

圧縮と曲げを受ける円筒パネルの極限強度に関する解析的検討[‡]ANALYTICAL INVESTIGATION ON ULTIMATE STRENGTH
OF CYLINDRICAL STEEL PANELS UNDER COMPRESSION AND BENDING

有住康則*, 矢吹哲哉**, 八代 茂***

Yasunori ARIZUMI, Tetsuya YABUKI and Shigeru YASHIRO

*工博 琉球大学助手 工学部環境建設工学科 (〒903-01 沖縄県西原町字千原1番地)

**工博 琉球大学教授 工学部環境建設工学科 (〒903-01 沖縄県西原町字千原1番地)

***工修 (株)横河ブリッジ (前・琉球大学大学院修士課程, 〒592 大阪市堺市築港新町2丁)

The ultimate stability strength behaviors of cylindrical steel shell panels under compression and bending are investigated by a nonlinear finite element approach developed for determination of the ultimate strength of shell-type-plate. The effects of residual stress and initial geometric imperfections are all included in the analysis. The analytical results obtained by this method are compared with the existing values based on other numerical method, and these results are in good agreement. Based on the analytical results of an extensive parametric study, a practical formulation for the ultimate strength of cylindrical steel shell panels is also proposed.

Key Words: steel plate, shell, stability, ultimate strength, finite element method

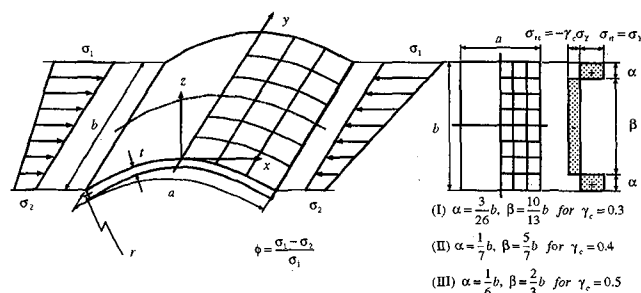
1. まえがき

近年, 曲線桁橋やアーチ橋等の様な薄肉曲線部材を用いた橋梁が多く用いられ実際に架設されている。薄肉構造部材を構成する鋼板の強度に対して, 平板のそれについては多くの実験的及び解析的研究が行われ, 極限強度算定式も提案されている^{2)~4)}。しかしながら, 曲線部材を構成する円筒パネル等の極限強度に関する研究は少なく, 鋼橋設計の世界的動向が許容応力度設計法から構造物の真の強度に基準を置く限界状態設計法に移行されつつあるにも拘らず, 極限強度把握のための十分な基礎的資料は整っていない。したがって, 設計の為の規準化もなされていないのが現状である。

曲線薄肉構造部材の構成鋼板要素である円筒パネルの非線形挙動に関する既往の研究としては, 三上・松本・辻・田中⁵⁾, 樋渡・倉西⁶⁾, 中井・北田・大南・川井⁷⁾, 及び藤井・大村⁸⁾らの研究がある。三上らは面内圧縮力を受ける円筒パネルについてDynamic Relaxation Methodを用いて弾塑性有限変位解析を行い, その解析結果に基づいて強度算定式の提案を行っており, 樋渡らは曲線プレートガーターに曲げが作用した場合の弾性有限変位挙動解析を行っている。また, 中井らは曲げを受ける曲線桁腹板の弾性有限変位解析を行い, 腹板の必要幅厚比及び水平補剛材の必要剛度について検討を行っている。一方, 藤井らは曲げを受ける曲線I桁パネルの弾塑性有限変位解析を行い, 特にフランジのねじれ座屈及び塑性域の進展が腹板の曲げモーメント

分担率に及ぼす影響について論じている。しかし, これらの研究では円筒パネルに面内圧縮力あるいは面内曲げが単独に作用する場合について取り扱われており, 面内圧縮力と曲げを受ける初期たわみ及び残留応力度を有する円筒パネルの極限強度特性については言及されていない。

本研究では, 図-1に示すような初期たわみと残留応力度を有する円筒パネルに面内圧縮力と曲げが作用した場合の極限強度特性を解明するため, 円筒パネルをアイソパラメトリックシェル要素でモデル化し, 弾塑性有限変位理論に基づいて解析を行った^{9), 10)}。解析に用いたモデルは, 図-1に示す曲線構造部材の構成要素である一定曲率を有する円筒パネル要素であり, 境界条件は4辺単純支持とした。円筒パネル要素に作用する面内圧縮力の方向は, 曲線構造部材の変形に追従して変化し, その荷重の変形依存性は構造要素の終局時に顕著に現われると考えられるので, 本研究では載荷方式として図-1に示すように相対する二つの載荷辺を含む平面内の長さ方向(x軸方向)に強制変位を与える方式



(a) 解析モデル及び載荷方法 (b) 残留応力度分布の仮定
図-1 円筒パネルモデル

まこの論文は「土木学会論文集, 第489号/I-27, pp.37-47」¹⁾に登載されたものを和訳・再吟味し, 修正加筆したものである。

を採用した。実構造部材中のパネルは、いわゆる follow forcing を受けることから、本載荷方式を用いて得られる円筒パネル要素の極限強度は安全側の値を与えるものと考えられる。本論文では先ず初めに Updated Lagrangian 法による増分理論に基づく解析のための定式化を示し、他で行われた解析結果と本解析結果の比較を行い本解析法の妥当性を検討した。次に、円筒パネルの極限強度に影響を及ぼすと考えられる因子を種々変化させてパラメトリック解析を行い、極限強度特性について検討し、更にパラメトリック解析結果に基づいて面内圧縮力及び曲げを受ける円筒パネルの極限強度評価に関する実用算定式の提案を行った。また、本実用算定式による結果と解析結果及び実験結果との比較を行い、精度の検討を行った。

2. 解析法

本研究では、初期たわみ及び残留応力度を有する円筒パネルの極限強度特性を解明するため、円筒パネルをアイソパラメトリックシェル要素でモデル化し、弾塑性有限変位理論に基づいて解析を行った。本解析に用いた主たる仮定は次に示す通りである。(1)アイソパラメトリックシェル要素では、中央面に対する法線は変形後も直線を保持する。(2)中央面法線方向直ひずみ ϵ_{33} を無視する。(3)材料は等質等方性の完全弾塑性体とし、Von Mises の降伏条件及び Prandtl-Reuss の塑性流れ理論に従う。

2.1 Updated Lagrangian 法による定式化

本研究では、Updated Lagrangian 法による増分理論に基づいて有限要素法の定式化を行った。本増分理論では、増分後のつり合い状態は増分前のつり合い状態を基準として定義される。今、つり合い状態 C_n が荷重が変化して変形状態 C_{n+1} に移行した場合について考える。状態 C_{n+1} におけるつり合い条件式は、仮想仕事の原理を適用すると、次のように与えられる¹⁾。

$$\int_{V(n)} {}^{n+1}S_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dV_{(n)} = {}^{n+1}R \quad (1)$$

ここで、 ${}^{n+1}S_{ij}$ は状態 C_n から参照された状態 C_{n+1} の第2種 Piola-Kirchhoff 応力、 $\Delta \epsilon_{ij}$ は状態 C_n から状態 C_{n+1} までの Green-Lagrange の増分ひずみ及び ${}^{n+1}R$ は状態 C_{n+1} における外力の仮想仕事である。なお、応力 ${}^{n+1}S_{ij}$ は状態 C_n における応力と状態 C_n から状態 C_{n+1} への増分応力に分解することができる。すなわち、

$${}^{n+1}S_{ij} = {}^n\sigma_{ij} + \Delta S_{ij} \quad (2)$$

ここで、 ${}^n\sigma_{ij}$ は状態 C_n における Cauchy の応力であり、 ΔS_{ij} は第2種 Piola-Kirchhoff の増分応力である。一方、増分ひずみ $\Delta \epsilon_{ij}$ は、線形ひずみ成分 $\Delta \epsilon_{ij}^L$ と非線形ひずみ成分 $\Delta \epsilon_{ij}^N$ に分けて次式のように示される。

$$\Delta \epsilon_{ij} = \Delta \epsilon_{ij}^L + \Delta \epsilon_{ij}^N \quad (3)$$

ここで、

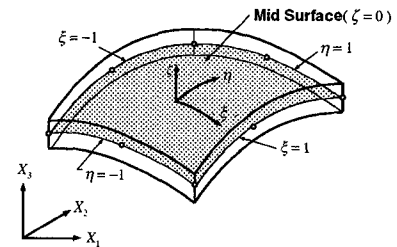


図-2 アイソパラメトリックシェル要素

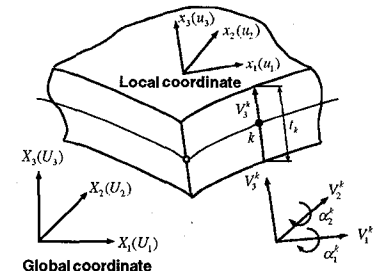


図-3 座標系及び変位の定義

$$\left. \begin{aligned} \Delta \epsilon_{ij}^L &= \frac{1}{2} (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}), \\ \Delta \epsilon_{ij}^N &= \frac{1}{2} \Delta u_{k,i} \Delta u_{k,j}, \quad \Delta u_{i,j} = \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.a,b,c)$$

