

タイで結合した2本の曲がり部材の 座屈強度と挙動について

BUCKLING STRENGTH AND BEHAVIOR OF TWO PLANE CURVED MEMBERS TIED WITH STRUTS

山尾敏孝*, 石原 完**, 平井一男***

Toshitaka YAMAO, Yutaka ISHIHARA and Itio HIRAI

* 工博 熊本大学助教授 工学部土木環境工学科 (〒 860 熊本市黒髪 2 丁目 39-1)

** 熊本大学大学院工学研究科土木環境工学専攻 (〒 860 熊本市黒髪 2 丁目 39-1)

*** 工博 熊本大学教授 工学部土木環境工学科 (〒 860 熊本市黒髪 2 丁目 39-1)

This paper proposes a new type of two plane curved members tied with struts and discusses the elastic buckling load and behaviour of this curved members subjected to axial compressive load in comparison with those of the ordinary straight columns with initial deflections. From the analysis carried out using an elastic finite element method, it is found that the critical loads of the proposed two curved members tied with struts approach $4P_E$, where P_E represents Euler load for a pin-ended column, and are almost independent of initial deflections, rise-to-span ratio and number of tied struts. The possibility of practical use for this two curved members tied with struts in real structure is shown.

Key Words: elastic buckling load, instability, curved members tied with struts

1. まえがき

圧縮を受ける骨組構造物の柱部材の座屈荷重は、両端が単純支持の場合オイラーの座屈荷重として知られており細長比が問題となる。加えて、部材の初期たわみや残留応力あるいは荷重の偏心などが最大強度に影響を及ぼすことはよく知られている。

一方、外力荷重に対して、主として軸圧縮力で抵抗することを意図した平面曲線部材としてアーチがある。しかし実際のアーチ構造物は、面内荷重に対してはアーチ効果を考慮してアーチライズや断面を決定しているが、面外方向荷重に対しては横構や対傾構で対処している。

そこで、ここでは図1に示すような2本の曲がり部材を数本のタイで結合した新形式の構造が圧縮を受ける場合を考える。この構造にすると、従来の真直ぐな部材を単に2本組み合わせた場合に比べて、曲がり材の方がアーチによる変形効果が表れ、初期変形も小さくまた座屈強度も大きくなると考えられる。また、図1 (b) のような構造にしても (a) と同じ原理であるが、(b) のタイは圧縮力を受け不安定になる心配があるのに対し、引張りのみを受ける (a) の構造では主部材の座屈のみ

考慮すればよいことになる。もちろん、セン断変形に抵抗できるようにトラス形式に結合すればさらに効果的ではあるが、アーチなどでは美観上横構材のみの方が優れていると考えられる¹⁾ ので、本論文ではこのトラス形式は特に考えないことにする。

