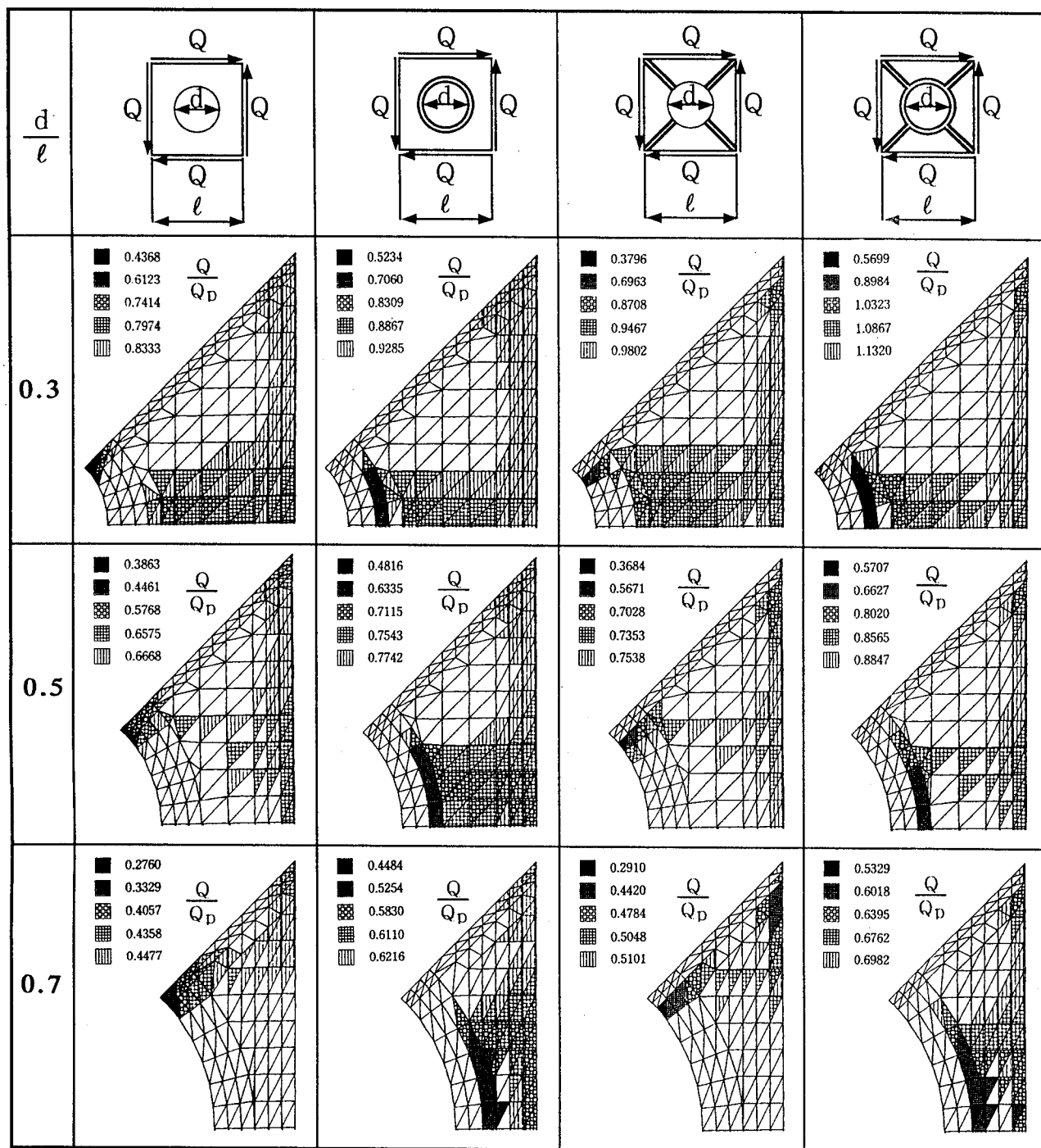
4.1 変形載荷における塑性域の拡がり

無補強の場合、塑性域が対角線断面上の孔縁から始まり、孔が小さい $d/l = 0.3$ では最小断面に沿って拡がり周辺断面全域を貫通して崩壊する。 $d/l = 0.5$ では塑性域が対角線断面と最小断面の間を拡がり周辺断面全域を貫通して崩壊する。孔が大きい $d/l = 0.7$ では塑性域が対角線断面を貫通して崩壊する。

孔縁を補強した場合、 $d/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の補強板では補強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が最小断面上の孔縁補強の周辺から始まる。その後、最小断面に拡がり、すべての補強板は塑性域が周辺断面全域を貫通して崩壊する。

対角線を補強した場合、塑性域は孔の大きさに関わらず補強部分を避けて対角線補強の周辺の孔縁から始まる。その後、孔の小さい $d/l = 0.3$ は最小断面に沿って拡がり周辺断面全域を貫通して崩壊する。 $d/l = 0.5$ では周辺断面全域を貫通して崩壊する。孔が大きい $d/l = 0.7$ は塑性域が対角線断面周辺に沿って貫通して崩壊する。