Δu_i は増分変位であり、 ${}^n x_j$ は状態 C_n における座標系を示す。増分応力 ΔS_{ij} と増分ひずみ $\Delta \epsilon_{ij}$ の関係は、状態 C_n で定義される材料の剛度テンソル $D_{(n)}$ を用いると次のように与えられる。

$$\Delta S_{ij} = D_{(n)} \Delta \epsilon_{ij} \quad (5)$$

式(2)、式(3)及び式(5)を式(1)に代入するとつり合い式は次のようになる。

$$\int_{V(n)} D_{(n)} \Delta \epsilon_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dV_{(n)} + \int_{V(n)} {}^n\sigma_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij}^N dV_{(n)} = {}^{n+1}R - \int_{V(n)} {}^n\sigma_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij}^L dV_{(n)} \quad (6)$$

式(6)が有限変位解析の基礎方程式である。なお、式(6)において、左辺第1項に非線形項が含まれているが、実際の解析では $\Delta \epsilon_{ij} \cong \Delta \epsilon_{ij}^L$ と線形化して計算を行った。

2.2 アイソパラメトリックシェル要素を用いた有限要素解析法

本研究では、複雑な形状を有する薄肉構成鋼板を取り扱うため、曲板要素を図-2に示す8節点アイソパラメトリックシェル要素でモデル化し解析を行った。図-2に示すように、つり合い状態 C_n における要素の形状は、全体座標系 (X_1, X_2, X_3)、要素中央面の曲線座標 (ξ, η) 及び ζ を要素の厚さ方向の直線座標と定義すると、次式のように与えられる。

$${}^n X_i = \sum_{k=1}^8 N_k(\xi, \eta) {}^n X_i^k + \sum_{k=1}^8 N_k(\xi, \eta) \frac{t}{2} \zeta {}^n V_{3i}^k \quad (7)$$

ここで、 ${}^n X_i$ は要素任意点の全体座標、 ${}^n X_i^k$ は節点 k での全体座標の値、 $N_k(\xi, \eta)$ は曲線座標 (ξ, η) によって定義された

形状関数、 t^k は板厚及び ${}^n\mathbf{V}_3^k$ は各節点の中央面に垂直に定義された単位法線ベクトル ${}^n\mathbf{V}_3^k$ の i 方向成分である。一方、つり合い状態 C_n からの増分変位 $\Delta^a U_i$ は、図-3に示すように全体座標系における各節点の増分変位 $\Delta^a U_i^k$ と単位法線ベクトル ${}^n\mathbf{V}_3^k$ に垂直で互いに直交する単位ベクトル ${}^n\mathbf{V}_1^k$ 、 ${}^n\mathbf{V}_2^k$ によって定義される直交軸回りの回転角成分 $\Delta^a \alpha_1^k$ 、 $\Delta^a \alpha_2^k$ を用いて次式のように表すことができる。

$$\Delta^a U_i = \sum_{k=1}^8 N_k(\xi, \eta) \Delta^a U_i^k + \sum_{k=1}^8 N_k(\xi, \eta) \frac{t^k}{2} \xi ({}^n\mathbf{V}_{1i}^k \Delta^a \alpha_2^k - {}^n\mathbf{V}_{2i}^k \Delta^a \alpha_1^k) \dots\dots\dots (8)$$

図-3に示すように局所座標系 (x_1, x_2, x_3) を定義し、更に一般のシェル理論で用いられているように厚さ方向(x_3 方向)の直ひずみ ε_{33} が零であると仮定すると、式(3)より増分ひずみ成分は弾性ひずみ成分と塑性ひずみ成分に分けて次のようにマトリックス表示される。

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \{\Delta \varepsilon_{11}, \Delta \varepsilon_{22}, \Delta \varepsilon_{12}, \Delta \varepsilon_{23}, \Delta \varepsilon_{31}\}^T = \{\Delta \varepsilon_{ij}^L\} + \{\Delta \varepsilon_{ij}^N\} = [A_0]\{\Delta \theta\} + [A_\theta]\{\Delta \theta\} \dots\dots\dots (9.a)$$

$$\{\Delta \theta\} = \{\Delta u_{1,1}, \Delta u_{2,1}, \Delta u_{3,1}, \Delta u_{1,2}, \Delta u_{2,2}, \Delta u_{3,2}, \Delta u_{1,3}, \Delta u_{2,3}, \Delta u_{3,3}\}^T \dots\dots\dots (9.b)$$

式(9.a)に示したマトリックス $[A_0]$ 及び $[A_\theta]$ を付録に示す。一方、局所座標系での増分変位 Δu_i の微係数は、次式を用いて全体座標系での増分変位 ΔU_i の曲線座標による微係数に変換することができる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \Delta u_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \Delta u_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \Delta u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = [T]^T [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta U_1}{\partial \xi} & \frac{\partial \Delta U_2}{\partial \xi} & \frac{\partial \Delta U_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \Delta U_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \Delta U_2}{\partial \eta} & \frac{\partial \Delta U_3}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \Delta U_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial \Delta U_2}{\partial \zeta} & \frac{\partial \Delta U_3}{\partial \zeta} \end{bmatrix} [T] \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $[J]$ はJacobian Matrixであり、 $[T]$ は座標変換マトリックスである。式(8)を式(10)に代入すると、局所座標系での増分変位の微係数 $\{\Delta \theta\}$ は次のように与えられる。

$$\{\Delta \theta\} = \sum_{k=1}^8 [G_k] \{\Delta \bar{U}\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

$$[G_k] = \left[[B_k][T]^T, \frac{t^k}{2} [C_k][T]^T [\Phi_k] \right],$$

$$\{\Delta \bar{U}\} = \{\Delta U_1^k, \Delta U_2^k, \Delta U_3^k, \Delta \alpha_1^k, \Delta \alpha_2^k\}^T,$$

$$[\Phi_k] = [V_1^k, -V_2^k] \dots\dots\dots (12.a, b, c)$$

である。マトリックス $[B_k]$ 及び $[C_k]$ を付録に示す。したがって、式(11)及び式(12)を式(9)に代入すると、弾性増分ひずみ及び塑性増分ひずみ成分は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta \{\Delta \varepsilon_{ij}^L\} &= \sum_{k=1}^8 [B_k^L] \delta \{\Delta \bar{U}\} \\ \delta \{\Delta \varepsilon_{ij}^N\} &= \sum_{k=1}^8 [A_\theta][G_k] \delta \{\Delta \bar{U}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13.a, b)$$

ここで、

$$[B_k^L] = \left[[H_k][T]^T, \frac{t^k}{2} [L_k][T]^T [\Phi_k] \right] \dots\dots\dots (14)$$

である。マトリックス $[H_k]$ 及び $[L_k]$ を付録に示す。以上の関係式を用いると、式(6)で示したつり合い方程式は次のようにマトリックス表示することができる。

$$[{}^n K] \{\Delta \bar{U}\} = \{{}^{n+1} F_{ext}\} - \{{}^n F_{int}\} \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $[{}^n K]$ は接線剛性マトリックス、 $\{\Delta \bar{U}\}$ は増分変位ベクトル、 $\{{}^{n+1} F_{ext}\}$ は状態 C_{n+1} における等価節点外力項、及び $\{{}^n F_{int}\}$ は状態 C_n の応力状態によって評価される等価節点内力項である。なお、接線剛性マトリックス $[{}^n K]$ は、要素の剛性マトリックス $[{}^n K_L]$ 及び幾何剛性マトリックス $[{}^n K_{NL}]$ を用いて次式のように与えられる。

$$[{}^n K] = [{}^n K_L] + [{}^n K_{NL}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i^L]^T [D] [B_j^L] J d\xi d\eta d\zeta + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G_i]^T [\sigma] [G_j] J d\xi d\eta d\zeta \dots\dots\dots (16)$$

ここで、

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11}[I] & \sigma_{12}[I] & \sigma_{13}[I] \\ & \sigma_{22}[I] & \sigma_{23}[I] \\ sym. & & \sigma_{33}[I] \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

であり、 $[I]$ は3×3の単位マトリックスである。

2.3 構成則

本研究では、初期降伏条件として次式に示すVon Misesの降伏条件を用いた。

$$f^2 = \frac{1}{2} [\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{32}^2)] \leq \sigma_Y^2 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 σ_Y は一軸応力状態での降伏応力である。一方、増分応力と増分ひずみの関係は式(5)で与えられるが、マトリックス表示すると次のように示される。

$$\{\Delta \sigma_{ij}\} = [D] \{\Delta \varepsilon_{ij}\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $[D]$ は応力-ひずみマトリックスであり、弾性域では弾性応力-ひずみマトリックス $[D_e]$ を使用し、塑性域では弾塑性応力-ひずみマトリックス $[D_p]$ を用いた。弾塑性応力-ひずみマトリックスは、Prandtl-Reussの塑性流れ理論にVon Misesの降伏条件を適用すると、次のように与えられる。

$$[D_p] = [D_e] - \frac{[D_e] \{\partial f / \partial \sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D_e]}{H' + \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D_e] \{\partial f / \partial \sigma\}} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 H' は相当ひずみ硬化率である。

