

張弦梁構造の軸力による多段階軸力制御 半質量ダンパーによる張弦梁構造の制振

MULTI STEP CONTROL OF AXIAL FORCES IN BEAM STRING STRUCTURES

Vibration Control of Beam String Structures by Semi Mass Damper

加藤史郎*, 中澤祥二**

Shiro KATO and Shoji NAKAZAWA

*工博 豊橋技術科学大学教授 建設工学系 (〒441 愛知県豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘 1-1)

** 豊橋技術科学大学 大学院学工学研究科 (〒441 愛知県豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘 1-1)

The present work discusses a formulation for multi-step control of axial forces of strings in beam string structures. Emphasis is on the damping performance of Semi Mass Damper (SMD) applied to space frames. A simple yet efficient SMD is a kind of passive control system and the system increases damping to space frames. The effect of damping is caused by collision between a mass block and a stopper as well as by frictional force of a block. To clarify the characteristics of a SMD, a finite - element model that accounts for the friction and impact behavior at the mass-to-ground interface is developed. An equivalent coefficient of restitution procedure is described to account for energy loss in collision between flexible bodies. An experiment using an arch model is conducted where model parameters are identified for a special case. Results of numerical studies, applied to the arch model, are found to agree well with those of experiments. It is confirmed that multi semi mass dampers with properly selected mass ratios effectively suppress the response peaks over wide frequency bands.

Keywords : beam string structure, semi-mass-damper, axial forces control, collision

1. 序

スペースフレームの大スパン化, 軽量化に伴い, 固定荷重による弾性変形の増大や, さらに, 変動風や地震動による振動が問題となることが多い。これに対して張弦梁構造は, 施工時に張力が調節可能であるため, 固定荷重, 付加荷重による弾性変形が制御可能な優れた構造形式である。さらに, 施工後もこの張力を制御しうる制御機構を導入するならば, 荷重の変化, 変形の進行に応じた制御が可能となる。

しかし, 制御効果が高いとされるアクティブ制御機構を導入するためには大きなエネルギーを外部から供給するが必要があり, 場合によっては, アクティブ制御は装置のコストが高くなり, 経済的に設置が困難となることが想定される。また, メンテナンスも含め制御システムの信頼性や耐久性を確保するには長期にわたる維持管理システムを整備する必要があるため, より単純かつ経済性に優れた制振法が望まれている。

このようなアクティブ制御の欠点を補うための1つの方法として, 多段階軸力制御手法を提案する。多段階制御では, 軸力制御²⁾を行なう部材を構造物の固定荷重に対する制御部材と付加的な荷重に対する制御部材とに分

けて定式化を行う。この制御は, 段階的に制御を行なうことで動的に変化させなければならない制御軸力を低減するためのシステムである。アクティブ制御と比較し, パッシブ制御は維持管理の簡易性や経済性の点において優れているため, 軸力制御手法とパッシブ制御を組み合わせた多段階制御システムは, より経済的な制御が可能であると考えられる。

パッシブ制御のなかで, TMD(Tuned Mass Damper)は, 各種構造の制振法として一般的に用いられ, 多くの研究がなされている。TMDは, 単一の振動モードに対する制振法であり, 固有振動モードの連成が顕著な大スパン構造物への適用は, 困難であると考えられる。また, 付加質量が構造物の固定荷重として作用する事も不利と考えられる。

それに対し, 半質量ダンパー法¹⁾は, 付加質量が構造物の固定荷重として作用することなく, 簡単な施設と原理を使い独立主塔の制振法として, 高い効果が報告されている。

そこで本研究では, 大スパン構造物の1つとして張弦梁構造を採用し, 2節では, 張弦材の張力により構造物の制御を行う軸力制御の多段階制御の定式化を行い, 軸

力制御手法とパッシブ制御の1つである半質量ダンパー法を組み合わせた多段階制御システムの定式化を行う。また、数値シミュレーションを行うために必要な半質量ダンパーの力学モデルを提案する。第3節、4節では、半質量ダンパーの制振効果及び、定式化の検証を目的として、打撃加振法によるPVC製アーチ模型を用いた振動実験を行ない、半質量ダンパーの制振効果及び第2節で示した力学モデルの妥当性を示す。第5節では、実際のスペースフレームに対する半質量ダンパーの適用可能性を検討する。

2. 多段階制御の定式化

多段階制御では、軸力制御²⁾を行なう部材を構造物の固定荷重に対する制御部材と付加的な荷重に対する制御部材とに分けて定式化を行う。この制御は、段階的に制御を行なうことで動的に変化させなければならない制御軸力を低減するためのシステムである。本システムでは、構造物の自重などの固定荷重に対して静的に行う制御を第1段階制御、施工後に構造物に作用する雪、風、地震などの変動荷重に対して動的に行う制御を第2段階制御と呼ぶことにする。本論では、第1段階制御として静的な軸力制御、第2段階制御として動的な軸力制御を導入した場合と半質量ダンパー法を導入した場合について、多段階制御の定式化を行う。

多段階制御では、構造物を構成する部材を、軸力を制御する部材群（調整構造部）とそうでない部材群（被調整構造部）とに分類し、さらに、調整構造部を第1段階制御部材と第2段階制御部材に分ける。

調整構造部には初期軸力の形式で軸力が調整されるものとする。第1段階制御部材 i に初期軸力 λ_{1i} が導入されると、変形による部材両端の伸び δ_{1i} により、部材軸力 n_{1i} は次式で表される。

$$n_{1i} = k_{1i} \cdot \delta_{1i} + \lambda_{1i} \quad (1.1)$$

ただし、 k_{1i} は伸び剛性であり、 λ_{1i} は無歪み状態を基準として定める。同様に、第2段階制御部材 i の部材軸力 n_{2i} は次式で表される。

$$n_{2i} = k_{2i} \cdot \delta_{2i} + \lambda_{2i} \quad (1.2)$$

2.1 静的な軸力制御

第1段階制御過程では、構造物の固定荷重に対して施工時に第1段階制御部材の初期導入軸力で制御を行なう。ただし、第1段階制御部材は、初期軸力を導入した後、施工後調整しないものとする。静的な外荷重 $\mathbf{P}_{eo}$ 、変位ベクトル $\mathbf{D}$ 、第1、第2段階制御部材の制御力ベクトル Λ_1 、 Λ_2 、第1、第2段階制御部材の全体剛性マトリックス $\mathbf{K}_1$ 、 $\mathbf{K}_2$ 、被補強構造部材の全体剛性マトリックス $\mathbf{K}_0$ 、第1、第2段階制御部材の初期応力による初期軸力影響マトリックス $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ を用いると、構造全体の釣合い式は、次式のように表せる。

$$[\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2] \{\mathbf{D}\} + [\mathbf{F}_1] \{\Lambda_1\} + [\mathbf{F}_2] \{\Lambda_2\} = \{\mathbf{P}_{eo}\} \quad (2)$$

$$\{\Lambda_1\}^T = \{\cdots, \lambda_{1i}, \cdots\}^T, \{\Lambda_2\}^T = \{\cdots, \lambda_{2i}, \cdots\}^T$$

但し、 Λ_1 は、第1段階制御に用いられる初期導入軸力 λ_{1i} を成分にもつベクトル、 Λ_2 は、第1段階制御に用いられる初期導入軸力 λ_{2i} を成分にもつベクトルである。ここで、第1段階制御終了後の静的釣り合い状態において、第2段階制御部材の影響がないように第2段階制御部材に働く軸力を0とする。

$$[\mathbf{K}_2] \{\mathbf{D}\} + [\mathbf{F}_2] \{\Lambda_2\} = \{0\} \quad (3)$$

