

疲労損傷パラメータに基づいた鋼橋の疲労安全性の照査

FATIGUE RELIABILITY ASSESSMENT OF STEEL BRIDGES BASED ON FATIGUE-DAMAGE-PARAMETER

大 倉 一 郎*

By Ichiro OKURA

The "fatigue-damage-parameter c " is proposed, which makes it possible to consider the equivalent stress range and the number of cycles of applied stress as random variables at the same time. The statistical distribution of c is shown for some connection details. The advanced first-order second-moment method provides an equation for fatigue reliability assessment of steel bridges, which is expressed in terms of the equivalent stress range, allowable fatigue stress range and partial safety factors. Non-normal random variables can be taken into account in the equation, using the transformation technique by the equivalent normal distribution. A numerical example shows how to determine the values of the partial safety factors. Finally, the uncertainty in the applied stress is discussed.

Key Words: fatigue, reliability, bridge

1 序論

ECCSの「鋼構造物の疲労設計指針」^{1,2)}(以後ECCS疲労設計指針と呼ぶ)の疲労安全性の照査は次式で行われる。

$$r_s \Delta \sigma_e \leq \Delta \sigma_R / r_m \quad (1)$$

ここに、 $\Delta \sigma_e$ と $\Delta \sigma_R$:それぞれ等価応力範囲と疲労強度

r_s と r_m :それぞれ等価応力範囲と疲労強度に関する部分安全係数

ECCS疲労設計指針は、等価応力範囲と疲労強度の各々の標準偏差を考慮して、安全性指標 β と部分安全係数 r_s 、 r_m の関係を与えている。

しかし、ECCS疲労設計指針では、作用応力の繰返し回数が既知であることを前提としている。さらに、ECCS疲労設計指針の安全性指標 β と部分安全係数 r_s 、 r_m の関係は、等価応力範囲と疲労強度がともに対数正規分布に従うときのみ正しい。

本論文では、等価応力範囲と作用応力の繰返し回数の両者を同時に確率変数として取り扱うために、疲労損傷パラメータ c を提案する。疲労損傷パラメータ c の確率分布をいくつかの継手分類に対して明らかにする。改良2次モーメント法によって式(1)に類似する疲労安全性の照査式を誘導する。この照査式では、等価正規分布を用いることによって、非正規変数も考慮することができる。部分安全係数の決定の仕方を具

* 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科(〒565 吹田市山田丘2-1)

体的な数値計算例で示す。最後に作用荷重の不確実性について議論する。

2 疲労損傷パラメータ

応力拡大係数を用いた疲労亀裂の進展速度式を積分することによって得られるS-N曲線の傾きは約 $-1/3$ になる。さらに、1つの構造詳細について、その疲労試験の結果の標本サイズが多くなるに従って、最小2乗法によって決定されるS-N曲線の傾きが $-1/3$ に収束する傾向を示す³⁾。この2つの事実から、S-N曲線の傾きは確率変数としてではなく、 $-1/3$ の定数として扱うことができる。そこで、次式で定義されるパラメータ c を導入する。

$$c = N (\Delta \sigma)^m \quad (2)$$

ここに、 $m=3$

1つの疲労試験データの疲労破壊までの繰返し回数 N と応力範囲 $\Delta \sigma$ に対して1つの c の値がこの式から計算される。

変動応力範囲に対して次式で定義される c_i を考える。

$$c_i = n_i (\Delta \sigma_i)^m \quad (3)$$

ここに、 $\Delta \sigma_i$: 変動応力範囲スペクトルの中の1つの応力範囲成分、 n_i : $\Delta \sigma_i$ の繰返し回数
次の条件が満たされたとき疲労破壊が生じると仮定する。

$$\sum_{i=1}^k c_i = c \quad (4)$$

ここに、 k : c_i の総数

変動応力範囲の全繰返し回数、すなわち $N = \sum_{i=1}^k n_i$ で疲労破壊する一定応力範囲 $\Delta \sigma_e$ を次式で定義する。

$$c = N (\Delta \sigma_e)^m \quad (5)$$

式(3)と式(5)を式(4)へ代入すると次式を得る。

$$\Delta \sigma_e = \left\{ \sum_{i=1}^k (\Delta \sigma_i)^m \frac{n_i}{N} \right\}^{-\frac{1}{m}} \quad (6)$$

