

波形鋼板ウェブを用いた合成PC箱桁の ねじりと断面変形

TORSION AND DISTORTION OF COMPOSITE PC BOX GIRDERS WITH CORRUGATED STEEL WEBS

依田 照彦* 生田 芳子**

By Teruhiko YODA and Yoshiko SHODA

The design of composite PC box girder bridges with corrugated steel webs under unsymmetrically placed live loads involves consideration of distortional deformation as well as torsional deformation. The theoretical treatment of the composite PC box girders subjected to both torsional and distortional loads is shown by using Vlasov's theory of thin-walled elastic beams. The results of the present study lead to a simple and versatile design procedure that designers can estimate conservative stress distribution, on the basis of the fact that warping stresses in the upper and lower concrete slabs can not be ignored, and that torsional shearing stresses in the corrugated steel webs become larger than those of conventional ones.

Key Words: composite PC box girder, distortional deformation, warping stress

1. まえがき

従来よりコンクリートのみからなるPC箱桁では、断面変形は設計の際に特に考慮すべき項目となっていなかったようである。これは、箱形断面では十分なねじり剛性が確保できていたことと、コンクリートの肉厚が鋼に比べて十分厚かったことによると考えられる。近年、ウェブに波形鋼板

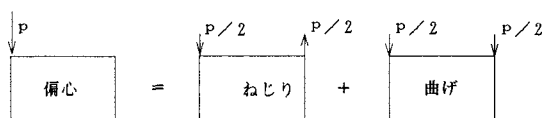


図-1 偏心荷重の分解

を用いた合成PC箱桁が使用されるようになり、断面変形に対する配慮の必要性が唱えられ始めている¹⁾。例えば、図-1に示すような偏心荷重が作用したとき、偏心荷重はねじり荷重と曲げ荷重に分解することができる点は、PC箱桁でも合成PC箱桁でも同じである。しかしながら、波形鋼板ウェブの軸方向剛性がきわめて小さいことから、応力分布や断面変形については通常のPC箱桁と異なることが予想される。そこで本論文では文献1)の設計方法の理論的裏付けを行うために合成PC箱桁のねじり変形に対する応答をVlasovの薄肉弾性ばり理論²⁾によって解析し、ねじり荷重が合成PC箱桁に及ぼす影響について考察する。

* 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒169 東京都新宿区大久保3-4-1)

** 早稲田大学大学院 理工学研究科 建設工学専攻 (〒169 東京都新宿区大久保3-4-1)

2. 箱桁の基本的力学挙動

まず箱桁の基本的力学挙動を明確にするため、片持ちの箱桁の自由端にねじり荷重を集中荷重として作用させる。このときねじり荷重によって箱桁はねじれと断面変形を生じる。ねじり荷重は図-2 (b) に示すように、純ねじり荷重とずり荷重に分解することができ、前者は箱桁のねじれに影響し、後者は断面変形に影響

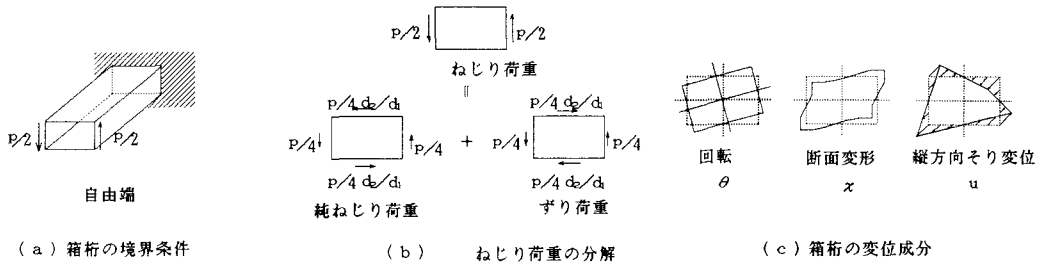


図-2 箱桁の基本性状

する³⁾。図-2において d_1 、 d_2 はウェブ高及びフランジ幅である。箱桁がねじれるとき横断面は横方向に回転変位を生じるとともに、縦方向にそり変位を生じる。同様に断面変形が生じるときも、横断面の断面形状が変化するとともに、縦方向にそり変位が生じる。図-2 (a) の箱桁のように、変位が固定端で拘束されると縦方向のそりが拘束され、断面上にはそり応力が生じる。変位が拘束されない箱桁の断面に生じるせん断応力は通常一次せん断応力と呼ばれる。一次せん断応力は、そり応力がないときのせん断応力であるので、そり応力につり合うせん断応力は二次せん断応力と見なせる。すなわち、[そり拘束を受ける箱桁の断面に生じるせん断応力] = [一次せん断応力] + [二次せん断応力]と表すことができる。純ねじり荷重およびずり荷重を受ける箱桁の断面の応力状態の変化を一次せん断流と二次せん断流とに関連づけて表せば図-3 のようになる。ねじり荷重の場合は純ねじり荷重とずり荷重の重ね合わせにより評価できる。

