

はり一柱の等価初期たわみに及ぼす荷重パラメータの影響

ON EFFICIENT OF LOAD PARAMETERS FOR THE EQUIVALENT
INITIAL IMPERFECTION OF BEAM-COLUMN

野上 邦栄*・成田信之**

Kunieo NOGAMI and Nobuyuki NARITA

*工博 東京都立大学助手 工学部土木工学科 (〒192-03 東京都八王子市南大沢 1-1)

**工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科 (〒192-03 東京都八王子市南大沢 1-1)

This paper describes basic research aimed at establishing a verification procedure using elastic finite displacement analysis. The concept of equivalent initial imperfections is introduced in this procedure in order to verify ultimate strength without the use of effective buckling length. The equivalent initial imperfection which is affected by structural types, boundary conditions and load conditions has not been clarified yet. In this paper, the procedure for determining of magnitude and modes is presented for the case when the initial displacements are used as the equivalent initial imperfections.

The proposed procedure is applied for beam-columns in which initial buckling modes or deformation forms caused by the design load are used as their equivalent initial imperfections shapes. Their magnitudes are determined by the use of the strength interaction equation of beam-columns.

Key Words : design, finite displacement, initial imperfection, beam-column

1. まえがき

国内外における許容応力度設計法から限界状態設計法^{1),2)}への移行を踏まえ、部材単位の照査により構造物の安全性を保証する現行の設計法¹¹⁾に対して、構造全体照査により安全性を保証する方法として、また現行設計と弾塑性有限変位解析を用いる設計の中間的な設計法として、最近弾性有限変位解析に基づく設計法が提案されている^{3),7),9),10)}。さらに、設計上の観点から従来の有効座屈長を用いた耐荷力評価法に関する見直しが理論的および数値解析的に行われている^{4)-6),8)}。

弾性有限変位解析に基づく設計法では、構造物の終局強度に大きく影響する材料非線形特性、初期たわみ、局部座屈などを等価な初期たわみとして構造解析に考慮し、照査荷重の基での弾性有限変位解析による設計断面力の終局限界状態の照査を行うことにより、構造物の安全性を確保することになる。等価初期不整を与えるということは、既存の設計体系において強度を低減することにより表している初期不整の影響を、構造解析に等価初期不整を導入して生じる付加曲げモーメントにより表すことを意味している。

弾性有限変位解析では、設定された等価初期不整を座標値として考慮することになるが、設計技術者は、直接等価初期不整の形状・大きさを求めるのではなく、設計基準において構造物に対応して規定された形状・大きさを選択して用いるようになることが望ましい。したがって、この等価初期たわみの規定値を如何に決定するかが

重要になる。

著者らは、これまで柱、はり、ラーメン構造に関する等価初期たわみの決定法、ならびにその具体的な規定値を道路橋示方書¹¹⁾の柱、およびはりの基準耐荷力曲線に基づき提案してきた¹⁰⁾。しかし、荷重条件、断面形状、境界条件に対してある特定の条件の基での決定値であり、これらの各種パラメータの等価初期たわみに対する影響についてはまだ十分に解明されていない。

ここでは、特に荷重条件、および境界条件がはり一柱の等価初期たわみに与える影響について数値計算により明らかにするとともに、その具体的な大きさを提案する。等価初期たわみを決定する数値計算は、道路橋示方書において規定されている1軸曲げを受けるはり一柱の強度相関式から得られる値を近似的に厳密な耐荷力として、この値に等価になるように初期たわみを決定している。

2. 等価初期たわみの算定手順

1軸曲げを受けるはり一柱の等価初期たわみの形状および大きさを決定する方法は、以下の手順により算出する。

① 初期条件の設定。

部材の断面諸元、材料特性 σ_y 、換算細長比 λ 、初期荷重 F (材端モーメント M 、軸圧縮力 P)、増分荷重 ΔF を入力する。

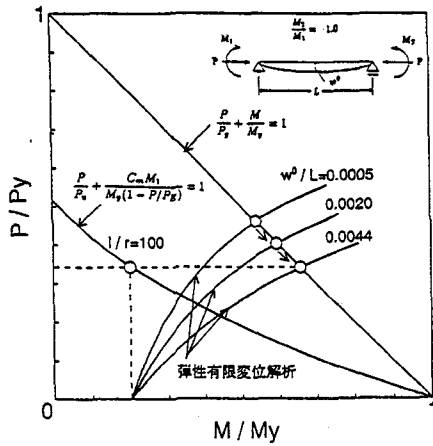


図-1 等価初期たわみの算定手順

② 限界強度 P_u , M_{cr} の決定。

P_u は、設計基準などに定義された基準耐荷力曲線により簡易的に定める。また、 M_{cr} には降伏モーメント M_y を用いる。

③ 等価初期たわみ形状の決定。

等価初期たわみの形状は、式 (1) の弾性固有値解析により得られる最小座屈荷重に対応する座屈モードに近い形状とする。

$$|K_E + \kappa K_G(N)| = 0 \quad (1)$$

ここに、 K_E は微小変位理論における剛性行列、 K_G は基準状態における幾何剛性行列、 κ は最小固有値である。

あるいは、設計荷重下での変形モードを用いる。

④ 等価初期たわみの大きさの仮定。

初期たわみの大きさは、対応する形状の最大振幅 w^0 を仮定する。

⑤ 断面力の算出。

仮定された等価初期たわみを座標値として考慮した弾性有限変位解析により断面力を計算し、最大応力度 σ_{max} を求める。

$$K(\delta) \delta = F \quad (2)$$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{I_{zz}} z \quad (3)$$