曲がり部材をタイで簡単に結合した形式を、通常の柱部材やアーチの主部材として使用すると、主部材の断面積を減らせたり、面外座屈強度が大きくなることより単

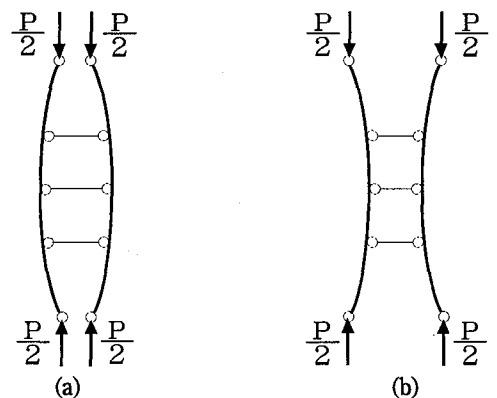
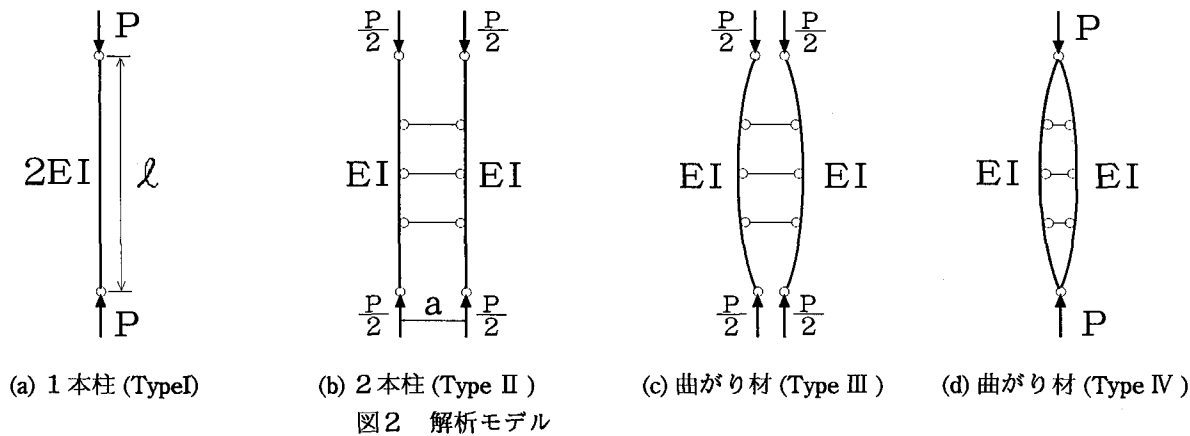


図1 タイで結合された曲がり部材



弦アーチの建設も容易になると考えられる。また、山岳道路橋の高橋脚や小スパンの上路橋などにも利用可能であろう。しかしながら、このような構造形式の座屈強度や挙動特性等についての研究はほとんど無いように思われる。

そこで本研究では、軸方向の圧縮力を受ける、タイで結合した曲がり材の座屈特性を調べることを主目的とした。まず従来の1本の両端ヒンジを有する柱が圧縮を受ける場合の変形挙動や弾性座屈荷重を求める。次に初期たわみを有する真直ぐな2本柱及び2本の曲がり部材をタイで結合した場合について、弾性挙動並びに弾性座屈荷重を求め、両端ヒンジ柱の弾性座屈荷重と比較検討を行った。解析では、2本の柱や曲がり材を結合するタイの本数、曲がり材のアーチライズ及び初期たわみ形状を変化させてパラメトリック解析を行い検討した。

2. 解析モデルと解析パラメータの概要

(1) 解析モデル

使用した解析モデルは図2に示すが、ここでは各解析モデルごとにType I～Type IVとよぶことにする。Type Iは従来のいわゆる両端ヒンジの1本柱であり、他のモデルの両端部もすべてヒンジである。Type III

の曲がり材は両端部が離れており、Type IVは両部材端部を結合し、ヒンジとしている。また、2本の柱または曲がり部材の剛性は1本柱の剛性 $2EI$ (E : ヤング係数、 I : 断面二次モーメント)の半分とした。タイ両端部は2本柱では剛結合またはピン結合とし、曲がり材ではすべてピン結合とした。剛結合とはタイが曲げ、軸力及びせん断力を伝える結合方法である。

解析における座標系、1本柱 (Type Iモデル) の断面形状を図3に示す。曲がり材の形状はすべて放物線とし、両部材の間隔は $a = 5 \text{ cm}$ 、部材長は l 、 f_1 と f_2 はアーチライズを表す。初期たわみ形状として、図4に示すような正弦波の半波の対称形状と一波の逆対称形状について検討した。1本柱及び2本柱での半波形状及び一波A、B2種類の形状の与え方を例として図に示した。 v_0 は柱の最大初期たわみ量で、通常の解析に用いられてる $l/1000$ とした。 v_{01} 、 v_{02} は2本の柱や曲がり部材の最大初期たわみ量を表し、2本柱では解析上両部材に差を付け、 $v_{01} = l/1000$ 、 $v_{02} = l/900$ とした。曲がり材が2本のモデルで図4に示すような半波形状の初期たわみを与えることは、初期曲がり形状と同じ方向にたわみを付加することになるので、