式(2)より、変位 $\mathbf{D}$ が次式のように表せる。

$$\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{D}_{eo}\} - [\mathbf{X}] \{\Lambda_1\} \quad (4)$$

ただし、

$$\{\mathbf{D}_{eo}\} = [\bar{\mathbf{K}}]^{-1} \{\mathbf{P}_{eo}\} \quad (5.1)$$

$$[\mathbf{X}] = [\bar{\mathbf{K}}]^{-1} [\mathbf{F}_1] \quad (5.2)$$

$$[\bar{\mathbf{K}}] = [\mathbf{K}_0] + [\mathbf{K}_1] \quad (5.3)$$

とする。

制御則³⁾⁴⁾を定めるにあたり、種々な目的関数の設定が可能となる。本研究では、便宜上、(1)被調整構造部の歪エネルギーが出来るだけ小さく、(2)制御される変位 $\mathbf{D}$ が目標値 $\mathbf{D}_0$ に出来るだけ近くなることを基本として、次のように二次形式の目的関数 J_k

$$J_k = \frac{1}{2} \{\mathbf{D}\}^T [\mathbf{K}_0] \{\mathbf{D}\} + \frac{1}{2} \{\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\}^T [\mathbf{Q}_D] \{\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\} + \frac{1}{2} \{\Lambda_1\}^T [\mathbf{C}_1] \{\Lambda_1\} \quad (6)$$

を仮定する。ここで、 $\mathbf{Q}_D$ 、 $\mathbf{C}_1$ は、変位、制御力に対する重み係数マトリックスである。また、右辺第1項は、被補強部材の歪みエネルギーを表し、第3項は、制御にあたり必要となるエネルギーを反映した二次形式の関数を表す。 $\mathbf{C}_1 = [0]$ は、完全制御を表し、 $\mathbf{C}_1 = [\infty]$ は、第1段階制御を行わないことを表す。最適化にあたり、特に付帯条件がないとすると、式(6)を Λ_1 に関して最小化することで最適な Λ_1 が次式のように得られる。

$$\{\Lambda_1\} = [\mathbf{Z}]^{-1} \{\mathbf{L}\} \quad (7.1)$$

$$[\mathbf{Z}] = [\mathbf{X}]^T [\mathbf{K}_0 + \mathbf{Q}_D] [\mathbf{X}] + [\mathbf{C}_1] \quad (7.2)$$

$$\{\mathbf{L}\} = [\mathbf{X}]^T \{[\mathbf{K}_0] \{\mathbf{D}_{eo}\} + [\mathbf{Q}_D] \{\mathbf{D}_{eo} - \mathbf{D}_0\}\} \quad (7.3)$$

式(7.1)から式(7.3)を式(4)に代入して、最適化された変位 $\mathbf{D}$ を得る。また、第2段階制御部材の導入軸力 λ_{2i} は、求められた変位 $\mathbf{D}$ を用いて式(1.2)の $n_{2i} = 0$ を満たすように定めることができる。

$$\lambda_{2i} = -k_{2i} \cdot \delta_{2i} \quad (8)$$

2.2 動的な軸力制御

第2段階制御過程では、施工後に構造物に作用する変動荷重に対して第2段階制御部材の初期導入軸力で制御を行なう。

質量マトリックス $\mathbf{M}$ 、減衰マトリックス $\mathbf{C}_d$ 、全構造物材の全体剛性マトリックス $\mathbf{K}$ 、変動外力 $\mathbf{P}_{eo}$ 、固定外力 $\mathbf{P}_{eo}$ 、地震影響マトリックス ξ 、地震動 $\ddot{u}_g$ とすると、運動方程式は次のように表される。

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{D}}\} + [\mathbf{C}_d] \{\dot{\mathbf{D}}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{D}\} + [\mathbf{F}_1] \{\Lambda_1\} + [\mathbf{F}_2] \{\Lambda_2\} = -[\mathbf{M}] \{\xi\} \ddot{u}_g + \{\mathbf{P}_{et}\} + \{\mathbf{P}_{eo}\} \quad (9)$$

地震動、変動外乱については、 t_{j+1} の値を時刻 t_j の値で、つまり、1ステップ遅れで外挿するものと仮定する。また、第1段階制御部材 Λ_1 は、初期軸力を導入した後、施工後調整しないものとする。第2段階制御部材 Λ_2 は、時刻 t_j と t_{j+1} の間では変化しないものとする、時刻 t_{j+1} における運動方程式は次式となる。

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{D}}_{j+1}\} + [\mathbf{C}_d] \{\dot{\mathbf{D}}_{j+1}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{D}_{j+1}\} + [\mathbf{F}_1] \{\Lambda_1\} + [\mathbf{F}_2] \{\Lambda_{2j}\} = -[\mathbf{M}] \{\xi\} \ddot{u}_{gj} + \{\mathbf{P}_{etj}\} + \{\mathbf{P}_{eo}\} \quad (10)$$

Newmark- β 法を用いて、式(10)の連続時間系の運動方程式から式(11)の離散時間系の運動方程式を求める。

$$\{\mathbf{X}_{j+1}\} = \{\bar{\mathbf{X}}_j\} + \{\mathbf{R}_L\} + [\mathbf{R}_o] \cdot \{\Lambda_{2j}\} \quad (11)$$

ただし、

$$\{\bar{\mathbf{X}}_j\} = [\mathbf{A}] \{\mathbf{X}_j\}$$

$$\{\mathbf{X}_{j+1}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}}_{j+1} \\ \dot{\mathbf{D}}_{j+1} \\ \mathbf{D}_{j+1} \end{Bmatrix}, \{\mathbf{R}_L\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{P} \frac{\Delta t}{2} \\ \mathbf{P} \beta \Delta t^2 \end{Bmatrix}, [\mathbf{R}_o] = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}_o \\ \mathbf{G}_o \frac{\Delta t}{2} \\ \mathbf{G}_o \beta \Delta t^2 \end{Bmatrix}$$

$$\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{G}\} \cdot \ddot{u}_{gj} + \{\mathbf{G}_{eo}\} + \{\mathbf{G}_{etj}\} - [\mathbf{F}_1] \{\Lambda_1\}$$

$$\{\mathbf{G}_o\} = -[\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} [\mathbf{F}_1], \{\mathbf{G}\} = -[\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} [\mathbf{M}] \{\xi\}$$

$$\{\mathbf{G}_{eo}\} = [\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} \{\mathbf{P}_{eo}\}, \{\mathbf{G}_{etj}\} = [\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} \{\mathbf{P}_{etj}\}$$

また、 $[\mathbf{A}]$ マトリックスの成分は次式で表される。

$$[\mathbf{A}_{11}] = -[\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} \left(\frac{\Delta t}{2} [\mathbf{C}_d] + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 [\mathbf{K}] \right)$$

$$[\mathbf{A}_{12}] = -[\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} ([\mathbf{C}_d] + \Delta t [\mathbf{K}]), [\mathbf{A}_{13}] = -[\tilde{\mathbf{M}}]^{-1} [\mathbf{K}]$$

$$[\mathbf{A}_{21}] = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{A}_{11}] + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{I}], [\mathbf{A}_{22}] = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{A}_{12}] + [\mathbf{I}]$$

$$[\mathbf{A}_{23}] = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{A}_{13}], [\mathbf{A}_{31}] = \beta \Delta t^2 [\mathbf{A}_{11}] + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 [\mathbf{I}]$$

$$[\mathbf{A}_{32}] = \beta \Delta t^2 [\mathbf{A}_{12}] + \Delta t [\mathbf{I}], [\mathbf{A}_{33}] = \beta \Delta t^2 [\mathbf{A}_{13}] + [\mathbf{I}]$$