ここに、 K は非線形剛性行列、 δ , F は変位、荷重、 M_z は z 軸に関する曲げモーメント、 z は z 座標である。

⑥ 最大応力と降伏応力の比較。

最大応力度 σ_{max} と降伏応力度 σ_y を比較し、もし σ_y に達していない場合、軸圧縮荷重 P を増加させ、⑤に戻って繰り返し計算をする。

$$\left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} \right) \approx 1 \quad (4)$$

⑦ 等価初期たわみ量の決定。

収束した時の荷重 P 、および M_1 と②の限界強度 P_u , M_{cr} をはり一柱の強度相関式に代入し、も

し、その値が1を満足しない場合、等価初期たわみの大きさ w^0 を修正して③に戻り繰り返し計算を行う。満足した時の等価初期たわみが求める解となる。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m M_1}{M_{cr}(1 - P/P_e)} \approx 1 \quad (5)$$

ここに、 P_e はオイラー座屈荷重、 M_1 , M_2 は端モーメント ($|M_1| \geq |M_2|$)、および C_m はモーメント換算係数であり、Austin 式を用いている。

以上の算定手順の模式図を 図-1 に示す。

3. はり一柱の等価初期たわみ

具体的な骨組部材として、軸圧縮力と z 軸に関する曲げモーメントを受けるはり一柱を取り上げる。まず、等価初期たわみの大きさを、2. の算定手順にしたがって算出する。さらに、等価初期たわみに与える荷重条件、境界条件の影響について数値解析結果から考察するとともに、新しい等価初期たわみ式を提案する。

3.1 解析モデル

- 対象としたはり一柱は、図-2 に示すように、単純支持および一端固定他端自由支持された一様断面部材である。

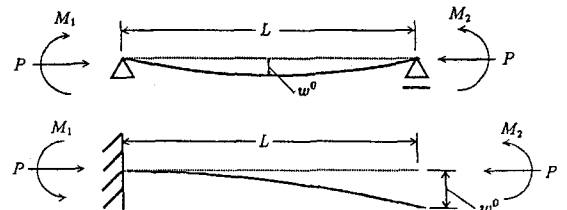


図-2 はり一柱モデル

- 用いた断面は、150 × 130 × 10 の H 型断面である (SM400)。
- また、荷重条件は材端モーメント比 M_2/M_1 が $M_2/M_1 = -1.0, -0.5, 0.0, +0.5, +1.0$ の5パターンについて、強軸、弱軸回りの曲げモーメントを受ける場合について行う。
- 等価初期たわみ形状は、単純支持されたはり一柱の場合、荷重条件に対応する変形モードを与えることにし、ここでは、特に等曲げ ($M_2/M_1 = +1.0$) から片曲げ ($M_2/M_1 = 0.0$) までの荷重状態に対しては、半波形状を、また片曲げから逆曲げ ($M_2/M_1 = -1.0$) に対しては正弦波形状を初期座標値とする。また、一端固定他端自由支持の場合は、軸圧縮力 P のみが作用した柱としての最小固有値に対応する座屈モードを与える。