2.4 数値計算法

本解析では、接線剛性マトリックス等の積分は、板厚方向への塑性域の進展を考慮できるように配慮し、 $2 \times 2 \times 5$ ($=\xi \times \eta \times \zeta$) の Gauss の数値積分を用いて行った。また、ひずみ及び応力度の評価は各 Gauss の数値積分点で行った。一方、非線形方程式の解法は、載荷辺に強制変位を与える変位増分法に Newton-Raphson 法を併用して数値計算を行った。変位増分法では、係数行列におけるバンドマトリックスの特性を活用するため次に示す手順に従って計算を行った。一般に、増分変位成分 $\{\Delta^u U_b\}$ が既知で、強制変位を作用させる節点以外に外力が作用していない ($\{\Delta^u f_a\} = \{0\}$)

と仮定すると、増分過程でのつり合い方程式は境界条件を考慮した後に次のようにマトリックス表示することができる。

$$\begin{bmatrix} {}^{n-1}K_{aa} & {}^{n-1}K_{ab} \\ {}^{n-1}K_{ba} & {}^{n-1}K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta^u U_a \\ \Delta^u U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta^u f_a \\ \Delta^u f_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} {}^{n-1}R_a \\ {}^{n-1}R_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $\{\Delta^u f\}$ は増分外力ベクトルであり、 $\{{}^{n-1}R\}$ は不平衡残差力である。したがって、式(21)より $\{\Delta^u U_a\}$ は次のように求められる。

$$\{\Delta^u U_a\} = [{}^{n-1}K_{aa}]^{-1} (\{{}^{n-1}R_a\} - [{}^{n-1}K_{ab}]\{\Delta^u U_b\}) \dots\dots\dots (22)$$

なお、Newton-Raphson 法の 2 回目以後の反復計算では $\{\Delta^u U_b\}$ は零となり、不平衡残差力のみを考慮すればよい。各増分段階における Newton-Raphson 法の反復計算の収束の判定は、次式に示すような収束条件式を用いて増分変位及び不平衡残差力の収束判定を行った。

$$\|\Delta^u U\| / \|\Sigma \Delta U\| \leq \epsilon_1, \quad \|\Delta^u R\| / \|\Sigma \Delta f\| \leq \epsilon_1 \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルム及び Σ は反復計算中の総和を示す。本計算では収束条件として $\epsilon_1 = 0.001$ を用いた。

なお、解析において図-1に示すような残留応力度を導入すると、円筒パネル要素には、増分荷重を与える前の無載荷状態において、各節点に不つり合い力が生じる。そこで本解析では次に示す計算処理手順を用いてつり合い条件を満足させ初期不整(残留応力度及び初期たわみ)の導入を行った。先ず初めに無載荷状態でのつり合い条件を満足させるため、残留応力度による不つり合い力が許容値以内に収まるように Newton-Raphson 法に従い繰返し収束計算を行った。しかし、残留応力度による不つり合い力が許容値以内に収まるように繰返し収束計算を行うと、それにより新たに变形が生じ、つり合い条件を満足した後の变形形状は、図-4に示すように初期条件として与えた初期不整量 w_0 と一致せず Δw の差異が生ずる。そこで次に、この Δw 分だけ予め初期不整量 w_0 から差し引いた次式で示す形状 $w_{renewal}$ を初期形状として繰返し収束計算をやり直す。

$$w_{renewal} = 2w_0 - w_{residual} \dots\dots\dots (24)$$

なお、本計算処理過程は、 $w_{residual}$ が w_0 に等しくなるまで反復された。ここで示した計算処理過程終了後の新たな円筒

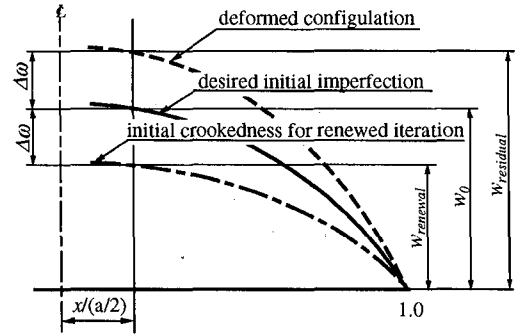


図-4 第1回繰返し計算終了後の初期形状

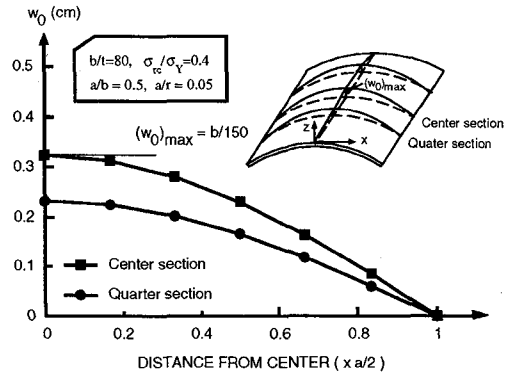


図-5 残留応力処理過程終了後の初期形状

パネルの初期形状の一例を図-5に示す。図-5から明らかなように、増分荷重載荷前の円筒パネルの初期形状は、ここで示した計算処理過程を行うことによって初期条件として与えた初期不整量が確保されている。

次に、図-1に示すように円筒パネルに種々の圧縮力が作用した場合の計算手順を、純圧縮が作用する場合 ($\phi = 0$)、純曲げが作用する場合 ($\phi = 2$) 及び圧縮と曲げが作用する場合 ($\phi = 1$) について示す。

(1) 純圧縮が作用する場合 ($\phi = 0$) の計算手順

純圧縮が作用する場合は、載荷辺上に一樣な軸方向強制変位増分を与え、つり合い条件を満足するまで Newton-Raphson 法に従い繰返し収束計算を行う。つり合い条件を満足した後、載荷辺上での軸方向圧縮力 N を求め、本軸力と応力度との関係を線形と仮定した場合の平均応力度 $\sigma_{max,1st}$ と降伏応力度 σ_y の比を次式より計算した。

$$\sigma_{max,1st} / \sigma_y = N / N_y \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 N_y は全断面降伏軸力である。

(2) 純曲げが作用する場合 ($\phi = 2$) の計算手順

純曲げが作用する場合は、図-6に示すように x 軸方向に載荷辺断面重心軸を中心に線形に変化する軸方向強制変位増分 Δu_i を与え、つり合い条件を満足するように Newton-Raphson 法に従い繰返し収束計算を行い、つり合い条件を満足した場合に載荷辺での軸力 N 及び端モーメント M を計算した。収束計算の結果、軸力が作用している場合は軸力が零になるように一樣な強制変位 Δu_i を作用させて修正を行った。純曲げが作用する場合の増分過程での軸力の修正のた

めの計算手順は以下に示す通りである。

1) 図-6(a)に示すように、荷重辺に回転角 $\Delta\theta$ によって生じる軸方向変位増分 Δu_{ii} を与え、つり合い条件を満足するまで反復計算を行う。

2) つり合い条件を満足した場合、変位増分後のつり合い状態より荷重辺に作用する節点反力を計算し、それより軸力の引張成分 $N_t = \Sigma N_{ti}$ (引張を正とする) と圧縮成分 $N_c = \Sigma N_{ci}$ をそれぞれ求める。

3) 荷重辺に軸力が作用しているか否かの判定を $|N_t + N_c|/N_t \leq \varepsilon$ を用いて行う。なお、解析では収束条件として $\varepsilon=0.005$ を用いた。上記の収束条件を満足している場合は、その状態を純曲げが作用している場合の平衡状態と見なし、その時の端モーメント M から最大縁応力 $\sigma_{\max,1st}/\sigma_Y$ を次式を用いて算出する。

$$\sigma_{\max,1st}/\sigma_Y = M/M_Y \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 M_Y は降伏モーメントである。なお、平均曲率は荷重辺に与えられた強制変位 Δu_{ii} を用いて $\Psi = 4u_{ii}/ab$ として計算できる。収束条件を満足していない場合は次のステップに移る。

4) 修正軸力 $N^* = -(N_t + N_c)$ に相当する強制変位増分の修正値を $\Delta u_{ii}^* = (N^*/EA)(a/2)$ として計算する。ここで、 A は荷重辺の断面積である (図-6(b)参照)。

5) Δu_{ii}^* を新しい強制変位増分とし、1)~4)の計算過程を繰り返す。

(3) 圧縮と曲げが作用する場合 ($\phi=1$) の計算手順

圧縮と曲げが作用する場合は、荷重辺下端部を中心に x 軸方向に線形に変化する軸方向強制変位増分を与え、つり合い条件を満足するように反復計算を行う。次に、荷重辺の節点反力より軸方向圧縮力 N 及び端モーメント M を求め、それを用いて最大縁応力度 $\sigma_{\max,1st}$ 及び最小縁応力度 $\sigma_{\min,1st}$ を次式より求める。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max,1st}/\sigma_Y &= N/N_Y + M/M_Y \\ \sigma_{\min,1st}/\sigma_Y &= N/N_Y - M/M_Y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27.a,b)$$

計算結果より $\sigma_{\min,1st}$ が許容値より大きい場合は、 $\sigma_{\min,1st}$ が零

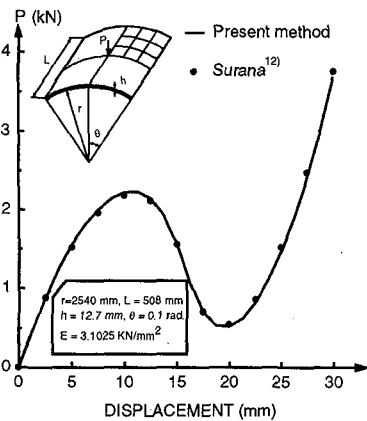


図-7 荷重—変位曲線

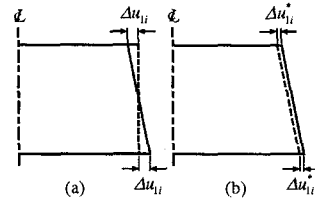


図-6 強制変位作用方法($\phi=2$)