式(11)の右辺第1項は自由振動の影響、第2項は外乱の影響、第3項は制御力の影響である。

動的な制御にあたり、式(6)に加え、加速度、速度の二次形式を含めた評価関数とする。

$$J_d = \frac{1}{2} \{\mathbf{D}_{j+1}\}^T [\mathbf{K}_o] \{\mathbf{D}_{j+1}\} + \frac{1}{2} \{\mathbf{D}_{j+1}\}^T [\mathbf{Q}_D] \{\mathbf{D}_{j+1}\} + \frac{1}{2} \{\dot{\mathbf{D}}_{j+1}\}^T [\mathbf{Q}_V] \{\dot{\mathbf{D}}_{j+1}\} + \frac{1}{2} \{\ddot{\mathbf{D}}_{j+1}\}^T [\mathbf{Q}_A] \{\ddot{\mathbf{D}}_{j+1}\} + \frac{1}{2} \{\Lambda_{2j}\}^T [\mathbf{C}_2] \{\Lambda_{2j}\} \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_A$ 、 $\mathbf{Q}_V$ 、 $\mathbf{C}_2$ は、加速度、速度、制御力に関する重みマトリックスであり、 $\mathbf{Q}_D$ と同様に、最適性の判断に応じて設定される値である。 $\mathbf{C}_2$ は、第2段階制御部材の制御力に関する重みマトリックスであり、 $\mathbf{C}_2 = [\mathbf{0}]$ は、完全制御を表し、 $\mathbf{C}_2 = [\infty]$ は、第2段階制御を行なわないことを表す。式(11)の加速度、速度、変位、 $\ddot{\mathbf{D}}_{j+1}$ 、 $\dot{\mathbf{D}}_{j+1}$ 、 $\mathbf{D}_{j+1}$ を式(12)に代入し、式(12)を Λ_{2j} に関して最小化することで、最適な Λ_{2j} が以下のように求められる。

$$\{\Lambda_{2j}\} = [\mathbf{L}]^{-1} \cdot \{\mathbf{Z}_j\} \quad (13-1)$$

$$[\mathbf{L}] = [\mathbf{G}_o]^T [\mathbf{Q}_A] [\mathbf{G}_o] + \frac{\Delta t^2}{4} [\mathbf{G}_o]^T [\mathbf{Q}_V] [\mathbf{G}_o] + \beta^2 \Delta t^4 [\mathbf{G}_o]^T [\mathbf{K}_o + \mathbf{Q}_D] [\mathbf{G}_o] + [\mathbf{C}_2] \quad (13-2)$$

$$\{\mathbf{Z}_j\} = -[\mathbf{G}_o]^T \left[[\mathbf{K}_o + \mathbf{Q}_D] (\beta \Delta t^2 \{\ddot{\mathbf{D}}\} + \beta^2 \Delta t^4 \{\mathbf{P}\}) + [\mathbf{Q}_V] \left(\frac{\Delta t}{2} \{\dot{\mathbf{D}}\} + \frac{\Delta t^2}{4} \{\mathbf{P}\} \right) + [\mathbf{Q}_A] (\{\ddot{\mathbf{D}}\} + \{\mathbf{P}\}) \right] \quad (13-3)$$

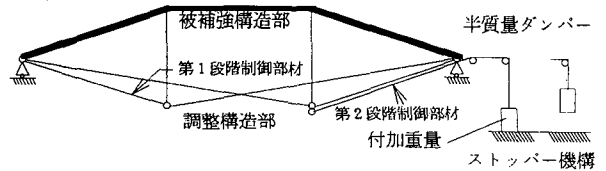


図1 半質量ダンパーのモデル図

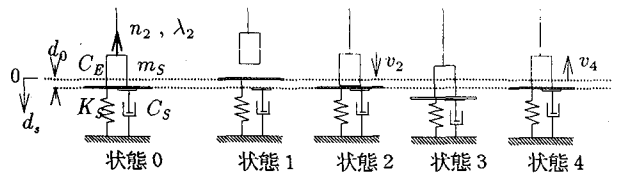


図2 半質量ダンパーのモデル図

2.3 半質量ダンパーの定式化

第2段階制御に、半質量ダンパーを用いる場合を考える。半質量ダンパー (Semi-Mass-Damper) のモデル図を図1に示す。付加重量は、軸力の調整に用いるケーブル部材 (第2段階制御部材) に接続する。付加重量は、振動の半周期は主構造体と一体化させ、続く半周期はストッパー機構により停止させる。半質量ダンパーは、この非線形効果によって減衰を付加するパッシブ制御の1種である。これ以後、被補強構造部材と第1段階制御部材を主構造体、第2段階制御部材と付加重量を半質量ダン

パーと呼ぶことにする。

仮定した半質量ダンパーの力学的モデルを図2に示す。 K_s は支持台の弾性剛性であり、 C_s は衝突によるエネルギーの消費を粘性減衰で表した場合の等価粘性減衰係数である。支持台と付加重量の間では、衝突が有限な時間で起こり、 K_s を大きくすることで衝突時間は減少する。 C_g は付加重量に働く外部粘性減衰係数を示し、付加重量の衝突には関係なく常に働く減衰力と仮定する。 k_{2i} 、 λ_{2i} は、主構造体と付加重量を結ぶケーブル部材（第2段階制御部材）の剛性および、部材に働く初期導入軸力である。固定荷重時の平衡状態において、第2段階制御部材であるケーブル部材に張力がは働かないように式(8)から λ_{2i} を決定する。 d_{0i} は固定荷重時の平衡状態における付加重量の変位を示す。 n_{2i} はケーブル部材に働く張力を示し、圧縮応力が働かないものとする。

付加重量の質量 m_{Si} 、付加重量の変位 d_i 、速度 $\dot{d}_i$ 、加速度 $\ddot{d}_i$ 、重力加速度 g 、とし、付加重量の支持台への弾性変形、ケーブルの張力等を考慮すると、付加重量の運動方程式は下式となる。ただし、 i は第2段階制御部材の番号である。

$$m_{Si}\ddot{d}_i + (C_{Si} + \alpha_i C_s) \dot{d}_i + \beta_i K_{Si} d_i + \gamma_i n_{2i} = m_{Si} g \quad (14)$$

$$n_{2i} = k_{2i} \delta_i + \lambda_{2i} \quad (15)$$

ここで、

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & (d_i \geq d_{0i}) \\ 0 & (d_i < d_{0i}) \end{cases} \quad (16-1)$$

$$\beta_i = \begin{cases} 1 & (d_i \geq 0) \\ 0 & (d_i < 0) \end{cases} \quad (16-2)$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & (n_{2i} \geq 0) \\ 0 & (n_{2i} < 0) \end{cases} \quad (16-3)$$

α_i は、減衰力 $C_{Si} \dot{d}_i$ の作用を示す指標である。 α_i は、付加重量の変位が固定荷重時の平衡状態における付加重量の変位 d_{0i} をこえるとき、減衰力 $C_{Si} \dot{d}_i$ が作用することを示している。

同様に、 β_i は、支持台と付加重量の接触をあらわす指標である。 γ_i は、ケーブル部材に働く軸力の正負をあらわす指標であり、ケーブル部材に圧縮応力が作用するときには0となる。