この式は、変動応力範囲スペクトルに対してMinerの線形被害則を適用することによって得られる等価応力範囲と同じ形式である。

式(4)は、 c_i の総和が c に達したとき疲労破壊が起こることを表している。したがって、 c_i は疲労損傷の1つの成分を表していることになる。このような c_i の特徴から c を疲労損傷パラメータと呼ぶ。

3 疲労損傷パラメータの確率分布

疲労損傷パラメータ c の確率分布として、正規分布、対数正規分布、ワイブル分布を考える。これらの確率分布の確率密度関数および累積分布関数を次に示す。

a) 正規分布

確率密度関数

$$f_c(c) = \frac{\phi\left(\frac{c - \mu_c}{s_c}\right)}{s_c} \quad (7)$$

累積分布関数

$$F_c(c) = \Phi\left(\frac{c - \mu_c}{s_c}\right) \quad (8)$$

ここに、 μ_c と s_c ：それぞれ c の平均値と標準偏差

$\phi(\cdot)$ と $\Phi(\cdot)$ は、それぞれ標準正規分布の確率密度関数と累積分布関数で、次式で与えられる。

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (9)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(y) dy \quad (10)$$

b) 対数正規分布

確率密度関数

$$f_c(c) = \frac{\phi\left(\frac{\ln c - \lambda_c}{\xi_c}\right)}{\xi_c c} \quad (11)$$

累積分布関数

$$F_c(c) = \Phi\left(\frac{\ln c - \lambda_c}{\xi_c}\right) \quad (12)$$

$$\text{ここに、} \lambda_c = \ln \mu_c - \frac{\xi_c^2}{2} \quad (13)$$

$$\xi_c^2 = \ln(1 + \Omega_c^2) \quad (14)$$

$$\Omega_c = \frac{s_c}{\mu_c} : c \text{ の変動係数}$$

c) ワイブル分布

確率密度関数

$$f_c(c) = \frac{u}{w} \left(\frac{c}{w}\right)^{u-1} \exp\left\{-\left(\frac{c}{w}\right)^u\right\} \quad (15)$$

累積分布関数

$$F_c(c) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{c}{w}\right)^u\right\} \quad (16)$$

ここに、 u と w ：ワイブル分布の形状を決めるためのパラメータ

ワイブル分布の平均値 μ_c と標準偏差 s_c はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_c = w \Gamma\left(1 + \frac{1}{u}\right) \quad (17)$$

$$s_c = w \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{u}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{u}\right) \right\}^{0.5} \quad (18)$$

ここに、 $\Gamma(\cdot)$ ：ガンマ関数

疲労損傷パラメータ c の計算には、名古屋大学で作成された疲労試験データベース⁴⁾が利用できる。200万回以上の長寿命領域の疲労試験の結果は、傾きが $-1/3$ のS-N曲線に支配された結果なのか、疲労限に支配された結果なのか不明である。したがって、この疲労試験データベースの中で200万回の繰返し回数以前

に疲労破壊を起こしたデータに対して、その疲労損傷パラメータ c の値を式 (2) から計算する。

正規確率紙、対数正規確率紙、ワイブル確率紙を用いて疲労損傷パラメータ c の確率分布を決定する。 c の値を小さなものから順に並べる。小さいものから i 番目の c の値を c_i (この c_i は式 (3) で定義した c_i とは異なることに注意) で表すと、 c_i の累積確率 p_i が次式で与えられる⁵⁾。