同時補強した場合、 $d/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の補強板は補強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が最小断面上の孔縁補強の周辺から始まる。全ての補強板は孔縁補強と同じように塑性域が周辺断面全域を貫通して崩壊する。



a) Uniform shear deformation

Fig.5(a) Spread of plasticity ($2b/\ell = 0.10, h/t = 8$)

4.2 応力載荷における塑性域の拡がり

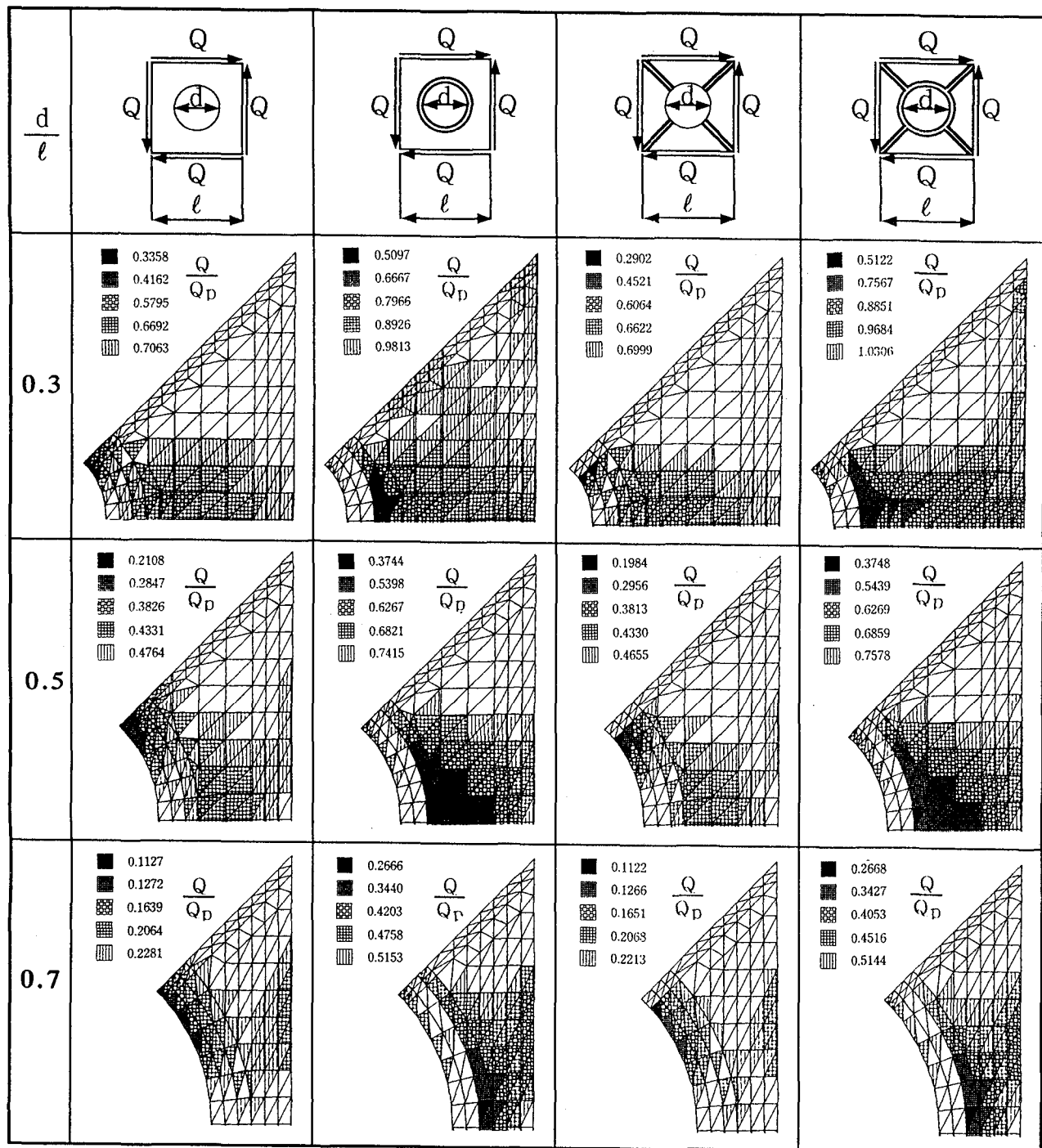
無補強の場合、塑性域が対角線断面上の孔縁から始まり、 $d/\ell = 0.3, 0.5$ は最小断面に沿って拡がり周辺へ貫通し、 $d/\ell = 0.7$ は最小断面と対角線断面の中間に沿って拡がり周辺へ貫通して崩壊する。

孔縁を補強した場合、補強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が最小断面上の孔縁補強の周辺から始まる。その後 $d/\ell = 0.3, 0.5$ は最小断面に沿って

