

弾性 2 次解析を用いた骨組構造物の連成座屈強度解析

AN ANALYSIS OF COUPLED INSTABILITY OF STEEL FRAMES BY THE SECOND-ORDER ELASTIC ANALYSIS

織田博孝*, 宇佐美勉**

Hirotaka ODA and Tsutomu USAMI

*工修 瀧上工業(株) 設計建設部(〒454 名古屋市中川区清川町2丁目1番地)

**工博, D. Sc. 名古屋大学教授 工学部土木工学科(〒464-01 名古屋市中千種区不老町)

The purpose of this study is to show a simplified analysis of steel frame strength by the second-order elastic analysis, considering the local buckling of component plates. In the proposed method, the initial equivalent deflection and the local buckling criterion of stub column are introduced. On the other hand, although several elaborate analyses have been performed to make clear the interactive behavior, there is little agreement with each other. Therefore, in this study, a detailed comparison of those results has showed that the analysis using moment-thrust-curvature relations are in best agreement with Q-factor method, accuracy of which was confirmed by experiments. Accordingly, the validity of the proposed simplified analysis was examined by comparison with the analysis using moment-thrust-curvature relations.

Key Words : interaction buckling, second-order elastic analysis, steel frames, ultimate strength

1. まえがき

著者らは、断面を構成する板の局部座屈のない平面骨組に対して、弾性 2 次解析を用いて設計する方法を提案してきた^{1), 2)}。そこで本研究では、この設計法に局部座屈の影響を考慮する方法を提案し、箱形断面材からなる骨組に対して、その精度を精密な解析値と比較することにより検証する。

現行の道路橋示方書³⁾(以下、道示と略称)では、骨組の座屈不安定に対する照査は有効座屈長法に基づいて行われているが、いくつかの矛盾点が指摘されている⁴⁾。この現行法の精度を高め、複雑な構造物に適用することには限界があると考え、構造解析に弾性 2 次解析(線形化有限変位解析)を導入した安全照査法の概念が提案された⁵⁾。その後、著者ら^{1), 2)}、野上ら⁶⁾、山口ら⁷⁾などによって、この設計法の検討がなされているが、これらの研究では局部座屈の影響を考慮していない。局部座屈を考えたものとしては、唯一、長谷川ら⁸⁾の研究がある。しかし、長谷川らの方法では局部座屈を考慮するために有効幅理論を用いるので、繰り返し計算が必要になることが難点である。本研究では繰り返し計算を必要としない方法を提案する。

一方、局部座屈と全体座屈の連成強度そのものの力学的な解明のため、多くの研究が行われている。まず、実験的な研究としては、宇佐美ら^{9) - 11)}、山尾ら^{12), 13)}によって行われたものがあり、強度推定公式としての Q-

factor法の精度が確認されている。また、その他の多くの実験結果は久保ら¹⁴⁾によってまとめられている。解析的な研究としては、宇佐美ら^{15), 16)}による局部座屈を考慮した短柱のモーメント-軸力-曲率関係を用いる解析、西村ら^{17), 18)}、山尾ら¹⁹⁾による局部座屈を考慮するシェル要素と考慮しない棒要素を結合した解析、原田ら²⁰⁾による柱全体をシェル要素でモデル化した解析がある。本研究では、これらの解析結果を比較し、実験的に研究された Q-factor法に最も近い結果を与える解析法は宇佐美らの方法であることを示す。そして、宇佐美らの解析結果と本研究の提案である弾性 2 次解析法を比較し、精度を検証する。

2. 中心軸圧縮柱の連成座屈強度解析

2. 1 概要

骨組の連成座屈を考えるうえで、両端単純支持の中心軸圧縮柱は最も基本的な問題であり、この強度を如何に評価するかが重要である。したがって、この章では無補剛箱形断面柱の連成座屈強度を弾性 2 次解析によって評価する方法を検討する。

弾性 2 次解析法を用いた強度解析の精度は、等価初期たわみ算定式と断面強度式によって左右される。特に等価初期たわみの決定が重要であり、何を厳密解と考えるかによって等価初期たわみが異なってくる。中心軸圧縮柱の実験結果^{9) - 14)}から、連成座屈強度の評価式として

Q-factor法の精度が確認されているので、中心軸圧縮柱に対する精度はQ-factor法との比較により検証する。

最近、無補剛箱形断面からなる中心軸圧縮柱の連成座屈の詳細な解析がいくつか行われている^{15)~20), 22)}。そこで、これらの解析結果およびQ-factor法を比較し、相互関係を考察する。そして、実験結果の無い骨組の連成座屈強度の精密解析の適当な方法——設計公式としての弾性2次解析の精度を検証するのに妥当な結果——について考察する。

2. 2 弾性2次解析を用いた簡易解析法

提案する弾性2次解析法では、等価初期たわみは局部座屈の無い骨組に対して求めたもの¹⁾をそのまま用い、断面強度式に局部座屈を考慮する。まず、等価初期たわみは次式で求める。

$$\eta = f_0 \frac{A}{W} = \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) \quad (1)$$

ここに、 f_0 ：柱中央の等価初期たわみ、 A ：断面積、 W ：断面形数、 $\bar{\lambda}$ ：細長比パラメータ、 α ：初期不整係数である。この等価初期たわみの元で求められた断面力が、次の局部座屈相関強度式を満たすときの荷重が連成強度の推定値である。

$$\frac{N}{Q_c \cdot N_y} + \frac{M}{Q_b \cdot M_y} = 1 \quad (2)$$

ここに、 N 、 M ：作用軸力、作用曲げモーメント、 N_y 、 M_y ：降伏軸力、降伏曲げモーメントである。また、 Q_c 、 Q_b ：短柱の局部座屈を考慮した純圧縮および純曲げの無次元化強度——Q-factor——であり、Fig.1に示す有効断面の降伏軸力、降伏モーメントとして求めることができる。なお、Fig.1中の有効幅 b_e は周辺単純支持板の強度から求め、ここでは宇佐美・天雲²¹⁾の提案式を用いる。宇佐美・天雲の提案式は初期不整の関数として板の強度を表したものである。また、無補剛の正方形箱形断面では Q_b は次式で表すことができる⁹⁾。

$$Q_b = \frac{5(b_e/b)+3}{8} = \frac{5Q_c+3}{8} \quad (3)$$

以上の設定の元での弾性2次解析解は、マトリックス法によらなくとも簡単に求めることができ、次式のようになる。

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left\{ X - \sqrt{X^2 - 4Q_c \bar{\lambda}^2} \right\} \quad (4)$$

$$\text{ここに、} X = 1 + \frac{Q_c}{Q_b} \eta + Q_c \bar{\lambda}^2$$

上式はPerry-Robertson公式で表された柱の基準強度式に、局部座屈の影響を考慮したものともみることができる。

一方、Q-factor法による強度式は、柱強度式としてPerry-Robertson公式を用いると、次式(5)のように表

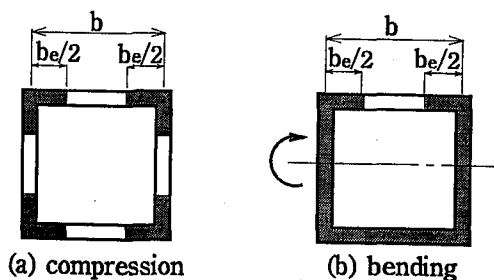


Fig.1 Effective section

すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{P_u}{P_y} &= Q_c \cdot f(\sqrt{Q_c \bar{\lambda}}) \\ &= \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left\{ Y - \sqrt{Y^2 - 4Q_c \bar{\lambda}^2} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{ここに、} Y = 1 + \alpha (\sqrt{Q_c \bar{\lambda}} - 0.2) + Q_c \bar{\lambda}^2$$