$$p_i = \frac{i}{j+1} \tag{19}$$

ここに、 j : 試験データの総数

例として、横方向突合せ溶接継手の仕上げと非仕上げに対する確率紙へのプロットをそれぞれ図-1、2

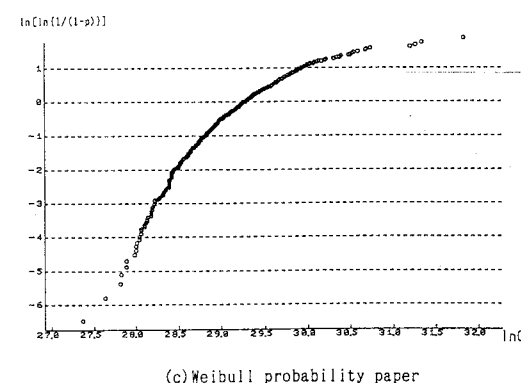
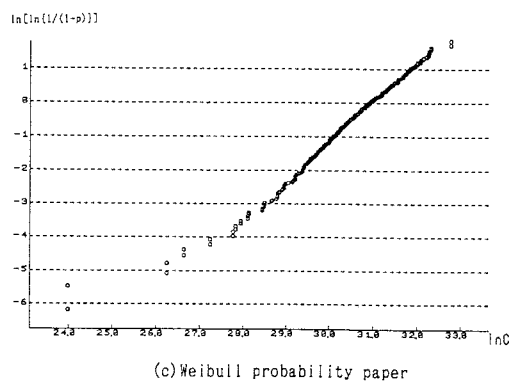
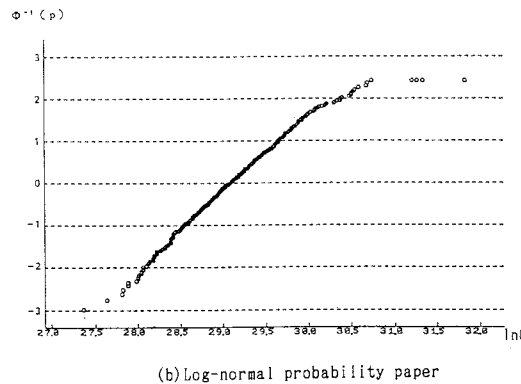
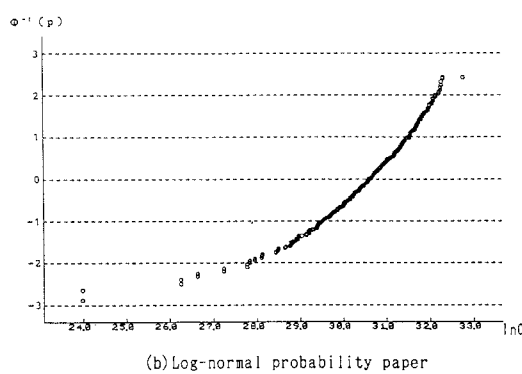
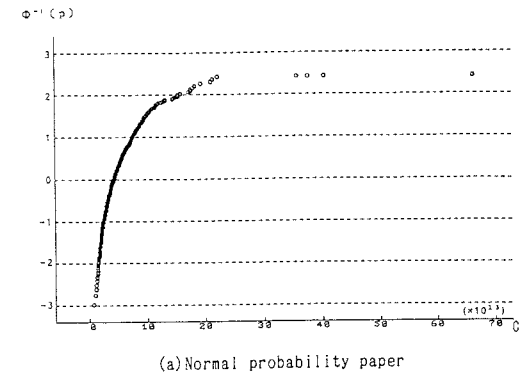
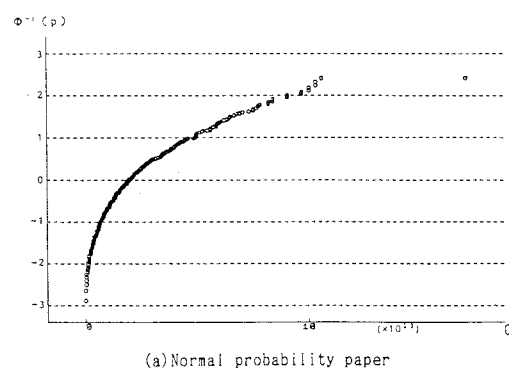
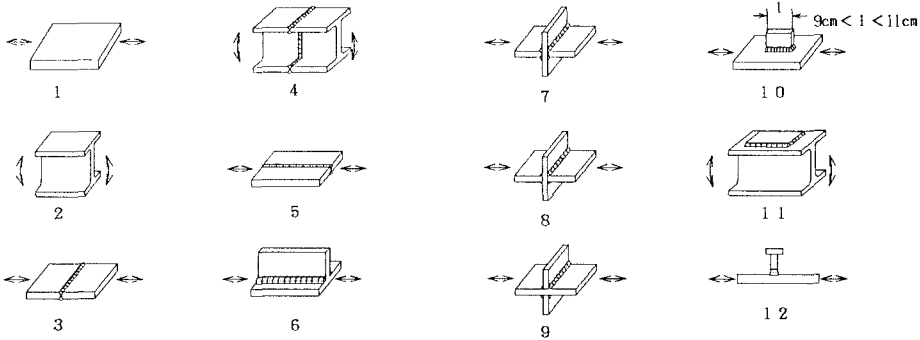


