

連成荷重を受ける矩形板の弾性座屈強度簡易算定式の構築

REGRESSION FORMULAE FOR ELASTIC BUCKLING STRENGTH OF A RECTANGULAR PLATE UNDER COMBINED LOADING

中沢 正利*・石岡 俊郎**・倉西 茂***

Masatoshi NAKAZAWA, Toshiro ISHIOKA and Shigeru KURANISHI

*正会員 工博 東北大学講師 工学部土木工学科 (〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)

**学士(工学) 川崎重工業(株) 鉄鋼事業部 (〒136 東京都江東区南砂 2-11-1)

***正会員 工博 関東学院大学教授 工学部土木工学科 (〒236 横浜市金沢区六浦 4834)

Regression formulae to predict the elastic buckling strength of a rectangular plate under combined loading are constructed. These expressions are regressed by means of the principal parameters such as the aspect ratio of a plate, several loading parameters corresponding to the combined loading conditions. Regression formulation makes it possible to simplify the expression for different boundary and loading conditions, and also to lead entire and continuous evaluation of the buckling strength characteristics.

Key Words : rectangular plate, elastic buckling, combined loading, design formula, regression curve

1. まえがき

一般に構造物を形成する部材の細部構造は、そのほとんどが板要素で構成されており、近年薄肉化が進む中、板パネルの局部座屈強度の確保が部材強度保証の基礎になっている。そのため、鋼構造物を設計する際には、これら板パネルの基本強度である弾性座屈強度が非常に重要な因子となり、この値を容易に精度よく予測し得る算定式があれば、構造物の設計をより迅速化・省力化することにつながると考えられる。

この弾性座屈強度は、一般に板パネルの形状を表わす縦横比を主要パラメータとして用いることにより表わされ、これまでも曲げ、せん断および圧縮荷重等を個々に受ける場合については、種々の近似的な算定式が提案され、公式集¹⁾やハンドブック²⁾等で公表されている。

しかし同じ問題に対しても、計算法の中で研究者によって採用する変位関数あるいは座屈モードが異なることがあり、この意味で解の精度が不確かである。またこれらの算定式は、複数の荷重が同時に作用する連成荷重下では数も少なく、さらに境界条件についても単純な場合、特に四辺単純支持条件についてのものが大半を占める。これは、複数の荷重が連成したり荷重条件が複雑化すると、座屈モードが変化して座屈強度曲線の傾向が把握しにくくなり、算定式の導出が難しくなるためである。また、一般に曲げを受ける場合の算定式が少ない。更に荷重が単独載荷から連成荷重を載荷する場合に変わると、算定式の精度も下がる。

そこで、本研究ではまずこれまで導出されている座屈強度算定式を網羅・分類してとりまとめる。さらに、こ

れら以外の荷重条件及び境界条件について拡張し、連成荷重状態にも対応できる等方性矩形板の線形座屈強度簡易算定式の構築を行なう。まず、矩形板の統一的座屈解析法³⁾を用いて、連成荷重またはそれぞれの荷重が作用する場合での座屈強度を境界条件別に解析する。これらの座屈強度は厳密な解として得られるが、座屈強度特性の把握という観点では離散点データを与えるに過ぎず、よって数多くの解析点を求めなければならない。

そこで、矩形板の縦横比と載荷荷重を表わす幾つかのパラメータを用いてこの離散データを回帰し、連続な座屈強度を表わす簡易算定式を構築する。このようにして式の簡便化をはかり、座屈強度を連続的に扱えることが可能となるばかりでなく、座屈強度特性が全体的に把握可能となる。また、境界条件あるいは荷重条件が異なる場合に対しても簡易算定式を同形の統一した式で構築することにより、一般に利用しやすいものとなる利点も期待できる。

ここで構築する座屈強度簡易算定式は、まず線形座屈強度の主要支配パラメータである矩形板の縦横比の関数として座屈係数を回帰し、それを幾つかの荷重パラメータにより更に回帰するという二段階の手順で求める。このように、回帰曲線の形式で種々の荷重条件及び境界条件についての座屈強度簡易算定式を構築することにより、座屈強度を簡便かつ容易に得ることが可能となる。

このようにして構築された簡易算定式は、座屈強度曲線の急変部の細かい変動までは表現できないが、異なる座屈モードのうちの最小座屈解を連ねた実用解を大局的に与え、実務設計計算用資料の充実、公式集の拡充という点で意義は大きいと考えられる。

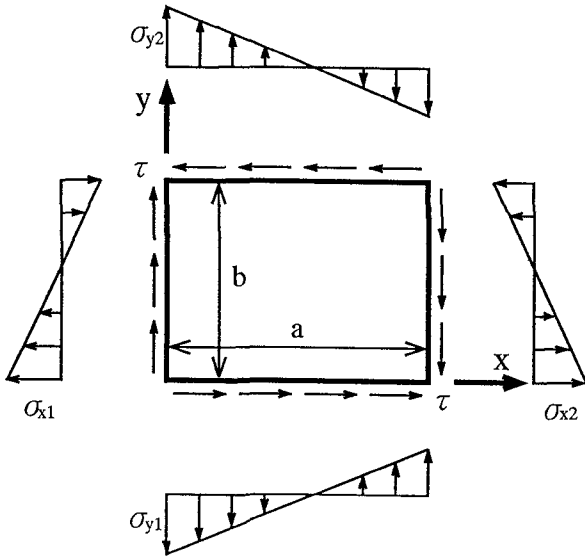


図-1 板パネルに対する作用応力

2. 基礎理論

2.1 解析モデル

x, y の直交二方向に不等曲げ、軸力、せん断を受けるヤング率 E 、ポアソン比 ν の弾性矩形板を図-1に示す。 σ_x, σ_y, τ をそれぞれ板厚に関して一様に作用する x 方向作用応力、 y 方向作用応力、作用せん断応力とする。 t は板厚、 a, b はそれぞれ x, y 方向への辺長である。ここでは以後の便宜を計り、 $x=0, a$ の辺を b 辺、 $y=0, b$ の辺を a 辺と呼ぶこととする。あるいは文献³⁾と表記を合わせて、単純支持を1、固定支持を2として、b.c.:12 は $x=0, a$ (b 辺) 単純支持、 $y=0, b$ (a 辺) 固定支持条件を表わすものとする。また、ここで α_x, α_y はそれぞれ x, y 方向の縁曲げ応力と軸方向応力の比、 γ_x, γ_y は不等曲げの比、 ω は縁曲げ応力とせん断力の比、 κ は x と y 方向の作用応力の比を表わす係数で、以下のように定義する。

$$\alpha_x, \alpha_y = \begin{cases} 0 & \text{一様直応力} \\ 2 & \text{純曲げ} \\ < 2 & \text{曲げと圧縮} \\ > 2 & \text{曲げと引張} \end{cases}$$

$$\gamma_x \equiv \frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x2}}, \quad \gamma_y \equiv \frac{\sigma_{y1}}{\sigma_{y2}},$$

$$\omega \equiv \frac{\tau}{\sigma_{x2}}, \quad \kappa \equiv \frac{\sigma_{y2}}{\sigma_{x2}} \quad (1)$$

さらに、上記パラメータにより応力分布を表わすと、

$$\sigma_x = -\frac{\sigma_{x2}}{b}(\alpha_x y - b) \left\{ \gamma_x + (1 - \gamma_x) \frac{x}{a} \right\}, \quad (2a)$$

$$\sigma_y = -\frac{\sigma_{y2}}{a}(\alpha_y x - a) \left\{ \gamma_y + (1 - \gamma_y) \frac{y}{b} \right\}, \quad (2b)$$

$$\tau_{xy} = -\tau + \frac{\sigma_{x2}}{2ab}(\alpha_x y^2 - 2by)(1 - \gamma_x) + \frac{\sigma_{y2}}{2ab}(\alpha_y x^2 - 2ax)(1 - \gamma_y) \quad (2c)$$

となる。これらの無次元化された荷重パラメータを用いて、複数の荷重および境界条件を統一的に考慮可能な弾性矩形板の線形座屈強度解析法³⁾により離散的な座屈強度のデータを得る。

3. 各種の荷重および境界条件に対応する既存の座屈強度評価式のまとめ

後で述べる座屈強度評価式の参考として、これまでに公表されている座屈強度式および座屈強度算定式を挙げる。ただし α は縦横比、 K は座屈係数、 σ_e は基準応力で $\sigma_e \equiv \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ である。