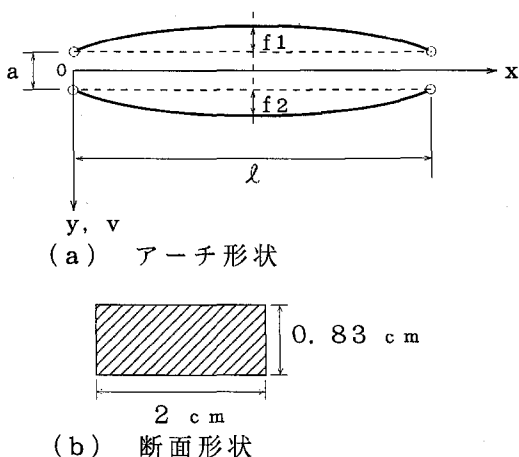


図3 部材の座標系と断面形状

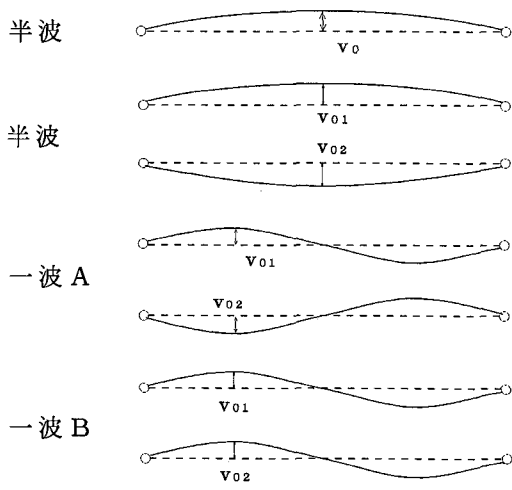


図4 部材の初期たわみ形状

表1 解析パラメータ諸元

ヤング係数E (KN/mm ²)	206
部材長 ℓ (cm)	48、96
細長比 ℓ/r	200、400
タイ (本)	3、7、11
f_1 (mm)	48、96、144
f_2 (mm)	46、94、142 40、88、136
$\Delta f/\ell=(f_1-f_2)/\ell$	1/480、1/120
タイの断面積 (cm ²)	0.83

f_2 上段： $\Delta f = \ell/480$ 下段： $\Delta f = \ell/120$

与えられた初期曲がり形状のまま解析した。また、一波A、Bの初期たわみを与える場合の最大初期たわみ量は $v_{01}=v_{02}=\ell/1000$ とした。なお残留応力の有無は考慮していない。

(2) 解析パラメータの設定

解析で設定した解析パラメータを表1に示す。材料はすべて弾性部材とし、部材の細長比(ℓ/r 、 r ：断面二次半径)は200及び400と大きくとった。タイは2部材を結合するものであるから、本数を3～11と変化させて調べ、11本では両者の一体化が十分であると考へた。 f_1 と f_2 は2本の曲がり材のアーチライズ($f_1>f_2$)であり、 f_1/ℓ を通常のアーチ構造で用いられている0.05、0.1、0.15の3種類とした。また、 f_2 は表に示すような2種類を使用し、両部材のアーチライズ差 $\Delta f=(f_1-f_2)$ が小さい $\ell/480$ とその4倍程度の $\ell/120$ の2ケースを考え比較検討を行った。解析は、幾何学的な非線形を考慮できる通常の弾性骨組解析プログラムを使用し、荷重制御または変位制御で行った。

表3 TypeⅢの座屈荷重 (P_{cr}/P_E)

f_1/ℓ	0.05		0.1		0.15	
$\frac{\Delta f}{\ell}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$
タイ 3本	3.6 3.4	3.6 ---	3.4 3.3	3.3 ---	3.2 3.1	3.1 ---
7本	3.9 3.8	4.0 ---	3.7 3.6	3.9 ---	3.4 3.4	3.5 ---
11本	4.0 4.0	3.9 ---	3.8 3.7	3.8 ---	3.7 3.5	3.6 ---

上段： $\ell/r=400$ 下段： $\ell/r=200$

表2 TypeⅡの座屈荷重 (P_{cr}/P_E)