そこで、弾性2次解析解である式(4)とQ-factor法の式(5)を比較するが、この結果は次の2. 3節で示す。弾性2次解析法は、極めて簡単な考え方にもかかわらず中心軸圧縮柱に対してQ-factor法とほとんど一致する。

2. 3 種々の精密解析結果の比較

(1) 精密解析の方法

中心軸圧縮柱の連成座屈の精密解析としては、以下のものが挙げられる。①弾性有限変位解析に有効幅理論を用いて局部座屈の影響を考慮した解析、②局部座屈を考慮した短柱セグメントのモーメント-軸力-曲率(M-P- ϕ)曲線を予め求めておき、それを柱の軸方向に積分する解析、③局部座屈を考慮しない柱の弾塑性有限変位解析の中に、箱形断面短柱の軸力-曲げの局部座屈相関強度を破壊規準として用いる解析(第1ヒンジ法)、④局部座屈の影響が特に大きい柱中央部をシェル要素で断面を構成し、端部は局部座屈を考慮しない棒要素を結合した解析(Fig.2参照)、⑤柱全体をシェル要素でモデル化した解析、である。これらの解析結果は、直接比較されることがなかったので、相互関係が十分、明らかにされていない。この章では条件に近い結果を比較し相互関係を明らかにするとともに、特に3章で利用する②の方法による骨組の解析結果^{16), 16)}の位置づけを明らかにする。

①の解析は宇佐美・福本¹¹⁾が適用して、実験結果との比較を行っている。解析で求められた最高荷重は実験結果に比較的よく一致しているが、有効幅理論の性質から最高荷重後の挙動を求めることはできない。また、幅厚比が小さく、局部座屈に比べ残留応力による剛性低下の方が大きい部材の挙動は正確に解析することはできない。

この問題に対して、宇佐美・土屋・福本¹⁶⁾は、任意

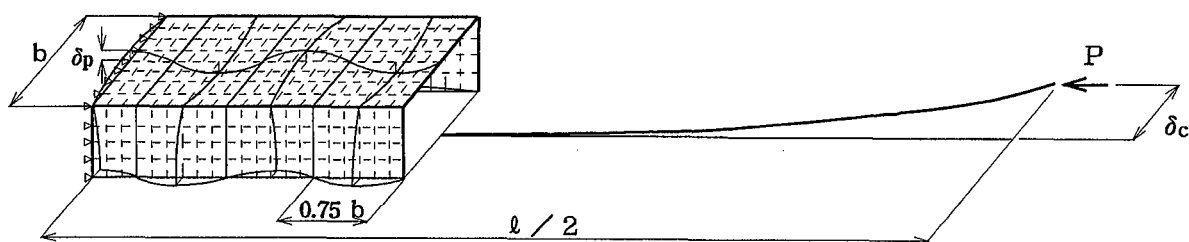


Fig.2 Combined model

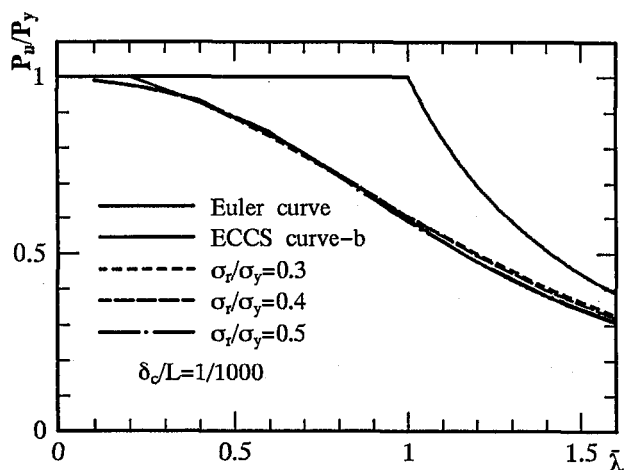


Fig.3 Influence of imperfections on column strength

の幅厚比を持つ部材の解析ができる②の方法を用いて柱、はり一柱の解析を行っている。この方法は予め、ある幅厚比を持つ短柱セグメントのM-P- ϕ 曲線を多数、解析しておかなければならず計算に時間がかかるが、④⑤の方法に比べてモデルが小さくて済むのが利点である。

中井・北田・酒造²²⁾による③の方法は、柱の全体解析において最高荷重に達するまで、局部座屈による連成効果の影響は小さいと仮定するものである。この仮定の妥当性は、実験結果⁹⁾との比較により確かめている。しかし、この実験結果——残留応力などの初期不整が比較的小さい——を推定するとき、柱の全体解析では実験で測定された初期不整を用いているが、断面の局部座屈相関強度式ではどのような初期不整を考慮しているのか明示されていない。

②の方法で用いるM-P- ϕ 曲線は、厳密には特定の幅厚比、残留応力、初期たわみを持つ断面に対してのみ有効であり、どれか1つが変わればM-P- ϕ 曲線を求め直す必要がある。しかし、④の方法では初期不整の局部座屈に対する影響を直接、柱全体の解析に取り込めるので②の方法の様な煩雑さはなくなる。また、モデルも比較的小さくて済む。この方法を用いて、西村・小松らが箱形¹⁷⁾およびH形断面柱¹⁸⁾、山尾・崎元¹⁹⁾はH形断面柱の解析を行っている。また、著者らも西村・小松ら¹⁷⁾のモデルを修正して、この解析を試みた (Fig.2 参照)。モデルの修正箇所は項(3)で述べる。

原田・中井・北田ら²⁰⁾は⑤の方法を用いた解析を行っている。この方法では局部座屈、全体座屈に対する初期不整の影響を同時に、しかも完全に考慮することがで

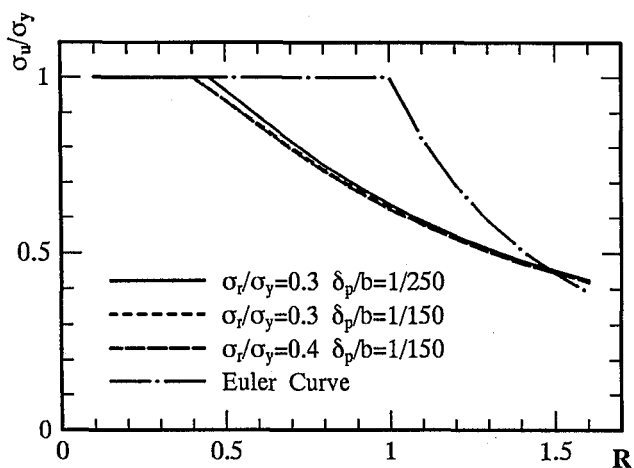


Fig.4 Influence of imperfections on plate strength

きる。逆に言うと、実際の初期不整を忠実にモデル化する必要があると考えられる。このことは項(3)で考察する。

(2) 柱および板の基準強度

項(3)で各精密解析を比較するが、考慮する初期不整の値が多少異なっている。そこで、残留応力および初期たわみによって、基準となる局部座屈のない柱および板の強度がどの程度の差を持つのかを調べておく。

Fig.3は局部座屈のない中心軸圧縮柱の弾塑性有限変位解析結果を示す。初期たわみは柱長の1/1000、圧縮残留応力は0.3~0.5 σ_y である。これらの強度の差は非常に小さく、ECCS-b曲線に近い。

