

クロスプライ積層偏平シェルの幾何学的非線形解析

GEOMETRICAL NONLINEAR ANALYSIS OF CROSS-PLY LAMINATED COMPOSITE SHALLOW SHELLS

森田千尋*, 松田 浩**, 崎山 毅***, 鈴木尉浩****

Chihiro MORITA, Hiroshi MATSUDA, Takeshi SAKIYAMA and Yasuhiro SUZUKI

*工修	長崎大学助手	工学部構造工学科	(〒852 長崎市文教町1-14)
**工博	長崎大学助教授	工学部構造工学科	(〒852 長崎市文教町1-14)
***工博	長崎大学教授	工学部構造工学科	(〒852 長崎市文教町1-14)
****	長崎大学大学院生	工学研究科構造工学専攻	(〒852 長崎市文教町1-14)

In this paper, a discrete method for analyzing the geometrical nonlinear problems of cross-ply laminated composite shallow shells is proposed. By transforming the differential equations into integral equations and applying the numerical integration, the discrete solutions can be obtained. By using the present method, symmetrical and antisymmetrical cross-ply composite shallow shells having the arbitrary boundary conditions and load conditions can be calculated.

The effect of thickness ratio, moduli ratio, stacking sequence of lamina and boundary condition on the nonlinear behavior of cross-ply laminated composite plates and elliptic paraboloidal shallow shells are investigated.

Key Words : Laminated Composite, Shallow Shells, A Discrete Method, Geometrical Nonlinear Analysis

1. まえがき

軽量, 高比強度, 高比剛性をもつカーボン, ボロン, アラミドなどの新素材と, プラスチック基材とを組み合わせた繊維強化複合材料(FRP)に関する技術の発達にはめざましいものがあり, これまで, 航空・宇宙工学などの構造軽量化が重要な分野において研究開発が進められているが, 複合材料の高耐久性にも注目して, 土木・建築の様々な分野においても使用されつつある。

このような一方向強化複合材を積層状にした積層板および積層偏平シェルは, 積層の順序により対称積層および逆対称積層と呼ばれ, さらに, ラミナの配向角によりクロスプライ(配向角を θ とすれば, $\theta=0^\circ$ と $\theta=90^\circ$ の組み合わせから成る)およびアングルプライ(+ θ と $-\theta$ の組み合わせから成る)と呼ばれる積層構造となる。これらの積層構造は, 力学的に強い異方性を示し, 各層の材質, 積層数および配向角などを変化させることにより, 必要な方向に所要の特性を持たせられるため, 適当に組み合わせることにより構造力学的に有利な構造を設計することもできる。

積層板および積層偏平シェルの非線形問題に関する研究は, 次のようなものがある。Chia^{1),2)}は, 固定支持された積層板に関して, 積層数および材料特性の違いによる非線形挙動を明らかにしている。Zaghoul ら³⁾は, 単純支持および固定支持の逆対称クロスプライおよびアングルプライ積層板の有限変形挙動を, 実験的に明らかに

し, さらに差分法を用いた数値解析結果と比較している。Chang ら⁴⁾は, ガラス・エポキシの特性を持つ薄肉円筒殻に関して, 有限要素法を用いて有限変形解析を行っている。Liao ら⁵⁾は, 単純支持された逆対称クロスプライおよびアングルプライ積層偏平シェルの座屈安定性について, 有限要素法を用いて解析し, 補強材の効果を明らかにしている。

以上のように, 積層板および積層偏平シェルの非線形問題に関しては多くの研究が行われているが, いずれの場合においても限られた境界条件に限定されており, 任意の境界条件および荷重条件に対する解析の容易さおよび方法の一般性という観点に立てば, 積層板および積層偏平シェルの解法に関して, まだ検討の余地が残されているものと考えられる。また, 積層偏平シェルの幾何学的非線形挙動まで取り扱った研究は数少なく, 形状, 材料特性および境界条件の違いなどのパラメトリックな解析は, 非常に少ないようである。さらに, 偏平シェルの場合には, ライズを低くすると周辺の推力も非常に大きくなり, その処理のため支持構造を強くする必要があるが, 周辺の支持条件の差異による非線形挙動の変化など, 支持条件に着目した研究は, あまり見当たらないようである。