になるように一様な強制変位を作用させて修正を行う。なお、軸力の修正計算手順は純曲げの場合と同様な手法を用い、軸力修正計算の収束の判定は $|\sigma_{\min,1st}/\sigma_{\max,1st}| \leq \varepsilon$ を用いて行う。

3.解析法の検証

本解析結果の妥当性を検討するため、既に発表され評価を受けている円筒シェル及び直板についての解析結果との比較を行った。まず初めに図-7に示すような2辺が単純支持で他の2辺が自由な境界を有する円筒シェルの中央点に面外の集中荷重が作用する場合について、材料非線形性は考慮せずに幾何学的非線形の影響のみを考慮して行った解析結果¹²⁾との比較を行う。解析は2軸対称性を考慮して円筒シェルの1/4部分を3×3分割して行った。図-7に荷重と中央点の鉛直変位の関係を示す。ここで、図中実線は本解析結果であり、●は有限要素法に基づいて計算されたSurana¹²⁾の解析結果を示している。図から明らかなように、本解析結果はSuranaの結果とよく一致しており、極限点を越えてもつり合い経路をよく追跡している。

次に図-8に示す残留応力度及び初期たわみを有する周辺単純支持正方形板に一軸方向面内圧縮力が作用する場合¹³⁾についての比較を行った。残留応力度分布は図-8に示すように自己平衡型となるように矩形分布で与え、片側の引張残留応力部の幅を $c=3t$ とした。一方、初期たわみの形状は $w_0=(b/1000)\cos(\pi x/a)\cos(\pi y/b)$ とした。要素分割は二軸対称性を考慮し平板の1/4部分を3×4分割とした。計算に用いた諸元はヤング係数 $E=205GPa$ 、降伏応力度 $\sigma_Y=250MPa$ 、板厚 $t=8mm$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、アスペクト比 $a/b=0.875$ 及び幅厚比 $b/t=30, 40, 55, 80$ である。これらは全て既発表論文¹³⁾と同様である。図-8にそれぞれの幅厚比における平均応力と平均ひずみの関係を示す。なお、図中実線は本解析結果を、破線はLittleの解析結果¹³⁾を示す。図から明らかなように、本解析結果はLittleの解析結果とよく一致している。

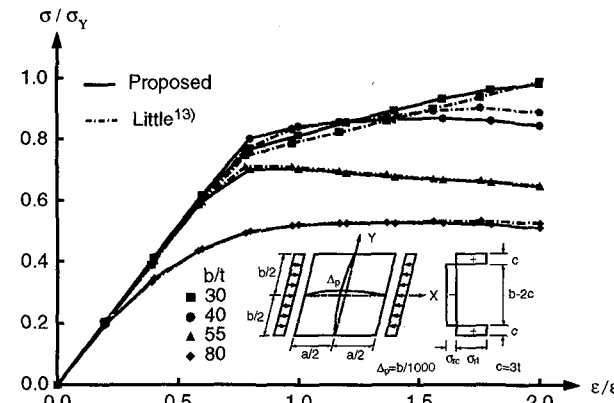


図-8 平均応力—平均ひずみ曲線

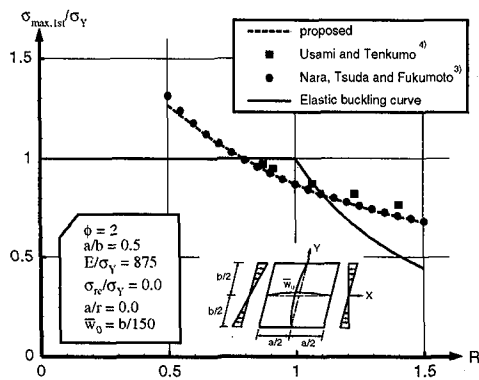


図-9 極限強度と幅厚比パラメーターの関係

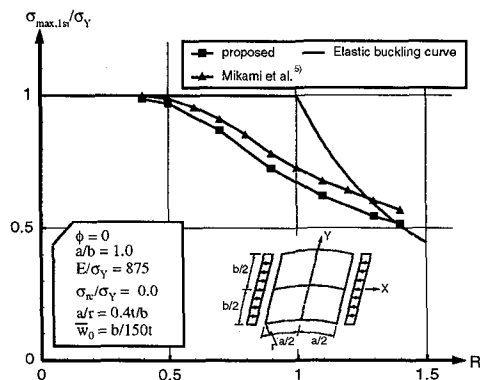


図-10 極限強度と幅厚比パラメーターの関係

次に図-9に示すような初期たわみを有する周辺単純支持板に面内純曲げが作用する場合について解析を行い、既発表結果^{3),4)}との比較検討を行った。解析に用いた要素分割は、一軸対称性を考慮して平板の1/2部分を3×6分割とした。解析に用いた諸元は、アスペクト比 $a/b=0.5$ 及び最大初期たわみ量 $\bar{w}_0=b/150$ であり、残留応力度は導入されていない。図-9に極限強度 $\sigma_{max,ist}/\sigma_Y$ と幅厚比パラメーター R

($=\sqrt{12(1-\nu^2)}/23.9 \cdot \sqrt{\sigma_Y/E} \cdot (b/t)/\pi$) の関係を示す。なお、

図中破線は本解析結果であり、●は奈良・北田・福本による三角形平板要素を用いた有限要素解析結果³⁾及び■は宇佐美・天雲による混合法を用いた有限要素解析結果⁴⁾をそれぞれ示している。図から明かなように、本解析結果は奈良ら及び宇佐美らの解析結果と比較的良好く一致しており、これより、本解析手法は、載荷荷重として純曲げが作用する場合についても十分信頼できる結果が得られるものと判断される。

最後に、図-10に示すような初期たわみを有する周辺単純支持円筒パネルに面内純圧縮力が作用した場合についての比較検討を行った。解析に用いた要素分割は、二軸対称性を考慮して円筒パネルの1/4部分を3×4分割とした。解析に用いた諸元は、アスペクト比 $a/b=1.0$ 、曲率パラメーター $a/r=0.4t/b$ 及び最大初期たわみ量 $\bar{w}_0=b/150t$ である。図-10に極限強度 $\sigma_{max,ist}/\sigma_Y$ と幅厚比パラメーター R ($=\sqrt{12(1-\nu^2)}/4 \cdot \sqrt{\sigma_Y/E} \cdot (b/t)/\pi$) の関係を示す。なお、図中■は本解析結果を示し、▲は三上・松本・辻・田中の動的緩和法による解析結果⁵⁾を示す。図から明かなように、本解析結果と三上らの解析結果を比較すると、幅厚比パラメーターが大きくなると多少結果に差が見られる。これは解析における載荷方式の違いに起因していると考えられる。以上の結果より、本弾塑性有限変位解析は実用上十分な精度が得られるものと判断されよう。

4. パラメトリック解析

円筒パネルに種々の面内圧縮力が作用した場合の終局強度特性を明らかにするため、パラメトリック解析を行った。解析に用いたモデルは、図-1に示す曲線構造部材の構成要素である一定曲率を有する円筒パネル要素であり、境界条件は面外変形に対して4辺単純支持とし、非載荷辺の面

内変形は自由とした。載荷は、図-1示すように円筒パネルの載荷辺に面内圧縮力のみが作用する場合($\phi=0$)、曲げのみが作用する場合($\phi=2$)及び圧縮力と曲げが作用する場合($\phi=1$)の3つのケースについて行った。解析では、純圧縮力のみが作用する場合は2軸対称性から要素の1/4部分を解析の対象とし、要素分割は3×4を用いた。一方、曲げと圧縮力が作用する場合は、1軸対称性から要素の1/2部分を解析の対象とし、3×6の要素分割を用いた。なお、要素分割は3×4 あるいは3×6分割以上を用いれば十分な精度が得られることを、本パラメトリック解析を行う前に確認した。

解析に用いたパラメーターは、アスペクト比 a/b 、幅厚比 b/t 、初期たわみ $\bar{w}_0$ 、圧縮残留応力度 $\sigma_{max,ist}/\sigma_Y$ 、曲率パラメーター(中心角) a/r 、応力勾配 ϕ 及び降伏応力度パラメーター E/σ_Y の7個であり、パラメーターの変動範囲を表-1に示す。なお、パラメーターの変動範囲は曲線桁橋及びアーチ橋に関する実績調査結果に基づいて決定した¹⁴⁾。

解析に用いた残留応力度分布は、図-1に示すように x 軸方向及び厚さ方向に一定値を持つように矩形分布で与え、残留応力度分布の大きさは、残留引張応力度を $\sigma_{rc}=\sigma_Y$ とし、残留圧縮応力度を変化させた。一方、初期たわみ形状は次式のように仮定した。

$$w_0 = \bar{w}_0 \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 $\bar{w}_0$ は最大初期たわみ量であり、本解析では道路橋示方書¹⁵⁾に規定されている製作誤差の最大許容値($b/150$)を用いた。