Fig.4は周辺単純支持板の純圧縮強度を示す。これは宇佐美・天雲の式²¹⁾から求めた。初期たわみは板幅の1/150または1/250、圧縮残留応力は0.3または0.4 σ_y である。これらの強度の差は小さい。

(3) 精密解析結果の比較

ここでは、項(1)で述べた精密解析の中で、宇佐美・土屋・福本¹⁵⁾の解析結果(M-P- ϕ 解析と呼ぶ)、西村・小松ら¹⁷⁾の結果(結合解析Aと呼ぶ)、著者らの結果(結合解析Bと呼ぶ)、および原田・中井・北田ら²⁰⁾の結果(全体解析と呼ぶ)を比較する。比較するデータが多いという理由から幅厚比パラメータが $R=0.8$ に近い結果を選んで、その比較をFig.5に示している。M-P- ϕ 解析では $R=0.868$ 、結合解析Aでは $R=0.8$ および0.782、結合解析Bでは $R=0.8$ 、全体解析では $R=0.793$ である。

まず、これらの解析における初期不整の相違について述べる。柱の初期たわみは、どの解析も柱長の1/1000を

考えており、相違があるのは残留応力と板の初期たわみである。M-P- ϕ 解析では残留応力を $0.3\sigma_y$ 、板の初期たわみを板幅の $1/250$ としている。結合解析A,Bともに $0.4\sigma_y, 1/150$ としている。全体解析は $0.3\sigma_y$ 、すべての部分で $1/150$ （定振幅初期たわみ）としている。これらの初期不整の違いによる柱および板の基準強度の違いは項（2）で調べたように非常に小さい。

次に結合解析AとBのモデル化の相違について述べる。結合解析Aでは、柱中央部で板の初期たわみは $1/150$ であるが、柱端部に向かって次第に小さくしている（減衰初期たわみ）。さらにシェル要素と棒要素の結合点において、シェル要素の回転角は棒要素のたわみ角と等しいとする結合条件が与えられている。すなわち、結合部において板のたわみ角は固定されている。一方、結合解析Bでは板の初期たわみは定振幅とし、結合点において棒要素のたわみ角による板面内の柱軸方向変位は考慮するが、板の回転は自由、すなわち単純支持とした。また、シェル要素領域の長さは、結合解析Aでは初期たわみ波形で5半波長（ $1/2$ モデルで2.5半波長）であるが、結合解析Bでは柱長により変え、 $\bar{\lambda}$ が0.7以下で5半波長、 $\bar{\lambda}$ が0.8以上で7半波長とした。柱が最も長い $\bar{\lambda}=1.2$ の解析例で全長に対する比率は約12%である。

Fig.5には設計公式も示してある。まず、精密解析の初期不整の仮定から柱の基準強度はECCS-b曲線に対応する。図に示すQ-factor法では、宇佐美・天雲の局部座屈強度式において、幅厚比パラメータ $R=0.8$ 、残留応力 $0.4\sigma_y$ 、初期たわみ $1/150$ としてQ-factorを求め、ECCS-b曲線に当てはめている。すなわち、式(5)において $\alpha=0.34$ としたものをを用いている。積公式¹⁷⁾は道示に用いられている考え方で、柱基準強度に局部座屈強度を単純に掛け合わせたものである。ECCS-b曲線を用いる場合、次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{P_u}{P_y} &= Q_c \cdot f(\bar{\lambda}) \\ &= \frac{Q_c}{2\bar{\lambda}^2} \left\{ Z - \sqrt{Z^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{ここに、} Z = 1 + 0.34(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2$$

西村・小松ら¹⁷⁾、中井・北田・酒造²²⁾の設計公式は、それぞれの精密解析の結果を近似したものであるが、式を示すことは省略する。なお、中井・北田・酒造の解析では、残留応力 $0.3\sigma_y$ 、板の初期たわみ $1/150$ を用いている。

次にFig.5の結果について考察する。M-P- ϕ 解析は幅厚比パラメータ R が0.8より多少大きい0.868であるため、局部座屈に支配される短柱領域の強度が多少低いが、Q-factor法に近い。結合解析Aは結合解析Bに比べ、高い強度を与えている。これは減衰初期たわみを用い、結合点で板の回転角を固定していることが原因である。

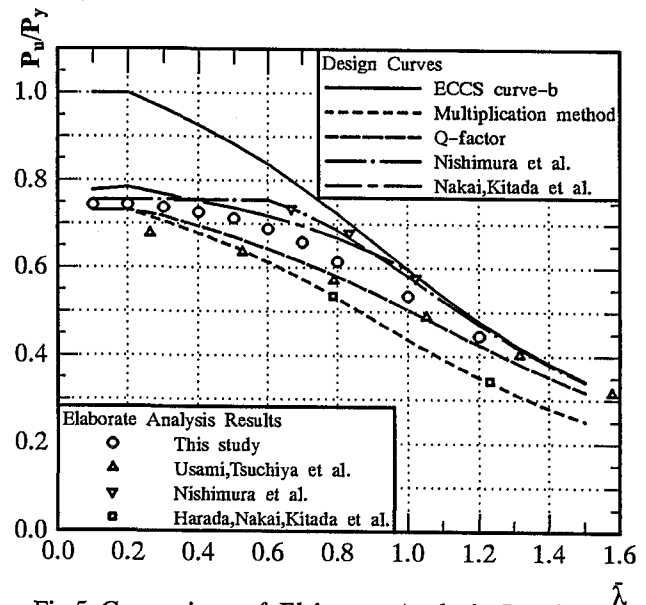


Fig.5 Comparison of Elaborate Analysis Results and Design Curves
(Centrally Loaded Box Column with $R \approx 0.8$)

結合解析Bは比較的、Q-factor法に近いが、それよりは高めの強度となる。全体解析は最も低い強度を与えており、 $\bar{\lambda}$ が大きいほど他のものより強度が低くなっている。積公式は全体解析の結果によく一致している。

全体解析と結合解析の差は、局部座屈を考慮するシェル要素領域の長さの差によって生じている。著者らは結合解析Bにおいてシェル要素領域の長さを1半波長から7半波長まで次第に長くしていき、傾向を調べた。この結果の数値を示すことは省略するが、シェル要素領域を長くすると強度は僅かずつ低下し、最大荷重時の変位は少しずつ大きくなることがわかった。また、最大荷重時まで板の局部座屈によるたわみはどの部分もほぼ同じだが、最大荷重後に柱中央部の局部座屈たわみが大きくなる局所化²³⁾と思われる現象が生じた。しかし、強度の低下は僅かであり、当時、全体解析の結果を知り得なかったため、シェル要素領域の長さは7半波長で打ち切った。全体解析の結果から判断すると、柱中央部以外での局部座屈による剛性低下を無視することは、必ずしも合理的でないと思われる。したがって、結合解析では実験結果との比較によりシェル要素領域の長さを再検討し、その物理的な位置づけを明確にする必要があるかもしれない。

全体解析で板の定振幅初期たわみが柱の全長にわたって続くとする事は、実際にはほとんどあり得ないことと考えられる。板の初期たわみ分布の実測データはないので確かな議論ではないが、全体解析の結果は確率がほとんど零に近い下限と思われる。したがって、これに一致する積公式は非常に安全側の考え方に基づいていることになる。

次にM-P- ϕ 解析と全体解析の違いについて考える。両者とも柱の全長にわたって局部座屈の影響を考慮している点は同じであるが、結果に違いがある。全体解析では

局部座屈による板のたわみの凹凸が連続しているのに対して、M-P- ϕ 解析では凹凸のどちらか一方の局部座屈たわみを仮定して求めたM-P- ϕ 関係を柱の各積分点に適用している。すなわち、凹凸の干渉を考えないということは、積分点間で局部座屈の影響を平均的に扱っていることになると思われる。Q-factor法は実験的に研究された設計公式であるので、これに近いM-P- ϕ 解析は設計公式を検討する場合に適当な精密解析法と考えられる。