そこで本研究では, まず積層板の幾何学的非線形解析を行い, 既往の近似解と比較することにより, 本解析法の妥当性を検証し, 非線形挙動特性を明らかにする。さ

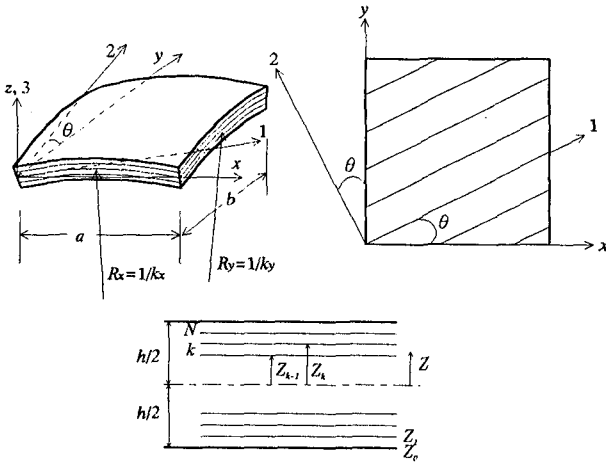


Fig.1 積層偏平シェル

らに、2 曲率面を持つ積層偏平 E.P. シェルに関して、積層数、積層順序、弾性係数比および境界条件などをパラメータとして、飛び移り現象などの非線形座屈挙動特性を明らかにすることを目的としている。

2. 積層偏平シェルの基礎微分方程式およびその離散解

シェル厚中央面に座標 x, y ，それらに垂直な座標 z を定め、曲面の x, y 方向の曲率を k_x, k_y ，ねじれ率を k_{xy} とし、これらがあまり大きくなく、投影形状が矩形の曲面板を考える。Fig.1 に示す積層偏平シェルは、 N 層のラミナから成り、各ラミナは均質な直交異方性材料とし、密度および厚さは同じであり、それぞれ完全に密着しているものと仮定する。Fig.1 に示すように、材料の直交異方性主軸を $(1, 2, 3)$ で表わし、主軸 1 と 2 はそれぞれ x 軸と y 軸に対し傾き θ (プライ配向角) だけ傾いているものとする。板厚中央面に対して接線方向の面内変位成分を u, v ，および垂直方向の変位成分を w とし、面内力を N_{xy}, N_y および N_x ，せん断力を Q_y, Q_x ，ねじりモーメントを M_{xy} ，曲げモーメントを M_y, M_x ，たわみ角を θ_y, θ_x とすれば、積層偏平シェルの曲げに関する基礎微分方程式は、Yang, Norris, Stavsky による一次せん断変形理論(YNS 理論)⁶⁾に基づいて、次の増分形の連立偏微分方程式となる^{7), 8)}。

$$\frac{\partial \Delta N_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial y} - k_x \Delta Q_x = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial \Delta N_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial x} - k_y \Delta Q_y = 0 \quad (1-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta Q_y}{\partial y} + \left[k_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \Delta N_x + \left[k_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \Delta N_y \\ + 2 \left[k_{xy} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \Delta N_{xy} + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} N_y \\ + 2 \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} N_{xy} + \Delta N_c + \Delta q = 0 \end{aligned} \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \Delta M_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial y} - \Delta Q_x = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial \Delta M_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial x} - \Delta Q_y = 0 \quad (1-5)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_x = B_{11} \Delta e_x + B_{12} \Delta e_y + B_{16} \Delta e_{xy} \\ + D_{11} \Delta \beta_x + D_{12} \Delta \beta_y + D_{16} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-6)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_y = B_{12} \Delta e_x + B_{22} \Delta e_y + B_{26} \Delta e_{xy} \\ + D_{12} \Delta \beta_x + D_{22} \Delta \beta_y + D_{26} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-7)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{xy} = B_{16} \Delta e_x + B_{26} \Delta e_y + B_{66} \Delta e_{xy} \\ + D_{16} \Delta \beta_x + D_{26} \Delta \beta_y + D_{66} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-8)$$

$$\Delta Q_y = \kappa A_{44} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y \right) + \kappa A_{45} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x \right) \quad (1-9)$$

$$\Delta Q_x = \kappa A_{45} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y \right) + \kappa A_{55} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x \right) \quad (1-10)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_x = A_{11} \Delta e_x + A_{12} \Delta e_y + A_{16} \Delta e_{xy} \\ + B_{11} \Delta \beta_x + B_{12} \Delta \beta_y + B_{16} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-11)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_y = A_{12} \Delta e_x + A_{22} \Delta e_y + A_{26} \Delta e_{xy} \\ + B_{12} \Delta \beta_x + B_{22} \Delta \beta_y + B_{26} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-12)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_{xy} = A_{16} \Delta e_x + A_{26} \Delta e_y + A_{66} \Delta e_{xy} \\ + B_{16} \Delta \beta_x + B_{26} \Delta \beta_y + B_{66} \Delta \beta_{xy} \end{aligned} \quad (1-13)$$