従って、式(14)は

$$m_{Si}\ddot{d}_i + (C_{Si} + C_s) \dot{d}_i + K_{Si} d_i + k_{2i} \delta_i + \lambda_{2i} = m_{Si} g + R_i \quad (17-1)$$

$$R_i = (1 - \alpha_i) C_{Si} \dot{d}_i + (1 - \beta_i) K_{Si} d_i + (1 - \gamma_i) (k_{2i} \delta_i + \lambda_{2i}) \quad (17-2)$$

と表される。

2.4 C_{Si} の計算方法⁵⁾

一般に、衝突時のエネルギーの消費のあるなしにより、

物体間の衝突は、完全弾性衝突、弾性衝突、完全非弾性衝突に分類される。はねかえり係数 e_i を決定することにより等価粘性減衰係数 C_{Si} を計算することができる。

図2の状態2を初期状態と考え、初期変位を d_{0i} 、初速度を v_{2i} とする。 C_{Si} を計算するにあたり、外部減衰力が作用せず、衝突時に付加重量と主構造体が独立した運動をし、ケーブルの軸力 n_{2i} が0であるとする。状態2から状態4までの付加重量の運動方程式は式(14)に $\alpha_i = 0$ 、 $\beta_i = 1$ 、 $\gamma_i = 0$ を代入して下式となる。

$$m_{Si}\ddot{d}_i + C_{Si} \dot{d}_i + K_{Si} d_i = m_{Si} g \quad (18)$$

さらに、改めれば、

$$\ddot{d}_i + 2 h_{Si} \omega_{Si} \dot{d}_i + \omega_{Si}^2 d_i = g \quad (19)$$

$$h_{Si} = C_{Si} / 2 \omega_{Si} m_{Si}, \quad \omega_{Si}^2 = K_{Si} / m_{Si} \quad (20)$$

初期条件($t = 0$ で $d_i = d_{0i}$ 、 $\dot{d}_i = v_{2i}$)を考慮して、式(19)の運動方程式を解くと、付加重量の速度は、

$$\dot{d}_i = \frac{v_{2i}}{\omega_i} \exp(-h_{Si} \omega_{Si} t) (\omega_i \cos \omega_i t - h_{Si} \omega_{Si} \sin \omega_i t) \quad (21)$$

$$\omega_i = \sqrt{1 - h_{Si}^2} \omega_{Si} \quad (22)$$

となる。状態2より半周期後の状態4($t = \pi / \omega_i$)の速度を v_{4i} とすると、

$$v_{4i} = \dot{d}_i |_{t = \pi / \omega_i} = -v_{2i} \exp(-h_{Si} \omega_{Si} \frac{\pi}{\omega_i}) \quad (23)$$

従って、はねかえり係数 e_i は、

$$e_i = -\frac{v_{4i}}{v_{2i}} = \exp(-h_{Si} \omega_{Si} \frac{\pi}{\omega_i}) \quad (24)$$

と定義され、式(24)より、

$$C_{Si} = -\frac{2 \omega_{Si} \ln e_i}{\pi \sqrt{1 + (\frac{\ln e_i}{\pi})^2}} m_{Si} \quad (25)$$

と、 C_{Si} は、はねかえり係数 e_i で表現できる。

3. 半質量ダンパーの模型振動実験

2.3で示した半質量ダンパーの定式化ならびにその制振効果を検証する目的で小型模型による振動実験を行う。

3.1 模型

本実験に用いる実験体は、図3に示すようなPVC製円弧アーチ模型とし、スパン60.75cm、ライズ14.65cm、部材厚0.50cm、部材幅3.70cmである。アーチの全重量 Mg は、187.7gfである。境界支持点は、PVC溶着により完全固定とする。表1にPVCの材料特性の公称値を示す。

1個の付加重量 $m_s g$ はアーチの全重量 $Mg(187.7 \text{ gf})$ に対し、約10%あるいは20%となるような鉛製のおもりとする。アーチと付加重量を結ぶケーブルは、伸びの少ないナイロン製の糸とする。アーチとの接着は、平衡位置において、糸に張力が入ったり、たるみが生じたりし

ないように注意し、瞬間接着剤により接着する。

半質量ダンパーの取り付け位置を決定するために予めアーチ模型(Type0)に対し振動実験を行う。また、インパルスハンマー法による模型振動実験の妥当性を検討するために、アーチの固有振動数と固有モードについて、実験値とFEMによる固有振動解析の結果を比較する。アーチの固有モードの比較を図4に、固有振動数の比較を表2に示す。アーチ模型の固有振動数と固有モードの実験値は解析値と良く一致する。

半質量ダンパーの各振動モードに対する減衰特性を検討するために、図5に示す3タイプの模型について振動実験を行う。Type1、Type2は、1次モードの鉛直方向変位が大きく、2次モードの鉛直方向変位が小さなる節点3、5に半質量ダンパーを取り付ける。Type3は、1次モードの節点4に半質量ダンパーを取り付ける。

3.2 実験装置および実験方法

本実験に用いた実験装置を図6に示す。小型模型実験体の微小な振動を精度よく測定するために、試験体は防振台^(注)に設置する。

加振方法は、インパルスハンマーにより実験体を打撃するインパルスハンマー法^(注)とする。加振力は、インパルスハンマーの先端部で計測され時系列加振力データとしてFFTアナライザーに入力される。

計測方法は、加振点を固定し、実験体の応答を観測する位置を移動する応答点移動法^(注)とし、1次から5次までの固有振動モードの節とならない節点7の鉛直方向を加振する。非接触光学式変位計^(注)を用いて各節点の鉛直方向変位の計測を行なう。変位計より得られた時系列変位データは、マルチファンクションフィルター^(注)を介してFFTアナライザー^(注)に入力する。

FFTアナライザーを用いて、インパルスハンマーからの時系列加振力データと変位計からの時系列変位データを高速フーリエ変換し、加振力、変位の周波数スペクトル、および周波数応答関数を求める。アーチ模型の1次から5次振動モードを計測するために、対象とする周波数域を0Hzから400Hzとし、サンプリング点数を2048点、継続時間を2.0secとして計測を行う。

周波数応答関数は、測定に含まれるノイズの影響を除くために1つの周波数応答関数に対して30回の加振を行ない、計測された周波数応答関数を加算平均することにより平均化処理を行なう。

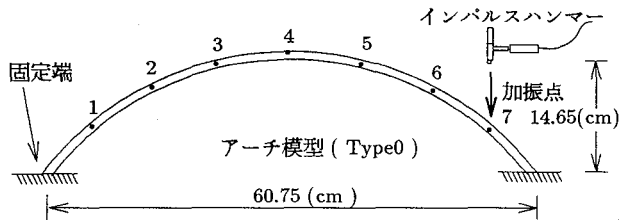


図3 アーチ模型

3.3 付加重量による制振効果

Type1、Type2の半質量ダンパーの取付け位置である節点5の鉛直変位の周波数応答関数を図7示す。付加重量の増加にともない1次固有周波数の共振峰は低減し、制振効果は高くなる。また、1次固有周波数は高くなり、付加重量による質量効果の直接的な影響がないことがわ

表1 アーチの材料諸元

E (tf/cm ²)	ρ(gf/cm ³)	A (cm ²)	I (cm ⁴)
31.0	1.40	0.0385	1.85

表2 固有振動解析との比較

	1次	2次	3次	4次	5次
実験値(Hz)	39.0	82.5	143.1	215.7	308.4
FEM(Hz)	38.9	80.7	138.3	207.3	292.6
誤差(%)	0.26	2.18	3.35	3.89	5.12