拡がり周辺へ貫通し、 $d/\ell = 0.7$ は最小断面と対角線断面の中間付近を周辺へ貫通して崩壊する。

対角線を補強した場合、塑性域は孔の大きさに関わらず補強部分を避けて対角線補強の周辺の孔縁から始まる。その後、孔が小さい $d/\ell = 0.3, 0.5$ では最小断面に沿って拡がり周辺へ貫通し、孔が大きい $d/\ell = 0.7$ は最小断面と対角線断面の中間付近を周辺へ貫通して崩壊する。

同時補強した場合、 $d/\ell = 0.3, 0.5, 0.7$ の補強板では補



b) Uniform shear stress

Fig.5(b) Spread of plasticity ($2b/\ell = 0.10, h/t=8$)

強により対角線断面上の孔縁の降伏が遅れるため塑性域が最小断面上の孔縁補強の周辺から始まり、その後、 $d/\ell = 0.3, 0.5, 0.7$ では最小断面に沿って拡がり周辺へ貫通して崩壊する。

4.3 変形載荷と応力載荷の比較

孔が小さい場合、最終的に塑性域が貫通する断面は補強位置に関係なく変形載荷では周辺断面であり、応力載

荷では最小断面である。孔が大きい場合、最終的に塑性域が貫通する断面は孔縁補強の場合、変形載荷では周辺断面であり、応力載荷では最小断面である。対角線補強の場合、変形載荷では対角線断面であり、応力載荷では対角線断面と最小断面の間である。

孔の大きさおよび載荷方法に関係なく孔縁補強は孔縁から生じる塑性域を抑えて貫通を遅らせるため対角線補強より効果的である。対角線補強は塑性開始が補強部分

を避けて対角線補強の周辺の孔縁から始まるようになるだけであるが、変形載荷のように塑性域が周辺断面を貫通する場合は塑性域の貫通を抑えるので効果的である。また、孔縁補強の塑性域の拡がりに良く似ている同時補強は孔縁補強と対角線補強の相乗効果によって最も補強効果が大きい。

5. 弾塑性座屈強度

有孔板の弾塑性せん断座屈は行われているが補強円孔板の弾塑性せん断座屈解析は他で行われていない。文献19)において単純支持された円孔板が一様せん断応力載荷を受ける場合、後座屈解析を行った座屈強度と直接比較できないので、 $d/\ell = 0.5$ の塑性崩壊強度と比較すると1%以内で良く近似している。

Fig. 6に応力載荷を受ける $d/\ell = 0.3, 0.5, 0.7$ の補強板の弾塑性座屈強度曲線を示す。縦軸は無次元せん断力 Q/Q_p を示し、横軸は幅厚比パラメータ λ である。通常の幅厚比パラメータは支持条件によって変化する座屈係数を含む。ここでは単純支持、固定および混合支持を同時に比較するために座屈係数を含まない次式で定義する幅厚比パラメータで表示する。

$$\lambda = \frac{\ell}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

図中において実線、破線および1点鎖線はそれぞれ固定、混合支持および単純支持による支持条件の違いを表している。図中の黒丸は弾塑性応力解析の荷重段階を示す。この荷重段階において最初の黒丸は塑性開始荷重であり矢印で示す。また、曲線の最上位の黒丸が塑性崩壊強度に相当する。したがって最初の黒丸に示す塑性開始荷重から塑性崩壊荷重に達するまでが弾塑性領域であり、この領域において塑性域が進展する。 $d/\ell = 0$ は無孔板、補強幅比 $2b/\ell = 0$ 、補強厚比 $h/t = 0$ は無補強板である。補強断面形状は補強幅比 $2b/\ell = 0.10$ 、補強厚比 $h/t = 8$ である。これは円孔径 $d/\ell = 0.15 \sim 0.7$ において共通する補強断面形状のうち最大であり、補強位置による座屈強度の差異が顕著に現れる断面形状である。

同図より補強位置および孔の大きさに関わらず有孔板の弾性座屈強度および弾塑性座屈強度は補強を施すことによりそれぞれ無補強板より著しく大きくなっている。 $d/\ell = 0.3$ の場合、幅厚比パラメータ $\lambda < 27$ で、孔縁補強は対角線補強より効果的であるが、 $\lambda > 27$ は逆に対角線補強が孔縁補強より効果的となる。 $d/\ell = 0.5$ の場合、 $\lambda < 37$ で、孔縁補強は対角線補強より効果的であるが、 $\lambda > 37$ は逆に対角線補強が孔縁補強よりやや効果的となる。 $d/\ell = 0.7$ の場合、全域の λ で、孔縁補強は対角線補強より効果的である。この理由は次のように考えられる。孔が小さい場合、対角線補強の延長は長く、孔縁補強の延長は短い。一方、孔が大きい場合、対角線補強の延長は短く、孔縁補強の延長は長い。これらのことから、孔が小さい場合、対角線補強は延長が長いのでせん断座屈に対する面外剛