ここに、 Δ : 断面力および変形量の増分、 $q = q(x, y)$: 鉛

直方向荷重強度、 $A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$: 面内剛

性、 $B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$: カップリング剛性、

$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$: 曲げ剛性、 $\bar{Q}_{ij}$: 各ラミ

ナの配向角および材料特性に依存する弾性定数、

E_1, E_2 : 材料主軸方向の弾性係数、 ν_{12}, ν_{21} : ポ

アソン比、 G_{12}, G_{13}, G_{23} : せん断弾性係数、

$\kappa = 5/6$: せん断修正係数、

$$\begin{pmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \\ \Delta e_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} - k_x w + \Delta W_{xc} \\ \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} - k_y w + \Delta W_{yc} \\ \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} - 2k_{xy} w + \Delta W_{xyc} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta \beta_x \\ \Delta \beta_y \\ \Delta \beta_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$\Delta N_c, \Delta W_{xc}, \Delta W_{yc}, \Delta W_{xyc}$: 各荷重段階における不
平衡力および非線形項

であり、 $\bar{Q}_{ij}$ は以下のような諸量である。

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) c^2 s^2 + Q_{22} s^4,$$

$$\bar{Q}_{12} = Q_{12} (c^4 + s^4) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) c^2 s^2,$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) c^2 s^2 + Q_{22} c^4,$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) c^3 s - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) c s^3,$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) c s^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) c^3 s,$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) c^2 s^2 + Q_{66} (c^4 + s^4),$$

$$\begin{aligned}\overline{Q_{44}} &= Q_{44}c^2 + Q_{55}s^2, \quad \overline{Q_{45}} = (Q_{55} - Q_{44})cs, \\ \overline{Q_{55}} &= Q_{44}s^2 + Q_{55}c^2, \quad c = \cos \theta, \quad s = \sin \theta, \\ Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{66} &= G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}\end{aligned}$$

式(1-1)~(1-13)において、無次元量 $X_1 \sim X_{13}$ および η, ξ

$$\begin{aligned}X_1 &= \frac{a^2 Q_y}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad X_2 = \frac{a^2 Q_x}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad X_3 = \frac{a M_{xy}}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \\ X_4 &= \frac{a M_y}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad X_5 = \frac{a M_x}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad X_6 = \theta_y, \quad X_7 = \theta_x, \\ X_8 &= \frac{w}{a}, \quad X_9 = \frac{v}{a}, \quad X_{10} = \frac{u}{a}, \quad X_{11} = \frac{a^2 N_{xy}}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \\ X_{12} &= \frac{a^2 N_y}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad X_{13} = \frac{a^2 N_x}{D_0(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad \eta = \frac{x}{a}, \quad \xi = \frac{y}{b},\end{aligned}$$

a, b : 偏平シエルの矩形Baseの辺長, $\mu = \frac{b}{a}$, h_0 : 基準

シエル厚, $D_0 = \frac{E_2 h_0^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$: 基準シエル剛度

を用いると、式(1-1)~(1-13)は次のように書き表わすことができる。

$$\sum_{s=1}^{13} \left\{ F_{1s} \frac{\partial \Delta X_s}{\partial \xi} + F_{2s} \frac{\partial \Delta X_s}{\partial \eta} + F_{3s} \Delta X_s \right\} + f_i = 0 \quad (2)$$

($t = 1, 2, \dots, 13$)