3.1 圧縮のみが作用する場合

この場合は、2章の $\alpha_x=0, \gamma_x=1, \omega=\kappa=0$ に対応し、座屈応力は $\sigma_{x2cr}=K\sigma_e$ で表わされる。

●四辺単純支持条件²⁾ (b.c.:11)

$$\begin{cases} K = \min \left\{ \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{m}{\alpha} \right)^2 \right\}, & (\alpha \geq 1) \\ K = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 & (\alpha \leq 1) \end{cases} \quad \text{for } m = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

ここで、 m は x 方向への $\sin$ 波モードの半波数である。この式では縦横比 $\alpha=m$ の時、座屈係数の極小値が現われ、その値は $K_{min}=4$ である。このことから、Bleich⁴⁾は縦横比 $\alpha \geq 1$ の領域における座屈強度曲線の下限値を包絡する経験的算定式を、 $K=4$ としている。実際の設計においては座屈強度の極小値が重要な意味をもつ場合が多く、縦横比 α の値と K の極小値を通る曲線に関する算定式を求めればよいことが分かる。

● a 辺回転固定、 b 辺単純支持条件^{2),5)} (b.c.:12)

$$\begin{cases} K = 2.366 + \frac{1}{\alpha^2} + 5.3\alpha^2, & (\alpha \leq 0.66) \\ K = 6.97 & (\alpha > 0.66) \end{cases} \quad (4)$$

3.2 等曲げのみが作用する場合 ($\alpha_x=2, \gamma_x=1, \omega=\kappa=0, \sigma_{x2cr}=K\sigma_e$)

●四辺単純支持条件^{5),4)} (b.c.:11)

$$\begin{cases} K = 15.87 + \frac{1.87}{\alpha^2} + 8.6\alpha^2, & (\alpha \leq 0.66) \\ K = 23.9 & (\alpha > 0.66) \end{cases} \quad (5a)$$

$$\text{or} \quad \begin{cases} K = 24 + 73(2/3 - \alpha)^2, & (\alpha < 2/3) \\ K = 24 & (\alpha \geq 0.66) \end{cases} \quad (5b)$$

3.3 せん断のみが作用する場合 ($\tau_{cr}=K\sigma_e$)

●四辺単純支持条件²⁾ (b.c.:11)

$$\begin{cases} K = 4.00 + \frac{5.34}{\alpha^2}, & (\alpha \leq 1) \\ K = 5.34 + \frac{4.00}{\alpha^2} & (\alpha \geq 1) \end{cases} \quad (6)$$

● a 辺回転固定, b 辺単純支持条件^{6),7)} (b.c.:12)

$$\begin{cases} K = \frac{5.34}{\alpha^2} + \frac{6.55}{\alpha} - 13.71 + 14.10\alpha, & (\alpha \leq 1) \\ K = 8.98 + \frac{6.18}{\alpha^2} - \frac{2.88}{\alpha^3} & (\alpha > 1) \end{cases} \quad (7)$$

3.4 圧縮と等曲げが作用する場合 ($\alpha_x < 2$, $\gamma_x = 1$, $\omega = \kappa = 0$)

● 四辺単純支持条件⁸⁾ (b.c.:11)

$\psi = \sigma_x(y=0)/\sigma_x(y=b)$ と置くと $\psi=1/(1-\alpha_x)$ とも表わせ, この時の座屈応力は $\sigma_{x2cr} = \psi K \sigma_e$ となる。

a) $0 \leq \psi \leq 1$ の場合

$$\begin{cases} K = \frac{8.4}{\psi + 1.1}, & (\alpha \geq 1) \\ K = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{2.1}{\psi + 1.1} & (\alpha < 1) \end{cases} \quad (8)$$

b) $-1 \leq \psi \leq 0$ の場合

$$K = (1 + \psi)K' - \psi K'' + 10\psi(1 + \psi), \quad (9)$$

ここで, K' は $\psi=0$ での, K'' は $\psi=-1$ (等曲げ:(5) 式, $\alpha_x=2$) の時の座屈係数である。

c) $\psi=0$ の場合⁴⁾

$$\begin{cases} K = 7.7, & (\alpha \geq 1) \\ K = 7.7 + 33(1 - \alpha)^3 & (\alpha < 1) \end{cases} \quad (10)$$

3.5 圧縮とせん断が作用する場合 ($\alpha_x = 0$, $\gamma_x = 1$, $\kappa = 0$)

一樣圧縮応力は σ_{x2} , 一樣せん断応力が τ より, それらの比を $\beta \equiv \sigma_{x2}/\tau = 1/\omega$ とする時, 座屈応力は $\sigma_{x2cr} = K \sigma_e$ で表わされる。

● 四辺単純支持条件⁴⁾ (b.c.:11)

a) $0.5 \leq \alpha \leq 1$ の場合

$$K = \frac{1}{2} \rho^2 \beta^2 \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\beta^2 \rho^2}} \right], \quad (11)$$

ここで, $\rho = (4\alpha^2 + 5.34)/(\alpha^2 + 1)^2$ である。

b) $1 \leq \alpha$ の場合

$$K = 2\rho^2 \beta^2 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\beta^2 \rho^2}} \right], \quad (12)$$

ここで, $\rho = 4/3 + 1/\alpha^2$ である。

3.6 曲げとせん断が作用する場合 ($\alpha_x = 2$, $\gamma_x = 1$, $\kappa = 0$)

等曲げ縁応力を σ_{x2} , せん断応力を τ とおき, それらの比を $\beta \equiv \sigma_{x2}/\tau = 1/\omega$ とすると, 座屈応力は $\sigma_{x2cr} = K \sigma_e$ で表わされる。

● 四辺単純支持条件⁴⁾ (b.c.:11)

$$K = 24\rho\beta\sqrt{\frac{1}{1 + \beta^2\rho^2}}, \quad (13)$$

ここで, $\rho = \begin{cases} 1/6 + 2/(9\alpha^2), & (0.5 \leq \alpha < 1) \\ 2/9 + 1/(6\alpha^2) & (1 \leq \alpha) \end{cases}$ である。

4. 回帰式の構築

ここで, 基準とする座屈応力は σ_{x2cr} である。まず, 縦横比 α と座屈係数 K の関係を求め, 各荷重および境界条件ごとに座屈強度相関曲線を得る。その後, その座屈曲線を簡便に表現できる座屈強度算定式を各荷重および境界条件ごとに回帰し, 一般に利用しやすい形にまとめた。回帰にあたっては座屈支配パラメータである縦横比 α の次数を二次までとし, 回帰すべき係数を a_0 , a_1 , a_2 とした次の形の式で統一した。

$$\begin{aligned} \sigma_{x2cr} &= K \sigma_e, \\ K &= \frac{a_0}{\alpha^2} + \frac{a_1}{\alpha} + a_2 \end{aligned} \quad (14)$$

この式の係数 a_0 , a_1 , a_2 をさらに荷重条件に応じて, 2章で定義した無次元荷重パラメータで回帰するという手順により, 座屈強度簡易算定式を求めている。

4.1 不等曲げとせん断を受ける板の座屈強度

不等曲げとせん断を受ける板 ($\alpha_x=2$, $\kappa=0$) についての荷重パラメータは不等曲げ比 γ_x ($0 \leq \gamma_x \leq 1$) および曲げ応力とせん断応力の比 ω ($0 \leq \omega \leq 4$) である。

ここでは縦横比 α によって回帰された係数 a_0 , a_1 , a_2 を, これらの荷重パラメータ ω , γ_x により二段階に回帰した。 a 辺固定, b 辺単純支持条件での $\gamma_x=0$ における a_0 , a_1 , a_2 と ω の関係を示すと, 図-2中の黒丸で示される分布となる。

$\omega=0$ を除いた残りの値は $1/\omega^2$ の形に近い分布形状を示しているが, $\omega=0 \sim 0.2$ までの3点は傾向が異なるため, これらを1つの式で回帰することは困難である。よって, $0 \leq \omega < 0.3$ および $0.3 \leq \omega \leq 4$ の2つの領域に場合分けして式を導出し, 得られた回帰式を図-2中の曲線で示す。また, 式の形は次のようになる。

$$a_m = a_{m0}\omega^2 + a_{m1}\omega + a_{m2}, \quad (0 \leq \omega < 0.3) \quad (15a)$$

$$= \frac{a_{m0}}{\omega^2} + \frac{a_{m1}}{\omega} + a_{m2} \quad (0.3 \leq \omega \leq 4) \quad (15b)$$