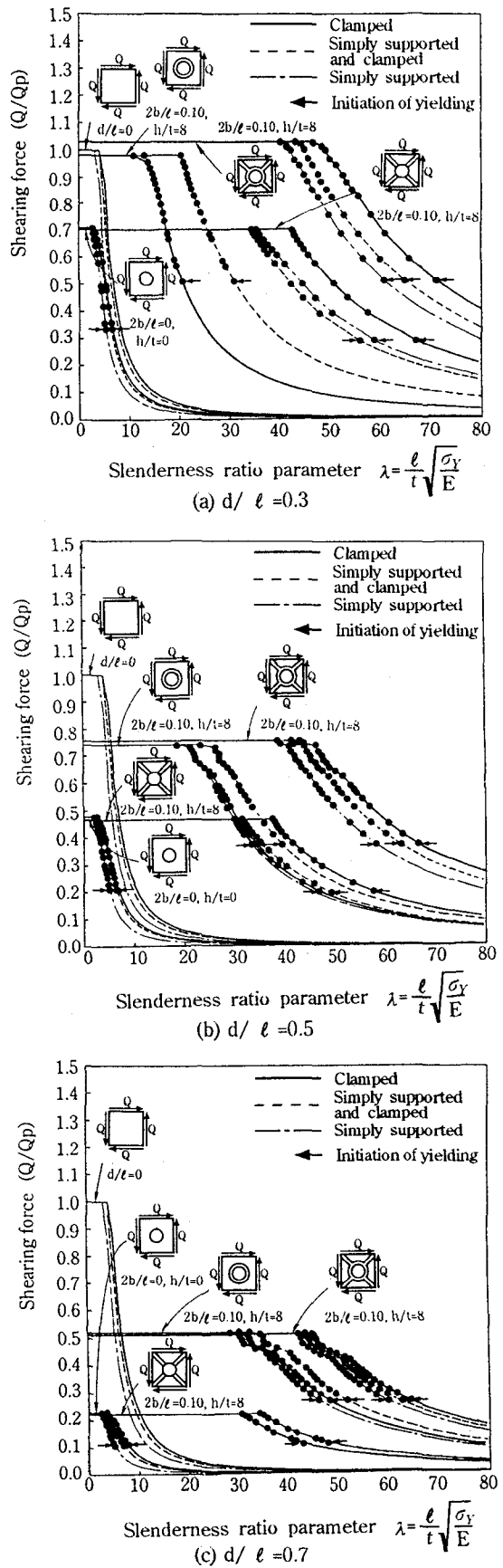


Fig. 6 Elasto-plastic buckling for various edge condition and reinforcement (Uniform shear stress)