ここに、 F_{1s}, F_{2s}, F_{3s} は断面力および変形にかかる無次元化された係数であり、 f_i は無次元化された荷重項である。

Fig.2 に示すように、偏平シエルの矩形Baseを横、縦方向にそれぞれ m, n 等分し、これらの等分割線の交点の集合体とみなす。ここで、任意の交点 (i, j) に関連する矩形領域 $0 \leq \eta \leq \eta_i$, $0 \leq \xi \leq \xi_j$ に注目し、これを $[i, j]$ と表記することとする。また、●印を付けた交点を任意領域 $[i, j]$ の主要点、○印を付けた交点を内部従属点、●印を付けた交点を境界従属点と称して区別する。

基礎微分方程式(2)における $F_{1s}, F_{2s}, F_{3s}, f_i$ が変数係数であることに注意し、領域 $[i, j]$ において面積分することにより積分方程式に変換し、次に積分方程式の近似解法を応用すると、偏平シエルの縦横の等分割線の交点に

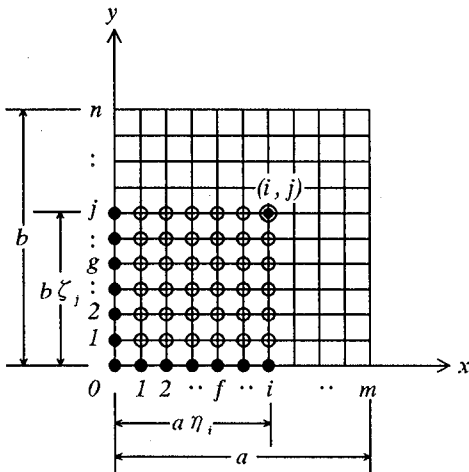
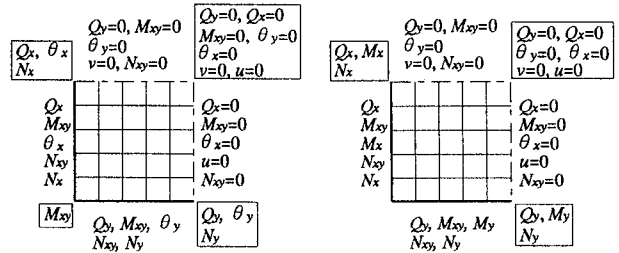


Fig.2 積層偏平シエルの矩形Baseの離散点



(1) (2)

Fig.3 積分定数と境界条件

関する離散解は、次式のように整理される。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left\{ \sum_{k=0}^i a_{pijd} \Delta X_{rk0} + \sum_{l=0}^j b_{pijd} \Delta X_{sol} \right\} + \Delta q_{pij} \quad (3)$$

($r = 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \quad s = 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13$)

式(3)は偏平シエルの離散表示された離散解である。この式に含まれる境界従属点の諸量 ΔX_{rk0} , ΔX_{sol} はいわゆる積分定数であり、境界条件によって決定されるべきものである。また、任意の領域 $[i, j]$ の主要点における諸量 ΔX_{pij} を、この領域の境界従属点における諸量 ΔX_{rk0} , ΔX_{sol} に関係づける要素 a_{pijd} , b_{pijd} は、格間伝達マトリックスに相当するものである。なお、離散解の導入過程の詳細は、文献9)を参照されたい。

3. 積分定数と境界条件

基礎微分方程式(1-1)~(1-13)の近似解(3)に含まれる積分定数 ΔX_{rk0} , ΔX_{sol} は、具体的には、それぞれ偏平シエルの $y=0, x=0$ なる辺上における断面力および変形を表わす。 $y=0$ において Q_y, M_x, N_x , $x=0$ において Q_x, M_y, N_y は積分定数として存在しないため、各等分割点において合計10個ずつの積分定数が存在するが、偏平シエルの境界条件に応じて、これらの中のいずれか5個の積分定数は、はじめから既知である。残りの5個の未知なる積分定数は、 $x=a, y=b$ の各辺の境界条件によって決定される。

Fig.3 (1),(2)に、各々、四辺単純支持(ピン支持)、四辺固定支持の場合の偏平シエルの積分定数と境界条件を示す。同図は、左右および上下2軸対称性を持つ偏平シエルの1/4部分を対象とした積分定数と境界条件を示しており、隅角点における積分定数および境界条件は、□で囲まれている。具体的な境界条件は、以下のようになる。