表-1 解析パラメーター及びその変動範囲

Item (1)	Symbol (2)	Range of values (3)
Aspect ratio	a/b	0.5, 0.75, 1.00, 1.25
Width-to-thickness ratio	b/t	$\phi=0$: 30, 40, 55, 80 $\phi=1$: 40, 55, 80, 110 $\phi=2$: 60, 90, 120, 160
Initial imperfection	$\bar{w}_0$	0.0, $b/150$
Yield stress parameter	E/σ_Y	875, 656
Residual compressive stress	σ_{rc}/σ_Y	0.0, 0.3, 0.4, 0.5
Shell curvature angle	a/r	0.0, 0.01, 0.025, 0.05
Stress inclination	ϕ	0, 1, 2

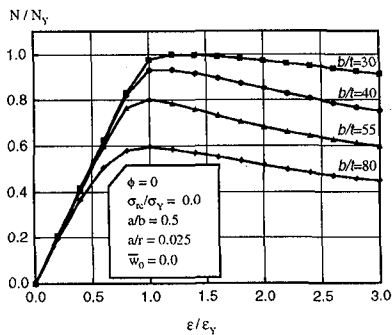


図-11 荷重—変位曲線 ($N/N_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y, \sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.0$)

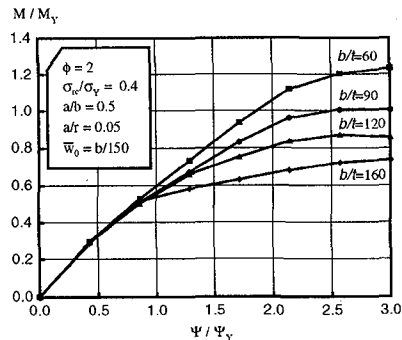


図-13 荷重—変位曲線 ($M/M_Y - \Psi/\Psi_Y$)

4.1 変形特性

本研究では、前節で示したパラメーターを種々変化させて極限強度解析を行い、その結果を用いて荷重—変位曲線を描き、それより得られた最大荷重を円筒パネルの極限強度と定義した。解析より得られた荷重—変位曲線の一例を、アスペクト比 $a/b=0.5$ 、曲率パラメーター $a/r=0.025$ を有する純圧縮を受ける ($\phi=0$) 円筒パネルについて、残留応力度が無い場合について図-11に、圧縮残留応力度が $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_Y$ の場合について図-12にそれぞれ示す。図中縦軸は載荷辺に作用している軸力を降伏軸力で無次元化し、横軸は平均ひずみを降伏ひずみで無次元化して示してある。図-11と図-12より、残留応力度を有する円筒パネルの方が残留応力度を考慮しない場合より低い荷重レベルで剛性の低減が生じ、極限強度も低下している。次に、アスペクト比 $a/b=0.5$ 、曲率パラメーター $a/r=0.05$ 、最大初期たわみ $w_0 = b/150$ 及び圧縮残留応力度 $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_Y$ を有する円筒パネルに純曲げが作用する場合 ($\phi=2$) の曲げモーメントと曲率の関係を図-13に示す。図中、 M_Y は降伏モーメントであり、 Ψ_Y は M_Y に対応する降伏時の曲率である。

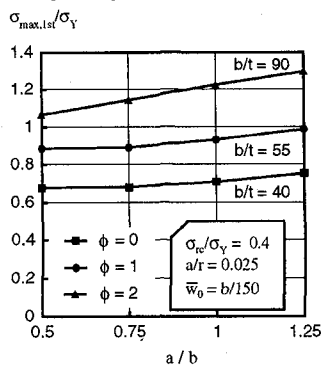


図-15 極限強度とアスペクト比の関係

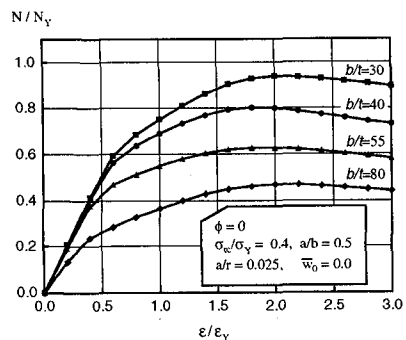


図-12 荷重—変位曲線 ($N/N_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y, \sigma_{rc}/\sigma_Y = -0.4$)

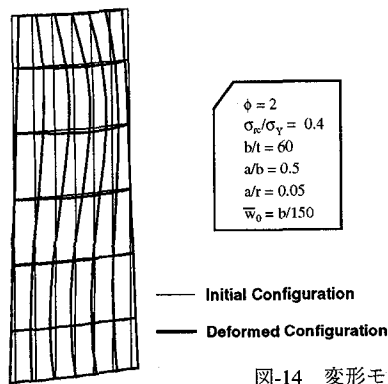


図-14 変形モード

ほぼ全ケースについて、 M/M_Y と Ψ/Ψ_Y の関係は、 $0 < \Psi/\Psi_Y \leq 3$ の範囲で単調増加となる。また、図-14に終局時の変形モードの一例を示す。圧縮部で局部座屈が明確に現われている様子がうかがえる。

4.2 アスペクト比と極限強度の関係

初期たわみ $w_0 = b/150$ 、圧縮残留応力度 $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_Y$ 、中心角 $a/r = 0.025$ と固定し、アスペクト比を $a/b = 0.5 \sim 1.0$ と変化させた場合のアスペクト比と極限強度の関係を、それぞれの応力勾配について図-15に示す。また、同様な条件でアスペクト比、幅厚比及び応力勾配を種々変化させた場合の極限強度の値を表-2に示す。表-2から明らかなように、純圧縮が作用する場合 ($\phi=0$) で幅厚比が $b/t = 55$ の場合を除いてアスペクト比が $a/b = 0.5$ で極限強度が最小値

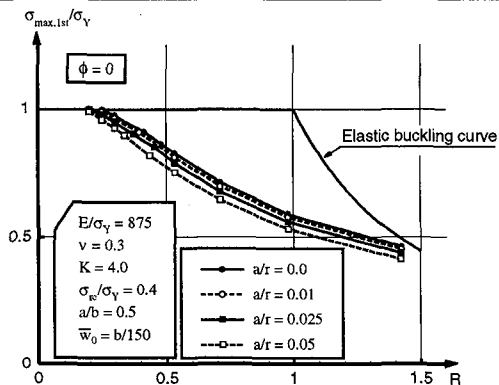
表-2 極限強度に及ぼすアスペクト比の影響

ϕ (1)	b/t (2)	a/b			
		0.5 (3)	0.75 (4)	1.0 (5)	1.25 (6)
0	30	0.788	0.799	0.845	0.900
	40	0.677	0.680	0.709	0.754
	55	0.562	0.558	0.575	0.600
	80	0.438	0.441	0.457	0.475
1	40	1.072	1.093	1.146	1.221
	55	0.887	0.891	0.932	0.986
	80	0.689	0.699	0.727	0.766
	110	0.582	0.606	0.622	0.720
2	60	1.292	1.363	1.406	1.426
	90	1.065	1.142	1.224	1.298
	120	0.908	0.971	1.054	-
	160	0.772	0.837	0.874	-

Note: - means failure by residual stress,
 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4, w_0 = b/150, a/r = 0.025$

表-3 極限強度に及ぼす初期たわみの影響

a/r (1)	$\bar{w}_0$ (2)	b/t			
		30 (3)	40 (4)	55 (5)	80 (6)
0.01	0.0	0.989	0.848	0.652	0.485
	b/150	0.811	0.698	0.580	0.453
0.025	0.0	0.938	0.802	0.627	0.469
	b/150	0.788	0.677	0.562	0.438
0.05	0.0	0.877	0.743	0.592	0.446
	b/150	0.751	0.645	0.532	0.414

Note : $\phi = 0, a/b = 0.5, \sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$ 図-16 極限強度と幅厚比パラメーターの関係
(曲率の影響, $\phi=0$)

となっている。なお、図-15及び表-2から明らかなように、 $\phi=0$ で幅厚比が $b/t=55$ の場合もアスペクト比の大きさによって極限強度の値は変化するが、アスペクト比が $a/b \leq 0.75$ で極限強度は最小値に漸近し、その後の極限強度の変動は小さい。そこで以下の解析では限界アスペクト比として $a/b=0.5$ を用いることとする。

4.3 初期たわみと極限強度の関係

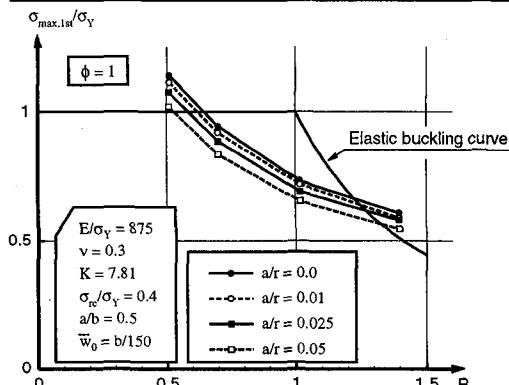
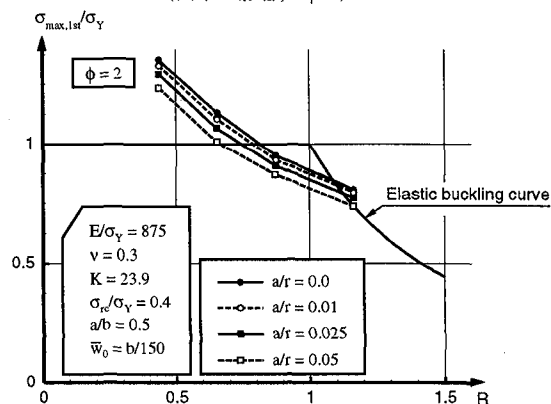
初期たわみが円筒パネルの極限強度に及ぼす影響を検討するため、アスペクト比 $a/b=0.5$ 及び残留圧縮応力度 $\sigma_{rc}=-0.4\sigma_y$ を有する円筒パネルを対象にして、初期たわみが無い場合と道路橋示方書で規定された制作誤差の最大許容値($b/150$)を有する場合の解析を行った。純圧縮のみが作用する場合($\phi=0$)の解析結果を表-3に示す。表-3には幅厚比 b/t を30, 40, 55, 80及び曲率パラメーターを $a/r=0.01, 0.025, 0.05$ とそれぞれ変化させた場合について示してある。表から明らかなように、初期たわみを有する場合の極限強度は無い場合と比較して、本条件の場合は全て低下している。