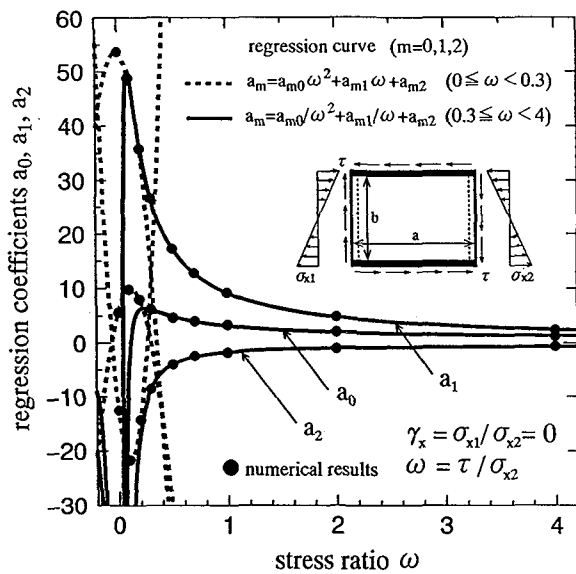


図-2 応力比 ω と回帰係数の関係 ($\gamma_x=0$)

ここで、 $m=0, 1, 2$ であり、得られた新たな係数 $a_{m0} \sim a_{m2}$ を γ_x で以下のように回帰する。

$$a_{m\ell} = a_{m\ell 0}\gamma_x^2 + a_{m\ell 1}\gamma_x + a_{m\ell 2} \quad (m, \ell = 0, 1, 2) \quad (16)$$

このようにして座屈強度算定式が求まるが、この式では設計上必要とされる各極小値よりも危険側の座屈強度を回帰してしまう場合が出てくる。そこで、解析結果の下限値を包絡するような一本の座屈強度曲線を仮定して、それを表わす仮想点を試行錯誤的に設定し、それを回帰した結果として得られる回帰式が常に安全側の座屈強度を与えることを確認しながら、評価式を構築した。

この結果として、図-3は数値解析で得られた座屈強度を黒丸で、算定式により求められた回帰曲線を実線で描いたものであり、これ以後図中の離散点は数値解析で得られた座屈強度を、実線は導出した回帰曲線を示すものとする。ここで、回帰する際に用いたデータ数は黒丸で示される解析解の個数に等しく、以降の算定式も同様である。

以下に回帰係数の簡易評価式を示す。回帰係数はすべて有効数字を4桁にとっているが、これは既存式にあわせたため、実務計算にはより少ない有効桁数でも充分と考えられる。四辺単純支持境界条件については既に既発表文献⁹⁾で構築したものがあるが、評価式の形式および次数が若干異なるため、ここでは本研究で再構築したものを挙げる。

なお、これ以降、 $A = [\omega^2, \omega, 1]$ および $B = [1/\omega^2, 1/\omega, 1]$ を行ベクトル、 $C = [\gamma_x^2, \gamma_x, 1]^T$ を列ベクトルと略記する。

●四辺単純支持条件 (b.c.:11)

$$(0 \leq \omega < 0.3)$$

$$a_0 = A \begin{bmatrix} 23.10 & 206.6 & -231.9 \\ -26.81 & -35.04 & 71.53 \\ 5.761 & -7.063 & 1.506 \end{bmatrix} C, \quad (17a)$$

$$a_1 = A \begin{bmatrix} -60.62 & -534.2 & 628.4 \\ 53.79 & 110.3 & -176.2 \\ -13.12 & 10.26 & 2.349 \end{bmatrix} C, \quad (17b)$$

$$a_2 = A \begin{bmatrix} 236.9 & -15.39 & -329.0 \\ -67.96 & 33.54 & 32.20 \\ 2.193 & -6.330 & 28.24 \end{bmatrix} C \quad (17c)$$

$$(0.3 \leq \omega \leq 4)$$

$$a_0 = B \begin{bmatrix} -0.03317 & 0.05413 & -0.3745 \\ -0.1020 & -1.153 & 2.504 \\ -0.1005 & 0.5340 & 1.085 \end{bmatrix} C, \quad (18a)$$

$$a_1 = B \begin{bmatrix} 0.6664 & -0.9207 & -0.3511 \\ -2.681 & 5.039 & 0.3325 \\ 1.072 & -1.526 & -1.046 \end{bmatrix} C, \quad (18b)$$

$$a_2 = B \begin{bmatrix} -0.5004 & 0.4699 & -0.2356 \\ 1.421 & -1.516 & 5.486 \\ -0.4836 & 0.4247 & 0.2567 \end{bmatrix} C \quad (18c)$$

●a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

$$(0 \leq \omega < 0.3)$$

$$a_0 = A \begin{bmatrix} 598.7 & -299.0 & -262.4 \\ -202.2 & 137.4 & 67.06 \\ 15.12 & -20.72 & 5.695 \end{bmatrix} C, \quad (19a)$$

$$a_1 = A \begin{bmatrix} -1813 & 1090 & 691.3 \\ 579.6 & -422.8 & -156.2 \\ -44.19 & 56.43 & -12.70 \end{bmatrix} C, \quad (19b)$$

$$a_2 = A \begin{bmatrix} 1406 & -1240 & -300.4 \\ -376.5 & 389.0 & -23.21 \\ 13.90 & -27.00 & 52.99 \end{bmatrix} C \quad (19c)$$

$$(0.3 \leq \omega \leq 4)$$

$$a_0 = B \begin{bmatrix} 0.2274 & -0.4414 & -0.2983 \\ -1.514 & 0.7319 & 2.652 \\ 0.5000 & -0.01456 & 0.7492 \end{bmatrix} C, \quad (20a)$$

$$a_1 = B \begin{bmatrix} -0.5483 & 0.5463 & -0.4699 \\ 2.251 & 1.244 & -0.9271 \\ -0.6715 & -0.5289 & -0.4931 \end{bmatrix} C, \quad (20b)$$

$$a_2 = B \begin{bmatrix} -0.1726 & 0.08291 & -0.4525 \\ -0.1438 & -0.03201 & 9.422 \\ 0.03639 & 0.06570 & 0.1607 \end{bmatrix} C \quad (20c)$$

●a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

$$(0 \leq \omega < 0.3)$$

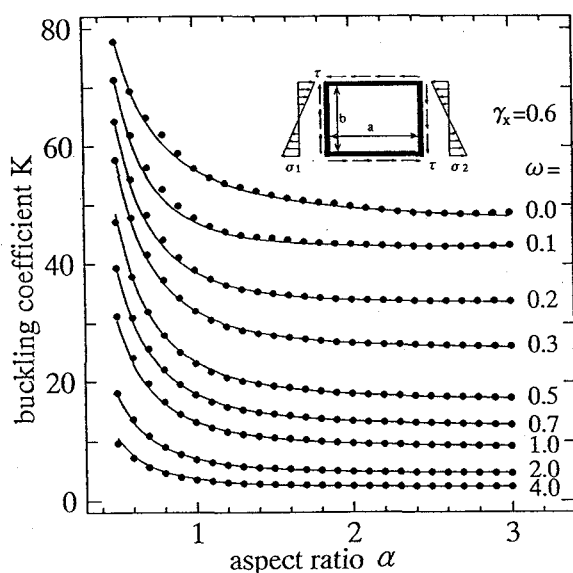
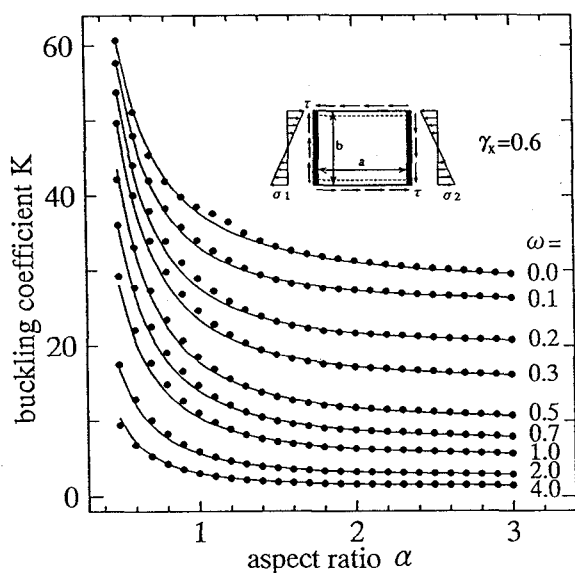
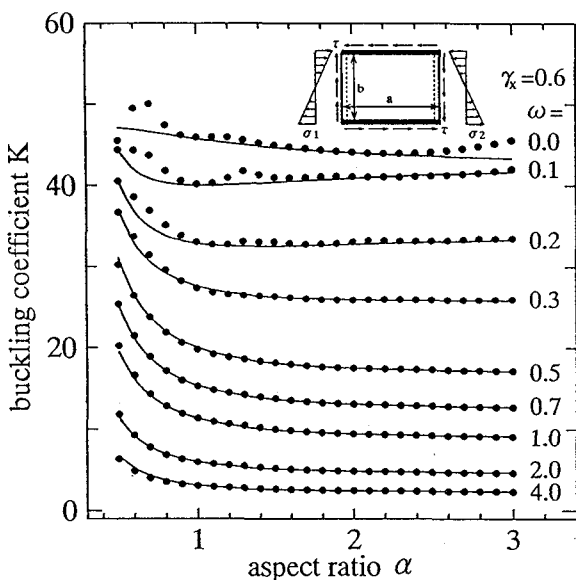
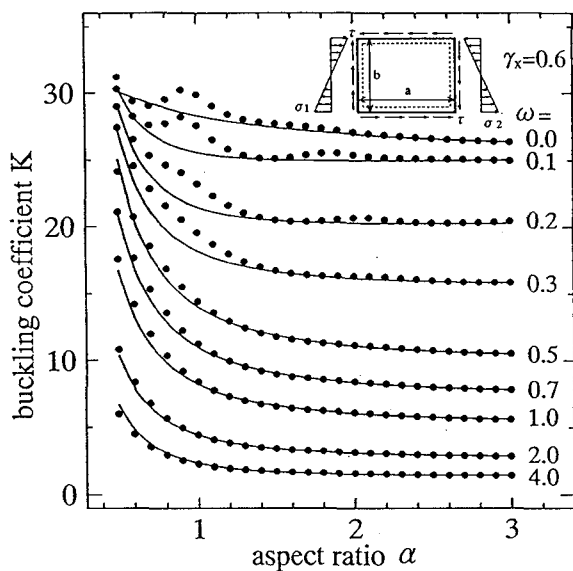