$x=0$ で単純支持: $M_y = \theta_x = w = v = u = 0$

$y=0$ で単純支持: $M_x = \theta_y = w = v = u = 0$

$x=0, y=0$ で固定支持: $\theta_y = \theta_x = w = v = u = 0$

なお、隅角点における積分定数および境界条件は、その隅角点において、2境界辺上での諸量間の関係を考慮して定められる。詳しくは、文献9)を参照されたい。

4. 数値解析結果

数値解析例として本論文で用いた積層板および積層偏平シェルは、 $a/b=1$ の正方形のクロスプライ板およびクロスプライ偏平シェルであり、等分布荷重を満載するものとする。また、材料特性としては、既往の研究との比較のために次の2種類を取り扱った。

$$\text{Material I : } E_1/E_2=25, G_{12}/E_2=G_{13}/E_2=0.5, \\ G_{23}/E_2=0.2, \nu_{12}=0.25 \quad (4)$$

$$\text{Material II : } E_1/E_2=5\sim40, G_{12}/E_2=G_{13}/E_2=0.5, \\ G_{23}/E_2=0.2, \nu_{12}=0.15 \quad (5)$$

なお、特に断りのない限り、Material II に関しては、

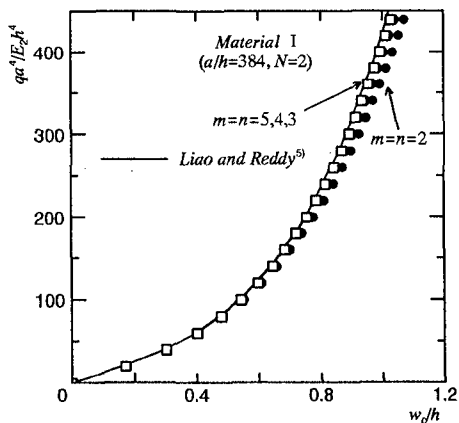


Fig.4 分割数による収束性

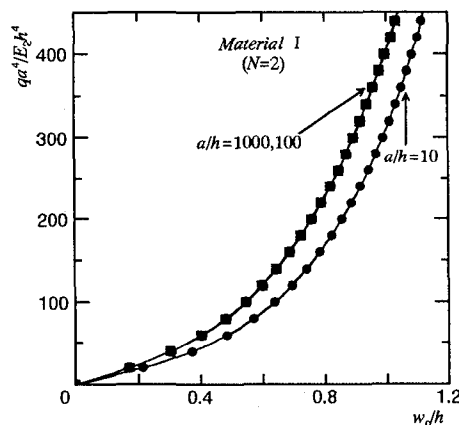


Fig.5 板厚比 a/h の影響

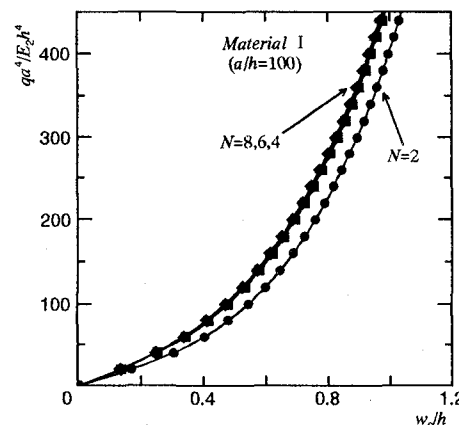


Fig.6 逆対称クロスプライ積層板 (四辺単純支持)

$E_1/E_2=25$ である。

数値解析では対称性を利用して板および偏平シェルの1/4部分を対象とし、幾何学的非線形挙動を追跡するために、微小変位増分により計算を進め、各荷重ステップにおいては収束計算を行った。

4. 1 積層板

まず、積層板に関する本解析法による数値解の収束性および精度を明らかにするために、周辺を単純支持され、Material I から成る $N=2$ の積層板 ($a/h=384$) の幾何学的非線形解析を行った。Fig.4 は、板の1/4部分の横縦方向の分割数 $m=n=2, 3, 4, 5$ をパラメータにとり、

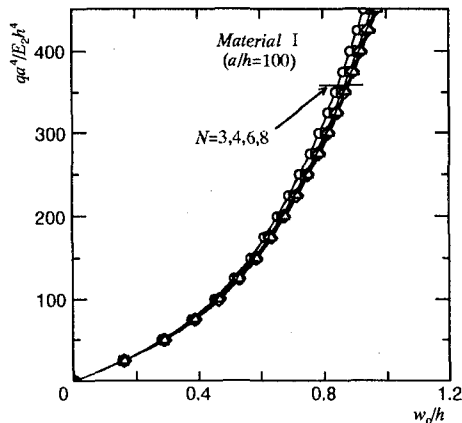


Fig.7 対称クロスプライ積層板 (四辺単純支持)