4.4 残留応力の影響

初期たわみ $\bar{w}_0=b/150$ 及び曲率パラメーター $a/r=0.025$ を有する円筒パネルの残留応力度を $\sigma_{rc}/\sigma_y=0.0, 0.3, 0.4, 0.5$ と変化させた場合の極限強度の値を、応力勾配 $\phi=0, 1, 2$ の場合について、それぞれ表-4に示す。表-4から明らかなように、純圧縮($\phi=0$)を受ける残留応力度を有する円筒パネルの極限強度は残留応力度が無い場合と比較して低下し

表-4 極限強度に及ぼす残留応力度の影響

ϕ (1)	σ_{rc}/σ_y			
	0 (2)	-0.3 (3)	-0.4 (4)	-0.5 (5)
0	0.619	0.570	0.562	0.553
1	0.705	0.703	0.691	0.693
2	0.891	0.906	0.908	0.914

 $b/t=55$ for $\phi=0$; $b/t=80$ for $\phi=1$; $b/t=120$ for $\phi=2$;
 $a/b=0.5, \bar{w}_0=b/150, a/r=0.025$ 図-17 極限強度と幅厚比パラメーターの関係
(曲率の影響, $\phi=1$)図-18 極限強度と幅厚比パラメーターの関係
(曲率の影響, $\phi=2$)

ているが、圧縮残留応力度の大きさの違いによる差はさほど見られない。一方、 $\phi=1, 2$ の場合は、残留応力度が極限強度に及ぼす影響は小さく、 $\phi=2$ の場合は純圧縮が作用する場合とは逆に、残留応力度を有する方が極限強度が僅かではあるが増加している。

4.5 曲率の影響

圧縮残留応力度 $\sigma_{rc}=-0.4\sigma_y$ 及び最大初期たわみ $\bar{w}_0=b/150$ を有する円筒パネルについて、曲率パラメーターを $a/r=0.0, 0.01, 0.025, 0.05$ と変化させた場合の極限強度 $\sigma_{max,1st}$ と幅厚比パラメーター R の関係を、 $\phi=0$ の場合について図-16に、 $\phi=1$ の場合を図-17に及び $\phi=2$ の場合を図-18にそれぞれ示す。なお、幅厚比パラメーターは次式のように定義される。

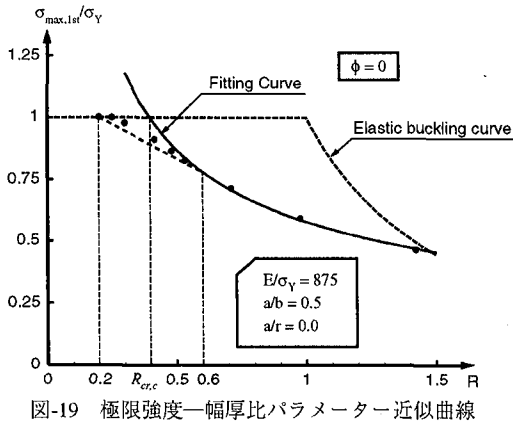


図-19 極限強度—幅厚比パラメーター近似曲線

$$R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{K}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{b}{t} \quad (29)$$

ここで、 K は弾性座屈係数であり、 $\phi=0$ の場合は $K=4.0$ 、 $\phi=1$ の場合は $K=7.81$ 及び $\phi=2$ の場合は $K=23.9$ を用いた。また、図中の実線は弾性座屈曲線を示している。図-16～図-18から明らかなように、 $\phi=0, 1, 2$ のすべての場合において曲率パラメーター a/r が増大するに従い極限強度が低下している。図-17及び図-18において、幅厚比パラメーターが大きくなる($R \geq 1.0$)と解析によって得られた極限強度が弾性座屈強度より大きくなっているが、これは円筒パネルの曲げ応力度成分による後座屈効果によるものである。

5. 円筒パネルの極限強度実用算定式の提案

ここでは前節で示したパラメトリック解析結果に基づいて種々の縁応力を受ける円筒パネルの極限強度の実用算定式の提案を行う。なお、最大初期たわみの上限値は道路橋示方書で規定された制作誤差の最大許容値($\bar{w}_0 = b/150$)を用い、圧縮残留応力度の上限値は他で行われた実測値及び解析結果を参考にして $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_y$ とした¹⁶⁾。まず初めに純圧縮($\phi=0$)を受ける円筒パネルについて、弾塑性有限変位解析で得られた極限強度と幅厚比パラメーターの関係を図にプロットし、最小二乗法を用いて近似曲線を求めた。極限強度と幅厚比パラメーターの関係の一例を図-19に示す。解析結果を種々の関数を用いて近似した結果、式(30.a)に示すように、べき乗近似がより精度良い一致が得られたので、本研究ではこれを近似曲線として採用した。なお、 $0.2 \leq R \leq 0.6$ の範囲は一次関数で近似した。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{\max,1st}}{\sigma_y} &= \left(\frac{R_{cr,c}}{R} \right)^{0.592} ; R \geq 0.6 \\ \frac{\sigma_{\max,1st}}{\sigma_y} &= 2.5(\bar{\sigma}_{0.6} - 1)R - 0.5\bar{\sigma}_{0.6} + 1.5 ; 0.2 \leq R \leq 0.6 \end{aligned} \right\} (30.a,b)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_{0.6} = (R_{cr,c}/0.6)^{0.592}$ 、また、 $R_{cr,c}$ は純圧縮を受ける円筒パネルの極限強度をべき乗近似した曲線が降伏応力度と一致する幅厚比パラメーター（以下限界幅厚比パラメーターと称する）であり、直板($a/r=0.0$)の場合はcurve fittingの結果 $R_{cr,c}=0.395$ なる結果を得た。

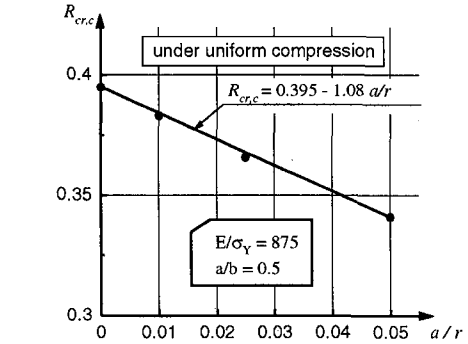


図-20 曲率パラメーターと幅厚比パラメーターの関係

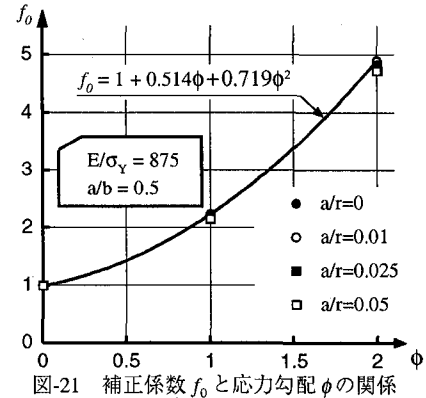


図-21 補正係数 f_0 と応力勾配 ϕ の関係

前節で示したように、円筒パネルの極限強度は曲率の増加に伴って低下するので、その影響を極限強度算定式に組み込み考慮する必要がある。純圧縮を受ける円筒パネルの曲率パラメーター a/r と前述した式(30)で仮定した近似曲線より得られた限界幅厚比パラメーター $R_{cr,c}$ の関係を図-20に示す。図-20に示した結果に最小二乗法を適用すると、限界幅厚比パラメーター $R_{cr,c}$ は曲率パラメーター a/r の一次関数として次式のように表すことができる。

$$R_{cr,c} = 0.395 - 1.08(a/r) \quad (31)$$

したがってここでは、本式を用いて、曲率が極限強度に及ぼす影響を考慮することとする。なお、式(31)より得られた結果は図-20に実線で示してある。

次に応力勾配が存在する場合の極限強度算定法について示す。鋼構造物設計指針¹⁷⁾では、応力勾配が強度に及ぼす影響は純圧縮を受ける直板の基準耐荷力曲線を基にして、弾性座屈係数、安全率及び限界幅厚比パラメーターによって定義された幅厚比補正係数 f_0 を用いて考慮している。そこで本研究でも同様の手法を用いて、応力勾配の有る場合の円筒パネルの幅厚比を、応力勾配が $\phi=0$ の場合に比較して f_0 倍できるものと見なし、補正係数 f_0 を次のように定義する。なお、本研究で対象としている円筒パネル要素の各応力勾配に対する安全率は現在の所全く明確でない故、ここでは考慮しないこととした。

$$f_0 = \frac{R_{cr}}{R_{cr,c}} \sqrt{\frac{K}{K_c}} \quad (32)$$

ここで、 K_c は純圧縮を受ける直板の弾性座屈係数であり、 $K_c=4.0$ である。一方、 R_{cr} は任意の応力勾配における限界幅厚比パラメーターであり、前述したように極限強度解析