ところで実験データがばらつく主な要因は、細長比、幅厚比などの構造パラメータが同じであれば、残留応力、初期たわみなどの初期不整であると考えられる。最近、初期不整の関数とした精度の良い、局部座屈のない柱の強度評価式²⁴⁾および局部座屈強度の評価式^{21), 25)}が開発されたので、これらを用いて連成効果の評価モデルという観点から実験データを詳細に調べ、Q-factor法を再検討してみる価値はある、このことは別報で述べたい。

(4) 弾性2次解析による解析結果

Fig.6に宇佐美・土屋・福本によるM-P- ϕ 解析と弾性2次解析の比較を示す。初期不整の仮定から、この場合の柱の基準強度はECCS-b曲線に対応する。したがって、弾性2次解析において等価初期たわみは式(1)の初期不整係数を $\alpha=0.34$ として求めた。文献1)では、はり一柱に対して $\alpha=0.404$ を提案しているが、この場合は中心軸圧縮柱であるのでECCS-b曲線に一致するように $\alpha=0.34$ とした。実際の計算はマトリックス法を用いず、式(4)を用いた。ここで局部座屈強度——すなわち Q_c ——は、比較を精密にするためにM-P- ϕ 解析で求めた短柱の純圧縮強度をそのまま用いた。また、同図には同じ Q_c を用いて、Q-factor法(式(5))および積公式(式(6))により求めた強度も併せて示している。

図から、弾性2次解析の結果はQ-factor法にほとんど一致し、M-P- ϕ 解析の結果によく合っている。ただし、Rおよび $\bar{\lambda}$ が共に大きい場合に多少危険側になっているが、差は小さい。一方、積公式は $\bar{\lambda}$ が大きいほど強度を過小評価する。

長谷川・安保・西野²¹⁾も同様なモデル解析を提案している。この方法はPerry-Robertson公式に、有効幅理論から求められる有効断面を用い、局部座屈の影響を導入するというものである。すなわち、弾性2次解析に等価初期たわみを導入するという点では著者らの方法と同じであるが、剛性を有効断面により低減させる点が異なる。また、Perry-Robertson公式を用いることから、有効断面は柱中央部の応力状態により決め、軸方向には一定と仮定し、破壊規準として初期降伏の条件を用いていることになる。また、有効断面自体が求めようとする強度に依存する応力の関数であるため、繰り返し計算が必要になる。その結果はQ-factor法(長谷川らの論文ではAISCの方法と呼んでいる)および積公式と比較されており、Q-factor法に近いが $\bar{\lambda}=0.5\sim1.0$ の範囲でQ-factor法より高めになるとしている。

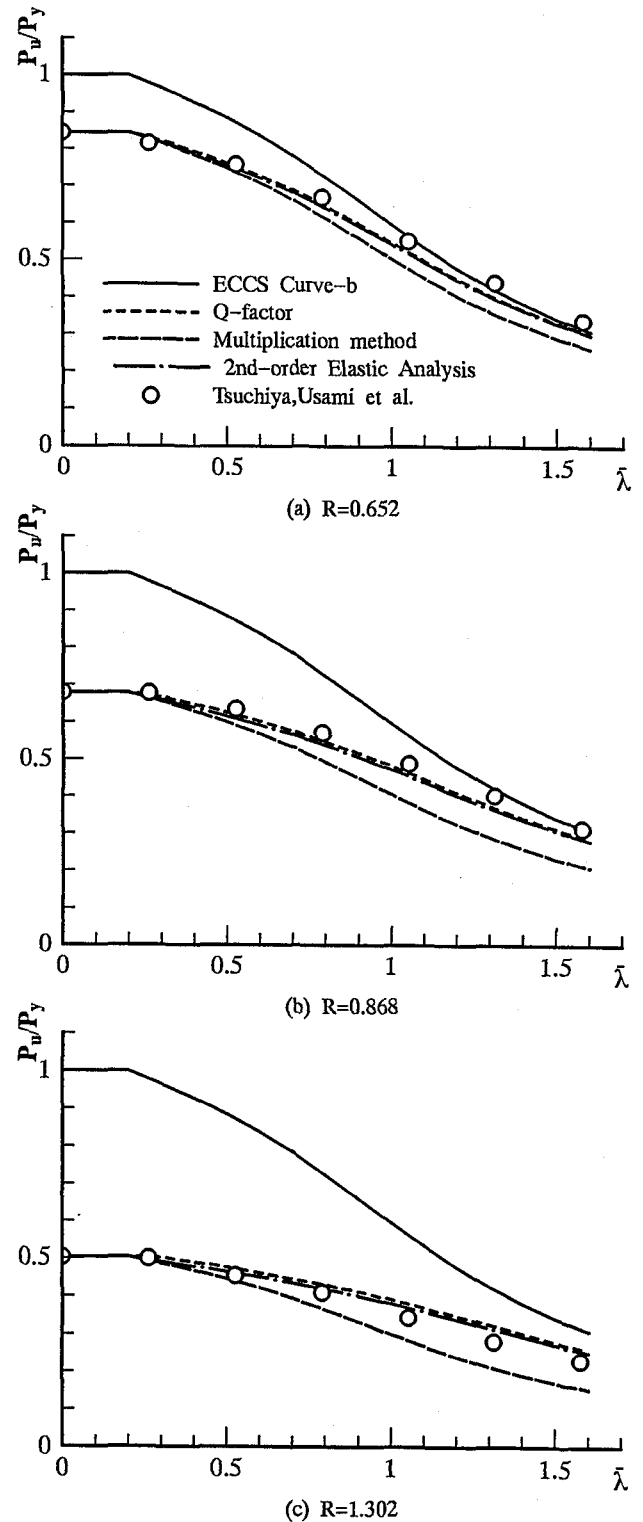


Fig.6 Strength of Centrally Loaded Box Column by the 2nd-order elastic analysis

一方、著者らの提案法は有効断面による剛性低下を考慮しないため、繰り返し計算を必要とせず、任意の骨組に対する適用も容易であると考え、骨組に対する精度の検証は3章で示す。

3. 骨組の連成座屈強度解析

3. 1 任意の骨組の等価初期たわみの決定法

前章では設計式を検討する場合の精密解析として、M-P- ϕ 解析が適当であることを示した。この章では、M-P- ϕ 解析を用いた文献15), 16)の例題に対して、弾性2次解析を適用して、精度を検証する。

前章で示した両端単純支持中心軸圧縮柱では等価初期たわみの決め方は単純であるが、この章で示す門形ラーメンや変断面片持柱では、一般性のある等価初期たわみの決定法が必要になる。ここでは、著者らが文献1)で提案した等価初期たわみの決定法の補正について述べる。また、この章で示す曲げモーメントを受ける骨組では、照査式をMyベースからMpベースに変更した方が精度が良くなるので、その方法について述べる。