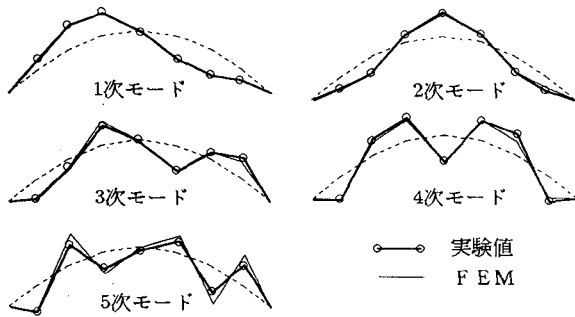


図4 モード図の比較 (実験値とFEM)

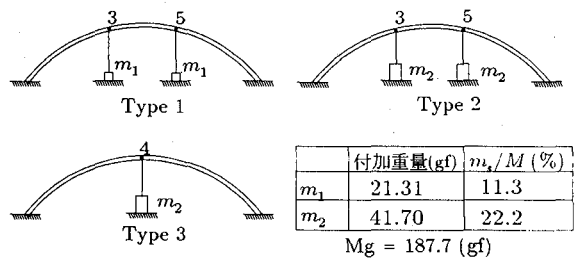


図5 半質量ダンパーの取り付け図

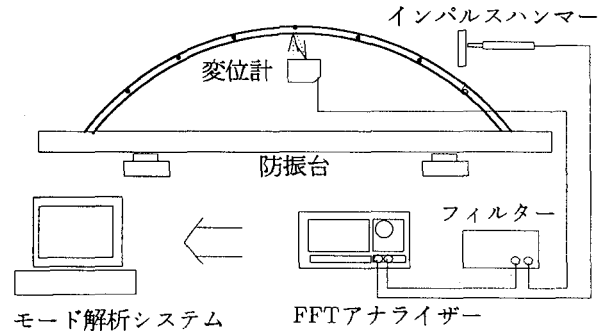


図6 実験計測システムの概要

かる。Type1とType2の半質量ダンパーは、2次振動モードの節に近い位置に取り付けられているため、2次モードの振動に対してほとんど効果がない。Type1とType2の半質量ダンパーは、3次以上のモードの共振峰は1次に比べ小さいため、3次以上のモードの振動に対して効果が少ない。

3.4 半質量ダンパーの取り付け位置による影響

Type3の半質量ダンパーの取り付け位置である中央点（節点4）の鉛直変位の周波数応答関数を図8に示す。Type3は、2次モードの鉛直方向変位が最大となる中央点に半質量ダンパーが取り付けられているため、2次モードの振動を低減する。

3.5 減衰定数の比較

各節点で計測された鉛直方向変位の周波数応答関数をもとに、周波数応答関数の曲線適合を行なうことによりモード減衰定数を求めることができる。アーチ(Type0)のモード減衰定数を図9に示す。モード減衰定数は、比例粘性減衰を仮定した単点の偏分反復法により求める。アーチの1次から5次までのモード減衰定数は、2%程度である。各節点のモード減衰定数の標準偏差は、測定誤差や信号雑音により、高次のモードになるほど大きくなるが、1次では良く一致する。

アーチの重量に対する付加重量の比 m_s/M と半質量ダンパーの制振効果を比例粘性減衰として評価したときのモード減衰定数の関係を図10に示す。Type1, Type2のような半質量ダンパーを有するアーチの1次モード減衰定数と m_s/M の関係は比例する。2次以上のモード減衰定数は、半質量ダンパーにより増加しない。

Type3の各振動モードの減衰定数は、1次が1.4%、2次が2.4%となることが確認された。従って、Type3のような取り付け形式の半質量ダンパーでは、2次振動モードに対して付加的な減衰効果があることが実験的に確認できた。

4. 実験結果と解析の比較

4.1 解析モデルおよび解析手法

解析モデルは、アーチ部を16分割し、一般的な梁要素を用いてモデル化する。アーチ部の質量マトリックスは、整合質量マトリックスとする。減衰マトリックスは、1次から5のモード減衰定数を用いた一般化レーリー減衰⁶⁾とする。各モード減衰定数(図9)は、アーチ(Type0)の実験結果の平均値を用いる。

本解析では、半質量ダンパーを取り付けた構造物の周波数応答関数を次のように計算する。実験で計測されたインパルスハンマーの変動加振力を入力データとし、直接数値積分法を用いて変位の時刻歴応答を求める。加振力と変位応答波形をフーリエ変換し⁷⁾、周波数応答関数を求める。時間領域での数値積分法には、Newmark- β

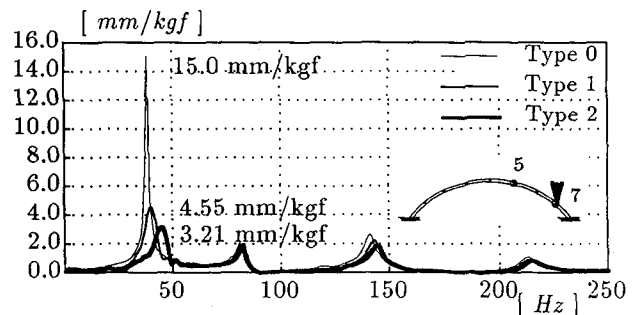


図7 節点5の鉛直変位の周波数応答関数 $|H(\omega)|$

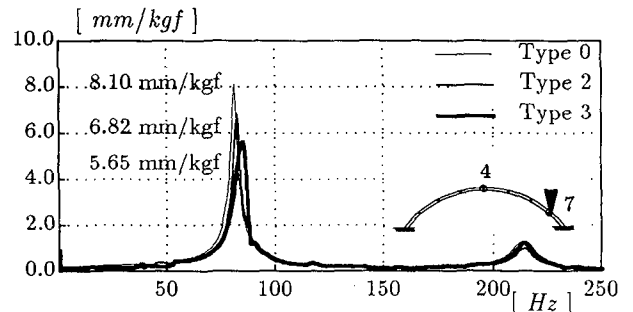


図8 節点4の鉛直変位の周波数応答関数 $|H(\omega)|$

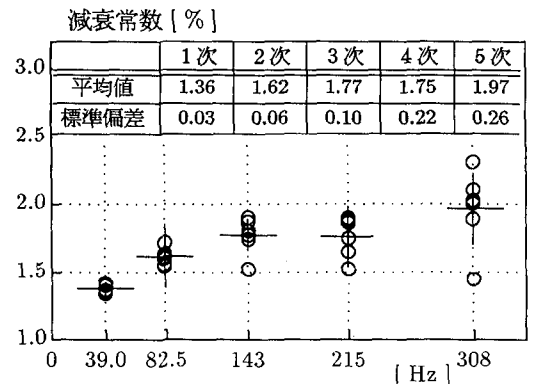


図9 各節点のモード減衰定数

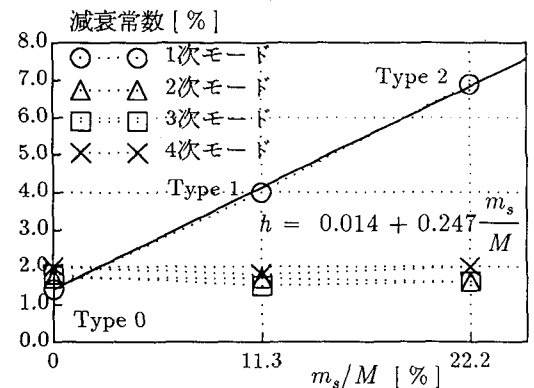


図10 付加重量の重量による制振効果

法 ($\beta=0.25, \Delta t=0.0001\text{sec}$) を用いる。

4.2 アーチの実験と解析の比較

アーチ模型(Type0)の節点5の鉛直変位の周波数応答関数の解析結果と実験結果の比較を図11.aに示し、そのコヒーレンス関数を図11.bに示す。コヒーレンス関数⁸⁾は、周波数領域で定義され、加振力と応答スペクトルの相関を表す関数である。コヒーレンス関数は、測定誤差や雑音により低下し、インパルスハンマー法により得られた周波数応答関数の信頼性を表す指標となる。コヒーレンス関数の分布状況から、周波数応答関数が小さくなる非共振点付近をのぞいて、ほぼ1.0となり、本実験の周波数応答関数の信頼性が高いことを示している。