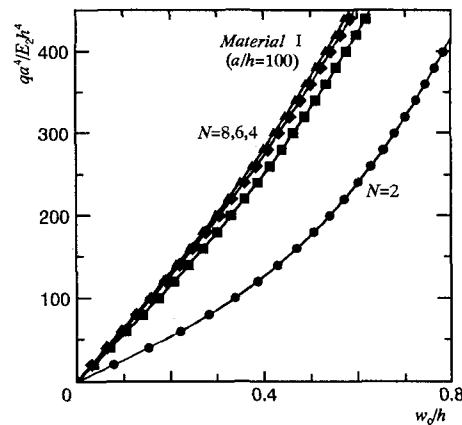


Fig.8 逆対称クロスプライ積層板 (四辺固定支持)

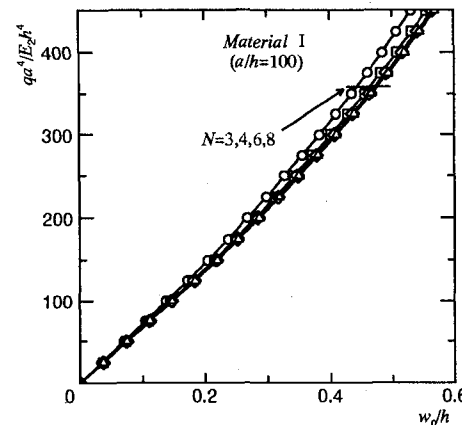


Fig.9 対称クロスプライ積層板 (四辺固定支持)

中央点に関する荷重～たわみ曲線を Liao ら⁵⁾のF.E.M.解と比較したものである。同図より、分割数 $m=n=4$ 程度においても、比較解ともほぼ一致していることから、本解析法による数値解では、以後、板の 1/4 部分の横縦方向の分割数を $m=n=4$ とする。

次に、せん断変形の影響を調べるために、同じく周辺を単純支持され、Material I から成る $N=2$ の積層板に関して、板厚比 a/h を変化した場合の中央点に関する荷重～たわみ曲線を Fig.5 に示す。厚板 ($a/h=10$) の場合、せん断変形の影響により大きくたわむが、 $a/h \geq 100$ の薄板の場合は、非線形挙動にあまり変化はみられない。

Fig.6 および Fig.7 には、周辺を単純支持され、積層数を変化させた逆対称および対称積層板 (Material I, $a/h=100$) の中央点に関する荷重～たわみ曲線を示す。同様に、Fig.8 および Fig.9 は、周辺を固定支持された場合の中央点に関する荷重～たわみ曲線である。これらの図より、逆対称積層板に関しては、 $N=2$ の場合は非線形挙動が異なるが、 $N=4$ 以上になるとあまり変化はみられない。対称積層板に関しては、積層数を変化させてもほとんど非線形挙動に影響を与えない。

4. 2 積層偏平シェル

つづいて、積層偏平シェルに関しての本解析法による数値解の収束性および精度を明らかにするために、周辺を単純支持され、Material II から成る $N=2$ の積層偏平

シェル ($a/h=100, ak_x=bk_y=0.1$) の幾何学的非線形解析を行った。Fig.10 は、偏平シェルの 1/4 部分の横縦方向の分割数 $m=n=2,3,4,5$ をパラメータにとり、中央点に関する荷重～たわみ曲線を Liao ら⁵⁾のF.E.M.解と比較したものである。同図より、分割数 $m=n=4$ 程度においても、比較解ともほぼ一致していることから、本解析法による数値解では、以後、偏平シェルの 1/4 部分の横縦方向の分割数を $m=n=4$ とする。