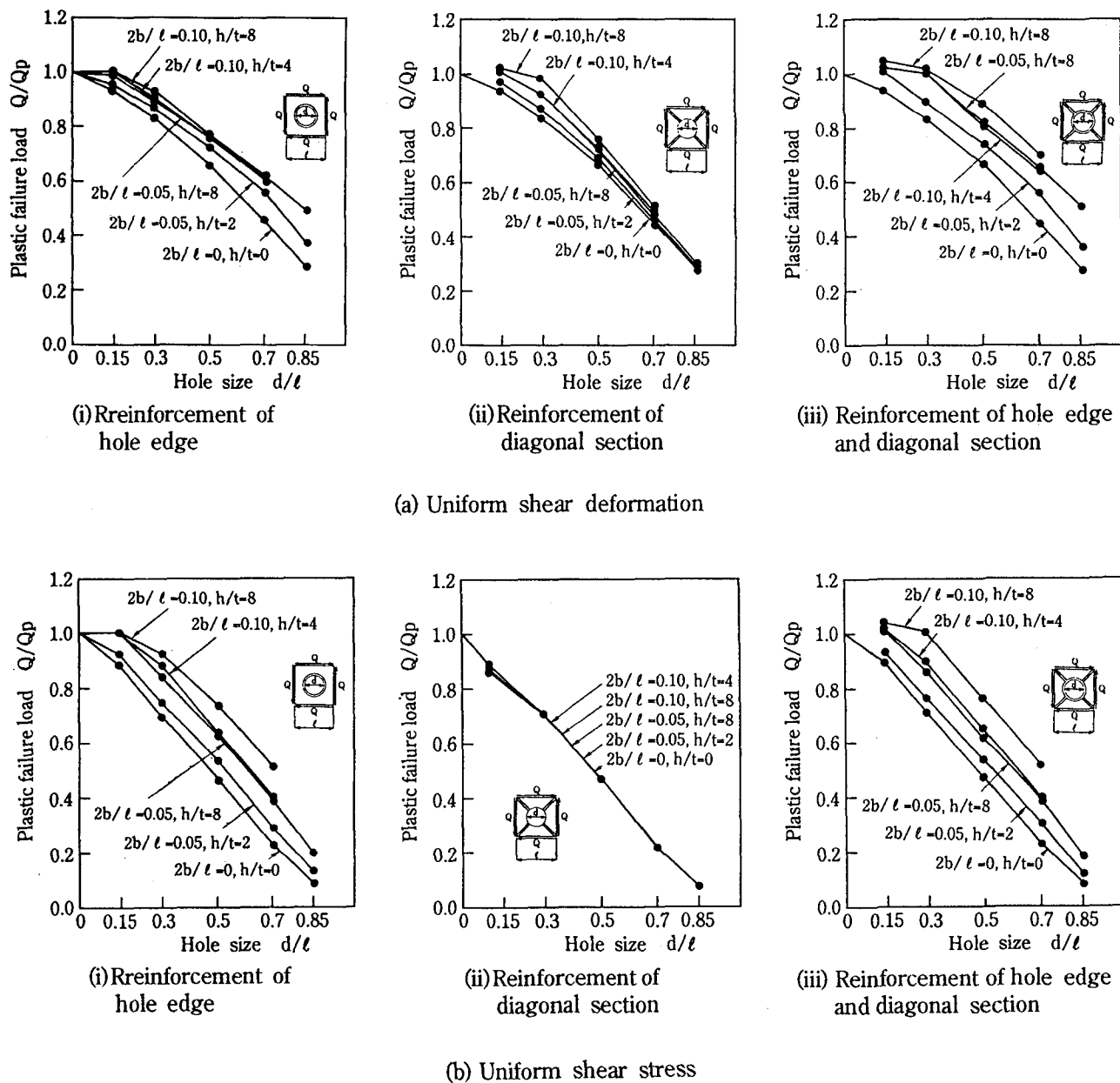


Fig.7 Ultimate shear strength of square plate with circular hole

性を高めるのに効果的となる。孔縁補強は延長が短いので座屈に対する面外剛性を高めるには孔縁補強ほど効果的でない。しかし、孔縁の応力集中を大きく低減させるので塑性崩壊を高めるのに効果的となる。孔が大きい場合、対角線補強は延長が短くなり、せん断座屈に対する面外剛性を高めるにはあまり効果的でない。孔縁補強は延長が長くなるのでせん断座屈に対する面外剛性を高めるのに効果的となり、孔縁の応力集中を大きく低減させるため塑性崩壊強度も高まる。ここに示さなかった変形載荷も同様な傾向を示す。

6. 塑性崩壊強度

Fig.7に変形載荷および応力載荷を受ける補強板の塑性

崩壊強度と孔の大きさの関係を示す。それぞれ孔縁補強、対角線補強および同時補強を示す。縦軸は無次元せん断力 Q/Q_p を示し、横軸は孔の大きさである。

同図には3種類の補強断面形状に対する塑性崩壊強度を示している。この中で $2b/l = 0.05, h/t = 8$ と $2b/l = 0.1, h/t = 4$ は同一補強断面積であるが、両者にほとんど差はない。このことから補強断面形状は塑性崩壊強度に対してほとんど影響しないことがわかる。

変形載荷を受ける場合、塑性崩壊強度は孔縁補強の場合、孔が大きくなるほど補強効果がやや大きくなり、対角線補強の場合、孔縁補強とは逆に孔が大きくなるほど補強効果が小さくなる。また、同時補強の場合、補強効果は孔縁補強と対角線補強の相乗効果により孔の大きさ