表-5 限界幅厚比パラメーター R_{cr} と補正係数 f_0 の値

ϕ	a/r							
	0		0.01		0.025		0.05	
	R_{cr}	f_0	R_{cr}	f_0	R_{cr}	f_0	R_{cr}	f_0
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	0.395	1	0.383	1	0.366	1	0.341	1
1	0.631	2.232	0.608	2.218	0.573	2.188	0.524	2.147
2	0.792	4.901	0.764	4.876	0.721	4.815	0.658	4.717

結果に基づいて得られた近似曲線より求めることができる。表-5に極限強度解析に基づいて得られた R_{cr} と f_0 の値を示す。なお、幅厚比補正係数 f_0 は式(32)を用いて計算することができる。曲率パラメーター a/r を変化させた場合の補正係数 f_0 と応力勾配 ϕ の関係を図-21に示す。図から明らかなように、補正係数 f_0 は曲率パラメーターの影響を受けない。これは限界幅厚比パラメーターに曲率の影響を考慮すれば、 f_0 については曲率は陽なパラメーターとはならないことを示している。図-21に示した結果に最小二乗法を適用すると、補正係数 f_0 は次式に示すように二次放物線で補間することができる。

$$f_0 = 1.0 + 0.514\phi + 0.719\phi^2 \quad (33)$$

式(33)を用いることによって、応力勾配が有る場合の円筒パネルの極限強度を評価することができる。なお、式(33)より得られた結果は図-21に実線で示してある。

以上の結果を整理して、残留応力度と初期たわみを有する円筒パネルに種々の縁応力が作用した場合の極限強度算定式として次式を提案することとする。

$$\frac{\sigma_{\max,1st}}{\sigma_Y} = \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^{0.592};$$

$$R_{cr} = f_0 \cdot R_{cr,c} \cdot \sqrt{\frac{4}{K}}; \quad R_{cr,c} = 0.395 - 1.08(a/r);$$

$$f_0 = 1.0 + 0.514\phi + 0.719\phi^2 \quad (34.a,b,c,d)$$

なお、純圧縮が作用する場合で、 $0.2 \leq R \leq 0.6$ ならば；

$$\frac{\sigma_{\max,1st}}{\sigma_Y} = 2.5(\bar{\sigma}_{0.6} - 1)R - 0.5\bar{\sigma}_{0.6} + 1.5;$$

$$\bar{\sigma}_{0.6} = (R_{cr,c}/0.6)^{0.592} \quad (35.a,b)$$

ここで提案した円筒パネルの極限強度算定式の精度を確認するため、更に本弾塑性有限変位解析結果との比較を行った。比較を $\phi=0$ の場合について図-22に、 $\phi=1$ の場合について図-23に、及び $\phi=2$ について図-24にそれぞれ示す。また、鋼種の違いが円筒パネルの極限強度に及ぼす影響を検討するため、降伏応力度パラメーターが $E/\sigma_Y = 875$ と $E/\sigma_Y = 656$ の二種類についての比較を図-25に示す。なお、図-25では応力勾配が存在する場合の幅厚比パラメーターを、補正係数 f_0 を用いて純圧縮を受ける円筒パネルに換算 ($K=4$) して示してある。これらの図より明らかなよう

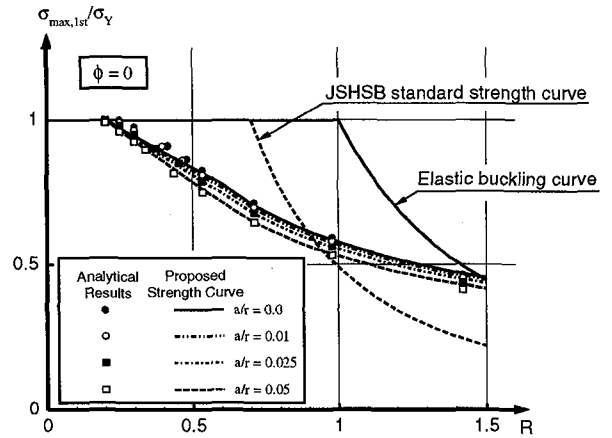


図-22 実用算定式の結果と解析結果の比較 ($\phi=0$)

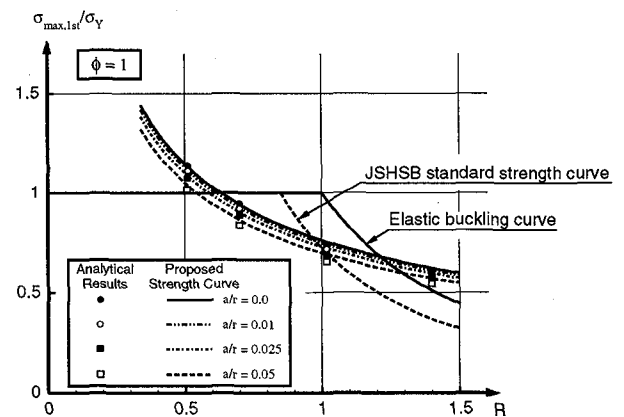


図-23 実用算定式の結果と解析結果の比較 ($\phi=1$)

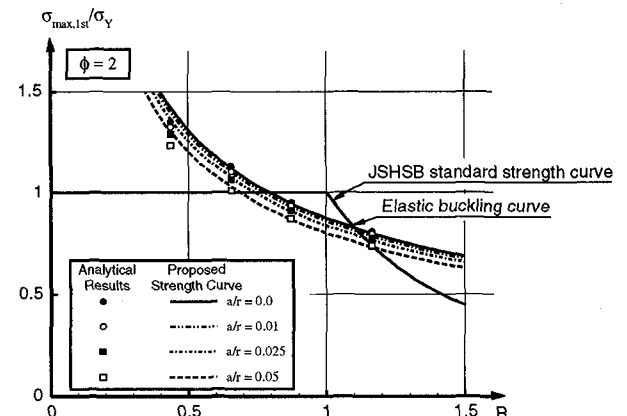


図-24 実用算定式の結果と解析結果の比較 ($\phi=2$)

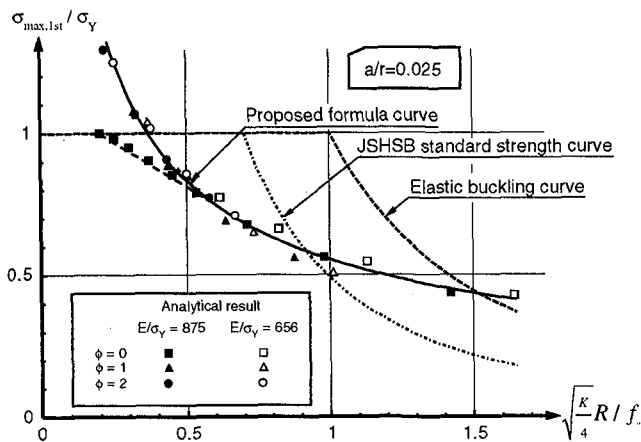


図-25 実用算定式の結果と解析結果の比較 (降伏応力度の影響)

に、ここで提案した円筒パネルの極限強度算定式の値と本弾塑性有限変位解析結果の差 (絶対値) は、0.001から0.066の範囲に分布しており、その平均値は0.021で、標準誤差は0.03である。従って本提案式と解析結果とは実用上十分の精度で一致していると言えよう。次に、純圧縮 ($\phi=0$) を受ける平板 ($a/r=0.0$) について、本極限強度算定式と他で提案された極限強度算定式による結果²⁾⁻⁵⁾との比較を図-26に示す。図-26から明らかなように、本極限強度算定式による結果は他の算定式による結果と比較して多少小さめの値を与えているが、これは解析における残留応力度導入時の不つり合い力の処理方法の違いによって生じたものと考えられる。他の提案式の基となった解析法では、無載荷状態における残留応力度導入時の不つり合い力に対してそれと逆向の仮想外力を作用させてつり合い条件を満足させている^{2),4)}。そこで本解析法において、残留応力度導入時の不つり合い力の処理を他の提案式の基となった解析法と同じ手法を用いて処理した結果を図-26に●で示す。対応結果は他の提案式による結果の範囲内にはほぼ収まっている。最後に、本極限強度算定式による結果と福本・伊藤により構築された板の座屈データベースより引用された実験結果¹⁵⁾との比較を同様に図-26に示す。実験結果は図-26に実験結果の平均値から2倍の標準偏差値を差し引いた曲線として一点破線で示してあり、その曲線はほぼ実験結果の下限値を与えている¹⁵⁾。図-26から明らかなように、本極限強度算定式による結果はその実験結果の下限値曲線と定量的に比較的良く一致している。実際の板の実験データは鋼箱断面柱の実験データも多く含まれており、その場合の板要素の境界条件は単純支持と固定支持の中間にあると考えられ、これより本極限強度算定式と実験結果の比較は妥当であると考えられる。以上の結果より、式(34)及び式(35)で提案した極限強度算定式は実用範囲において圧縮力と曲げを受ける円筒パネルの極限強度を精度良く評価できるものとする。