著者らが文献1)で提案した等価初期たわみの決定法は以下の通りである。①設計荷重を作用させた骨組に対して弾性固有値解析を行い、座屈モードと細長比パラメータ $\bar{\lambda} = \sqrt{N_y / (\Lambda \cdot N)}$ を求める。ここに、 N_y : 各部材の全断面降伏軸力、 N : 各部材の作用軸力、 Λ : 固有値である。② $\bar{\lambda}$ が最小の部材に着目する。③任意の境界条件に対応するため、着目部材の $\bar{\lambda}$ に等価な両端単純支持部材の等価初期たわみを曲率に換算して求める。④座屈モードで着目部材の最大曲率を求め、さきの等価初期曲率に一致するように座屈モードをスケールアップする。ここで、 $\bar{\lambda}$ が最小の部材に着目することの物理的な意味は、座屈に対して最も弱い部材に着目することである。つまり、 $\bar{\lambda}$ が最小の部材では N/N_u (N_u : 各部材の $\bar{\lambda}$ から求められる軸方向強度) が最大となる。文献1)では、局部座屈のない部材の場合、 $\bar{\lambda}$ と N/N_u の間に反比例関係があることを示しているが、局部座屈がある場合には、この関係が成立しない。なぜならば各部材の N_u は $\bar{\lambda}$ だけでなく幅厚比パラメータ R によっても変化するからである。したがって、局部座屈がある場合は直接、 N/N_u の大小関係で着目部材を決める必要がある。このとき N_u は式(4)または式(5)のいずれかによって求めればよい。

次にMpベースの照査に変更する方法について述べる。まず、断面の純曲げ強度のMpベースへの変更は文献15)で提案されている方法を用いる。この方法はMyを基準に無次元化された式(3)を、そのままMpに対する無次元強度として用いるというものである。文献15)ではウェブの局部座屈が無視できる場合にMpベースとした式(3)は、解析結果を良い精度で推定できることが示されている。

次に、Mpベースとしたときの等価初期たわみの変更は文献2)で提案している方法をそのまま用いることができる。この方法では、断面強度式(2)の第2項の純曲げ強度を上で述べたMpベースのものに変え、曲げが支配的な場合に精度を上げる。しかし、軸力のみ受ける場合には式(3)がMpあるいはMyベースのいずれであっても同じ強度

を与えなければならないので、等価初期たわみを変える必要がある。文献2)では、Mpベースの場合には等価初期たわみを断面の形状係数 $f (=M_p/M_y)$ 倍すればよいことを示している。

以下の解析例では、軸力と曲げの両方を受ける構造であるので、式(1)の初期不整係数は文献1)で提案している $\alpha = 0.404$ を用いる。

3. 2 解析結果

(1) はり一柱

単一部材の箱形断面はり一柱の連成強度をM-P- ϕ 解析により求めた結果は文献15)に示されている。この精密解析における初期不整は、圧縮残留応力を $0.3\sigma_y$ 、板の初期たわみを板幅の $1/250$ としている。この結果と弾性2次解析法との比較を Fig.7,8 に示す。同図には、次の関連式で求めた強度も併せて示している。式(7)は断面強度、式(8)は部材安定強度の推定式で、小さい方により骨組の強度は決まる。

$$\frac{N}{Q_c N_y} + \frac{M}{Q_b M_p} = 1 \quad (7)$$

$$\frac{N}{N_u} + \frac{C_m M}{Q_b M_p (1 - N/N_e)} = 1 \quad (8)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \quad (9)$$

ここに、 N, M : 作用軸力および曲げモーメント、 N_u : 式(5)のQ-factor法で求める軸方向圧縮強度、 N_e : オイラー座屈軸力、 M_1, M_2 : 材端曲げモーメントである。 Q_c, Q_b は先に述べた弾性2次解析法と同じものを用いる。式(9)の等価モーメント修正係数は道示に採用されているAustin式である。

等曲げを受ける場合の比較は Fig.7 に示している。幅厚比パラメータ R は、0.652, 0.868, 1.302の3ケースを考える。また、細長比パラメータ $\bar{\lambda}$ は、0.526および1.052の2通りを考える。弾性2次解析と関連強度式(この場合では全て式(8)で決まる)の結果はほとんど差がなく、精密解に対してよい精度の近似値を与えている。ただし、 $R=0.652$ および 0.868 のときの曲げが支配的あるいは純曲げの状態ではやや安全側になっている。つまり、式(3)で求められる断面の純曲げ強度が、 R が小さいケースで精密解に対して多少安全側になっている。

不等曲げを受ける場合の比較は Fig.8 に示している。この場合 $\bar{\lambda} = 1.052$ で、材端モーメント比は $M_2/M_1 = 0.0$ および -1.0 の2種類を考える。不等曲げの場合の関連強度式は式(7), (8)の両方が必要で、軸力が支配的な領域では式(8)、曲げが支配的な領域では式(7)によって決まる。 $M_2/M_1 = 0.0$ の場合の関連強度式の精度は悪くないが、 $M_2/M_1 = -1.0$ の場合で式(8)で決まる領域はかなり安全側になる。これは式(9)の精度が良くないためで、文献15)でも指摘されている。一方、弾性2次解析法は、解析の中で不等曲げの影響を考慮するので式(9)のような修正は必

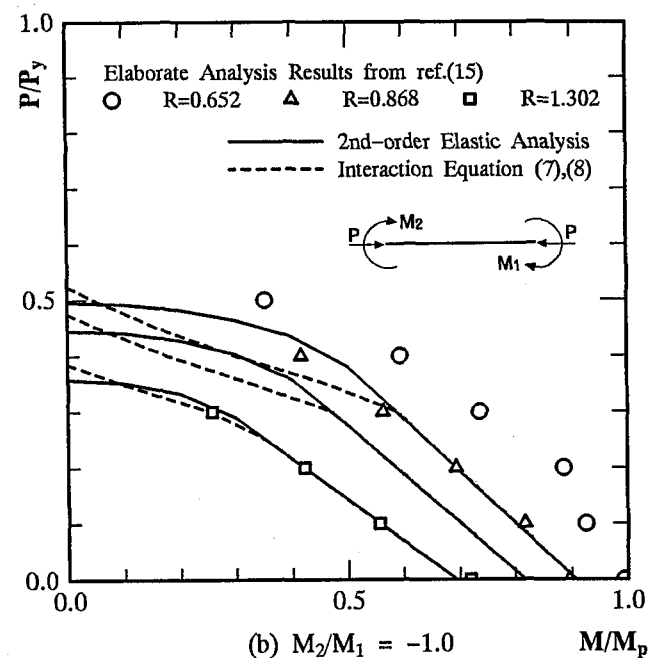
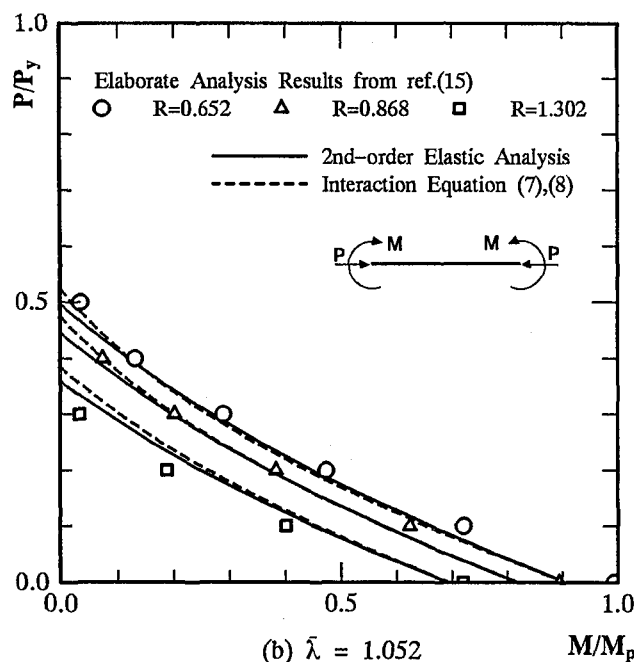
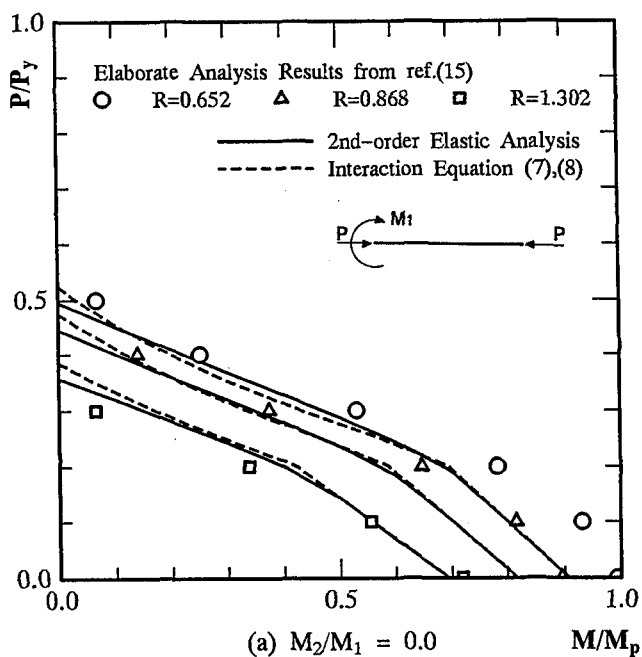
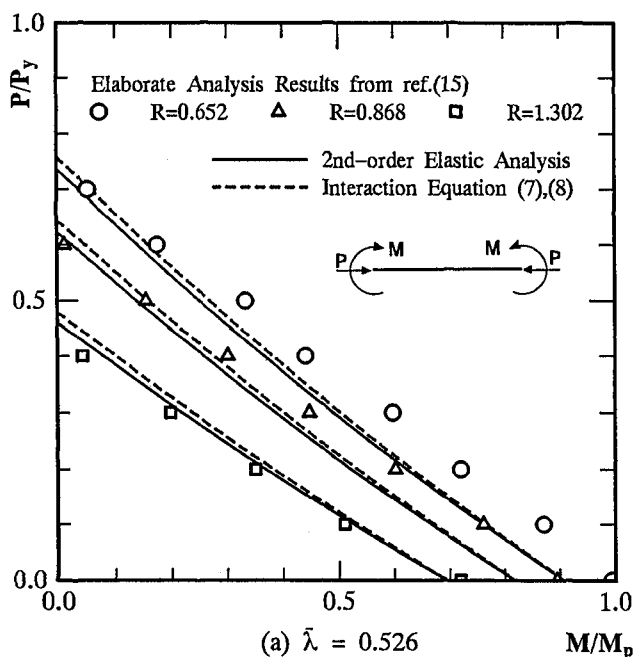