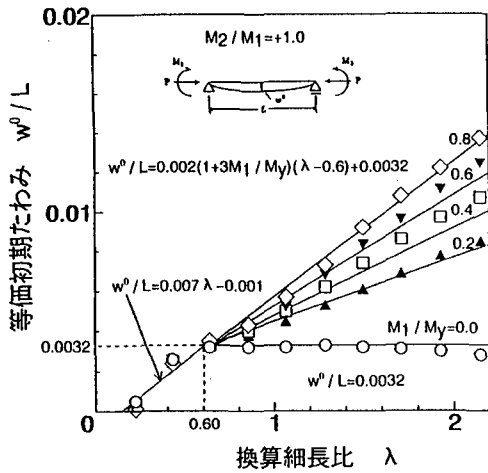


図-3-a $M_2/M_1 = +1.0$

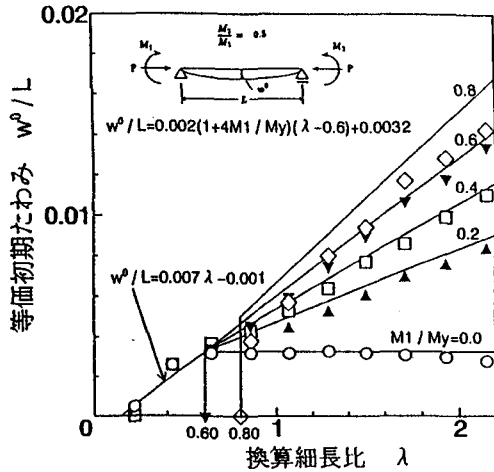


図-3-b $M_2/M_1 = +0.5$

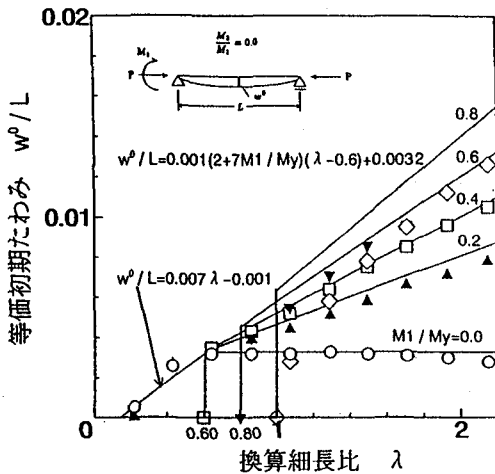


図-3-c $M_2/M_1 = 0.0$

図-3 はり一柱の等価初期たわみ(強軸)- その1

- また、柱の基準耐荷力曲線には道路橋示方書の曲線を用いる。

$$\sigma_u = \begin{cases} 1.0 & \lambda \leq 0.2 \\ 1.109 - 0.545\lambda & 0.2 < \lambda \leq 1.0 \\ 1.0/(0.773 + \lambda^2) & \lambda > 1.0 \end{cases} \quad (6)$$

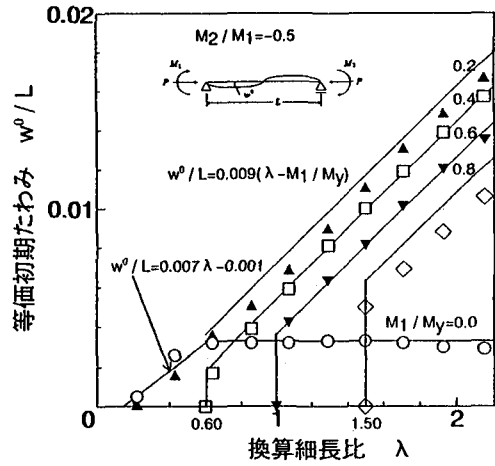


図-4-a $M_2/M_1 = -0.5$

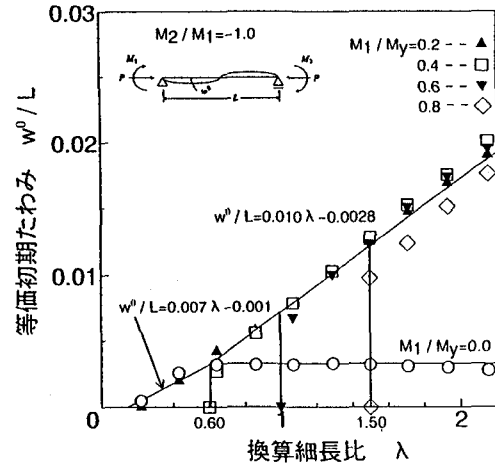


図-4-b $M_2/M_1 = -1.0$

図-4 はり一柱の等価初期たわみ(強軸)- その2

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \left(\frac{L}{r} \right)$$

3.2 単純支持されたはり一柱

(1) 強軸回りの曲げモーメント

いま、強軸回りの曲げモーメントと軸圧縮力を受けるはり一柱の等価初期たわみを、細長比をパラメータにして解析した。その結果を荷重条件 M_2/M_1 ごとに示したのが 図-3、図-4である。横軸には、換算細長比 λ を、縦軸には、部材長に対する等価初期たわみの無次元量 w^0/L を取っている。図中の記号○▲□▼◇は、各々端モーメントに対する降伏モーメントの比 $M_1/M_y = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ である。なお、各図中の実線は、最小2乗法により線形近似したものであり、以後、近似式1と呼ぶ。

図-3-aは、等曲げ ($M_2/M_1 = +1.0$) の結果を表している。 $\lambda < 0.2$ では、端モーメントに関係なく等価初期たわみを必要としないことがわかる。 $0.2 \leq \lambda \leq 0.6$ の範囲では、 M_1/M_y の大きさの違いは現れず、等価初期たわみと λ との間には線形関係がある。これは、この範