図-3 不等曲げとせん断を受ける場合の座屈強度解析値と簡易評価式の比較 (各種境界条件, $\gamma_x=0.6$)

$$a_0 = A \begin{bmatrix} -102.7 & 463.6 & -336.9 \\ -9.733 & -76.34 & 83.96 \\ 2.491 & -4.632 & 8.048 \end{bmatrix} C, \quad (21a)$$

$$a_1 = A \begin{bmatrix} 310.7 & -1185 & 849.6 \\ 7.409 & 212.5 & -210.3 \\ -12.55 & 11.67 & 1.791 \end{bmatrix} C, \quad (21b)$$

$$a_2 = A \begin{bmatrix} 94.69 & 97.35 & -288.5 \\ -40.77 & 36.28 & -3.509 \\ 1.270 & -10.53 & 33.29 \end{bmatrix} C \quad (21c)$$

($0.3 \leq \omega \leq 4$)

$$a_0 = B \begin{bmatrix} 0.1879 & -0.4778 & -0.9025 \\ -1.981 & 1.843 & 5.516 \\ 0.6430 & -0.08734 & 1.360 \end{bmatrix} C, \quad (22a)$$

$$a_1 = B \begin{bmatrix} -0.1588 & 0.05937 & 0.05826 \\ 1.400 & 0.8641 & -0.7913 \\ -0.2189 & -0.8249 & -1.007 \end{bmatrix} C, \quad (22b)$$

$$a_2 = B \begin{bmatrix} -0.2133 & 0.2039 & -0.3176 \\ 0.2128 & -0.4135 & 5.551 \\ -0.1921 & 0.3271 & 0.2214 \end{bmatrix} C \quad (22c)$$

●四辺固定条件 (b.c.:22)

($0 \leq \omega < 0.3$)

$$a_0 = A \begin{bmatrix} 335.0 & 99.06 & -406.3 \\ -145.1 & 58.69 & 86.16 \\ 11.55 & -19.08 & 13.30 \end{bmatrix} C, \quad (23a)$$

$$a_1 = A \begin{bmatrix} -1162 & 74.93 & 1025 \\ 468.1 & -260.0 & -196.8 \\ -46.41 & 68.21 & -20.21 \end{bmatrix} C, \quad (23b)$$

$$a_2 = A \begin{bmatrix} 800.8 & -647.2 & -302.2 \\ -240.2 & 297.1 & -68.32 \\ 11.30 & -34.36 & 62.65 \end{bmatrix} C \quad (23c)$$

($0.3 \leq \omega \leq 4$)

$$a_0 = B \begin{bmatrix} 0.1655 & -0.7643 & -0.7659 \\ -2.298 & 3.009 & 5.431 \\ 0.8204 & -0.4374 & 1.352 \end{bmatrix} C, \quad (24a)$$

$$a_1 = B \begin{bmatrix} -0.6793 & 1.146 & -0.2039 \\ 4.319 & 1.896 & -1.873 \\ -1.451 & 0.1248 & -1.081 \end{bmatrix} C, \quad (24b)$$

$$a_2 = B \begin{bmatrix} 0.02828 & -0.2076 & -0.4771 \\ -1.194 & 1.191 & 9.434 \\ 0.3934 & -0.2175 & 0.3043 \end{bmatrix} C \quad (24c)$$

この不等曲げとせん断を受ける場合の座屈強度特性としては、曲げ応力とせん断応力の比 ω の大きさによって座屈強度の傾向を3つに大別できる。図-4に等曲げ応力载荷辺が単純支持で、非载荷辺の境界条件が異なる、すなわち四辺単純支持および a 辺固定、 b 辺単純支持条件での座屈強度曲線を、 $\omega=0, 0.2, 0.5$ の場合についてまとめて示す。なお、図中の実線はこの場合、離散点を結んだだけの意味を持つ。

まず、 $\omega=0$ では一様分布せん断応力は作用しないため、曲げ応力と付加せん断応力との関連で座屈強度が決まる。しかし、せん断応力の影響は所詮小さいため、座屈強度は曲げ座屈に支配されて、圧縮辺 ($y=b$) の条件によらず $\gamma_x=1$ の等曲げ状態において最小の座屈荷重を与える。

一方、 ω の値が有意な意味を持つ 0.2 程度の値では、傾向が変わる。圧縮辺の境界条件が単純支持のように拘束の小さい場合、曲げによる座屈荷重の方がせん断による場合よりも小さいため、等曲げである $\gamma_x=1$ の時に最も小さい荷重で座屈する。一方、圧縮辺が固定端のように拘束が大きい場合、曲げ座屈は発生しにくく、せん断座屈による方が起こりやすい。付加せん断力は不等曲げの度合いが最も大きい $\gamma_x=0$ の時に最大となるので、この時に座屈荷重は最小となる。

さらに ω の値が大きい場合（例として $\omega=0.5$ ）には、二次的な放物線状の付加せん断応力が一様せん断応力と共に作用し、せん断座屈が座屈強度を支配するため、圧縮辺の条件によらず、 γ_x の値が 0 の時に最小の座屈強度が得られる。また、曲げ応力载荷辺が固定境界条件の場合にも上記で述べた傾向は同じで、拘束が増した分、 γ_x の変動による座屈係数の変化が小さい程度である。

次に、図-5には不等曲げとせん断を受ける場合の等曲げ応力载荷辺および圧縮辺の境界条件の違いと座屈強度の関係を示した。縦横比が小さい時には载荷辺の境界条件が、また縦横比が大きくなるにつれて圧縮辺の境界条件が座屈荷重を支配し、拘束が大きいほど座屈強度も