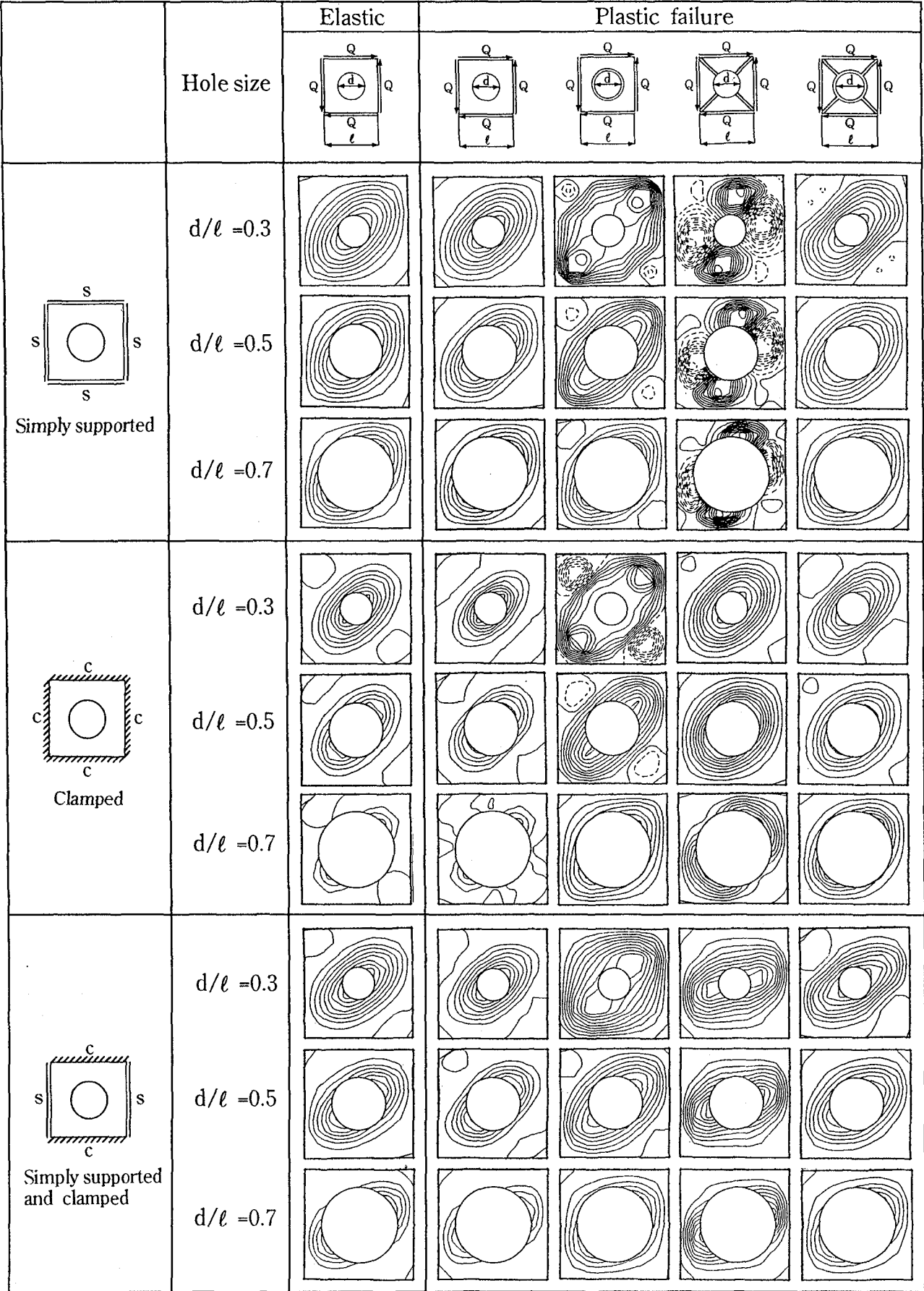


Fig. 8 Buckling mode to uniform shear stress ($2b/l = 0.10, h/t = 8$)

に関係なくほぼ一定で大きい。これは無補強板の場合、対角線断面の孔縁に生じた塑性域は最小断面あるいは対角線断面に拡がり貫通して崩壊するのに対し、孔縁を補強することによって塑性域の生じる位置は最小断面の孔縁補強付近に変わり、塑性域の拡がりも広範囲になって崩壊する。すなわち孔縁補強の場合は応力集中が低減され塑性域の貫通が遅れるため塑性崩壊強度が大きくなったと考えられる。一方、これに対して対角線補強の場合は孔縁の応力集中をあまり低減しないため孔縁補強ほど塑性崩壊強度は大きくならない。しかし孔が小さい場合、無補強板では周辺断面を貫通して塑性崩壊するが、これを対角線補強が抑制するので塑性崩壊強度がやや大きくなる。

また応力载荷を受ける場合、孔縁補強の場合、孔の大きさに関係なく補強効果が大きくなる。しかし、対角線補強の場合、補強効果はほとんどみられない。同時補強の場合、塑性崩壊強度は効果がない対角線補強を加えることになるので孔縁補強とほぼ同じである。これは無補強板の場合、応力载荷は周辺の面内方向変位が自由であり応力集中が変形载荷より大きいいため、対角線断面の孔縁に生じた塑性域は最小断面あるいは中間断面に拡がり貫通して崩壊する。これに対し、孔縁を補強することによって塑性域の生じる位置は最小断面の孔縁補強付近に変わり、塑性域の拡がりも広範囲になって崩壊する。すなわち孔縁補強の場合は応力集中が抑えられ塑性域の貫通が遅れるため塑性崩壊強度が一定で大きくなったと考えられる。一方これに対して対角線補強の場合、応力集中はほとんど低減しないので、塑性崩壊強度は大きくならない。

7. 座屈モード

Fig. 8に応力载荷を受ける単純支持、固定および混合支持された場合の補強位置の違いについて座屈時のたわみの等高線を座屈モードとしてそれぞれ示す。図中の左列より順に弾性座屈時の無補強の座屈モード、塑性崩壊時の無補強、孔縁補強、対角線補強および同時補強の座屈モードを示す。図中の破線は実線の逆方向のたわみを示す。補強板の弾性座屈時モードは無補強の塑性崩壊時の座屈モードと同じようにほとんど変わらないので省略している。補強断面形状は $2b/l=0.10$, $h/t=8$ である。補強板は全体的に無補強板と比較して支持条件および補強位置に関わらず板周辺へたわみが拡がる。以下、支持条件別にそれぞれの座屈モードを比較する。