図-1 横方向突合せ溶接継手 (仕上げ)

図-2 横方向突合せ溶接継手 (非仕上げ)

表－1 疲労損傷パラメータcの確率分布

構造詳細	図面番号	確率分布	ξ_c, u	λ_c, w
帯板（表面、端面仕上げ）	1	対数正規分布	0.729240	30.67207
帯板（黒皮付き）	1	対数正規分布	0.810281	30.77430
圧延H形鋼（黒皮付き）	2	対数正規分布	0.482439	30.02031
横方向突合せ溶接継手（仕上げ）	3	ワイブル分布	1.197930	2.771451×10^{13}
横方向突合せ溶接継手（非仕上げ）	3	対数正規分布	0.556081	29.09848
溶接桁（横方向突合せ溶接継手、仕上げ）	4	ワイブル分布	2.593880	8.249705×10^{12}
縦方向突合せ溶接継手（仕上げ）	5	対数正規分布	0.708154	30.31748
縦方向突合せ溶接継手（非仕上げ）	5	対数正規分布	0.656819	30.01911
縦方向隅肉溶接継手（非仕上げ）	6	対数正規分布	0.688468	30.13061
十字横方向突合せ溶接継手（非仕上げ）	7	対数正規分布	0.796077	27.74782
荷重伝達型十字横方向隅肉溶接継手（非仕上げ）	8	対数正規分布	0.726998	26.87682
荷重非伝達型リブ十字隅肉溶接継手（仕上げ）	9	対数正規分布	0.458188	28.96970
荷重非伝達型リブ十字隅肉溶接継手（非仕上げ）	9	対数正規分布	0.641869	28.63795
ガセットプレート隅肉溶接継手（非仕上げ）	10	対数正規分布	0.393671	28.01625
ガセットプレート有するH形鋼（非仕上げ）	11	対数正規分布	0.232644	26.89895
スタッドを有する帯板（帯板破断）	12	対数正規分布	0.501791	28.59855



に示す。横方向突合せ溶接継手の疲労損傷パラメータcの確率分布は、仕上げに対してはワイブル分布、非仕上げに対しては対数正規分布が適している。各構造詳細の疲労損傷パラメータcの確率分布を表－1に示す。疲労損傷パラメータcの確率分布は対数正規分布またはワイブル分布で表される。表の中で、 (ξ_c, u) の列の数値と (λ_c, w) の列の数値は、対数正規分布の場合 ξ_c と λ_c の値を示し、ワイブル分布の場合uとwの値を示す。これらの数値は、 $(\text{MPa})^3$ の単位を有する疲労損傷パラメータcに対応している。

4 疲労安全性の照査

4.1 確率変数

式(6)で定義される等価応力範囲 $\Delta\sigma_e$ は次のように変形される。

$$\Delta\sigma_e = z \Delta\sigma_{\max} \quad (20)$$

ここに、 $\Delta\sigma_{\max}$ ：変動応力範囲スペクトルの変動応力範囲の最大値
係数zは次式で定義される。

$$z = \left\{ \sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_{\max}} \right)^m \frac{n_i}{N} \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (21)$$