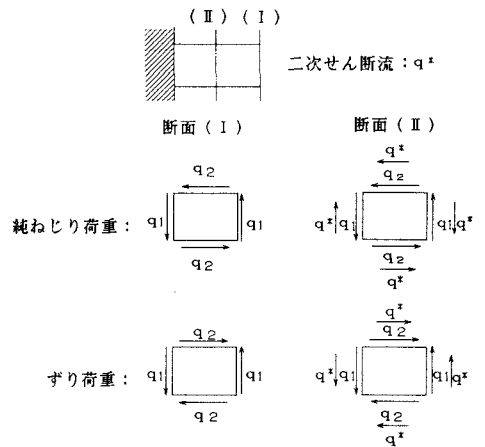


図-3 せん断流の軸方向変化

3. Vlasov の理論による支配方程式の誘導

図-4 に示すように、箱桁の横断面の2つの対称軸上に、 y 軸、 z 軸をとり、縦方向に x 軸をとる。さらに、 yz 平面内で肉厚中心線に沿って s 軸をとり、 s 軸に直交する方向に n 軸を定める。

Vlasov の理論によれば板の肉厚中心線の変位は x 方向変位を $u(x, s)$ 、 y 方向変位を $v(x, s)$ 、 z 方向変位を $w(x, s)$ とし、有限級数の形で²⁾

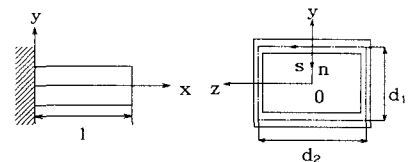


図-4 箱桁の座標系

$$\begin{aligned}
 u(x, s) &= \sum U_i(x) \Phi_i(s) \\
 v(x, s) &= \sum V_i(x) \Psi_i(s) \\
 w(x, s) &= \sum V_i(x) \xi_i(s)
 \end{aligned} \tag{1}$$

と表される。ここに、 $U_i(x)$ は節点の縦方向 (x 方向) 変位、 $V_i(x)$ は横方向 ($y-z$ 平面上) の変位を与える関数で、 $\Phi_i(s)$ は節点間の縦方向変位モード、 $\Psi_i(s)$ 、 $\xi_i(s)$ は s 軸方向および n 軸方向変位モードを与える関数である²⁾。

仮想仕事の原理に式 (1) を代入すれば独立な 3 つの微分方程式を導くことができる。今、そり変位を U 、ねじり角を θ 、断面変形角を χ とすれば、3 つの微分方程式は次式のように表せる²⁾。

$$\begin{aligned}
 K_w U'' - H_w U - H_\theta \theta' - H_\chi \chi' &= 0 \\
 H_\theta U' + H_w \theta'' + H_\chi \chi'' &= 0 \\
 H_w U' + H_\theta \theta'' + H_\chi \chi'' - K \chi &= 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

ここに、プライム () ' は x に関する微分を表し、各係数はそれぞれ次に示すとおりである。

$$\begin{aligned}
 K_w &= \frac{d_1^2 d_2^2}{2A} (E_1' h_1 d_1 + E_2' h_2 d_2), \quad E_1' = \frac{E_1}{1 - \mu_1^2} \\
 H_w &= \frac{d_1 d_2}{2} (G_1 h_1 d_2 + G_2 h_2 d_1), \quad E_2' = \frac{E_2}{1 - \mu_2^2} \\
 H_\theta &= \frac{d_1 d_2}{2} (G_1 h_1 d_2 - G_2 h_2 d_1), \\
 K &= \frac{8}{(d_1 + d_2)^2} (E_2 h_2^3 d_2 + E_1 h_1^3 d_1)
 \end{aligned} \tag{3}$$