1次モードの固有周波数と共振峰の解析値は、実験値と良く一致をする。高次になるほど減衰定数のばらつきが增加するために、2次以上の振動モードの固有周波数と共振峰の実験値と解析値の差は増加する。

4.3 半質量ダンパーのパラメーターの同定

数値解析により半質量ダンパーによる構造物の制振効果を求めるためには、半質量ダンパーのパラメーターを同定する必要がある。本解析では、付加重量 m_s g は直接計量した値を用い、外部減衰 C_B は作用しないものとする。支持台の剛性 K_s 、ケーブルの剛性 k 、はねかえり係数 e は、実験結果と解析結果の比較から推定し、 $k=8.0 \text{ kgf/cm}$ 、 $K_s=1.0 \text{ tf/cm}$ 、 $e=0.0001$ と設定する。

4.4 ケーブルの剛性 k の影響

主構造体と付加重量を結ぶ糸の剛性 k を変化させた時のType2の節点5の鉛直変位の周波数応答関数の解析結果と実験結果の比較を図12.aに示し、その周波数応答関数のコヒーレンス関数を図12.bに示す。

糸の剛性 k を $k=8.0 \text{ kgf/cm}$ と仮定すると、数値解析による1次振動数と共振峰は、実験値と良く一致する。

3次以上の高次振動モードの共振峰の実験値と解析値には、若干の差がある。図12.bより、周波数応答関数の反共振点付近や高周波数領域において、コヒーレンス関数の値は低下する。コヒーレンス関数が低下する周波数領域の実験値は、測定誤差や雑音による影響を強く受け、解析値との差が増加する。

Type2のアーチと付加重量を結ぶ糸に働く軸力の解析結果を図13.aに示し、付加重量の時刻歴変位波形の解析結果を図13.bに示す。

糸の軸力が0のときは糸にたるみが生じ、アーチ模型と付加重量は独立した運動を行っている。図13.bの面積Aは、付加重量に働く力積を示している。糸の剛性 k が大きくなるとアーチの振動が付加重量に効率良く伝達され、アーチの運動エネルギーを付加重量がより多く消費し、大きな付加減衰効果が得られる。

4.5 はねかえり係数 e の影響

はねかえり係数 e を変化させた時のType2の各モード共振峰とはねかえり係数 e の関係を図14に示す。1次

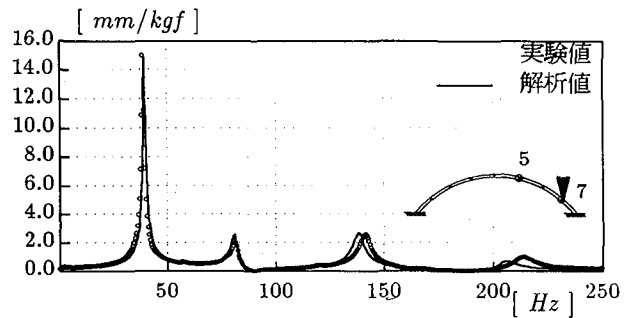


図11. a 周波数応答関数の比較 (Type0)

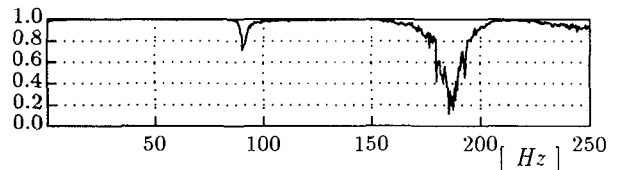


図11. b コヒーレンス関数 (Type0)

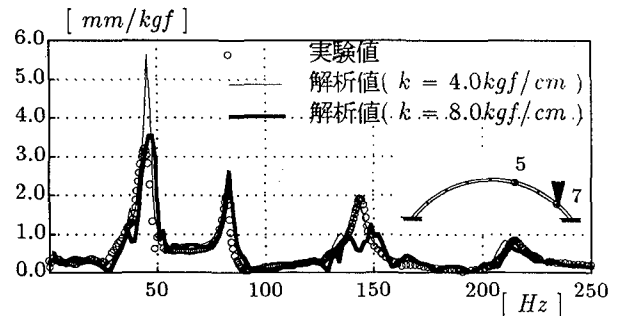


図12. a 周波数応答関数の比較 (Type2)

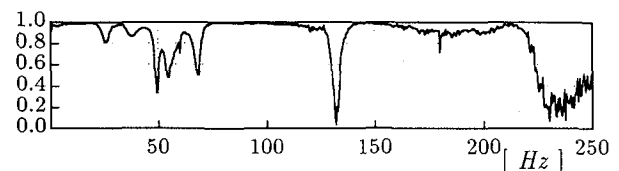


図12. b コヒーレンス関数 (Type2)

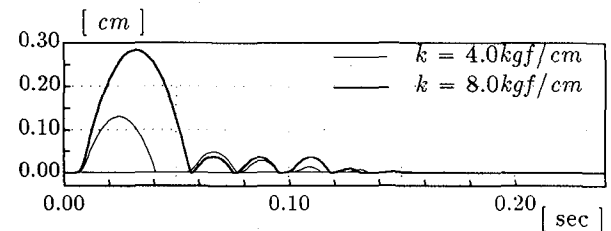


図13. a 付加重量の変位応答 (Type2)

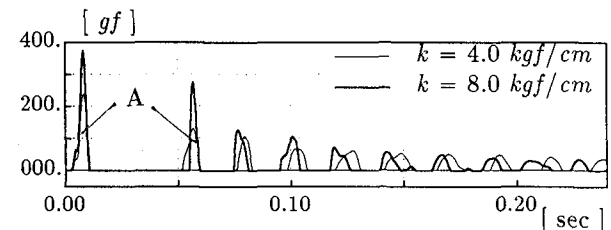


図13. b ケーブルの軸力 (Type2)

モード共振峰は、はねかえり係数 e が0.0から0.5の間においてほぼ一定であるのに対し、はねかえり係数 e が1.0に近づくとき急激に増加する。完全非弾性衝突(はねかえり係数 e が0.0)の時には、1次モード共振峰は最小となり、支持台と付加重量の衝突が完全非弾性衝突の場合の制振効果が最も高い。

完全弾性衝突(はねかえり係数 e が1.0)の場合の1次モードの共振峰は、半質量ダンパーのないアーチ(Type0)より低い。完全弾性衝突の場合、衝突により付加重量の運動エネルギーは消費されない。しかし、アーチと付加重量の位相差による制振効果が期待できる。

はねかえり係数 e を変化させた時のType2の付加重量の変位の解析結果を図15に示す。外部減衰 C_E が0であるために完全弾性衝突の場合の付加重量の位相は減衰しない。

4.6 半質量ダンパーの付加重量による制振効果

付加重量と各モードの共振峰の高さの関係を図16に示す。付加重量の増加による1次モードの共振峰の解析値は、実験値と良く一致する。図10より、1次モード減衰定数と m_s/M は、1次関数で近似することができるので、1次モードの共振峰と m_s/M は、図16に示す反比例の関係がある。本実験のアーチ模型は、固有振動モード間の連成が少ないため、1次モードの共振峰の値は、図16の曲線によく一致する。