6. 結論

本論文では、曲線部材の構成鋼板要素である円筒パネルに面内圧縮力と曲げが作用する場合の極限強度特性を解明するため、円筒パネルをアイソパラメトリックシェル要素

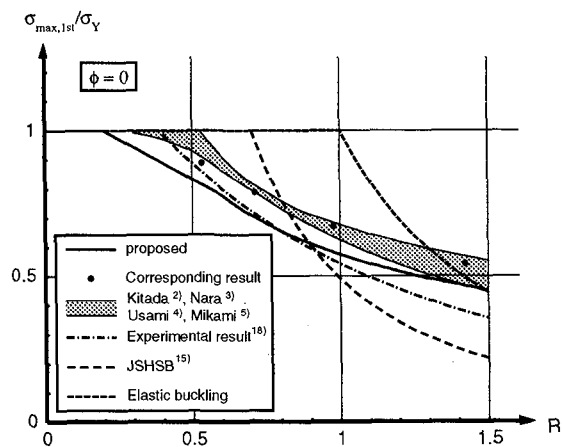


図-26 本極限強度算定式の結果と他の結果との比較

でモデル化し、増分理論に基づいた弾塑性有限変位解析を行った。なお、解析法の妥当性を確認するため他で行われた解析結果との比較を行い、本解析結果が他の解析結果とよく一致することを示した。また、円筒パネルの極限強度に及ぼす因子を種々変化させてパラメトリック解析を行い極限強度特性について検討し、更にパラメトリック解析結果に基づいて初期たわみ及び残留応力度を有する円筒パネルに面内圧縮力と曲げが作用する場合の極限強度実用算定式を提案した。本研究によって得られた主な結論をまとめると以下ようになる。

- (1) 初期たわみ ($w_0 = b/150$) がある方が無い場合と比較して極限強度が低下する。
- (2) 円筒パネルに面内純圧縮力が作用する場合、残留応力度が存在する方の強度が存在しない方より低下するが、残留圧縮応力度の大きさそのものの違いが極限強度に及ぼす影響は小さい。
- (3) 面内圧縮力と曲げが作用する円筒パネルでは、残留応力度が極限強度に及ぼす影響は小さい。
- (4) 曲率パラメーター (a/r) が大きくなると、全ての応力勾配において極限強度が低下する。
- (5) 初期たわみ (上限値 $w_0 = b/150$) 及び残留応力度 (上限値 $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_Y$) を有する円筒パネルに、面内圧縮力と曲げが作用した場合の極限強度を評価する実用算定式を式(34)及び式(35)のように提案した。
- (6) 実用強度算定式による結果と本解析結果との比較より、式(34)及び式(35)で示した実用算定式は実用範囲において対象パネルの終局強度を精度良く評価できる。

付録 マトリックス $[A_0]$, $[A_\phi]$, $[B_k]$, $[C_k]$, $[H_k]$ 及び $[L_k]$

式(9)で定義したマトリックス $[A_0]$ 及び $[A_\phi]$ は次のように与えられる。

$$[A_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \text{..... (A-1)}$$

$$[A_\theta] = \begin{bmatrix} \Delta u_{1,1} & \Delta u_{2,1} & \Delta u_{3,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta u_{1,2} & \Delta u_{2,2} & \Delta u_{3,2} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta u_{1,2} & \Delta u_{2,2} & \Delta u_{3,2} & \Delta u_{1,1} & \Delta u_{2,1} & \Delta u_{3,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta u_{1,3} & \Delta u_{2,3} & \Delta u_{3,3} & \Delta u_{1,2} & \Delta u_{2,2} & \Delta u_{3,2} \\ \Delta u_{1,3} & \Delta u_{2,3} & \Delta u_{3,3} & 0 & 0 & 0 & \Delta u_{1,1} & \Delta u_{2,1} & \Delta u_{3,1} \end{bmatrix} \quad \text{..... (A-2)}$$

また、式(12)のマトリックス $[B_k]$ 及び $[C_k]$ は、

$$[B_k] = \begin{bmatrix} B_{1k} & 0 & 0 \\ 0 & B_{1k} & 0 \\ 0 & 0 & B_{1k} \\ B_{2k} & 0 & 0 \\ 0 & B_{2k} & 0 \\ 0 & 0 & B_{2k} \\ B_{3k} & 0 & 0 \\ 0 & B_{3k} & 0 \\ 0 & 0 & B_{3k} \end{bmatrix}, \quad [C_k] = \begin{bmatrix} C_{1k} & 0 & 0 \\ 0 & C_{1k} & 0 \\ 0 & 0 & C_{1k} \\ C_{2k} & 0 & 0 \\ 0 & C_{2k} & 0 \\ 0 & 0 & C_{2k} \\ C_{3k} & 0 & 0 \\ 0 & C_{3k} & 0 \\ 0 & 0 & C_{3k} \end{bmatrix} \quad \text{..... (A-3,4)}$$

となる。ここで、係数 B_{ik} 及び C_{ik} は次式によって定義される。

$$\begin{Bmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ B_{3k} \end{Bmatrix} = [T]^T [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_k}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_k}{\partial \eta} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} C_{1k} \\ C_{2k} \\ C_{3k} \end{Bmatrix} = [T]^T [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \zeta \frac{\partial N_k}{\partial \xi} \\ \zeta \frac{\partial N_k}{\partial \eta} \\ N_k \end{Bmatrix} \quad \text{..... (A-5,6)}$$

一方、式(14)で定義したマトリックス $[H_k]$ 及び $[L_k]$ は次のように与えられる。

$$[H_k] = \begin{bmatrix} B_{1k} & 0 & 0 \\ 0 & B_{2k} & 0 \\ B_{2k} & B_{1k} & 0 \\ 0 & B_{3k} & B_{2k} \\ B_{3k} & 0 & B_{1k} \end{bmatrix}, \quad [L_k] = \begin{bmatrix} C_{1k} & 0 & 0 \\ 0 & C_{2k} & 0 \\ C_{2k} & C_{1k} & 0 \\ 0 & C_{3k} & C_{2k} \\ C_{3k} & 0 & C_{1k} \end{bmatrix} \quad \text{..... (A-7,8)}$$

参考文献

- 1) Yabuki, T., Arizumi, Y. and Yashiro, S.: Ultimate Strength and its Practical Evaluation of Cylindrical Steel Shell Panels under Various Compressions, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.11, No.1, pp.37-47, 1994.
- 2) 小松定夫, 北田俊行: 初期不整を有する圧縮板の極限

強度特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No.270, pp.1-14, 1978.

- 3) 奈良敬, 津田真, 福本秀士: 面内曲げと圧縮力を受ける鋼板の極限強度評価法に関する研究, 土木学会論文集, No.392/I-9, pp.259-271, 1988.
- 4) 宇佐美勉, 天雲宏樹: 圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度と有効幅公式, 土木学会論文集, No.441/I-18, pp.77-85, 1992.
- 5) 三上市蔵, 松本浩徳, 辻省吾, 田中克弘: 初期不整を有する円筒パネルの圧縮強度, 構造工学論文集, Vol.36A, pp.217-228, 1990.
- 6) Hiwatashi, S. and Kuranishi, S.: The Finite Displacement Behavior of Horizontally Curved Elastic I-Section Plate Girders under Bending, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.1, No.2, pp.59-69, 1984.
- 7) 中井博, 北田俊行, 大南亮一, 川井正: 曲げを受ける曲線桁橋腹板の解析と設計に関する一研究, 土木学会論文集, No.368/I-5, pp.235-244, 1986.
- 8) 藤井堅, 大村裕: 曲げを受ける曲線I形桁の弾塑性断面変形挙動, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.83-92, 1987.
- 9) 八代茂, 矢吹哲哉, 有住康則: 高い桁高を有する鋼箱桁の横ねじり強度に関する研究, 土木学会第47回年次学術講演会講演概要集, 1992.
- 10) 有住康則, 矢吹哲哉: 鋼桁構成板強度の構成式評価に関する一考察, 土木学会第47回年次学術講演会講演概要集, 1992.
- 11) Bathe, K., Ramm, E. and Wilson, E.L.: Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.9, pp.353-386, 1975.
- 12) Surana, K.S.: Geometrically Nonlinear Formulation for the Curved Shell Element, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.19, pp.581-615, 1983.
- 13) Little, G.H.: Rapid Analysis of Plate Collapse by Live-Energy Minimisation, Int. J. Mech. Sci., Vol.19, pp.725-744, 1977.
- 14) 中井博, 北田俊行, 松村駿一郎, 大南亮一, 吉川紀: 曲線桁橋腹板の実績調査, 橋梁と基礎, Vol.15, No.4, pp.38-43, 1981.
- 15) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 (II鋼橋編), 1990.
- 16) Nishino, F.: Buckling Strength of Columns and their Component Plates, Fritz Engineering Laboratory Report, No.290.10, Lehigh University, 1964.
- 17) 土木学会: 鋼構造物設計指針, 1987.
- 18) Fukumoto, Y. and Itoh, Y.: Basic Compressive Strength of Steel Plates from Test Data, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., No.344/I-1, pp.129-139, 1984.

(1994年9月14日受付)