Fig.7 Beam-column subjected to equal moments

要なく、精密解析の傾向をよく捉えている。ただし、 R が小さいケースで曲げが支配的な領域ではかなり安全側になっている。これは上で述べた純曲げ強度の差と断面強度式として式(2)の線形相関式を用いていることが原因である。

(2) 門型ラーメン

等箱形断面からなる門形ラーメンの連成座屈強度をM-P- ϕ 解析により求めた結果は文献16)に示されており、初期不整は前のはり一柱の場合と同じである。幅厚比パラメータ R は、0.616, 0.821, 1.232の3ケースを考える。Fig.9は1層ラーメンの結果で、柱の $\bar{\lambda}$ は有効長さ係数 $K=1$ としたときに $\bar{\lambda}=0.6$ となるようにしてある。この精

Fig.8 Beam-column subjected to unequal moments

密解析結果と弾性2次解析法の比較、および相関強度式(7),(8)で求めた強度を示している。相関式を適用するに当たって、有効座屈長は文献16)に示されている弾性座屈に対する有効長さ係数 $K=1.163$ として求めた。また、 C_m は水平移動座屈に対応する0.85とした¹⁶⁾。弾性2次解析法と相関強度式の結果は余り違いはない。この構造物は不静定構造であり、幅厚比が小さく曲げが支配的な領域では、かなり安全側になる。しかし、文献1)では局部座屈を考慮していないが、不静定構造でも変断面に設計されている場合には、不静定の影響は無くなり、弾性2次解析法により良い精度で強度が推定できることを示している。一方、幅厚比が大きい場合には断面が局部座