2.3で示した定式化を用い適当な半質量ダンパーのパラメータを設定することにより半質量ダンパーによる1次振動モードの共振峰の低減を数値解析より精度良く評価することが可能である。

5. 張弦梁構造物への適用

5.1 解析モデルおよび解析手法

現実の構造物での可能性を検討するために次下のようなモデルについて検討する。対象とする解析モデルは、図17に示す張弦梁構造とする。張弦材 T_1 , T_2 は、固定荷重に対して制御を行なう第一段階制御部材であり、部材の初期導入軸力を λ_1 , λ_2 とする。ケーブル部材 T_3 , T_4 は、付加重量と主構造体を接続する第二段階制御部材とする。主構造体の材料緒元を表3に示す。

半質量ダンパーは、梁材の節点4, 7に取り付け角度 θ で接続する。付加重量 $m_s g$ は、主構造体の重量 Mg (190.79 tf) に対する付加重量の比が約2.5%, 5%, 10%の3種類とする。半質量ダンパーのパラメータを表4に示す。主構造体と付加重量を結ぶケーブルの質量は、無視する。

主構造部の質量マトリックスは、整合質量マトリックスとし、構造物の固定荷重に対応する質量は、集中質量として節点1から10の節点に17.5tfを付加する。減衰マトリックスは、1次から20次のモードを考慮した一般化レーリー減衰し、各モードの減衰定数を2%とする。解析

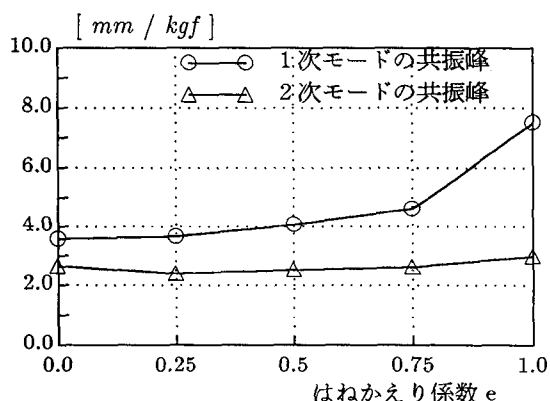


図14 はねかえり係数 e と制振効果の関係

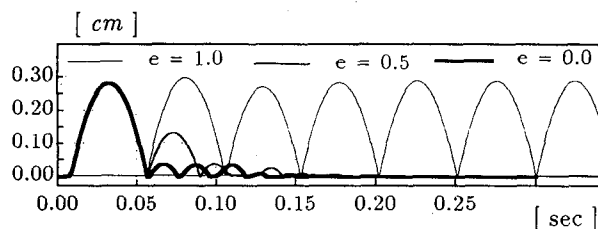


図15 付加重量の変位応答 (Type 2)

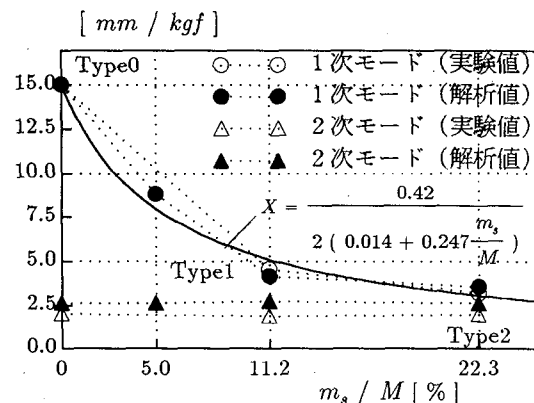


図16 付加質量の重量と制振効果の関係

手法は、4.1で示した方法とする。数値積分法には、Newmark- β 法 ($\beta=0.25$, $\Delta t=0.005\text{sec}$)を用いる。

5.2 周波数応答関数

半質量ダンパーの付加重量を変化させたときの節点4の鉛直変位の周波数応答関数を図18.aに示す。ただし、取り付け角度 $\theta=60^\circ$ 、外部減衰 $C_E=0.0$ とし、加振は節点7の鉛直方向とする。付加重量の増加にともない1次固有周波数の共振峰は低減し、制振効果は高くなる。

図18.aの各モードの共振峰と付加重量の関係を図18.bに示す。付加重量に作用する外部減衰粘性係数 C_E の増加にともない各モードの共振峰は低くなる。付加重量に外部減衰を加えることで軽い付加重量でも高い制振効果を得ることが可能である。

取り付け角度 θ 変化させたときの節点4の鉛直変位の周波数応答関数を図19に示す。ただし、半質量ダンパ

一の付加重量 $m_s g$ を10.0tf とし、加振は節点7の鉛直方向とする。1, 2次モードは、節点4, 7の鉛直方向成分が水平方向成分に比べ大きいので、取り付け角度 θ が増加するほど制振効果が高い。

5.3 変動荷重に対する制振効果

荷重は構造物の自重 P_o が各節点の鉛直方向に作用し、さらに、風荷重 ΔP が作用する場合を仮定する。荷重 ΔP の分布、及び、時間変化をそれぞれ図 2 0 に示す。
 第一段階制御（固定荷重に対する制御）を行なうにあたり、式 (6) の評価関数の重み係数マトリックスを $Q_D = 0$, $C_1 = 0$ と設定する。式(7.1)から式(7.3)より、被補強構造部（梁部）の歪エネルギーが最小となるような初期導入軸力 λ_1 , λ_2 を決定する。

第一段階制御が完了したときの主構造体の変位と曲げモーメント図を図 2 1 に示す。第一段階制御を行なうとにより、被補強構造部（梁部）の変形と曲げモーメントを低減することができる。一方、調整構造部の張弦材

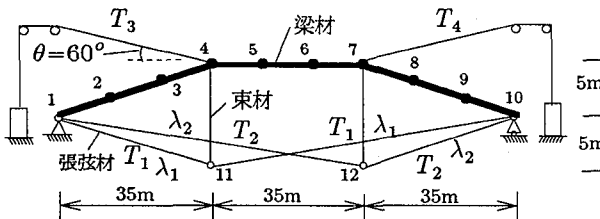


図 1 7 半質量ダンパー付き張弦梁構造

表 3 主構造体の材料諸元

	ヤング係数 (tf/cm ²)	断面積 (cm ²)	断面2次モーメント (cm ⁴)	単位体積重量 (gf/cm ³)
梁材	2100.	127.0	1270600.	7.85
束材	2100.	60.0	10000.	7.85
張弦材	2100.	30.0	0.	7.85

表 4 半質量ダンパーのパラメーター

付加重量 $m_s g$	20.0, 10.0, 5.0 tf
外部減衰 C_E	0.00, 0.01, 0.1 tf/cm/sec
支持台の剛性 K_S	30.00 tf/cm
ケーブルの剛性 k	12.6 tf/cm
はねかえり係数 e	0.0

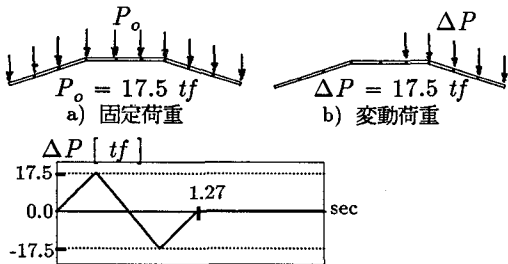


図 2 0 荷重条件（固定荷重と変動荷重）

T_1 , T_2 の軸力は増加する。
 構造物に対し、第一段階制御を行ない、半質量ダンパーによる第二段階制御を行なった場合と第1, 第2段階制御を行なわない場合の応答値を比較する。図 2 2 . a に節点6の鉛直方向の時刻歴応答変位を示し、図 2 2 . b に節点8の曲げモーメントの時刻歴を示す。