ここに、 E_1 、 E_2 はそれぞれウェブとフランジのヤング率であり、 G_1 、 G_2 はウェブとフランジのせん断弾性係数、 μ_1 、 μ_2 はウェブとフランジのポアソン比、 h_1 、 h_2 はウェブとフランジの板厚である。式 (2) より U を消去すると、ねじり角 θ と断面変形 χ に関する次の支配方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
 K_w \frac{H_\theta}{H_w} (\chi'' + \frac{H_\theta}{H_w} \theta'' - \frac{K}{H_w} \chi)'' - \frac{H_w^2 - H_\theta^2}{H_w} \theta'' &= 0 \\
 K_w (\chi'' + \frac{H_\theta}{H_w} \theta'' - \frac{K}{H_w} \chi)'' + K \chi &= 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

一般化された断面力についても B を縦方向バイモーメント、 H をねじりモーメント、 Q をずりモーメントとすれば、それぞれ

$$\begin{aligned}
 B &= -K_w U' \\
 H &= H_\theta U + H_w \theta' + H_\chi \chi' \\
 Q &= H_w U + H_\theta \theta' + H_\chi \chi'
 \end{aligned} \tag{5}$$

とかける²⁾。ここにそれぞれ、 B は一般化された縦方向力、 H 、 Q は一般化された横方向力である。

以上の一般化された断面力より、片持ちの箱桁の自由端に荷重が作用するときの境界条件は次のように与えられる。

$$x = 0 \text{ において} \quad \theta = U = \chi = 0$$

$$x = 1 \text{ において} \quad B = 0, H = P_2 d_1 + P_1 d_2, Q = P_1 d_2 - P_2 d_1 \quad (\text{図-5 参照})$$

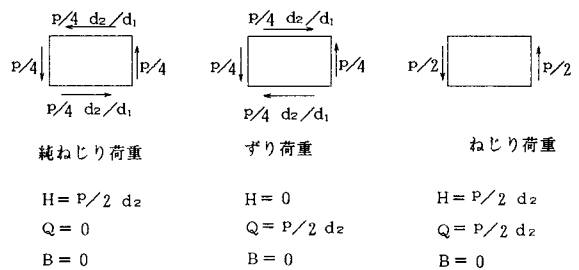


図-5 載荷荷重形態

ここに、純ねじりの場合を例にとれば、 $P_1=P/4$ 、 $P_2=P/4 \cdot d_2/d_1$ とかける。

4. 解析結果と考察

片持ち箱桁の自由端に、純ねじり荷重およびずり荷重、ねじり荷重の3通りの荷重を作用させる。本論文で片持ち箱桁をとりあげたのは、実際の箱桁のダイヤフラム間隔の1/2程度をモデル化の対象としたためである。横断面のウェブにおける圧縮応力 σ_1 、フランジにおける圧縮応力 σ_2 、ウェブにおけるせん断応力 τ_1 、フランジにおけるせん断応力 τ_2 は、式(5)の断面力を用いてそれぞれ次のように表すことができる。ただし、板厚方向に応力が一定であると仮定している。

$$\begin{aligned}\sigma_1(x, s) &= -\frac{E_1}{K_w} \Phi(s) B(x) \\ \sigma_2(x, s) &= -\frac{E_2}{K_w} \Phi(s) B(x) \\ \tau_1(x) &= \frac{1}{2d_1 d_2 h_1} \{ H(x) + Q(x) \} \\ \tau_2(x) &= \frac{1}{2d_1 d_2 h_2} \{ H(x) - Q(x) \}\end{aligned}\tag{6}$$

ウェブに波形鋼板を用いた合成PC箱桁の寸法諸元を表-1に示す。なお表中のウェブのヤング係数 E_1 およびせん断弾性係数 G_1 は、図-6に示すような波形鋼板に荷重が作用したときの見かけのヤング係数とせん断弾性係数であり、

$$\begin{aligned}E_1 &= \frac{a+c}{3a+b} E_0 (t/h)^2 \\ G_1 &= \frac{a+c}{a+b} G_0\end{aligned}\tag{7}$$