Fig.11 および Fig.12 には、周辺を単純支持され、積層数を変化させた逆対称および対称積層偏平シェル (Material II, $a/h=100$) の中央点に関する荷重～たわみ曲線を示す。同様に、Fig.13 および Fig.14 は、周辺を固定支持された場合の中央点に関する荷重～たわみ曲線である。これらの図より、逆対称積層偏平シェルに関しては、四辺単純支持では、 $N=2$ の場合は飛び移り荷重も低く非線形挙動も異なるが、 $N=4$ にすると飛び移り荷重は $N=2$ の場合の約 1.5 倍になり、それ以上積層数を変えても非線形挙動にあまり変化はみられない。四辺固定支持では、 $N=2$ の場合は飛び移り現象がみられるが、積層数を多くすると飛び移り現象はみられなくなる。対称積層偏平シェルに関しては、積層板と同様に積層数を変化させてもほとんど非線形挙動に影響を与えない。

さらに Fig.15 には、周辺を単純支持され、Material II から成る $N=2$ の積層偏平シェル ($a/h=100$) に関して、

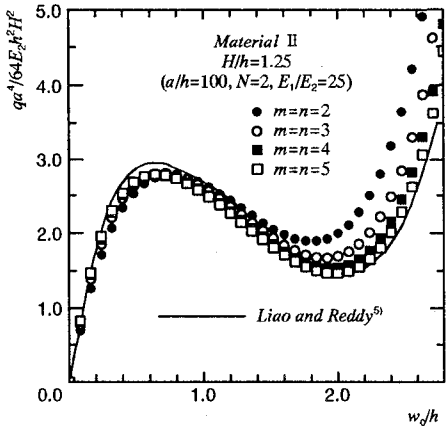


Fig.10 分割数による収束性

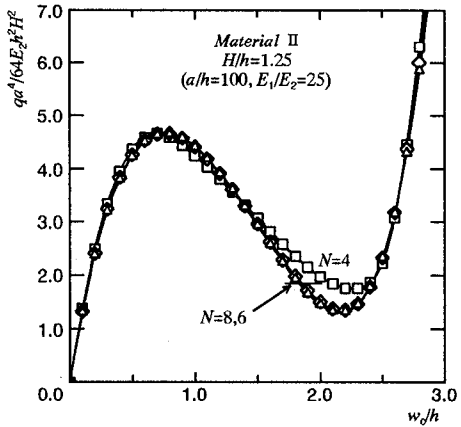


Fig.12 対称クロスプライ偏平シェル (四辺単純支持)

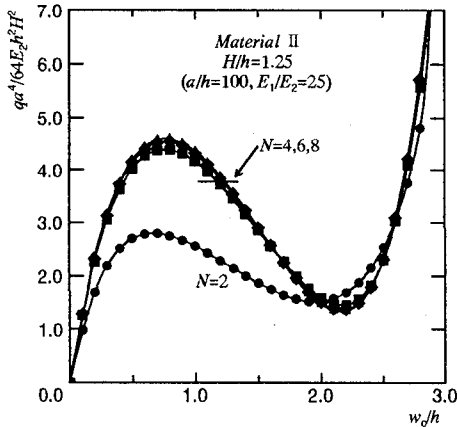


Fig.11 逆対称クロスプライ偏平シェル (四辺単純支持)

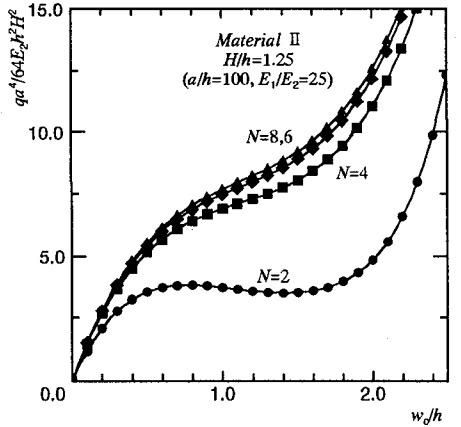


Fig.13 逆対称クロスプライ偏平シェル (四辺固定支持)

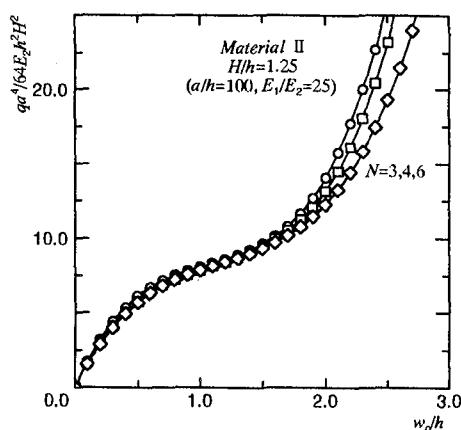


Fig.14 対称クロスプライ偏平シェル (四辺固定支持)