	ピン結合			剛結合	
	一波A	一波B	半波	一波A	半波
タイ3本	3.6	1.0	1.1	2.7	2.6
	---	---	---	1.5	1.4
7本	3.7	1.0	1.1	6.6	6.3
	---	---	---	2.0	1.8
11本	4.0	1.0	1.1	10.7	10.3
	---	---	---	2.2	2.2

剛結のタイ剛性(EI_t) 上段： $EI/10$ 下段： $EI/100$

3. 解析結果と考察

(1) 座屈強度

図2に示すTypeⅠの両端ヒンジ柱の座屈荷重は、オイラー座屈荷重 P_E とよばれ、次式で表される。

$$P_E = n^2 \pi^2 E / (\ell / r)^2 \quad (1)$$

$n=1$ が最小の座屈荷重となる。この従来の両端ヒンジ柱の解析解は初期たわみ形状が半波及び一波でもほぼ上式の解と一致する結果を得た。提案の解析モデルで得られた座屈荷重 P_{cr} はすべて式(1)で得られる座屈荷重 P_E を用いて無次元化した。

表2は細長比400のTypeⅡモデルの座屈荷重 P_{cr} を、初期たわみ形状とタイの本数を変化させて調べた結果である。なお、表2の剛結合ではタイの剛性(EI_t)を柱の剛性 EI の $1/10$ 及び $1/100$ とした。

タイの両端をピン結合したモデルでは、タイの本数を増やしても座屈荷重にほとんど変化が無く、初期たわみ形状により変化することがわかる。図4に示す一波Aの初期たわみを与えたピン結合モデルは、初期荷重の段階から両部材がタイにより一体化して逆対称の変形挙動を示し、最終状態まで続くことがわかった。つまり、圧縮

表4 TypeⅣの座屈荷重 (P_{cr}/P_E)

f_1/ℓ	0.05		0.1		0.15	
$\frac{\Delta f}{\ell}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$
タイ 3本	3.4 3.5	3.4 ---	3.3 3.3	3.3 ---	3.1 3.1	3.1 ---
7本	3.8 3.8	3.9 ---	3.8 3.7	3.8 ---	3.6 3.5	3.6 ---
11本	3.9 3.9	3.8 ---	3.8 3.7	3.8 ---	3.6 3.6	3.7 ---

上段： $\ell/r=400$ 下段： $\ell/r=200$

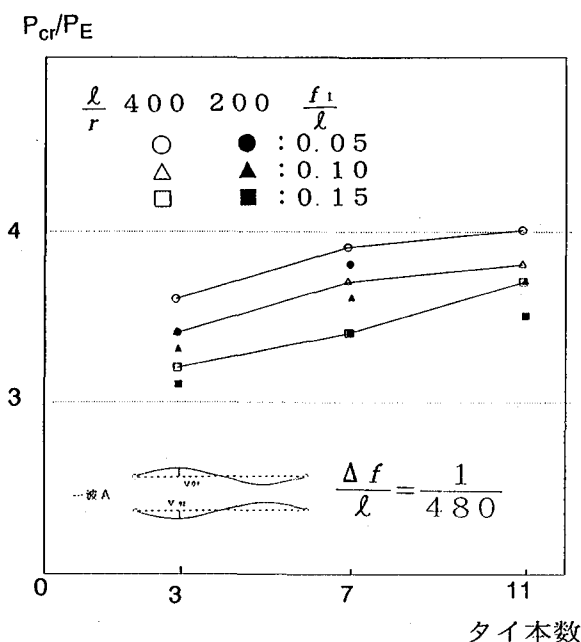


図5 座屈荷重とタイの本数の関係 (Type III)