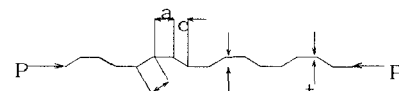


図-6 波形鋼板の形状

と表される⁷⁾。ここに E_0 ：鋼のヤング係数、 G_0 ：鋼のせん断弾性係数、 t ：鋼板の板厚、 h ：波形鋼板の波の高さである。いま $a=25\text{ cm}$ 、 $c=20\text{ cm}$ 、 $h=15\text{ cm}$ 、 $t=0.9\text{ cm}$ とすると

$$E_1 = E_0/617, \quad G_1 = 0.9 \cdot G_0\tag{8}$$

となり、軸方向剛性の低下が著しいことが分かる。また、荷重の大きさは H または Q を

$$H=Q=\frac{P}{2} d_2=10^7 \text{ [kgf} \cdot \text{cm]}\tag{9}$$

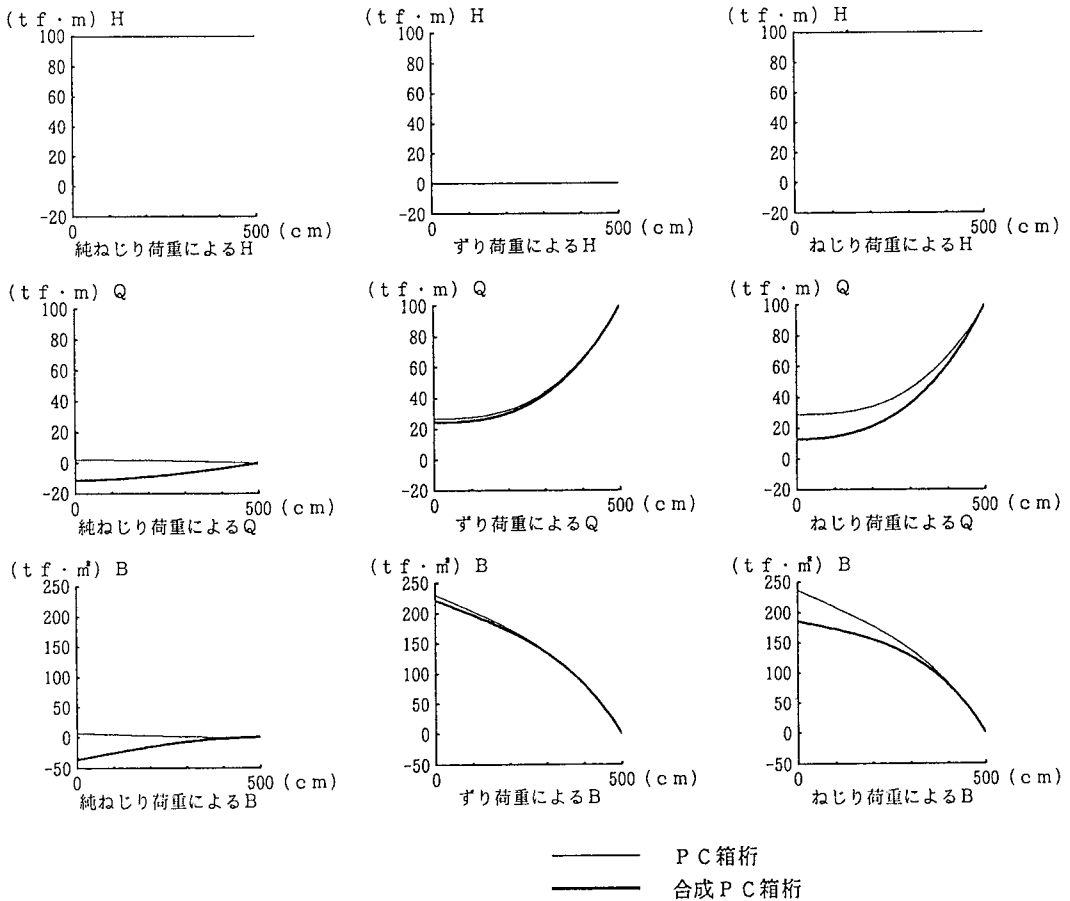
とした。表-1に示した数値を用いて計算した解析結果を図-7に示す。また比較のために、コンクリート製のPC箱桁の数値計算には表-2に示す値を用いた。