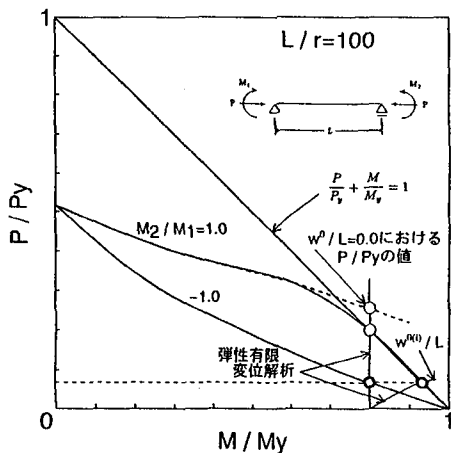


図-5 $w^0/L=0.0$ となる概念

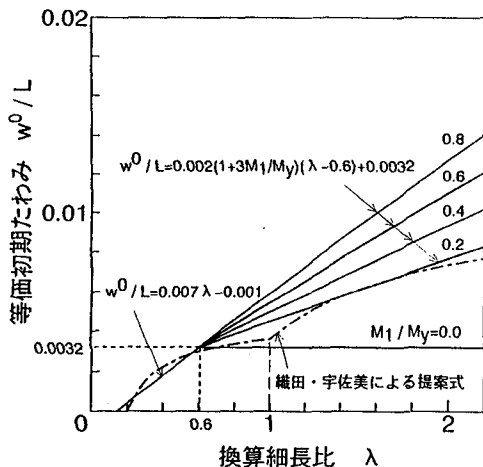


図-6 他の提案式との比較

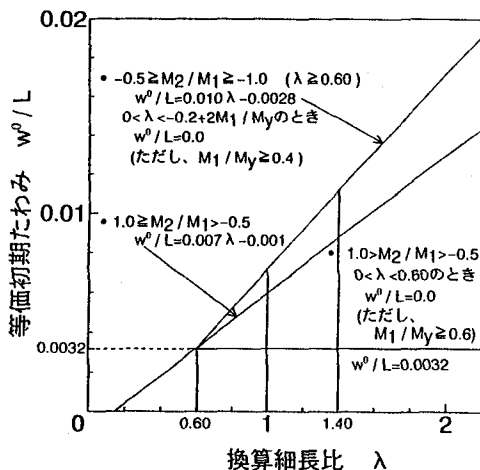


図-7 はり一柱の等価初期たわみの提案式(強軸)

図の部材の場合、弾性有限変位解析による最大応力度 σ が $\sigma/\sigma_y = 1$ に達するには、端モーメント M による影響が小さく、軸圧縮力 P に支配されるためである。

また、 $\lambda > 0.6$ の領域では、 $M_1/M_y = 0$ (つまり、柱) の場合 $w^0/L = 0.0032$ となり¹²⁾、実設計では

$$\frac{w^0}{L} = \frac{1}{300} \quad (7)$$

の一定値で与えれば良いことになる。さらに $M_1/M_y > 0$ では λ が長くなるにしたがって、等価初期たわみの大きさは線形関係をもって増加している。この傾向は M_1/M_y が増大するにしたがって著しい。これは、 M_1/M_y の増加にしたがって大きな曲げ応力が生じ、初期降伏に達するための軸圧縮力の影響が小さくなるため、この小さな軸圧縮力の基で式(5)の照査式を満足するためには、等価初期たわみを増大しなければならないことが理由である。

図-3-b ~ 図-4-b から明かなように、不等曲げの荷重条件になるにしたがって、等価初期たわみを必要としない λ の領域が増大している。この傾向は、 M_1/M_y が大きくなるにしたがって顕著になる。これは、 $\ell/r = 100$ の相関曲線概念図である 図-5に示すように、不等曲げになるほど式(5)の強度相関曲線が式(4)の直線より高くなるため、端曲げモーメント M_1/M_y が大きくなるほど、断面が初期降伏に支配され、強度相関曲線の影響を受けないためである。

また、図-3-b および 図-3-cにおいて、 $M_1/M_y = 0.8$ の等価初期たわみ値 $\diamond$ が、 $\lambda > 1$ の領域において $M_1/M_y = 0.6$ の値 $\blacktriangledown$ に漸近している。さらに、図-4-aでは、 M_1/M_y が小さくなるにしたがって等価初期たわみが大きくなり、図-3-a ~ 図-3-c と異なる傾向を示している。これは、初期たわみ形状として荷重に対応した厳密な変形形状を与えるのではなく、3.1 解析モデルで仮定したように等曲げから片曲げでは正弦半波、片曲げから逆曲げでは正弦波に近似したためである。なお、逆曲げの 図-4-b は、 M_1/M_y の大きさの影響は表れず、等価初期たわみは λ との間に線形関係が見られる。

ここで、これまでに提案されている織田・宇佐美⁹⁾の近似式と比較を行った。その結果をまとめたのが 図-6 である。対象としたはり一柱は等曲げを受ける一様断面部材であり、この時、織田・宇佐美の式は

$$\eta = \begin{cases} 0.539(\lambda - 0.2) & 0.2 \leq \lambda \leq 1.0 \\ 1.337(\lambda - 0.678) & \lambda > 1.0 \end{cases} \quad (8)$$

と与えられる。ここに、 $\eta = w^0 \cdot A/W$ であり、 A, W は各々部材中央の断面積、断面係数である。本解析結果と比較するため、上式の η を w^0/L に変換すると、次式を得る。

$$\frac{w^0}{L} = \begin{cases} 0.0045 \left(1 - \frac{0.2}{\lambda} \right) & 0.2 \leq \lambda \leq 1.0 \\ 0.0112 \left(1 - \frac{0.678}{\lambda} \right) & \lambda > 1.0 \end{cases} \quad (9)$$

図中の実線は本解析の近似式 1 を、一点破線は織田・宇佐美の式を表している。一点破線は、近似式 1 における $M_1/M_y = 0.2$ の実線に対応しており、本解析結果の下限値を表しており、少し危険側な等価初期たわみを評価している。また、 $M_1/M_y = 0$ の場合(柱)についても式(9)を適用することになっているが、本解析結果で