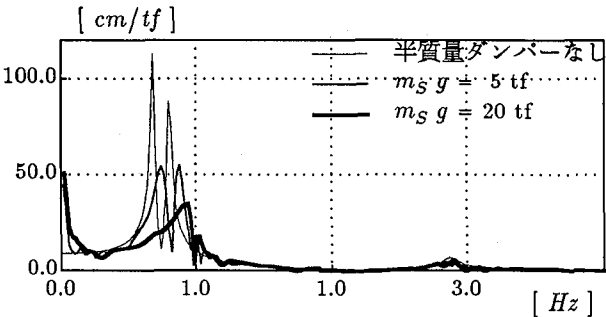


図 1 8 . a 節点 4 の鉛直変位の周波数応答関数

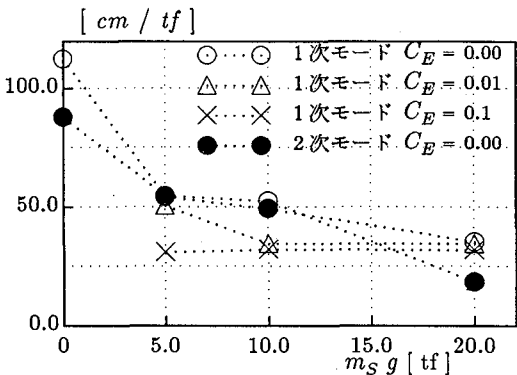


図 1 8 . b 付加重量と制振効果の関係

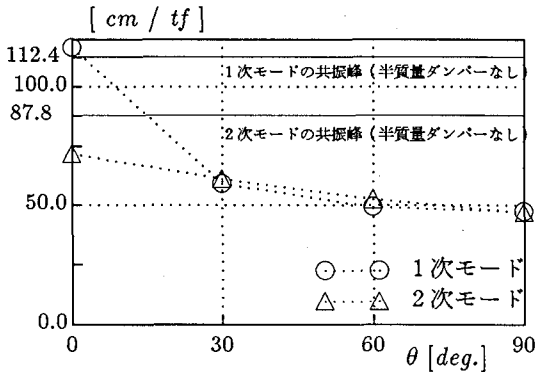


図 1 9 取り付け角度 θ と制振効果の関係

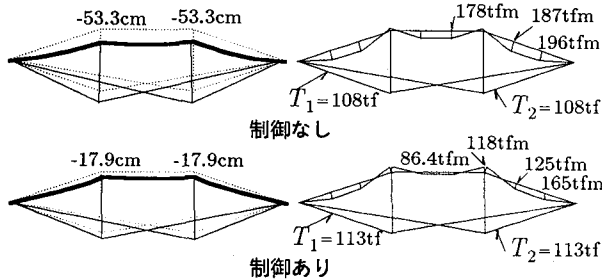


図 2 1 変位と曲げモーメント図（第一段階制御時）

ただし、取り付け角度 $\theta=60^\circ$ 、外部減衰 $C_E=0.0$ 、付加重量 $m_s g$ を 10.0tf とする。第一段階制御を行なうことにより、固定荷重による変形と曲げモーメントを低減することができる。時刻 0.0sec の変位と曲げモーメントは第一段階制御完了時の変位と曲げモーメントに一致する。半質量ダンパーを用いた第二段階制御により、構造物の減衰を大きくすることができる。

6. 結論

本研究では、張弦梁構造の張弦材の張力により構造物の制御を行う軸力制御手法と半質量ダンパー法を組合わせた多段階制御の定式化を提案した。インパルスハンマー法による小型模型振動実験により、半質量ダンパーの制振効果及び、定式化の妥当性を検証した。さらに、実際のスペースフレーム構造物への半質量ダンパーの適用可能性を検討するために、数値解析による計算例を示した。得られた結論を以下に要約する。

(1)アーチ模型に取り付けられた半質量ダンパーは、構造物の支配的な振動モード(1次, 2次モード)に対して高い制振効果があることを実験的に確かめた。半質量ダンパーの付加質量が重いほど制振効果が高く、半質量ダンパーの取り付け位置により、各振動モードに対する制振効果が大きく異なる。

(2)半質量ダンパーのパラメーターを適当に設定することにより、半質量ダンパーによる制振効果を予測することが可能である。

(3)張弦梁構造に多段階制御手法を導入することで、固定荷重に対して、静的な軸力制御(第一段階制御)を行ない、効率的な張弦梁構造の制御が可能である。

(4)今後の課題として、本システムの有効性をより明確にするためには、軸力制御の有無または強弱が動的な応答にどのような影響をおよぼすかを比較検討する必要がある。

参考文献

- 1) 宮崎,北原: 半質量ダンパーによる独立主塔の制振(上)(下), 橋梁と基礎, 1984年5月, P.17-21
- 2) Kato, S., Nakazawa, S., Matue, Y., and Tetsuo, Y., "Active Control of Axial Forces in Beam String Space Frames" Proceedings of the IASS-ASCE International Symposium 1994,
- 3) Yang, J.N., Akbarpour, A. and Ghaemmaghami,

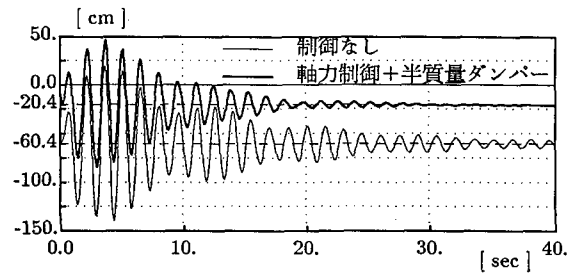


図 2.2. a 節点 6 の鉛直変位の減衰性

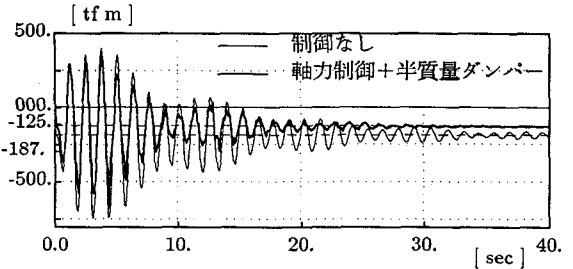


図 2.2. b 節点 8 の曲げモーメントの減衰性

P., "New Optimal Control Algorithms for Structural Control" Journal of Engineering Mechanics, ASEC, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, September, 1987.

- 4) 池田芳樹、小堀鐸二: 瞬間最適化手法による 1 自由度系構造物の可変剛性制御システム, 日本建築学会構造系論文報告, 第435号・1992年5月
- 5) W.Bradford Cross and Nicholas P.Jones, : Sismic Performance of Joint-Pocket Connectons. I : Modering, Journal of Structural Engineering, ASEC, Vol.119, No.10, pp.2986-3007, October, 1993.
- 6) 長松昭男: モード解析入門, コロナ社
- 7) 大崎順彦: 地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会
- 8) 柴田明徳: 最新耐震構造解析, 森北出版株式会社

注) 本実験にあたり、防振台(HOLLM)、インパルスハンマー(GK-300)、非接触光学式変位計(LB-1000)、マルチファンクションフィルター(E-3201A)、FFTアナライザー(CF-6400)を使用した。

(1994年9月14日受付)