表-1 合成PC箱桁の寸法諸元

	弾性定数	寸法
ウェブ	$E_1 = 3400 \text{ kgf/cm}^2$ $G_1 = 680000 \text{ kgf/cm}^2$ $\mu_1 = 0.3$	$h_1 = 0.9 \text{ cm}$ $d_1 = 200.0 \text{ cm}$
フランジ	$E_2 = 310000 \text{ kgf/cm}^2$ $G_2 = 130000 \text{ kgf/cm}^2$ $\mu_2 = 0.17$	$h_2 = 25.0 \text{ cm}$ $d_2 = 280.0 \text{ cm}$
スパン長		$l = 500 \text{ cm}$

表-2 PC箱桁の寸法諸元

	弾性定数	寸法
ウェブ	$E_1 = 310000 \text{ kgf/cm}^2$ $G_1 = 130000 \text{ kgf/cm}^2$ $\mu_1 = 0.17$	$h_1 = 25.0 \text{ cm}$ $d_1 = 200.0 \text{ cm}$
フランジ	$E_2 = 310000 \text{ kgf/cm}^2$ $G_2 = 130000 \text{ kgf/cm}^2$ $\mu_2 = 0.17$	$h_2 = 25.0 \text{ cm}$ $d_2 = 280.0 \text{ cm}$
スパン長		$l = 500 \text{ cm}$



(a) 純ねじり荷重による断面力 (b) ずり荷重による断面力 (c) ねじり荷重による断面力

図-7 断面力の軸方向変化

断面力は図-7 から分かるように純ねじり荷重によるものに比べてずり荷重によるものが大きい。特に軸方向そり応力の大きさは、式(6)に示したように縦方向バイモーメント B によって決まるので、純ねじり荷重によって生じるそり応力に比べ、ずり荷重によるそり応力が非常に大きくなるのが分かる。このように断面力の縦方向の分布および断面力の大きさは、断面変形を生じるか否かに大きく依存しており、P C 箱桁であるか合成箱桁であるかどうかにかかわらず同様のことがいえる。

せん断応力を、板厚方向に一定と仮定すれば、せん断応力は式(6)より求めることができる。ここで改めてウェブ及びフランジのせん断応力を τ_1 , τ_2 とすれば、せん断流は $q_1 = \tau_1 h_1$, $q_2 = \tau_2 h_2$ と表される。したがって、式(6)からせん断流は x の関数として次のように表される。

$$q_1 = \frac{1}{2d_1d_2} \{H(x) + Q(x)\}$$

$$q_2 = \frac{1}{2d_1d_2} \{H(x) - Q(x)\}$$
(10)

純ねじり荷重を受けるときの横断面 $x = x$ のせん断流の分布は、図-8 のように表される。全ねじりモーメントは一定であるから常に

$$q_1(x) + q_2(x) = \frac{H}{d_1d_2} = \text{const.}$$
(11)

の関係を満たしている。純ねじり荷重を受ける場合、図-7 (a) に示した通り $Q < 0$ であるので、自由端では $q_1 = q_2$ であるが、固定端に近づくに従って $q_2(x)$ が増加し $q_1(x)$ は減少していく。ただし図-7 (a) から分かるように $|Q|$ の最大値は H の 1 割程度であるので最小の q_1 は自由端の値の 0.9 倍程度の値である。

せん断応力の値は自由端である載荷点で最大となっているので、純ねじり荷重については、載荷点でのせん断応力を調べればよい。表-1 より合成 PC 箱桁のウェブ厚 $h_1 = 0.9 \text{ cm}$ 、フランジ厚 $h_2 = 2.5 \text{ cm}$ であるのでせん断応力は板厚に大きく影響され、ウェブのせん断応力が支配的であると考えられる。つまり純ねじり荷重を受けるとき、せん断応力はほとんどウェブに生じ、かつ 2 次せん断応力の値は小さいために、各断面におけるせん断応力の値は載荷点におけるせん断応力とほぼ同じであると考えられる。

次に、ねじり荷重を受ける場合も純ねじり荷重と同様に

$$q_1(x) + q_2(x) = \frac{H}{d_1d_2} = \text{const.} \quad (12)$$

の関係は満たされている。図-7 (c) から $H + Q$ は自由端で最大、 $H - Q$ は固定端で最大となることがわかる。先に述べたとおり、せん断応力についてはウェブのせん断応力が支配的であるので、ウェブのせん断流が最大となるのは自由端であり、したがってせん断応力が最大となるのも自由端である。このとき $q_2 = 0$ であり、ウェブのせん断応力は式 (13) で表される。

$$\tau_1 = \frac{H}{d_1d_2h_1}$$
(13)