この式で定義されるzを変動応力影響係数^{6,7)}と呼ぶ。

変動応力範囲スペクトルの最大値 $\Delta\sigma_{\max}$ と設計疲労荷重に対して生じる設計応力範囲 $\Delta\sigma_d$ の関係を与える変数をaで表す。すなわち

$$\Delta\sigma_{\max} = a \Delta\sigma_d \quad (22)$$

この式を式(20)に代入すると次式を得る。

$$\Delta \sigma_e = a z \Delta \sigma_d \quad (23)$$

設計疲労寿命期間中の繰返し回数 N と設計車両台数 V の関係を与える変数を b で表す。すなわち

$$N = b V \quad (24)$$

設計応力範囲 $\Delta \sigma_d$ と設計車両台数 V は既知量とし、変数 a 、 b 、 z は橋によって異なる確率変数として取り扱う。

4.2 状態関数

改良2次モーメント法^{8,9)}によって疲労安全性の照査式を作成する。状態関数 g を次式で定義する。

$$g = c - q \quad (25)$$

ここで、 c は疲労損傷パラメータ、 q は次式で定義される作用荷重パラメータである。

$$q = N (\Delta \sigma_e)^m \quad (26)$$

この式の N と $\Delta \sigma_e$ にそれぞれ式(24)と(23)を代入すると

$$q = a^m b z^m (\Delta \sigma_d)^m V \quad (27)$$

$g > 0$ は安全状態、 $g < 0$ は破壊状態、 $g = 0$ は限界状態を表す。

4.3 等価正規分布

変数 c と q が正規分布に従わないとき、限界状態 $g = 0$ 上の任意点 (c^*, q^*) において次式で定義される等価正規分布を求める。

$$\Phi \left(\frac{c^* - \mu_c^N}{s_c^N} \right) = F_c(c^*) \quad (28)$$

$$\frac{\phi \left(\frac{c^* - \mu_c^N}{s_c^N} \right)}{s_c^N} = f_c(c^*) \quad (29)$$

$$\Phi \left(\frac{q^* - \mu_q^N}{s_q^N} \right) = F_q(q^*) \quad (30)$$

$$\frac{\phi \left(\frac{q^* - \mu_q^N}{s_q^N} \right)}{s_q^N} = f_q(q^*) \quad (31)$$

ここに、 μ_c^N と s_c^N ：変数 c に対する等価正規分布のそれぞれ平均値、標準偏差

$F_c(c^*)$ と $f_c(c^*)$ ：変数 c のそれぞれ累積分布関数、確率密度関数

μ_q^N と s_q^N ：変数 q に対する等価正規分布のそれぞれ平均値、標準偏差

$F_q(q^*)$ と $f_q(q^*)$ ：変数 q のそれぞれ累積分布関数、確率密度関数

式(28)と(29)から s_c^N と μ_c^N がそれぞれ次のように解かれる。

$$s_c^N = \frac{\phi [\Phi^{-1} \{F_c(c^*)\}]}{f_c(c^*)} \quad (32)$$

$$\mu_c^N = c^* - s_c^N \Phi^{-1} \{F_c(c^*)\} \quad (33)$$

同様に式(30)と(31)から s_q^N と μ_q^N がそれぞれ次のように解かれる。

$$s_q^N = \frac{\phi [\Phi^{-1} \{F_q(q^*)\}]}{f_q(q^*)} \quad (34)$$

$$\mu_q^N = q^* - s_q^N \Phi^{-1} \{F_q(q^*)\} \quad (35)$$

4.4 安全性指標

式(32)から式(35)で与えられる変数 c と q に対する等価正規分布の平均値と標準偏差を用いて安全性指標 β は次式で与えられる。

$$\beta = \frac{\mu_c^N - \mu_q^N}{\sqrt{(s_c^N)^2 + (s_q^N)^2}} \quad (36)$$

この式から次式を得る。

$$\theta^N = \frac{1 + \beta \sqrt{(\Omega_c^N)^2 + (\Omega_q^N)^2} - \beta^2 (\Omega_c^N)^2 (\Omega_q^N)^2}{1 - \beta^2 (\Omega_c^N)^2} \quad (37)$$

$$\text{ここに、} \theta^N = \frac{\mu_c^N}{\mu_q^N}, \quad \Omega_c^N = \frac{s_c^N}{\mu_c^N}, \quad \Omega_q^N = \frac{s_q^N}{\mu_q^N}$$