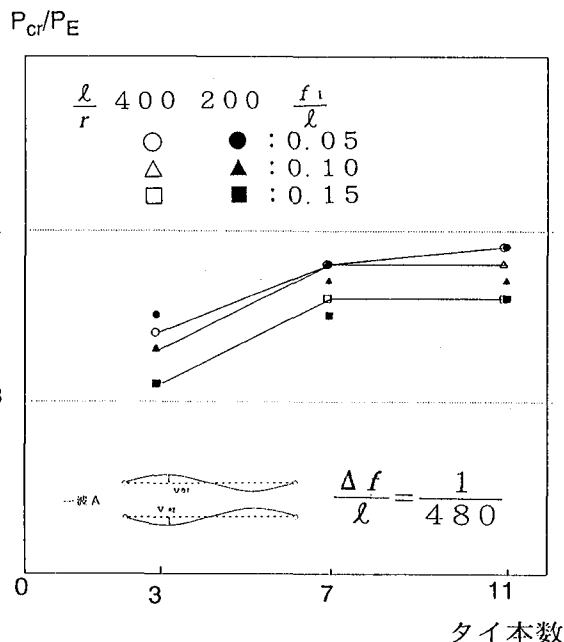


図6 座屈荷重とタイの本数の関係 (Type IV)

を受ける部材にわずかでも初期曲がりが存在し、かつタイで結合されていれば座屈荷重の上昇が期待できることを示している。また、半波の初期たわみを与えたピン結合のモデルでも同様に両部材が一体化して挙動するが、一波Aを与えたモデルほど荷重の上昇は見られなかった。これは、2本の柱に図4に示すような半波の初期たわみを与えた場合、最大初期たわみが存在する方向に両部材とも同じような変形を生ずることから、座屈モードが半波形状となり座屈荷重は上昇しなかったと考えられる。

一方、剛結するモデルではタイの剛性が座屈荷重に大きく影響することがわかる。通常のアーチ部材で用いられているような剛性の非常に小さい横構材では、剛結しても強度の上昇はあまり期待できないと思われるが、構造上無視できない。これは柱の間隔aの大きさによって大きく変化することを考えておく必要がある。

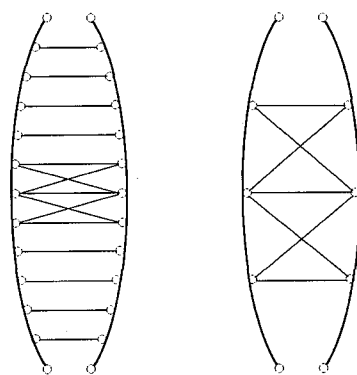
表3と表4は、細長比が200と400のType IIIとType IVの曲がり材モデルの座屈荷重を示したものである。曲がり材のアーチライズ f_1/l を0.05～0.15、タイの本数を3～11と変化させた結果である。なお、初期たわみは一波Aの形状としたが、一波Bあるいは半波形状の初期たわみでも座屈荷重はほとんど変わらなかったもので示してない。座屈荷重 (P_{cr}/P_E) のタイの本数の関係を示したのが図5、図6である。

図からわかるようにタイの本数が11本程度あれば、ほぼ両端ヒンジ柱の座屈荷重の4倍近くに達することがわかる。この4は式(1)の $n=2$ の強度に対応していることがわかる。このときの座屈モードは2次の逆対称モードになる。

以上のことからわかるように、曲がり材2本をタイで簡単に結合したこの構造形式の座屈荷重は、曲がり材のアーチライズ、細長比やタイの本数にもほとんど影響さ

れないことがわかる。つまり2本の曲がり部材が圧縮を受ける場合、数本のタイで両部材を繋ぐことにより、曲がり部材が2本ともアーチ効果を発揮することになり、横方向の変形を押さえる働きをしていることになる。しかし、タイを取りつけた2本の真直な柱でも適当な初期たわみを与えれば、座屈強度を上げることは可能であることを示したが、どの程度の大きさを与えれば十分なのか、また、横荷重を同時に受ける場合には問題ないのかなど今後さらに検討の余地がある。

なお、座屈荷重をさらに上げることは容易にでき、図7に示すような中央部分に斜材を入れてトラス形式にすればよい。つまり、2次の逆対称座屈モードを生じないように中央部の軸方向変位を拘束することを考えればよいので非常に簡単である。一例として、細長比が400で、アーチライズ f_1/l 、 $\Delta f = (f_1 - f_2) = l/120$ で、トラス形式に斜材を追加した図7のモデルの場合、初期たわみを一波Aの形状とした時の座屈荷重は、図に示すような結果となった。