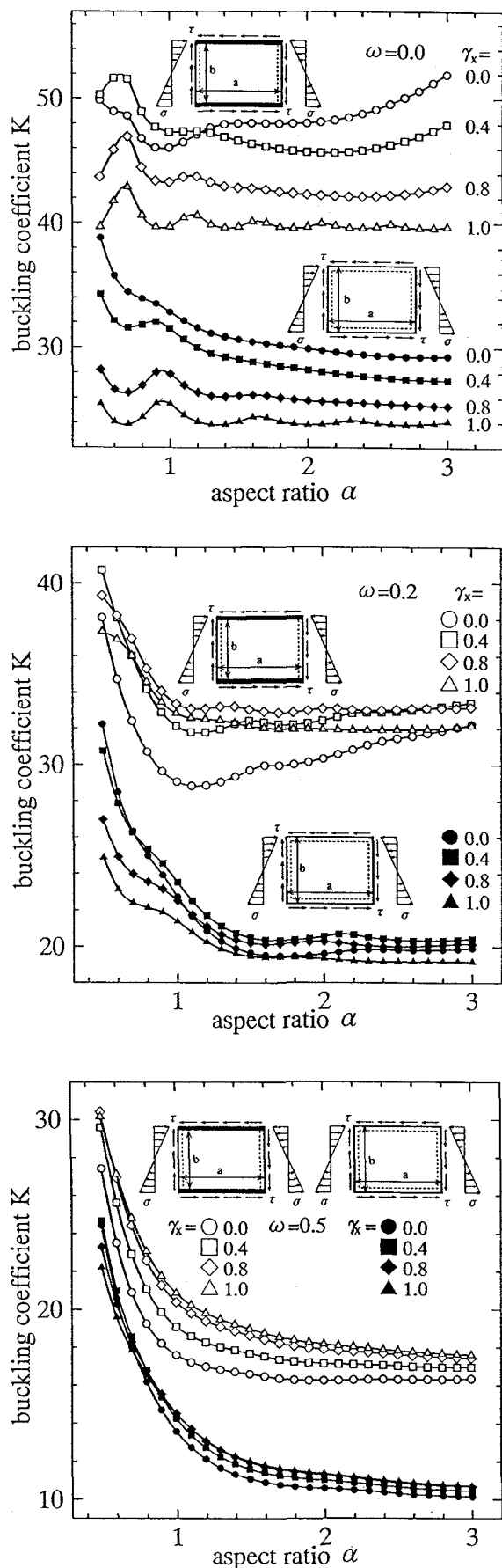


図-4 不等曲げとせん断を受ける場合の座屈強度特性

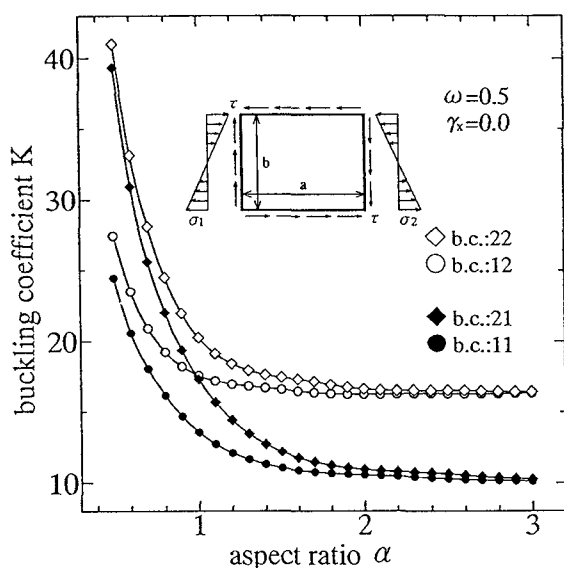


図-5 座屈強度と曲げ応力荷重辺および圧縮辺境界条件の関係 ($\omega=0.5$, $\gamma_x=0.0$)

高い。また、縦横比が2~3になると荷重辺の境界条件による差がほとんどないことから、縦横比の値がさらに大きい場合には a 辺の境界条件のみが座屈強度を支配していることがわかる。この傾向は異なる ω に対しても同様である。

4.2 面内二軸等曲げを受ける板の座屈強度

直交する板面内二軸回りに等曲げを受ける板 ($\alpha_x = \alpha_y = 2$, $\gamma_x = \gamma_y = 1$, $\omega = 0$)³⁾については、式(14)を用いて縦横比 α によって回帰した係数を、さらに x, y 方向の曲げ応力比 κ ($=0, \pm 0.125, \pm 0.25, \pm 0.5, \pm 0.75, \pm 1$) で回帰した。ここで、応力条件は κ の値の正負によらず等しいことを付け加えておく。

回帰係数を精度良く求めるために、前節と同様に κ の領域を $0 \leq |\kappa| < 0.5$ および $0.5 \leq |\kappa| \leq 1$ に区分し、各々について次に示す二次曲線の形で回帰した。

$$a_m = a_{m0}\kappa^2 + a_{m1}\kappa + a_{m2} \quad (m = 0, 1, 2) \quad (25)$$

前節と同様に、算定式の導出に用いたデータは下限値確保のための若干の修正を行ったものである。この結果は次式のように回帰され、さらに図-6に数値解析による座屈強度と回帰した算定式の比較を示す。

なお、これ以降、 $U = [1/\alpha^2, 1/\alpha, 1]$ を行ベクトル、 $V = [\kappa_x^2, \kappa_x, 1]^T$ を列ベクトルと略記する。

●四辺単純支持条件 (b.c.:11)

$$(0 \leq \kappa < 0.5, -0.5 < \kappa \leq 0)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -26.89 & -10.58 & 0.08578 \\ 58.83 & 53.13 & -0.09491 \\ -45.89 & -54.16 & 23.91 \end{bmatrix} V \quad (26)$$

$$(0.5 \leq \kappa \leq 1, -1 \leq \kappa \leq -0.5)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -7.207 & 18.27 & -13.41 \\ 5.999 & -21.63 & 33.41 \\ 6.820 & -14.13 & 5.113 \end{bmatrix} V \quad (27)$$

● a 辺固定、 b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

$$(0 \leq \kappa < 0.5, -0.5 < \kappa \leq 0)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -16.89 & -11.43 & 0.02055 \\ 82.34 & 42.37 & 0.02332 \\ -106.4 & -39.42 & 39.58 \end{bmatrix} V \quad (28)$$

$$(0.5 \leq \kappa \leq 1, -1 \leq \kappa \leq -0.5)$$

$$K = U \begin{bmatrix} 3.632 & 0.4684 & -6.951 \\ -20.11 & 22.69 & 19.79 \\ 25.34 & -52.73 & 28.86 \end{bmatrix} V \quad (29)$$

● a 辺単純支持、 b 辺固定条件 (b.c.:21)

$$(0 \leq \kappa < 0.5, -0.5 < \kappa \leq 0)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -64.70 & -11.62 & 5.633 \\ 186.4 & 33.97 & 1.946 \\ -167.2 & -18.66 & 23.59 \end{bmatrix} V \quad (30)$$

$$(0.5 \leq \kappa \leq 1, -1 \leq \kappa \leq -0.5)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -7.274 & 19.14 & -10.84 \\ 2.022 & -16.49 & 37.48 \\ 4.763 & -11.70 & 3.892 \end{bmatrix} V \quad (31)$$

●四辺固定条件 (b.c.:22)

$$(0 \leq \kappa < 0.5, -0.5 < \kappa \leq 0)$$

$$K = U \begin{bmatrix} -107.7 & 9.566 & 5.139 \\ 339.6 & -27.89 & 3.316 \\ -250.5 & 14.38 & 38.95 \end{bmatrix} V \quad (32)$$

$$(0.5 \leq \kappa \leq 1, -1 \leq \kappa \leq -0.5)$$

$$K = U \begin{bmatrix} 4.762 & 0.7155 & -5.563 \\ -25.54 & 28.31 & 27.89 \\ 26.02 & -55.44 & 29.47 \end{bmatrix} V \quad (33)$$

四辺単純支持条件では、一軸等曲げにあたる $\kappa=0$ の時以外は座屈強度は縦横比 α の値の増加に伴って比較的単調に減少し、その割合は κ の絶対値が増加するほど大きい。 b 辺が固定された場合にはほぼ倍程度の座屈強度が得られるが、 $\kappa=0$ の場合でも座屈強度は α の増加に伴って急激に指数型減少を示す。

座屈強度に及ぼす a 辺および b 辺の境界条件の影響を示すと、図-7のようになる。前節と同様に、縦横比が小さい時には b 辺の境界条件が、また縦横比が大きくなると a 辺の境界条件が座屈荷重に大きく影響することがわかるが、 y 方向の曲げ応力の存在により、縦横比の値が増加した時でも b 辺の境界条件の影響を無視することはできない。