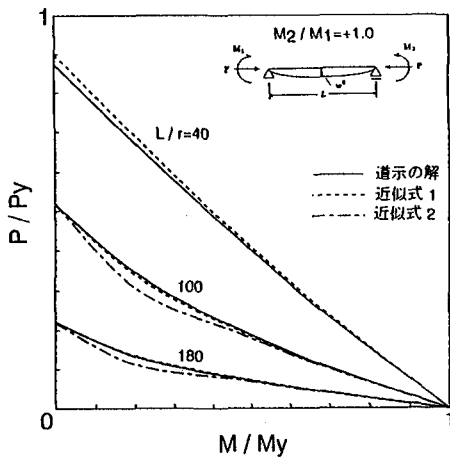


図-8-a $M_2/M_1 = +1$

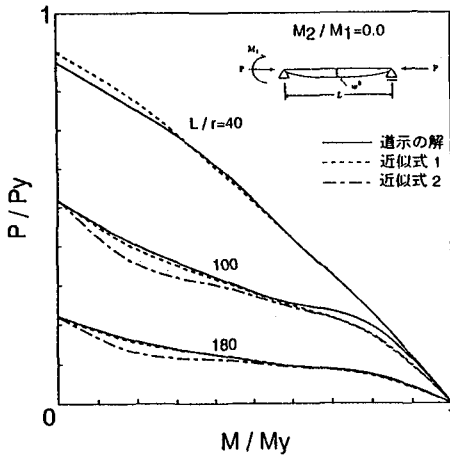


図-8-b $M_2/M_1 = 0$

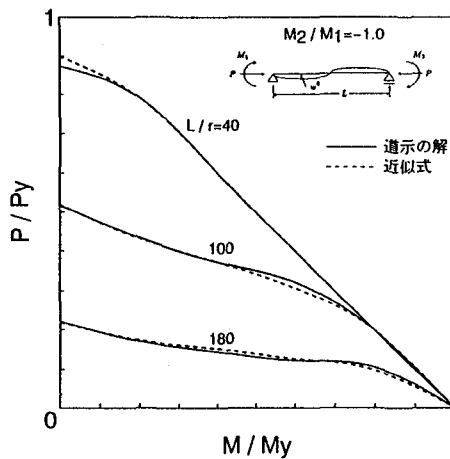


図-8-c $M_2/M_1 = -1$

図-8 道示の解と近似解の強度相関曲線の比較

は、 λ に対して $w^0/L = 0.0032$ の一定値で等価初期たわみを与えることが可能である。

このように、 M_1/M_y に対する平均値を表している織田・宇佐美の式が、本解析結果の下限值を示した原因については、弾性 2 次解析の定式化の違い、収束判定方法などの違いが影響しているものと考えられる。

以上の結果を踏まえて、ここでは、近似式 1 をさらに簡略化した次のような近似式 2 を提案する。

$$\left. \begin{aligned} &-1.0 < M_2/M_1 < 0.5 \text{ のとき、} \\ &\quad w^0/L = 0.007\lambda - 0.001 \\ &\text{ただし、} 0.0 < \lambda < 0.6, M_1/M_y \geq 0.6 \text{ の時} \\ &\quad w^0/L = 0.0 \\ &0.5 \leq M_2/M_1 < 1.0 \text{ のとき、} \\ &\quad w^0/L = 0.01\lambda - 0.0028 \quad \lambda \geq 0.6 \\ &\quad w^0/L = 0.007\lambda - 0.001 \quad 0 \leq \lambda < 0.6 \\ &\text{ただし、} 0.0 < \lambda < -0.2 + 2M_1/M_y \text{ で、} \\ &\quad M_1/M_y \geq 0.4 \text{ のとき} \\ &\quad w^0/L = 0.0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

上式の等価初期たわみの大きさ w^0/L は、図-7 のようになる。

いま、道示に従うはり一柱の限界強度と、近似式 1、および近似式 2 から得られる等価初期たわみの値を用いて弾性有限変位解析を行い、最大応力が初期降伏に達した時の各限界荷重について $\ell/r = 40, 100, 180$ の 3 ケースの部材に対して比較計算を行った。なお、逆曲げの場合、近似式 1 と近似式 2 は同一式である。その結果を示したのが 図-8 である。これらの図から明らかに、道示の解である実線と近似式 1 は良い一致を示している。これに対して、近似式 2 は中間柱、長柱領域において $0.1 < M_1/M_y < 0.4$ の範囲で道示の解と差が表れているが、その差は小さい。以上の比較結果から、単純支持されたはり一柱の等価初期たわみの大きさには、近似式 2 が有効である。