式(36)の安全性指標 β を最小にする点 (c^* , q^*)、すなわち破壊を起こす可能性の最も高い点が次式で与えられる。

$$c^* = r_c^N \mu_c^N \quad (38)$$

$$q^* = r_q^N \mu_q^N \quad (39)$$

ここで r_c^N と r_q^N は次の通りである。

$$r_c^N = 1 - \frac{\theta^N (\Omega_c^N)^2 \beta}{\sqrt{(\theta^N)^2 (\Omega_c^N)^2 + (\Omega_q^N)^2}} \quad (40)$$

$$r_q^N = 1 + \frac{(\Omega_q^N)^2 \beta}{\sqrt{(\theta^N)^2 (\Omega_c^N)^2 + (\Omega_q^N)^2}} \quad (41)$$

4.5 疲労破壊に対する安全性の条件

変数 c が対数正規分布、変数 q が正規分布に従う場合に対して、具体的に疲労破壊に対する安全性の条件を誘導する。

疲労損傷パラメータ c が対数正規分布に従うとき、その確率密度関数と累積分布関数はそれぞれ式(11)、(12)で与えられる。これらの式を式(32)と(33)に代入すると、変数 c に対する等価正規分布の標準偏差と平均値がそれぞれ次のように与えられる。

$$s_c^N = \xi_c c^* \quad (42)$$

$$\mu_c^N = c^* (1 - \ln c^* + \lambda_c) \quad (43)$$

作用荷重パラメータ q の確率分布は正規分布に従うので、式(34)と(35)から

$$s_q^N = s_q \quad (44)$$

$$\mu_q^N = \mu_q \quad (45)$$

ここに、 μ_q と s_q : それぞれ作用荷重パラメータ q の平均値と標準偏差

式(39)の代わりに次式から q^* を推定する。

$$q^* = \frac{r_q^N \mu_c^N}{\theta^N} \quad (46)$$

式(37)、(38)、(40)から(46)を繰返し計算で解くことにより r_c^N と r_q^N の値が決定される。

式(38)と(43)から

$$c^* = \exp(\lambda_c) \exp\left(1 - \frac{1}{r_c^N}\right) \quad (47)$$

式(13)と(14)から

$$\exp(\lambda_c) = \frac{\mu_c}{\sqrt{1 + \Omega_c^2}} \quad (48)$$

この式を式(47)に代入すると

$$c^* = \frac{\mu_c \exp\left(1 - \frac{1}{r_c^N}\right)}{\sqrt{1 + \Omega_c^2}} \quad (49)$$

点 (c^*, q^*) は限界状態 $g = 0$ 上に存在し、安全の状態が $g > 0$ であるので疲労破壊に対する安全性の条件は次式で与えられる。

$$c^* \geq q^* \quad (50)$$

式(45)を考慮して、式(39)と式(49)を式(50)に代入すると

$$\frac{\exp\left(1 - \frac{1}{r_c^N}\right)}{\sqrt{1 + \Omega_c^2}} \mu_c \geq r_q^N \mu_q \quad (51)$$

そして

$$r_c = \frac{\exp\left(1 - \frac{1}{r_c^N}\right)}{\sqrt{1 + \Omega_c^2}} \quad (52)$$

$$r_q = r_q^N \quad (53)$$

とおくと、式(51)は次式になる。

$$r_c \mu_c \geq r_q \mu_q \quad (54)$$

破壊確率 p_f と安全性指標 β の関係は次の通りである。

$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (55)$$

式(54)は破壊確率 p_f に対して疲労破壊が起こらないための平均値 μ_c と μ_q の関係を与えている。そして、この式の係数 r_c と r_q は破壊確率 p_f を満足させるための部分安全係数である。