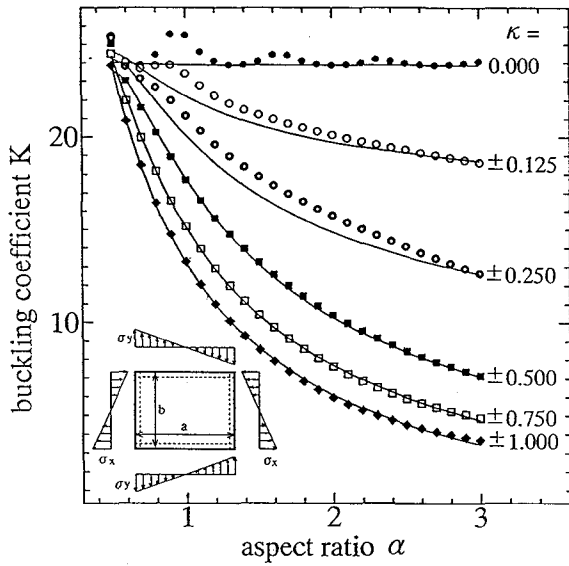


図-6-a 四辺単純支持境界条件の場合

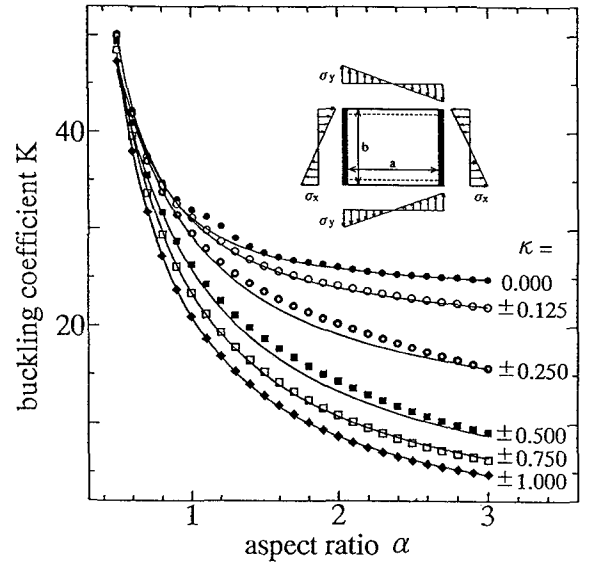


図-6-b a 辺単純支持, b 辺固定条件の場合

図-6 面内二軸等曲げを受ける場合の座屈強度解析値と簡易評価式の比較

4.3 面内直交二方向に圧縮を受ける板の座屈強度

板面内直角二方向に圧縮力を受ける板 ($\alpha_x = \alpha_y = 0$, $\gamma_x = \gamma_y = 1$, $\omega = 0$) については, 近年の研究^{10),11)} による算定式も公表されているが, ここでは圧縮応力の比 $\kappa (=0, \pm 0.25, \pm 0.5, \pm 0.75, \pm 1)$ により式 (14) の形に回帰した。二方向圧縮の場合は二軸等曲げの場合と異なり, κ の値の正負によって応力条件が違う。

回帰係数と κ の関係を精度良く表現するため, 前節と同様に κ の領域を $-1 \leq \kappa < 0.25$ および $0.25 \leq \kappa \leq 1$ に区分し, 各々について式 (25) と同様な二次曲線の形で回帰した。二方向圧縮を受ける場合について各境界条件ごとに κ で回帰した簡易座屈強度算定式を以下に示し, また数値解析による座屈強度と回帰式の比較を, 図-8に示す。

●四辺単純支持条件 (b.c.:11)

($-1 \leq \kappa \leq 0.25$)

$$K = U \begin{bmatrix} 1.161 & 1.863 & 0.9886 \\ -1.304 & -2.182 & -1.403 \\ 0.2033 & -3.564 & 4.367 \end{bmatrix} V \quad (34)$$

($0.25 \leq \kappa \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} 0.7511 & -1.426 & 1.673 \\ -3.423 & 6.271 & -2.851 \\ 3.692 & -7.723 & 5.040 \end{bmatrix} V \quad (35)$$

●a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

($-1 \leq \kappa \leq 0.25$)

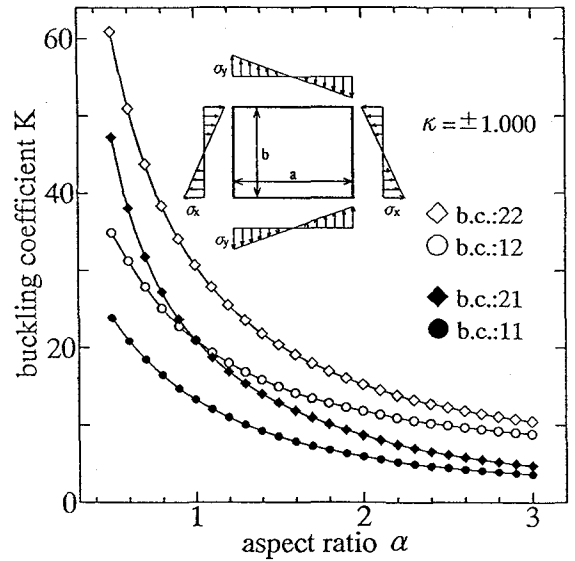


図-7 二軸等曲げを受ける場合の座屈強度に及ぼす a 辺および b 辺の境界条件の影響 ($\kappa = \pm 1.0$)

$$K = U \begin{bmatrix} 0.2957 & 0.6391 & 0.3263 \\ -0.5539 & -1.212 & -0.6033 \\ 0.3231 & -3.307 & 7.151 \end{bmatrix} V \quad (36)$$

($0.25 \leq \kappa \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -0.2695 & 1.204 & 0.2545 \\ 0.8619 & -1.909 & -0.5051 \\ 0.2049 & -3.165 & 7.114 \end{bmatrix} V \quad (37)$$

●a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

($-1 \leq \kappa \leq 0.25$)

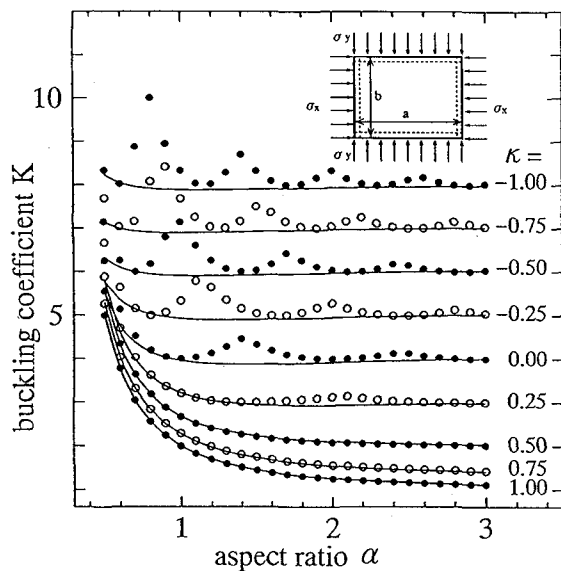


図-8-a 四辺単純支持境界条件の場合

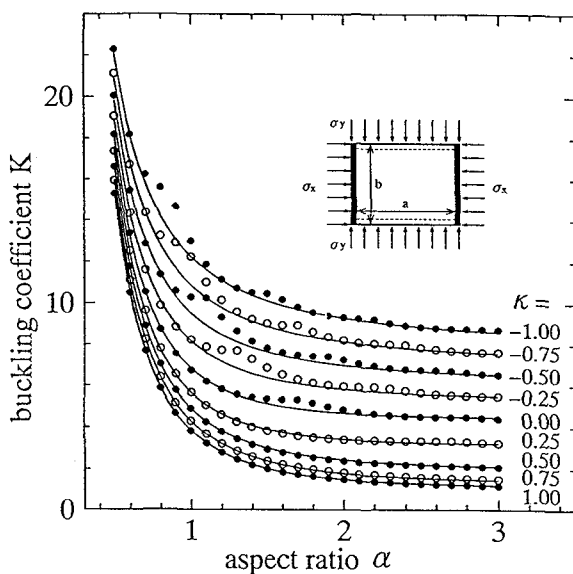


図-8-b a 辺単純支持, b 辺固定条件の場合

図-8 直交二方向圧縮を受ける場合の座屈強度解析値と簡易評価式の比較

$$K = U \begin{bmatrix} 0.6226 & 2.675 & 4.689 \\ -0.8089 & -5.496 & -2.748 \\ 0.2682 & -2.512 & 4.892 \end{bmatrix} V \quad (38)$$

($0.25 \leq \kappa \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} 1.554 & -2.426 & 5.390 \\ -5.262 & 7.623 & -4.406 \\ 4.966 & -9.197 & 5.613 \end{bmatrix} V \quad (39)$$