(2) 弱軸回りの曲げモーメント

同様にして、弱軸回りの曲げモーメントを受けるはり一柱の等価初期たわみを解析した。各荷重条件 M_2/M_1 について示したのが 図-9、図-10 である。

図から明らかに、等価初期たわみと換算細長比の解曲線の傾向は、(1) の強軸回りの曲げモーメントに関する解析結果である 図-3 と同様になった。

したがって、弱軸回りの曲げモーメントを受けるはり一柱の等価初期たわみは、次のように近似することができる (図-11)。

$$\left. \begin{aligned} &-1.0 < M_2/M_1 < 0.5 \text{ のとき、} \\ &\quad w^0/L = 0.005\lambda - 0.001 \\ &\text{ただし、} 0.0 < \lambda < 0.6, M_1/M_y \geq 0.6 \text{ の時} \\ &\quad w^0/L = 0.0 \\ &0.5 \leq M_2/M_1 < 1.0 \text{ のとき、} \\ &\quad w^0/L = 0.005\lambda - 0.001 \quad \lambda < 0.6 \\ &\quad w^0/L = 0.007\lambda - 0.0022 \quad \lambda \geq 0.6 \\ &\text{ただし、} 0.0 < \lambda < -0.2 + 2M_1/M_y \text{ で、} \\ &\quad M_1/M_y \geq 0.4 \text{ のとき} \\ &\quad w^0/L = 0.0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