(a) $P_{cr}/P_E = 9.3$ (b) $P_{cr}/P_E = 11.6$

図7 トラス形式のタイを持つ曲がり材

表5 Type IIのたわみ (v/v_1)

	ピン結合			剛結合	
	一波A	一波B	半波	一波A	半波
タイ3本	$\frac{1}{15}$	1.1	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{21}$
7本	$\frac{1}{13}$	1.29	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{19}$
11本	$\frac{1}{12}$	1.33	$\frac{1}{23}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{30}$

剛結合のタイ剛性 (EI_t) : $EI/100$

1本の柱部材に比べて約9倍以上となった。

(2) タイの本数とたわみ挙動

表5、6は細長比400のモデルで $P_E/2$ の荷重を与えた時、各Typeモデルの同じ位置でのたわみ (v) と両端ヒンジ柱のType Iのたわみ (v_1) との比で示したものである。一波の初期たわみ形状を与えた場合は $l/4$ 点で、半波では $l/2$ 点でのたわみを用いた。

一波Bの初期たわみを与えたType IIのモデルでは、従来の両端ヒンジ柱の変形よりも多少大きな変形が生じているが、座屈荷重は両端ヒンジ柱の座屈荷重と同様となった。また、大きな座屈荷重が得られた一波Aの初期たわみを与えたモデルでは、ピン結でも剛結でも変形量は $1/12 \sim 1/18$ 程度に押さえられていることがわかる。一方、曲がり材の場合はさらに変形量が押さえられており、平均で $1/20 \sim 1/85$ となり非常に小さくなっていることがわかる。また、アーチライズの差 $\Delta f/l$ が小さいほど変形量も小さくなり、Type IIのモデルと比較しても小さくなっていることがわかる。

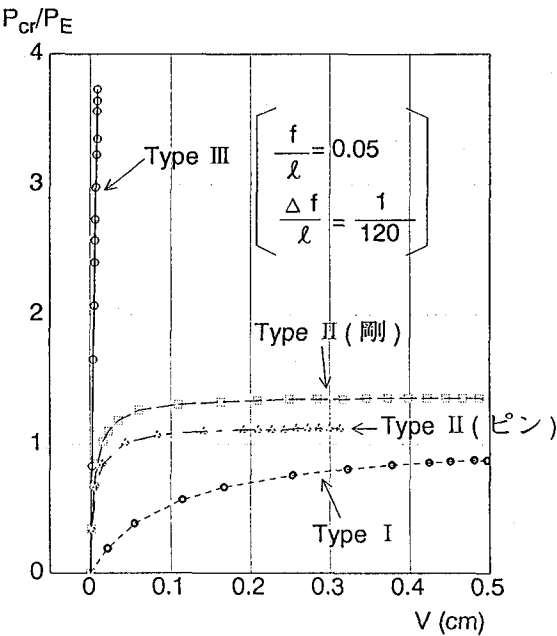


図8 荷重-たわみ曲線 (タイ3本)

表6 Type III及び Type IVのたわみ (v/v_1)

f_1/l	0.05		0.1		0.15	
$\frac{\Delta f}{l}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{120}$
タイ3本	$\frac{1}{121}$	$\frac{1}{46}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{24}$
	$\frac{1}{122}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{19}$
7本	$\frac{1}{78}$	$\frac{1}{23}$	$\frac{1}{68}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{63}$	$\frac{1}{20}$
	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{68}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{22}$
11本	$\frac{1}{76}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{71}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{24}$
	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{59}$	$\frac{1}{22}$
平均	$\frac{1}{85}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{22}$

上段: Type III 下段: Type IV

図8、9は、Type I～IIIのモデルで、タイの本数が3本と11本の時の荷重-たわみ曲線の一例を示したもので、 $l/2$ 点のたわみを用いた。各Typeの変形挙動の特徴がよく表れており、特に、Type IIIが変形量も小さくかつ座屈荷重が大きくなっている様子が示されている。