●四辺固定条件 (b.c.:22)

($-1 \leq \kappa \leq 0.25$)

$$K = U \begin{bmatrix} 2.462 & 3.436 & 3.767 \\ -5.297 & -8.368 & -1.832 \\ 1.520 & -1.623 & 7.557 \end{bmatrix} V \quad (40)$$

($0.25 \leq \kappa \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -2.548 & 4.572 & 2.882 \\ 3.801 & -7.199 & -1.004 \\ 0.2026 & -2.953 & 7.600 \end{bmatrix} V \quad (41)$$

二方向圧縮を受ける板の場合、b 辺の境界条件の違いにより座屈強度曲線の差が著しい。b 辺が単純支持である四辺単純支持板あるいは a 辺固定、b 辺単純支持板は同様な座屈強度特性を示し、さらに $\kappa=0$ を境に座屈強度曲線の傾向が変わる。

κ の値が負、つまり y 方向に引張り応力が作用する場合、x 方向の圧縮座屈を抑制して高次モードを励起するので、特に四辺単純支持あるいは a 辺固定、b 辺単純支持条件においては各座屈モードの高次半波の形が

はっきり現われる。その度合は κ の値が小さく、つまり引張りの影響が大きくなればなるほど大きくなり、 κ の値の減少に伴い半波の波長は短くなる。しかし各半波の極小値をとると、ほぼ一直線上に乗るため、求める算定式も直線的なものとなった。一方、 κ の値が正、つまり y 方向に働く応力が圧縮に変わると、半波の波長が大きくなり、それと共に座屈係数の値の上下動がほぼ消えて、単調な減衰型の低減を示す。

b 辺が拘束された a 辺単純支持、b 辺固定板および四辺固定板においても $\kappa=0$ を境に同様の現象が見られるが、変化はそれほど大きくはない。またこれらの場合、大局的には κ の値に関らず縦横比 α の値が小さい時には指数関数的に減少し、 α の値が大きくなるに従ってそれぞれ一定値に収束するような様相を呈する。

座屈強度特性に及ぼす境界条件の影響をみると、縦横比が小さい場合には b 辺での境界条件が支配的であるが、縦横比が大きくなると y 方向に働く直応力が圧縮になるほど a 辺の境界条件の影響が大きい、という傾向がある。

4.4 圧縮とせん断を受ける板の座屈強度

板面内に圧縮とせん断を受ける板 ($\alpha_x = 0, \gamma_x = 1, \kappa = 0$) についても、同様に座屈強度を求めた後、圧縮応力とせん断応力の比を表わす係数 ω を使って座屈強度簡易算定式を構築した。縦横比 α によって回帰された係数 a_0, a_1, a_2 を ω ($=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$) により再度回帰した。ここでは次の二次曲線の形式

$$a_m = a_{m0}\omega^2 + a_{m1}\omega + a_{m2}, \quad (m = 0, 1, 2) \quad (42)$$

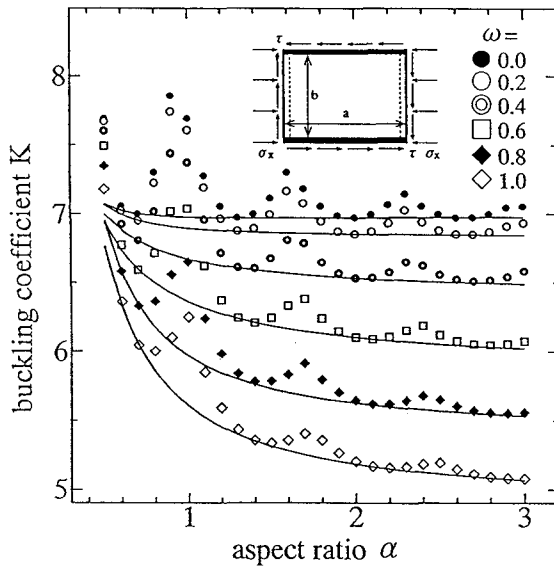


図-9-a a 辺固定, b 辺単純支持条件の場合

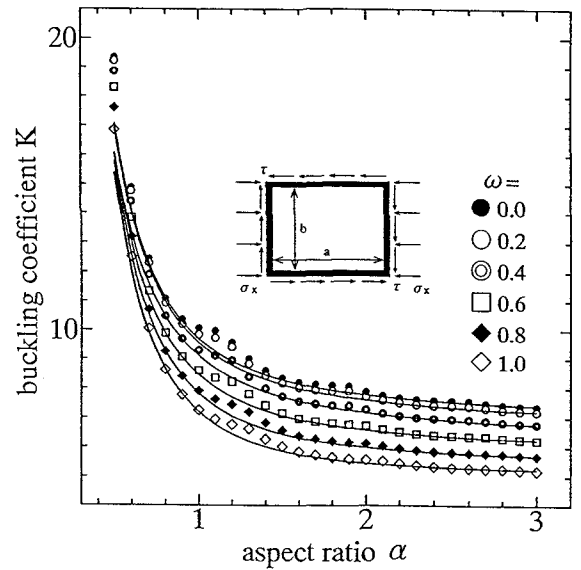


図-9-b 四辺固定条件の場合

図-9 圧縮とせん断を受ける場合の座屈強度解析値と簡易評価式の比較

で帰し, ω を $0 \leq \omega < 0.6$ と $0.6 \leq \omega \leq 1$ の 2 つの場合に分けて導出した. その結果として得られた算定式を以下に示し, 数値解析による座屈強度と算定式の比較を図-9に示す. ここで, $A^T = [\omega^2, \omega, 1]^T$ は 4 章で定義したものと同一成分を持つベクトルであるが, ここでは列ベクトルを表わす.

●四辺単純支持条件 (b.c.:11)

($0 \leq \omega < 0.6$)

$$K = U \begin{bmatrix} 2.647 & -0.3701 & 0.08865 \\ -2.617 & 0.5672 & -0.1124 \\ -1.015 & -0.09901 & 4.022 \end{bmatrix} A^T \quad (43)$$

($0.6 \leq \omega \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -3.251 & 5.549 & -1.857 \\ 2.962 & -4.455 & 1.549 \\ -0.1784 & -1.102 & 4.238 \end{bmatrix} A^T \quad (44)$$

●a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

($0 \leq \omega < 0.6$)

$$K = U \begin{bmatrix} -0.3147 & 0.05573 & 0.05984 \\ 1.976 & -0.005392 & -0.08253 \\ -3.440 & -0.09452 & 6.999 \end{bmatrix} A^T \quad (45)$$

($0.6 \leq \omega \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -1.858 & 3.398 & -1.329 \\ 2.666 & -4.083 & 1.943 \\ -0.3956 & -1.862 & 7.128 \end{bmatrix} A^T \quad (46)$$

●a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

($0 \leq \omega < 0.6$)

$$K = U \begin{bmatrix} -0.9290 & 0.5558 & 4.576 \\ 3.548 & -1.725 & -2.556 \\ -3.147 & 0.5133 & 4.777 \end{bmatrix} A^T \quad (47)$$

($0.6 \leq \omega \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -2.675 & 4.236 & 2.896 \\ 5.653 & -9.521 & 1.274 \\ -1.767 & 1.495 & 3.822 \end{bmatrix} A^T \quad (48)$$

●四辺固定条件 (b.c.:22)

($0 \leq \omega < 0.6$)

$$K = U \begin{bmatrix} -2.429 & 0.2062 & 2.374 \\ 2.332 & 0.2894 & 0.2850 \\ -3.701 & -0.4444 & 7.045 \end{bmatrix} A^T \quad (49)$$

($0.6 \leq \omega \leq 1$)

$$K = U \begin{bmatrix} -0.3343 & 1.974 & 1.508 \\ -0.5787 & -1.946 & 1.280 \\ 1.128 & -3.531 & 7.708 \end{bmatrix} A^T \quad (50)$$

圧縮とせん断を受ける板についても二軸圧縮を受ける板の場合と同様に, b 辺の境界条件の違いにより座屈強度曲線に大きな差のあることが分かる. また b 辺が単純支持である場合, 座屈曲線上で高次モード半波形のはっきり現われていることや, 不等曲げとせん断を受ける板の場合などと比べて, 全体的に座屈係数の値が小さいことなどが一般的な傾向である.