付言するならば、純ねじり荷重を受けるときの自由端におけるせん断応力は式 (14) である。

$$\tau_1 = \frac{H}{2d_1d_2h_1}$$
(14)

したがって、ねじり荷重を受けるときのウェブのせん断応力は、純ねじり荷重を受けるときの 2 倍になる。図-9 にせん断応力の部材軸方向の変化を示す。図-9 から分かるように、せん断応力の縦方向の変化の傾

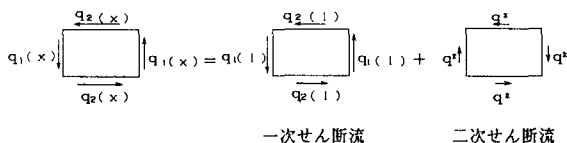


図-8 ねじり荷重をうけるときのせん断流

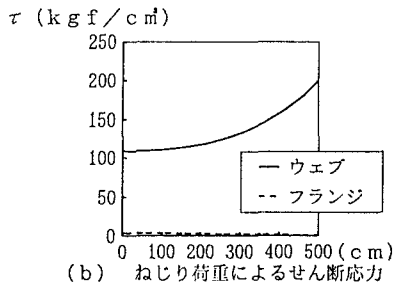
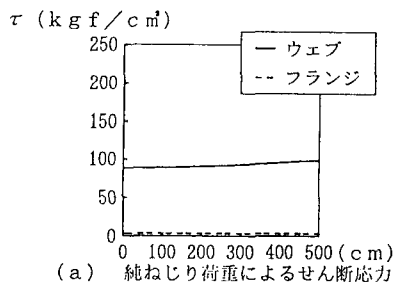


図-9 せん断応力の軸方向変化

向は載荷方法の影響を受けるが、せん断応力は純ねじり荷重の2倍程度にとどまる。式(13)より、せん断応力は板厚に逆比例するので、板厚の大きさによる違いが著しい。

一方、軸方向そり応力は、固定端で変位が拘束されるために生じる応力であり、そりはねじりおよび断面変形から生じる。そり応力の値は、式(6)から求められる。ここでは圧縮そり応力の縦方向の変化を調べるために隅角部のそり応力に注目する。

$$\sigma_1(x) = -\frac{E_1'}{K_w} B(x) \frac{d_1 d_2}{4} \quad (15)$$

$$\sigma_2(x) = -\frac{E_2'}{K_w} B(x) \frac{d_1 d_2}{4}$$

ウェブのヤング率 E_1 は 3400 kgf/cm^2 、フランジのヤング率 E_2 は 310000 kgf/cm^2 であり、 E_2 は E_1 に比べ大きいので、ウェブの軸方向剛性は相対的にはほとんどないと考えられる。つまり荷重によって生じるそり応力は、フランジにのみ生じ、軸方向に伝達すると考えられる。

そこで、図-10に示すようにずり荷重を分解する。ねじり荷重が純ねじり荷重とずり荷重に分解できれば、作用ねじり荷重は結局図-11のように、純ねじり荷重とねじり荷重の和として表される。

図-7にも示したが、純ねじり荷重によるバイモーメント B は、ねじり荷重に比べて小さい。図-11の純ねじり荷重によるバイモーメントおよびねじり荷重によるバイモーメントは、図-12に示すとおりである。純ねじり荷重によるバイモーメントの値はねじり荷重によるバイモーメントに比べ相対的に小さく、さらに符号が反対であるため、そり応力を評価する際には無視しても安全側と思われる。そこでさらに、ウェブに全く軸方向応力が伝わらないと仮定する。つまり上下フランジを2枚の独立したスラブにおきかえ、それぞれにせん断力が荷重として働くときの軸方向応力を通常のはり理論を用いて算出する。このとき片持ちばりの最大圧縮応力は、式(16)で表される。

$$\sigma_p = -\frac{24}{d_1^2 d_2^3 h_2} (l-x) H \frac{d_1 d_2}{4} \quad (16)$$

式(16)より求まるそり応力の値と式(15)より求まる値を図示すると、図-13のようになる。初等はり理論にもとづくそり応力の値はVlasovの理論による値の2倍以上になるが、簡易にそり応力を求めたい場合にはここで示した方法は有効であると思われる。