7.1 単純支持

孔縁を補強した場合、 $d/l=0.3, 0.5$ では左上および右下に負のたわみが生じている。対角線を補強した場合、対角線を中心に逆対称にたわみが生じている。これは対角線上のたわみが抑えられるため補強部分が支承状態となり逆対称座屈になるものと考えられる。 $d/l=0.3$ は弾

性座屈時では対称モードであるが、せん断力 $Q/Q_p=0.452$ 、幅厚比パラメータ $\lambda=47.3$ になると逆対称座屈モードに変わる。また、 $d/l=0.5, 0.7$ は弾性座屈の時点で、すでに逆対称モードになっている。同時補強した場合、対角線補強に孔縁補強が加わることによって対角線補強の影響が小さくなり逆対称座屈モードは生じない。

7.2 固定

孔縁を補強した場合、孔の小さい $d/l=0.3, 0.5$ では補強効果によって孔縁部分だけたわみ形状が変わらないまま主モードに沿ってたわむため、その影響から主モードの左上および右下に負のたわみが生じている。対角線を補強した場合、周辺単純支持のように逆対称とはならない。

7.3 混合支持

板周辺を混合支持された場合ではたわみの対象軸が板中央点を中心に板の引張対角線上から単純支持された板周辺方向に回転した座屈モードとなる。孔縁を補強した場合、対称軸の回転角が小さく、対角線を補強した場合、対称軸が対角線断面より単純支持側にそれぞれ約35度回転する。同時補強した場合、たわみの回転角は孔縁補強と対角線補強の中間となる。

8. まとめ

孔縁補強、対角線補強および同時補強した円孔を有する正方形板がせん断を受けるときの面内応力解析を有限要素法で、また弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法を用いて行った。解析の载荷条件は一樣せん断応力载荷と一樣せん断変形载荷で行い、補強断面形状は補強幅を板の半辺長で除した値で $2b/l=0, 0.05, 0.10, 0.15$ ($d/l=0.85$ では $0, 0.025, 0.050, 0.075$) もしくは補強厚を板厚で除した値で $h/t=0, 2, 4, 8$ の場合について行った。主に同一補強断面の最大補強断面形状 $2b/l=0.10$, $h/t=8$ において、孔縁および対角線の補強効果が弾性座屈強度、弾塑性座屈強度および終局強度に与える影響を検討した結果、次のことが明らかになった。

- 1) 弾性座屈強度に対して補強断面形状は補強幅 b を広げるより補強厚 h を厚くする方法が効果的である。弾性座屈強度に対する補強効果は補強断面の面積の影響を受けるため孔縁補強の場合孔が大きくなるほど大きく、対角線補強の場合孔が大きくなるほど小さい。同時補強の場合孔が大きくなるほど小さい。
- 2) 孔縁補強の場合、孔縁での塑性開始および拡がりが増えられ塑性域は板全体に拡がる。対角線補強の場合、対角線補強部分の近傍が降伏し、ほとんど無補強板と変わらない。同時補強の場合は孔縁補強と良く似た拡がりとなる。
- 3) 塑性崩壊強度に対する補強効果は変形载荷において、孔縁補強の場合、孔が大きいほど大きく、対角線補強

つ場合孔が大きいほど小さい。応力載荷において、孔縁補強の場合孔の大きさに関係なく一定で大きく、対角線補強の場合補強効果がほとんどない。

- 4) 弾塑性座屈強度は孔が小さい場合、対角線補強が効果的であり、孔が大きい場合、孔縁補強が効果的である。同時補強は孔縁補強と対角線補強の相乗効果によって最も効果的である。
- 5) 孔縁補強は座屈強度および塑性崩壊強度全体に対して対角線補強より効果的である。ただし孔が小さく幅厚比の大きい場合のみ、対角線補強が孔縁補強より効果的となる。