弾性係数比を変化させた場合の中央点に関する荷重～たわみ曲線を示す。同図より、弾性係数比を大きくすると飛び移り荷重も大きくなる。

5. あとがき

本研究は、積層板および積層偏平シェルの幾何学的非線形問題の一解析法として、基礎微分方程式の積分方程式への変換と積分方程式の近似解法の応用により、矩形板および偏平シェルの基礎微分方程式の離散解を求め、これに基づく一般的な解法を提示し、クロスプライ積層板および積層偏平シェルの幾何学的非線形解析を行った。

本解析法は、基礎微分方程式をいったん、積分方程式に変換し、この積分方程式を境界点での力学的諸量を独立変数として離散化していることに特長があり、そのため、有限要素法と比べて、最終的に解くべき連立方程式の元数は分割数が増加するに連れて低減できる。また、本解析法は、連立積分方程式に基づいて直接的に得られる半解析的な方法であるゆえ、入力データを減じることができ、特に要素分割に関するデータ作成を直接的に行う必要がないなどの利点がある。

数値解析の結果から、本解析法による数値解は既往の数値解と比較しても、ほぼ一致した解が得られることが確認された。積層板および積層偏平シェルの幾何学的非線形挙動は、2層の場合のみ大きく異なるが、積層数を多くすると、対称、逆対称の積層の順序にかかわらず、あまり変化はみられない。また、積層偏平シェルの非線形挙動は、弾性係数比を大きくすると飛び移り荷重も大きくなる。

今後は、配向角などをパラメータとしたアングルプラ

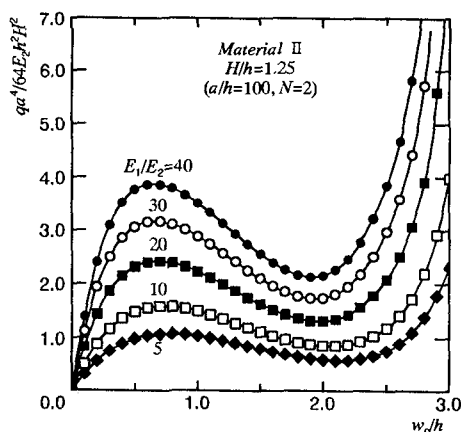


Fig.15 弾性係数比 E_1/E_2 の影響 (四辺単純支持)

イ積層板および積層偏平シェルの非線形解析、非対称座屈も含めた幾何学的非線形解析、あるいは材料非線形性をも含めた複合非線形解析へも拡張していく予定である。

参考文献

- 1) C. Y. Chia : Large Deflections of Heterogeneous Anisotropic Rectangular Plates, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.10, pp.965-976, 1974.
- 2) C. Y. Chia and M. K. Prabhakara : Large Deflection of Unsymmetric Cross-ply and Angle-ply Plates, *J. Mech. Engng. Sci.*, Vol.18, No.4, pp.179-183, 1976.
- 3) S. A. Zaghoul and J. B. Kennedy : Nonlinear Analysis of Unsymmetrical Laminated Plates, *J. Engng. Mech. Div. ASCE*, Vol.101, No.EM3, pp.169-185, 1975.
- 4) T. Y. Chang and K. Sawamiphakdi : Large Deformation Analysis of Laminated Shells by Finite Element Method, *Computers & Structures*, Vol.13, pp.331-340, 1981.
- 5) C. L. Liao and J. N. Reddy : Analysis of Anisotropic, Stiffened Composite Laminates Using a Continuumbased Shell Element, *Computers & Structures*, Vol.34, No.6, pp.805-815, 1990.
- 6) P. C. Yang, C. H. Norris and T. Stavsky : Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Plates, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.2, pp.665, 1965.
- 7) 松田浩, 森田千尋, 崎山毅, 西村一郎 : 積層偏平シェルの弾性曲げ解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.99-109, 1994.
- 8) 森田千尋, 松田浩, 崎山毅, 川神雅秀 : 変厚偏平シェルの幾何学的非線形挙動解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.111-120, 1994.
- 9) 崎山毅, 松田浩 : 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第338号, pp.21-28, 1983.

(1994年9月14日受付)