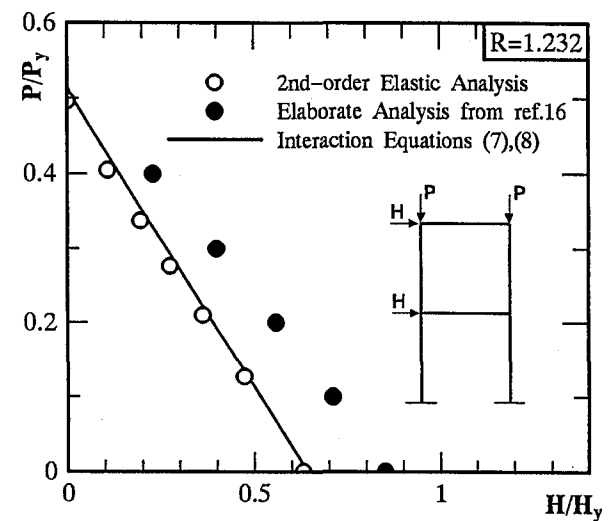
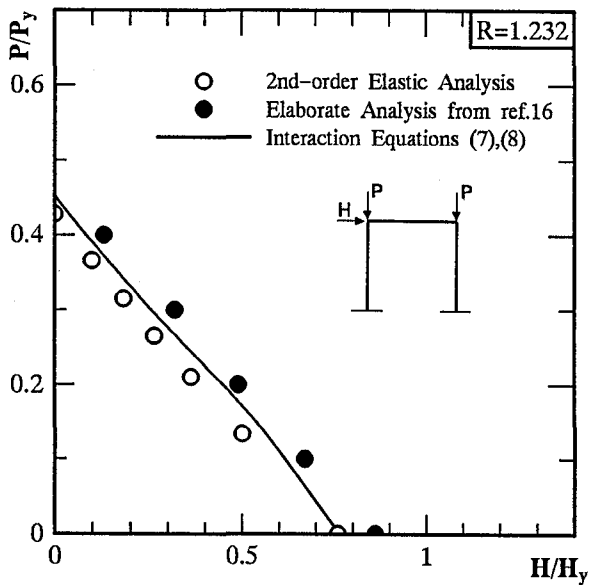
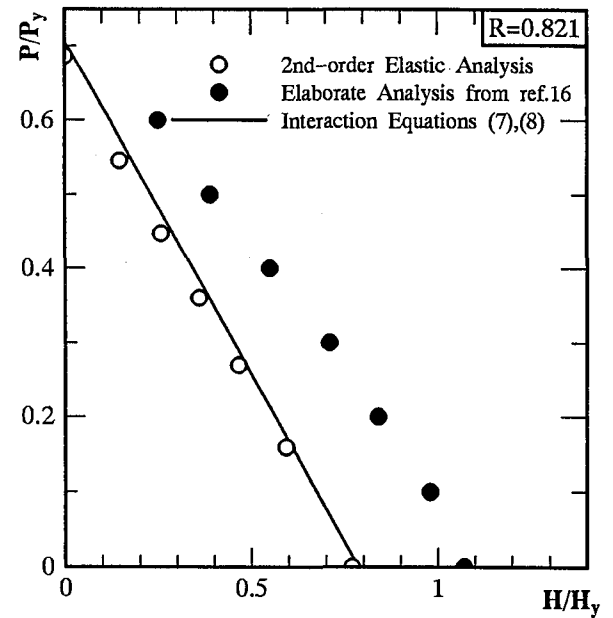
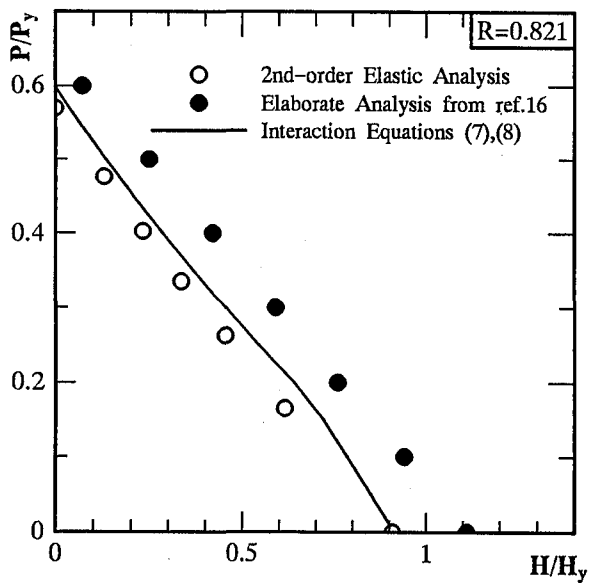
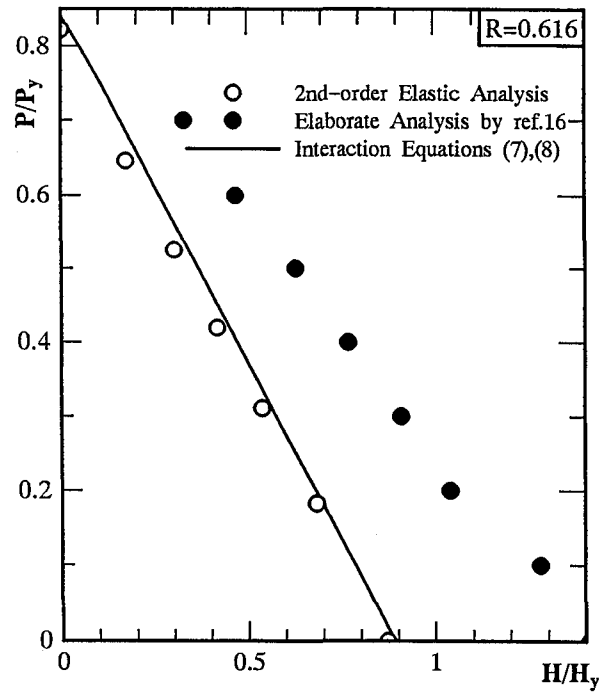
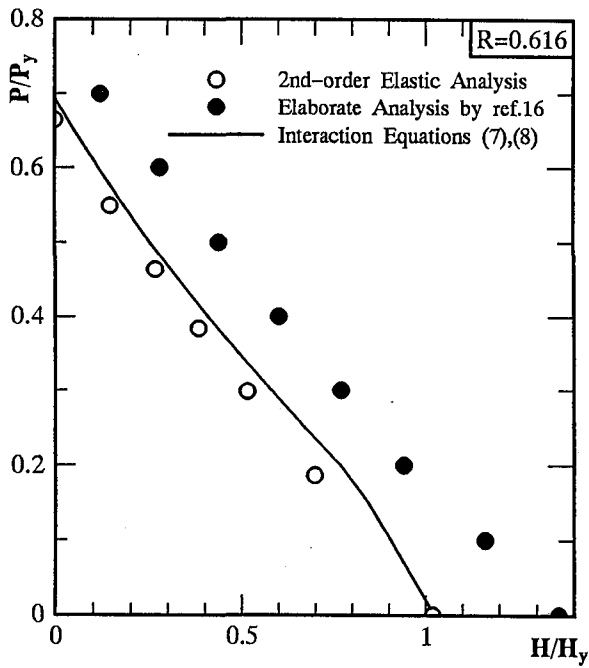


Fig.9 1-bay Portal Frame

Fig.10 2-bay Portal Frame

屈強度に達するとラーメンは耐荷力を失う。このことは文献16)で指摘されている。この場合は弾性2次解析により曲げが支配的な領域でも良い精度で強度が推定できる。

Fig.10は2層ラーメンの結果を示す。この場合は柱の $\bar{\lambda}$ を有効長さ係数 $K=1$ としたときに $\bar{\lambda}=0.2$ となるようにしてある。1層ラーメンに比べ不静定次数が大きくなるので安全側の余裕はやや大きくなるが、1層ラーメンと同様の結果が得られている。

(3) 変断面片持ち柱

文献15), 16)では、局部座屈を考慮したM-P- ϕ 関係は離散データとして与えられ、スプライン補間および直線補間を組み合わせる骨組解析に用いている。これに対して、葛²⁶⁾はM-P- ϕ 曲線を関数式で表し、それを元にはり一柱の連成強度の解析を行っている。ここでは葛の式を用いて変断面片持ち柱の連成強度の解析を行う。このM-P- ϕ 曲線は、平均に近い純圧縮の局部座屈強度を与えるという理由で、残留応力を $0.25\sigma_y$ 、板の初期たわみを板幅の $1/500$ として求められたものである。

解析する変断面片持ち柱はFig.11の挿図にあるように2断面からなり、断面の幅は変えず板厚のみを変化させた。基部断面sec.1の幅厚比は $R=0.7$ で固定し、先端断面sec.2は $R=0.6\sim 1.3$ に変化させた。柱の長さは等断面となるケースで $\bar{\lambda}=0.5$ となるようにしている。荷重としては、先端に作用する軸力を基部断面の降伏軸力の 0.2 倍で固定し、横荷重 H を漸増させた。したがって荷重状態としては、比較的曲げが支配的な領域に当たる。

解析結果をFig.11に示す。弾性2次解析は精密解に対して多少安全側になるが、傾向は一致している。安全側になる理由としては、断面強度に線形相関式を用いていることが考えられる。また、相関強度式(7), (8)（この場合は式(7)のみ必要）も示してある。弾性2次解析は相関強度式の結果より低い、これは等価初期たわみと2次解析で考慮されるP- Δ 効果が原因と考えられる。

長谷川・安保・西野²⁷⁾は等断面の単一部材での検討で、実際の幅厚比の領域では、局部座屈を許して経済的な設計が行える可能性は少ないとしている。しかし、今回示した結果で先端断面の幅厚比を大きくしてもすぐに強度が低下しないことから分かるように、断面の大きさを変えず板厚のみ変化させる実際的な変断面部材では、断面力が小さい部材で局部座屈を許した方が経済設計になる可能性がある。