なお、 $M_1/M_y = 0$ の場合の等価初期たわみは、 $w^0/L = 0.002$ の一定値となる。

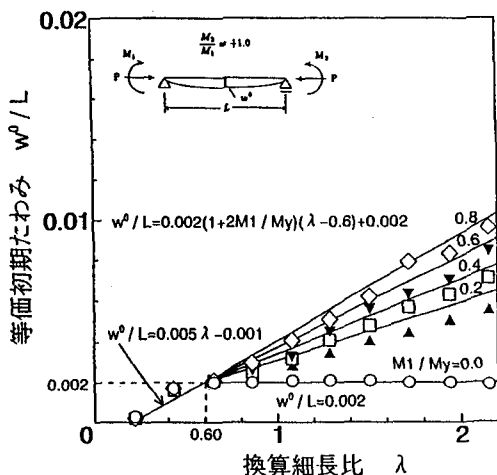


図-9-a $M_2/M_1 = +1.0$

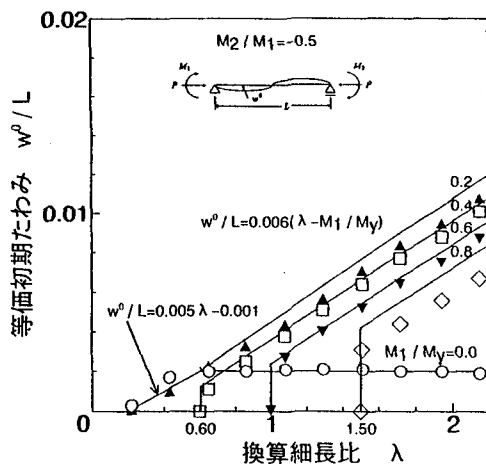


図-10-a $M_2/M_1 = -0.5$

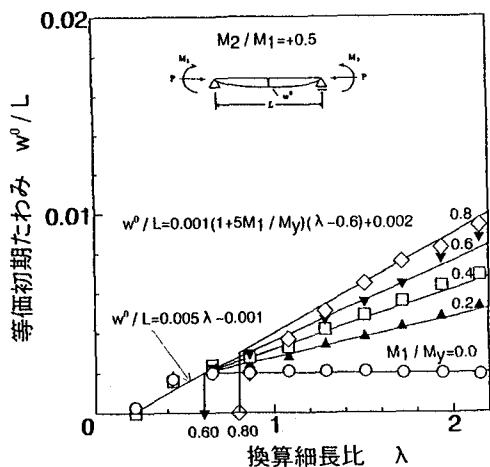


図-9-b $M_2/M_1 = +0.5$

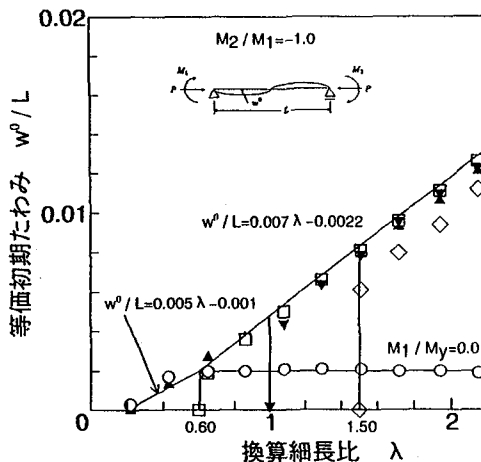


図-10-b $M_2/M_1 = -1.0$

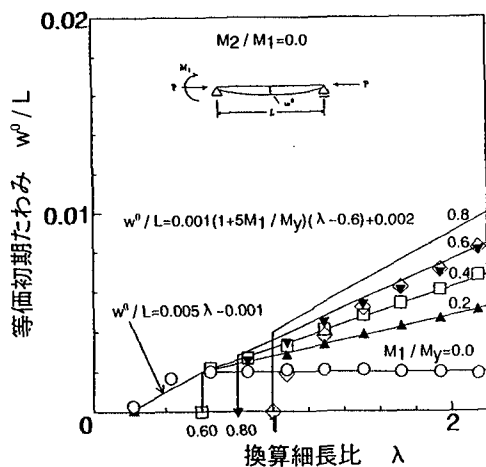


図-9-c $M_2/M_1 = 0.0$

図-10 はり一柱の等価初期たわみ(弱軸)-その2

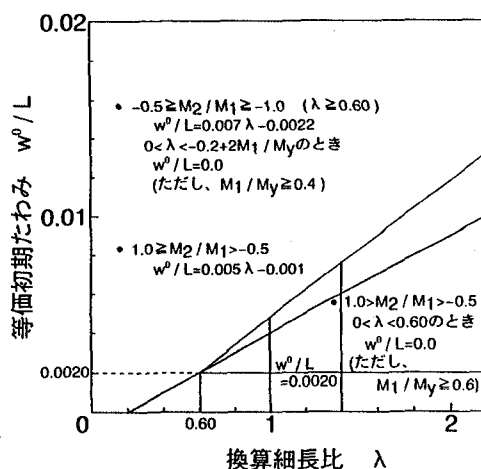


図-11 はり一柱の等価初期たわみの提案式(弱軸)

いま、道示の解と近似式の強度相関曲線の比較計算を行った。その結果を示したのが 図-12 である。これらの図から明らかなように、等曲げ状態から片曲げ状態において、道示の曲線である実線に対して、近似式2は中間柱、長柱領域において $0.1 < M_1/M_2 < 0.5$ の範囲で道示の解との間に違いが現れているが、全体的に良い一致

を示している。また、本解析による等価初期たわみの大きさは、強軸回りの曲げモーメントを受ける解析値の約70%の値を示している。したがって、ここで対象とした断面の場合、式(10)の等価初期たわみの70%の大きさを与えれば充分精度の良い強度を得ることができる。