なお、本解析の弾塑性座屈に対する妥当性は直接比較できる実験結果がないので検討することができなかった。また、後座屈強度についても検討する必要がある。なお、これらの結果をまとめて簡易式に近似することは別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) Levy, S., Wooley, R. M. and Kroll, W. D. : Instability of simply supported square plate with reinforced circular hole in edge compression, Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 39, Dec., 1947.
- 2) Kumai, T. : Elastic stability of the square plate with a central circular hole under edge thrust, Proc. of the 1st Japan National Congress for App. Mech., pp. 81-86, 1951.
- 3) Schlack, A. L. : Elastic stability of pierced square plates, Experimental Mechanics, Vol. 4, No. 6, pp. 167-172, June, 1964.
- 4) Schlack, A. L. : Experimental critical loads for perforated square plates, Experimental Mechanics, Vol. 8, No. 2, pp. 69-74, Feb., 1968.
- 5) Kawai, T. and Ohtsubo, H. : A method of solution for the complicated buckling problems of elastic plates with combined use of Rayleigh-Ritz's procedure in the finite element method, Proc. of the Second Conference on Matrix Method in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, pp. 967-994, Oct., 1968.
- 6) Pennington Vann, W. : Compressive buckling of perforated plate elements, Proc. of the 1st Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, University of Missouri-Rolla, April, 1971.
- 7) Ritchie, D. and Rhodes, J. : Buckling and post-buckling behaviour of plates with holes, Aeronautical Quarterly, Vol. 26, No. 4, pp. 281-296, 1975.
- 8) 須見尚文、関谷 壮 : 一樣変位により圧縮を受ける有孔長方形板の応力および座屈、日本機械学会論文集、Vol. 42, No. 354, pp. 389-395, 1976.
- 9) 長野 健、熊崎伸二 : 有孔板の座屈強度 I 圧縮座屈、石川島播磨技報、Vol. 17, No. 4, pp. 381-385, 1977.
- 10) 竹内洋一郎、須見尚文、中 隆文 : 直交異方性有孔長方形板の応力および座屈解析、日本機械学会論文集、Vol. 43, No. 370, pp. 2055-2063, 1977.
- 11) Lee, M. M. K. and Kamtekar, A. G. : Stress in a plate girder with a thin perforated web, ECCS Colloquium on stability of plate and shell structures, Ghent University, pp. 95-100, 6-8 April, 1987.
- 12) Walker, A. C., Zintilis, G. M. and Bulson, P. S. : Strength of Damaged Military Bridge, Thin-Walled Structures, Vol. 12, pp. 113-128, 1991.
- 13) 藤井 堅、藤枝洋二、佐藤 誠 : 圧縮を受ける有孔補剛板の補強と終局強度、構造工学論文集、Vol. 39A, pp. 133-142, 1993.
- 14) Kroll, W. D. : Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, J. Res. Natl. Bur. Stand., Vol. 43, pp. 465-472, Nov., 1949.
- 15) 上野谷 実、大村 裕 : 円孔を有する固定正方形板の弾性せん断座屈、構造工学論文集、Vol. 32A, 1986.
- 16) 藤田 譲、吉田宏一郎、荒井宏範 : 有孔板の座屈強度について(その2)、日本造船学会論文集、第126号, pp. 285-294, 1969.
- 17) 藤田 譲、吉田宏一郎、荒井宏範 : 有孔板の座屈強度について(その3)、日本造船学会論文集、第127号, pp. 161-169, 1970.
- 18) Azizian, Z. G. and Roberts, T. M. : Buckling and elasto-plastic collapse of perforated plates, The Michael R. Horne Conference, Manchester, Sept., 1983.
- 19) Roberts, T. M. and Azizian, Z. G. : Strength of perforated plates subjected to in-plane loading, Thin-Walled Structures, Vol. 2, pp. 153-164, 1984.
- 20) 上野谷 実、大村 裕 : 一樣せん断変形を受ける円孔を有する正方形板の弾塑性座屈強度、土木学会論文集、第386号 / I -8, 1987.
- 21) Cook, I. T. and Rockey, K. C. : Shear buckling of rectangular plates with mixed boundary conditions, Aeronautical Quarterly, Vol. 14, Nov. 1963.
- 22) Grosskurth, Jr., J. F., White, R. N. and Gallagher, R. H. : Shear buckling of square perforated plates, Journal of the Engineering Mechanics Division,

ASCE, Vol. 102, No. EM6, pp. 1025-1040, Dec., 1976.

- 23) Sabir, A. B. and Chow, F. Y. :Elastic buckling of flat panels containing circular and square holes, Proc. of the International Conference on Instability and Plastic Collapse of Structures, Manchester, pp. 311-321, 1983.
- 24) Rockey, K. C. :The buckling and post-buckling behaviour of shear panels which have a central circular cutout, International Conference on Thin-Walled Structures, Institution of Structural Engineers, University of Strathclyde, pp. 658-672, 1979.
- 25) 日本造船学会船体構造委員会:開孔板の座屈と補強効果について、日本造船学会誌、No. 605, pp. 550-560, 1979.
- 26) Narayanan, R. :Plate structures - Stability and Strength, Applied science publishers, pp. 39-76, 1983.
- 27) Chow, F. Y. :Buckling strength of plates containing reinforced openings, The First East Asian Conference on Structural Engineering and Construction, Bangkok, pp. 1029-1040, Jan., 1986.
- 28) 上野谷 実、中村雅樹:補強円孔を有する正方形板の弾性せん断座屈に対する孔縁の補強効果、福山大学工学部紀要、Vol. 14, pp25-32, Mar. 1992.

(1994年9月14日受付)