4. まとめ

弾性2次解析を用いた骨組の座屈設計法に、局部座屈の影響を考慮する方法を提案し、その精度を検証した。この研究で得られた結論を以下にまとめる。

(1)提案する設計法では、局部座屈の無い骨組に対して求めた等価初期たわみをそのまま用いて弾性2次解析を

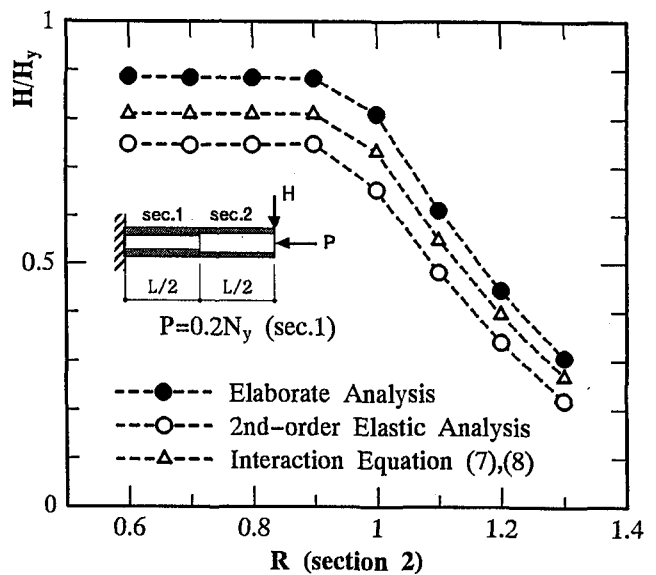


Fig.11 Cantilever Column with Stepped Cross Sections

行い、断面の局部座屈強度相関式により照査する。

(2)提案法は中心軸圧縮柱に対して、実験的に研究されたQ-factor法にほとんど一致する。しかし、これらの実験的研究^{9)~14)}の間には初期不整の違いがあり多少ばらつきがある。そこで初期不整の違いを考慮してQ-factor法を再評価する価値はある。このことは別報で述べる。

(3)連成強度の精密解析の中では、断面の局部座屈を考慮したモーメント-軸力-曲率関係を用いる方法が、最もQ-factor法に近い結果を与えている。

(4)シェル要素を用いる精密解析である結合解析と全体解析で、連成座屈の設計公式を検討する場合には、初期不整の設定が重要となる。特に部材軸方向の板の初期たわみの分布の影響が大きく、実際の初期たわみ分布の検討が必要である。

(5)モーメント-軸力-曲率関係を用いた骨組の連成強度の解析結果と提案法を比較し、その精度を確認した。ただし、幅厚比が小さい場合に安全側になることのために、提案法で用いる断面の純曲げ強度と相関強度式の合理化が今後の課題である。

この研究では、H形断面の解析例を示さなかったが、H形断面柱に対するQ-factor法の精度が示されれば、提案法がそのまま適用できると考えられる。2軸曲げを受ける立体骨組に対しては、提案法の考え方をそのまま適用すると考えているが、その精度を確認するための精密解析および実験はほとんど無いので、今後の課題である。また、弾性2次解析で連成強度を推定する場合だけでなく、設計法として断面を決定する場合の有利性も検討する必要があるが、これは別の機会に報告したい。

謝辞：名古屋大学の葛助手には、変断面片持ち柱の解析のためにプログラムを提供していただきました。ここに記して感謝いたします。また、計算の一部は長谷川雄一君（名古屋大学大学院）に手伝っていただきました。この

研究は平成6年度文部省科学研究費（一般研究C）の補助を受けました。ここに記して深謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 織田博孝・宇佐美勉：弾性2次解析による変断面骨組の座屈設計法，土木学会論文集，第489号/I-27，pp.129-138，1994年4月。
- 2) 織田博孝・宇佐美勉：骨組構造物の座屈設計法の比較と評価，構造工学論文集，Vol.40A，pp.249-262，1994年3月。
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編，1994年2月。
- 4) 宇佐美勉：鋼骨組構造物の座屈設計法の問題点，第1回SGST拡大研究会論文集，東海構造研究グループ，pp.107-120，1991年11月。
- 5) 長谷川彰夫・西野文雄：線形化有限変位理論による構造物の設計法の提案，土木学会第44回年次学術講演会概要集，pp.108-109，1989年10月。
- 6) 野上邦栄・高木真・林一輝・成田信之：弾性有限変位解析に基づく設計における骨組構造の等価初期不整，構造工学論文集，Vol.40A，pp.263-273，1994年3月。
- 7) 西野文雄・Buntara S. Gan・山口栄輝：弾性有限変位解析による骨組構造物の耐荷力算定法，東海構造研究グループ第2回拡大研究会論文集，pp.99-105，1993年12月。
- 8) 長谷川彰夫・安保秀範・西野文雄：鋼柱の局部座屈と全体座屈の連成強度推定のためのモデル解析，構造工学論文集，Vol.31A，pp.51-63，1985年3月。
- 9) 宇佐美勉・福本嘯士・青木徹彦：溶接箱形断面柱局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第308号，pp.47-58，1981年4月。
- 10) 宇佐美勉・福本嘯士：鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析，土木学会論文報告集，第326号，pp.41-50，1982年10月。
- 11) 宇佐美勉・福本嘯士・青木徹彦・松川昭夫：補剛箱形断面偏心圧縮柱の強度に関する実験的研究，土木学会論文集，第350号/I-2，pp.197-205，1984年10月。
- 12) 山尾敏孝・崎元達郎：溶接箱形断面柱の連成座屈強度実験，土木学会論文報告集，第335号，pp.195-198，1983年7月。
- 13) 山尾敏孝・崎元達郎：薄肉H形鋼柱の連成座屈に関する実験的研究，土木学会論文集，第380号/I-7，pp.383-390，1987年4月。
- 14) 久保全弘・小川春由樹：薄肉鋼柱の極限強度の簡単な評価法，構造工学論文集，Vol.37A，pp.83-91，1991年3月。
- 15) 宇佐美勉・土屋信洋・福本嘯士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究，土木学会論文集，第362号/I-4，pp.303-312，1985年10月。
- 16) 宇佐美勉・寺尾圭史：局部座屈を考慮した箱形断面鋼骨組構造物の強度，土木学会論文集，第398号/I-10，pp.197-206，1988年10月。
- 17) 西村宣男・小松定夫・西出俊亮・西村良司：局部座屈を考慮した鋼箱形断面柱の設計公式，構造工学論文集，Vol.33A，pp.171-182，1987年3月。
- 18) 西村宣男・吉田信博：鋼H形断面柱部材の連成座屈強度特性と設計公式，土木学会論文集，第398号/I-10，pp.311-318，1988年10月。
- 19) 山尾敏孝・崎元達郎：板要素とはり要素の結合による薄肉鋼構造物の有限変位弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.32A，pp.291-301，1986年3月。
- 20) 原田直樹・中井博・北田俊行・國廣昌史：連成座屈を考慮した薄肉箱形断面柱の耐荷力特性について，土木学会第49回年次学術講演会，pp.110-111，1994年9月。
- 21) 宇佐美勉・天雲宏樹：圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度と有効幅公式，土木学会論文集，第441号/I-18，pp.77-85，1992年1月。
- 22) Nakai, K.・Kitada, T.・Miki, T. : Interaction of Thin-walled Box Stub-column Subjected to Compression and Bending for Applying to Overall Buckling Analysis of Columns, *Proc. of JSCE Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol.2, No.2, pp.311-319, 1985.10.
- 23) 後藤芳顯・川西直樹・鳥羽保行・小畑誠：構造物の塑性座屈モードの局所化による変形能の低下と繰返し荷重下の挙動，土木学会論文集，第483号/I-26，pp.87-96，1994年1月。
- 24) 西村宣男・青木徹彦・西井学・福本嘯士：鋼柱部材の基本強度の統一評価，土木学会論文集，第410号/I-12，pp.325-333，1989年10月。
- 25) 奈良敬・下野直己・森脇良一：面内曲げ圧縮を受ける鋼板の極限強度の統計学的評価法，構造工学論文集，Vol.40A，pp.309-316，1994年3月。
- 26) Ge, H.・Usami, T. : Development of Earthquake-Resistant Ultimate Strength Design Method for Concrete-Filled Steel Structures, Department of Civil Engineering Nagoya University Research Report, No.9401, 1994.

(1994年9月14日受付)