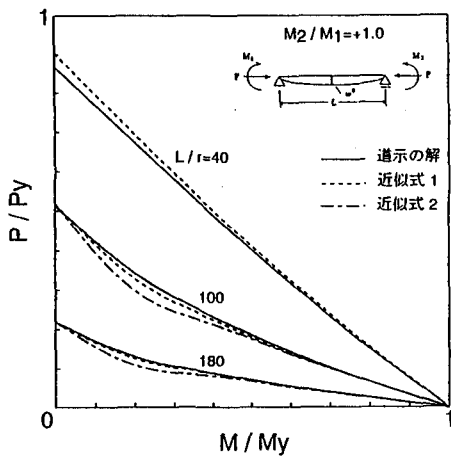


図-12-a $M_2/M_1 = +1$

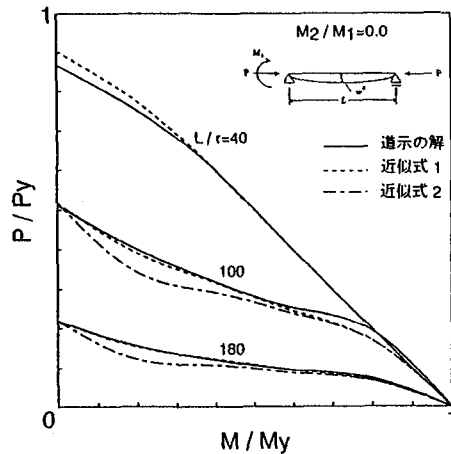


図-12-b $M_2/M_1 = 0$

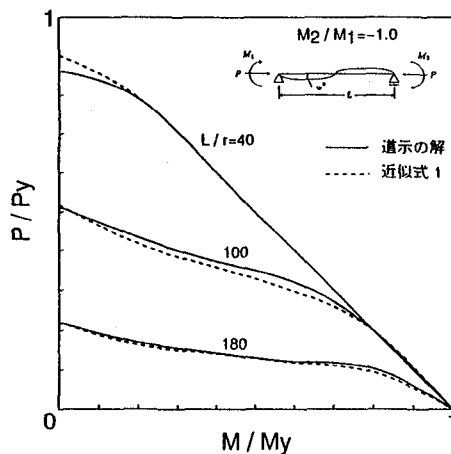


図-12-c $M_2/M_1 = -1$

図-12 道示の解と近似解の強度相関曲線の比較

3.3 一端固定他端自由のはり一柱

次に、自由端に M_1/M_y の端モーメントを受ける一端固定他端自由のはり一柱について検討した。解析モデルは、3.2 の単純支持はり一柱と同一である。

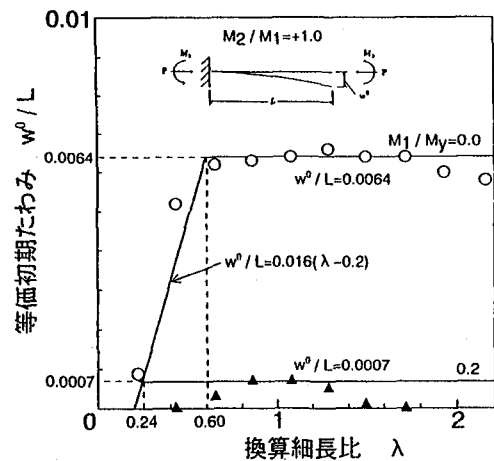


図-13 片持ちはり一柱の等価初期たわみ

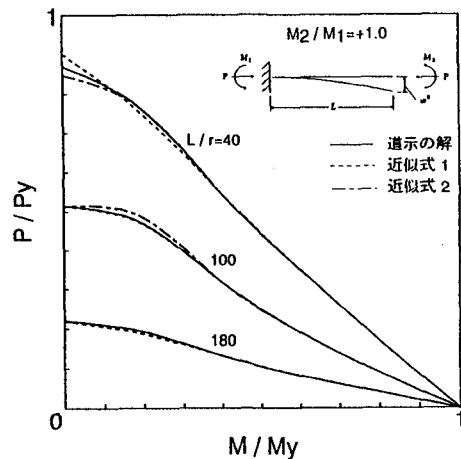


図-14 道示の解と近似解の強度相関曲線の比較

図-13 は、 M_1/M_y に対する等価初期たわみと λ の関係を示したものである。 $M_1/M_y = 0$ の場合、

$$\frac{w^0}{L} = \begin{cases} 0.016(\lambda - 0.2) & \lambda < 0.6 \\ 0.0064 & \lambda \geq 0.6 \end{cases} \quad (12)$$

と近似できる。特に、 $w^0/L = 0.0064$ は、式(7)の丁度2倍になっており、単純支持と一端固定他端固定の境界条件の違いを考慮する時、この値は妥当な結果を示している。また、 $M_1/M_y = 0.2$ では、 $0.4 < \lambda < 1.6$ の範囲において、最大 $w^0/L = 0.0007$ の等価初期たわみを必要としているが、 $M_1/M_y > 0.2$ での等価初期不整合は $w^0/L = 0$ となった。

したがって、一端固定他端固定のはり一柱の等価初期たわみは

$$\frac{w^0}{L} = \begin{cases} 0.0064 & M_1/M_y \leq 0.2 \\ 0.0 & M_1/M_y > 0.2 \end{cases} \quad (13)$$

と近似(近似式2)しても、図-14 から明らかなように十分な耐力評価ができることがわかる。

4. まとめ

弾性有限変位解析に基づく設計法における等価初期不整について、はり一柱を対象にして検討した。その結果、荷重条件および境界条件の違いによる等価初期たわみへの影響を明らかにし、その具体的な数値を提案することができた。

単純支持され、強軸回りの曲げモーメントを受けるはり一柱の等価初期たわみの形状は、等曲げから片曲げの荷重条件において、等曲げ作用時の変形モード(正弦半波)を、逆曲げでは正弦波を与え、しかも、式(10)で与えられる大きさを導入することにより、精度の高い強度を評価することができた。

また、弱軸回りの曲げモーメントを受ける場合は、強軸回りの曲げモーメントを受けるはり一柱と同様の傾向を示しており、特に等価初期たわみの大きさは、式(10)の7割程度に低減した値を用いれば良いことが明らかになった。

最後に、一端固定他端自由のはり一柱の等価初期たわみは、 $M_1/M_y > 0.2$ の範囲において $w^0/L=0$ となった。これは、自由端にある程度以上の曲げモーメントを受けるはり一柱の断面の終局強度は初期降伏に支配されることを意味しており、等価初期たわみを零とした弾性有限変位解析に基づく方法により断面設計するば良いことになる。

謝辞： 本研究の解析を進めるにあたっては、山本幸治(市川工務店)君の努力に負うところ大である。また、本研究は、土木学会鋼構造委員会新技術小委員会(委員長伊藤学 埼玉大学教授)より援助を受けました。ここに記して感謝する次第です。

参考文献

- 1) 土木学会：鋼構造設計指針, PART A, PART B, 1987
- 2) 土木学会構造工学委員会鋼・コンクリート共通構造設計基準小委員会：鋼構造とコンクリート構造の限界状態設計法に関する共通の原則, 土木学会論文集, pp.13-20, No.450/I-20, 1992.7
- 3) 長谷川彰夫・西野文雄：線形化有限変位理論による構造物の設計法の提案, 土木学会第44回年学術講演会講演概要集, pp.108-109, 1989.10
- 4) 野上邦栄：鋼ラーメン柱の実用的座屈設計法に関する一提案, 土木学会論文集, No.459/I-22, pp.159-162, 1993.1
- 5) 中井博・酒造敏広・大垣賀律雄：鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法, 土木学会論文集, No.380/I-7, pp.263-272, 1987.4
- 6) 宇佐美勉・垣内辰雄・水野克彦：鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一提案, 土木学会論文集, No.404/I-11, pp.331-340, 1989.4
- 7) 土木学会：鋼構造物の終局強度と設計, 技報堂, 1994.7
- 8) 織田博孝・宇佐美勉：骨組構造物の座屈設計法の比較と評価, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.249-262, 1994.3
- 9) 織田博孝・宇佐美勉：弾性2次解析による変断面骨組の座屈設計法, 土木学会論文集, No.489/I-27, pp.129-138, 1994.4
- 10) 野上邦栄・高木真・林一輝・成田信之：弾性有限変位解析に基づく設計における骨組構造の等価初期不整, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.263-273, 1994.3
- 11) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説(I 共通編 2 鋼橋編), 1990.2
- 12) F., Nishino, Buntara S., Gan and E., Yamaguchi : A design procedure for steel structures based on geometrically nonlinear analysis, EASEC-4, pp.867-872, 1993.9

(1994年9月14日 受付)