5. まとめ

箱桁のねじりや断面変形に関する研究はこれまで断面を構成する材料は同一であるとして検討されてきた。

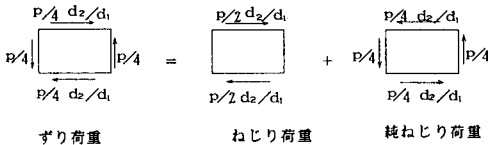


図-10 合成PC箱桁のずり荷重の分解

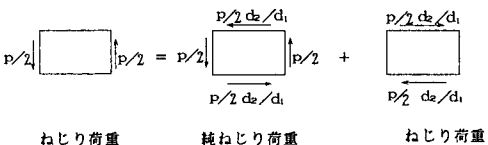


図-11 合成PC箱桁のねじり荷重の分解

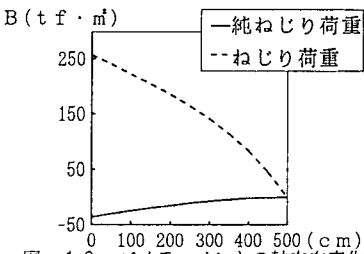


図-12 バイモーメントの軸方向変化

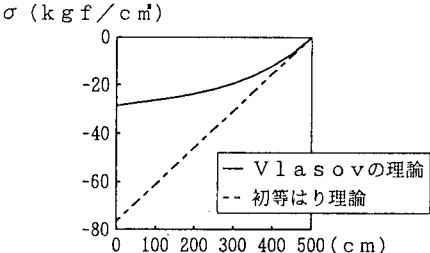


図-13 そり応力の軸方向変化

これに対し本論文では、フランジとウェブの材料特性が大きく異なる合成P C箱桁のねじり荷重作用下での挙動について検討した。得られた主な成果を要約すると以下のようになる。

- (1) 「ずり荷重」によって断面変形が生じるときの断面力は非常に大きいので、波形鋼板を用いた合成P C箱桁に偏心荷重が作用する場合には、断面変形の影響を考慮する必要がある。ただし、断面変形を拘束するダイヤフラムが箱桁内部に密に（5 m間隔程度）配置されている場合には厳密な検討は不要となる。
- (2) セン断応力の縦方向（x軸方向）の変化は載荷状態（ねじり荷重、純ねじり荷重、ずり荷重）によって異なる。しかし、せん断応力の大きさを評価するとき、「ねじり荷重」によるものは「純ねじり荷重」によるものに比べ、最大でも2倍程度にとどまり、せん断応力の大きさは載荷方法の違いによる差は少ない。むしろ、ウェブに波形鋼板を用いた場合、ウェブとフランジの板厚が大きく違うことによって、ウェブのせん断応力がフランジに比べて非常に大きくなっている。したがって、波形鋼板ウェブを用いた合成P C箱桁のねじり荷重に対するせん断応力の評価はウェブを中心に行い、純ねじり荷重による値の2倍を用いて設計すれば安全側である。
- (3) そり応力の評価にあたっては、波形鋼板を用いた合成P C箱桁のウェブのヤング率はフランジに比べて小さいので、ウェブのそりに対する剛性を零とおいてフランジのみの曲げ応力をそり応力として評価できる。またこのようなねじりによるそり応力の問題をフランジのみからなるはりの初等曲げ問題に置き換えれば、解析モデルをさらに簡単化することもできる。

参考文献

- 1) 依田照彦・大浦隆：波形鋼板ウェブを用いた合成P C箱桁のねじり特性について，構造工学論文集，Vol. 39A, pp. 1251-1258, 1993. 3.
- 2) V l a s o v, V. Z. （奥村敏恵 他訳）：薄肉弾性ばりの理論，技報堂出版，1967.
- 3) 依田照彦・平嶋政治・坂元浩幸：薄肉鋼製箱桁橋における中間ダイヤフラムの間隔と必要剛度の簡易決定法について，構造工学論文集，Vol. 31A, pp. 155-162, 1985. 3.
- 4) 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱桁橋の中間ダイヤフラム設計法に関する一試案，土木学会論文報告集，No. 261, pp. 21-34, 1977. 5.
- 5) 日本道路協会：鋼道路橋設計便覧，丸善，1980.
- 6) 日本道路協会：道路橋示方書（Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編，Ⅲコンクリート橋編），丸善，1991. 2.
- 7) 林 毅編：軽構造の理論とその応用，日科技連出版社，1966.

（1993年9月16日受付）