5. 等曲げを受ける場合の各算定式による精度の比較

本研究で提示した座屈算定式のうち、不等曲げとせん断を受ける場合の $\omega=0$, $\gamma_x=1$ の場合、あるいは二軸等曲げを受ける場合の $\kappa=0$ は、一軸等曲げのみを受ける荷重状態を表わしており、各算定式間あるいはこれまでに他の研究者によって提示されている提案式との間で予測精度が異なることが予想される。よって、ここでは共通の等曲げ状態において、各算定式および数値解析によって求まる厳密な座屈強度との精度比較を行なう。

5.1 種々の境界条件に対する等曲げ座屈強度算定式

まず、一軸等曲げ状態での座屈強度算定式としては四辺単純支持境界条件に対しては既存の提案式(5)があるが、その他の境界条件については存在しないようであるので、ここでは式(14)の形式で4章と同様の手法によりあらたに求め、以下に示す。

- a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

$$K = \frac{0.03957}{\alpha^2} - \frac{0.03086}{\alpha} + 39.61, \quad (51a)$$

- a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

$$K = \frac{5.006}{\alpha^2} + \frac{3.022}{\alpha} + 23.32, \quad (51b)$$

- 四辺固定条件 (b.c.:22)

$$K = \frac{5.249}{\alpha^2} + \frac{2.782}{\alpha} + 39.10 \quad (51c)$$

これらの式をみると、圧縮辺が固定の場合(式(51a)および(51c))には、縦横比 α の値が大きくなるとほぼ同座屈強度を与えることが式の上からも分かる。

5.2 連成荷重状態に対する座屈強度算定式からの導出

- (1) 不等曲げとせん断を受ける場合の算定式より、等曲げ状態に限定した場合 ($\omega=0$, $\gamma_x=1$)

- 四辺単純支持条件 (b.c.:11)

$$K = \frac{0.204}{\alpha^2} - \frac{0.511}{\alpha} + 24.10, \quad (52a)$$

- a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

$$K = \frac{0.095}{\alpha^2} - \frac{0.460}{\alpha} + 39.89, \quad (52b)$$

- a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

$$K = \frac{5.907}{\alpha^2} + \frac{0.911}{\alpha} + 24.03, \quad (52c)$$

- 四辺固定条件 (b.c.:22)

$$K = \frac{5.770}{\alpha^2} + \frac{1.590}{\alpha} + 39.59 \quad (52d)$$

- (2) 二軸等曲げを受ける場合の算定式より、等曲げ状態に限定した場合 ($\kappa=0$)

- 四辺単純支持条件 (b.c.:11)

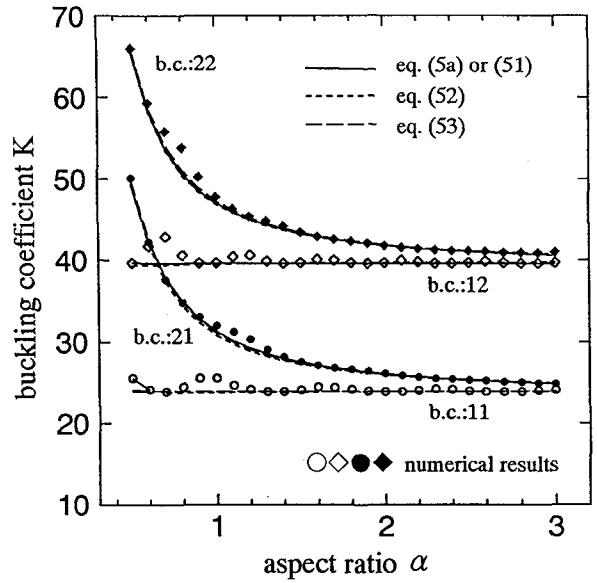


図-10 等曲げ状態での座屈強度解析値と各種簡易算定式の精度比較

$$K = \frac{0.08578}{\alpha^2} - \frac{0.09491}{\alpha} + 23.91, \quad (53a)$$

- a 辺固定, b 辺単純支持条件 (b.c.:12)

$$K = \frac{0.02055}{\alpha^2} + \frac{0.02332}{\alpha} + 39.58, \quad (53b)$$

- a 辺単純支持, b 辺固定条件 (b.c.:21)

$$K = \frac{5.633}{\alpha^2} + \frac{1.946}{\alpha} + 23.59, \quad (53c)$$

- 四辺固定条件 (b.c.:22)

$$K = \frac{5.139}{\alpha^2} + \frac{3.316}{\alpha} + 38.95 \quad (53d)$$

各境界条件におけるこれらの式および式(5)を比較すると、縦横比 α の値を無限大とした時の極限座屈係数、つまり各々の式の第3項目が等曲げ、不等曲げとせん断、二方向曲げにおいて近い値を与え、実用上の精度を確保していることが分かる。つまり、第1,2項目の帰帰値が各算定式でかなり異なる場合でも、最終的な座屈係数にはほとんど差異がみられない結果になっており、解析値を複数の算定式がよく表わしている。座屈強度解析値と式(5a)あるいは(51)および(52), (53)の3式の比較を図-10に示す。またこれまでの考察と同様に、縦横比が大きい、つまり圧縮されている辺が長い場合、その圧縮辺の境界条件が座屈荷重を支配していることも図から分かる。

6. まとめおよび結論

1. これまでに導出された座屈強度簡易算定式を整理してまとめ、網羅されている荷重および境界条件の範囲を把握した。また、基本的な等曲げ荷重を受ける場合についての算定式が、四辺単純支持境界条件以外には存在しないこと等が分かった。

2. 不等曲げとせん断、面内二軸曲げ、直交二方向圧縮、圧縮とせん断のそれぞれの連成荷重を受ける板について算定式を求めた。比較的簡易な式の形に統一し、一般に利用しやすかつ精度的にも工学的に充分であることを数値的に確認した。また、各種荷重条件、境界条件における座屈強度特性を明らかにすることができた。
3. 種々の境界条件下で等曲げ荷重を受ける場合についての算定式が存在しなかったため、本研究であらたに求め提案した。また、不等曲げとせん断、二軸曲げを受ける場合からそれぞれ対応する簡易算定式を導き比較した結果、いずれの式も工学的に十分な精度で座屈強度を予測できることを確認した。

7. あとがき

このような情報公開の別手段としては最近の計算機ネットワーク環境の発達を背景に、オンラインサービスによる計算プログラムの公開などが考えられる。つまり、計算プログラム³⁾の公開使用を許せば、ユーザーが勝手にサーバーコンピュータにログインし、会話形式で入力データをプログラムに与え、答えとしての座屈強度解を任意の精度で求めることも可能であろう。

本研究では、これまでの公式集のような出版物を念頭に置いた場合には、回帰式のような数式が最も合理的であると考える方向性で議論してきたが、今後は上記のごとく新しい形態での公開あるいはデータ提供を行なうことも考えられるであろう。

参考文献

- 1) 土木学会編：構造力学公式集，10 章，1986.
- 2) Ed. by CRC Japan: *Handbook of Structural Stability*, Part 3, plates, Corona Pub. Co. LTD., 1971.
- 3) 中沢・倉西・横幕：種々の境界および荷重条件を統一的に考慮した弾性矩形板の線形座屈解析法，構造工学論文集，Vol.39A, pp.105-114, 1993.
- 4) Bleich, F.: *Buckling Strength of Metal Structures*, McGRAW-HILL., 1952.
- 5) 伊藤 学：鋼構造学，コロナ社，1985.
- 6) Chern, C. and A. Ostapenko: Ultimate strength of plate girder under shear, Lehigh Univ. Fritz Eng. Lab. Rep., 328.7, 1969.
- 7) 新延 泰生：プレートガーダー腹板のせん断座屈後の強度に関する一考察，土木学会論文報告集，第 303 号，pp.15-30, 1980.
- 8) 渡邊 昇：橋梁工学，朝倉土木工学講座，S.49.
- 9) Nakazawa, M., Iwakuma, T. and Kuranishi, S.: Elastic buckling strength and post-buckling behavior of a panel under unequal bending and shear, *Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. JSCE*, Vol.8, No.1, pp.11s-20s, 1991.
- 10) Kitada, T., Nakai, H. and Furuta, T.: Ultimate strength and interaction curve of stiffened plates subjected to biaxial in-plane forces, *Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. JSCE*, Vol.8, No.3, pp.113s-122s, 1991.
- 11) 熊谷・井浦・吉田：二軸応力を受ける一方向に補剛された圧縮補剛板の設計法に関する研究，構造工学論文集，Vol.39A, pp.143-152, 1993.

(1994 年 9 月 14 日 受付)