以上のことより、曲がり材をタイで結合したこの構造形式は、従来の同じ剛性をもつ柱に比べて変形量を少なくとも $1/20$ 以下にすることが可能になることがわかった。

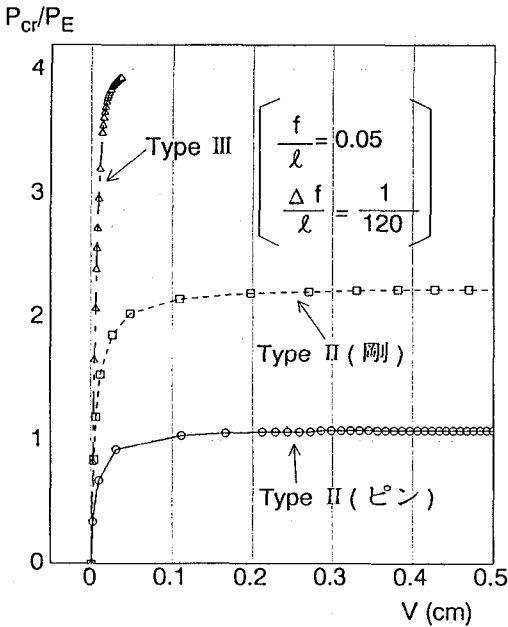


図9 荷重-たわみ曲線 (タイ11本)

つまり、この形式では主部材の曲げモーメントより軸力が支配的な構造になると考えられる。

4. 結 論

タイで結合した曲がり材の座屈特性について、1本の柱部材及び真直ぐな2本柱と比較しながら検討した。解析パラメータとして、部材を結合するタイの本数、曲がり材のアーチライズ及び初期たわみ形状を選んで解析したが、強度あるいは挙動は弾性範囲内のものであり、実構造物としてこの構造形式を用いるためには、解決しなければならない問題は数多くあると思われる。特に、今回の解析結果より、2本の真直な柱でもわずかな初期曲がりを与えるだけで座屈荷重が上昇したことから、どの程度の曲がり材であれば十分か、さらに圧縮荷重と横荷重などが同時に載荷した場合は問題がないのか等検討する必要があると思われる。しかし、タイで結合した2本曲がり材が圧縮を受ける場合のこの構造形式の実用の可能性は示されたと思う。最後に、本研究より得られた結論をまとめると以下のようである。

- (1) 曲がり部材2本をタイで簡単に結合したこの構造形式は、各部材のアーチライズ、細長比やタイの本数にもほとんど影響されずに、どの場合でも同じ剛性を持つ両端ヒンジ柱の座屈荷重の3倍以上の強度を有している。
- (2) 真直な2本柱をタイで結合した場合、与える初期たわみ形状に座屈強度は依存するが、曲がり材の場合

初期たわみ形状にはほとんど影響されない。

- (3) 曲がり材をタイで結合したこの構造形式において、軸圧縮力を受ける場合の面外の変形量は非常に小さく、従来の同じ剛性をもつ柱に比べて変形量を少なくとも $1/20$ 以下にすることが可能になる。
 - (4) タイの本数が11本程度あれば、部材1本の座屈強度のほぼ4倍の強度を有する。また、座屈モードは2次の逆対称座屈モードに対応している。
 - (5) タイの他に中央部分に斜材を入れたトラス形式にすると、逆対称座屈モードを押さえることができ、座屈荷重は、両端ヒンジ柱に比べて約9倍以上となる。
- 最後に、貴重なご助言を頂いた熊本大学崎元達郎教授に記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 土木学会編：座屈設計のガイドライン 1987.
- 2) Timoshenko, S. and Gere, J. (仲威雄, 濤川馨一, 久田俊彦共訳)：座屈理論, コロナ社, 1961.
- 3) C.R.C. of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Pub., 1971.
- 4) 崎元達郎：構造力学(上) 森北出版 1991.

(1994年9月14日受付)