変数 c がワイブル分布に従う場合、あるいは変数 q が非正規変数であっても、最終的には式(54)の形式の疲労破壊に対する安全性の条件が得られる¹⁰⁾。

4.6 疲労安全性の照査式

式(27)から分かるように変数 q は変数 a 、 b 、 z の関数である。変数 q をこれらの変数の平均値周りにTaylor展開し、2次以上の項を省略すると

$$q \doteq \{\mu_a^m \mu_b \mu_z^m + m \mu_a^{m-1} \mu_b \mu_z^m (a - \mu_a) + \mu_a^m \mu_z^m (b - \mu_b) + m \mu_a^m \mu_b \mu_z^{m-1} (z - \mu_z)\} (\Delta \sigma_d)^m V \quad (56)$$

ここに、 μ_a 、 μ_b 、 μ_z ：それぞれ変数 a 、 b 、 z の平均値

この式から変数 q の平均値と変動係数に対する近似値がそれぞれ次のように与えられる。

$$\mu_q \doteq \mu_a^m \mu_b \mu_z^m (\Delta \sigma_d)^m V \quad (57)$$

$$\Omega_q^2 \doteq m^2 \Omega_a^2 + \Omega_b^2 + m^2 \Omega_z^2 + 2m \Omega_a \Omega_b \rho_{ab} + 2m \Omega_b \Omega_z \rho_{bz} + 2m^2 \Omega_z \Omega_a \rho_{za} \quad (58)$$

ここに、 $\Omega_a = \frac{s_a}{\mu_a}$ ：変数 a の変動係数、 $\Omega_b = \frac{s_b}{\mu_b}$ ：変数 b の変動係数

$$\Omega_z = \frac{S_z}{\mu_z} : \text{変数 } z \text{ の変動係数}$$

$$\rho_{ab} = \frac{E \{ (a - \mu_a) (b - \mu_b) \}}{S_a S_b} : \text{変数 } a \text{ と } b \text{ の相関係数}$$

$$\rho_{bz} = \frac{E \{ (b - \mu_b) (z - \mu_z) \}}{S_b S_z} : \text{変数 } b \text{ と } z \text{ の相関係数}$$

$$\rho_{za} = \frac{E \{ (z - \mu_z) (a - \mu_a) \}}{S_z S_a} : \text{変数 } z \text{ と } a \text{ の相関係数}$$

S_a, S_b, S_z : それぞれ変数 a, b, z の標準偏差

$E \{ \cdot \}$: 期待値を計算する記号

式 (57) を式 (54) に代入すると

$$r_c \mu_c \geq r_q \mu_a^m \mu_b \mu_z^m (\Delta \sigma_d)^m V \quad (59)$$

ここで設計最大応力範囲 $\Delta \sigma_{dmax}$ 、設計等価応力範囲 $\Delta \sigma_{de}$ 、設計繰返し回数 N_d をそれぞれ次式で定義する。

$$\Delta \sigma_{dmax} = \mu_a \Delta \sigma_d \quad (60)$$

$$\Delta \sigma_{de} = \mu_z \Delta \sigma_{dmax} = \mu_a \mu_z \Delta \sigma_d \quad (61)$$

$$N_d = \mu_b V \quad (62)$$

これらの式を式 (59) に代入すると

$$r_c \mu_c \geq r_q N_d (\Delta \sigma_{de})^m \quad (63)$$

疲労損傷パラメータ c に対して、各国の疲労設計基準の設計 $S-N$ 曲線は次の値を与える。

$$c_a = 2 \times 10^6 (\Delta \sigma_{a200})^m \quad (64)$$

ここに、 c_a : 各国の疲労設計基準の設計 $S-N$ 曲線を与える疲労損傷パラメータ c の値

$\Delta \sigma_{a200}$: 各国の疲労設計基準の設計 $S-N$ 曲線を与える200万回許容疲労応力範囲

c_a と μ_c の比率を r_{ca} で表す。すなわち

$$r_{ca} = \frac{c_a}{\mu_c} \quad (65)$$

この式を式 (63) に代入して整理すると

$$\left(\frac{r_c}{r_{ca}} \right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{c_a}{N_d} \right)^{-\frac{1}{m}} \geq r_q^{\frac{1}{m}} \Delta \sigma_{de} \quad (66)$$

$(c_a / N_d)^{1/m}$ は、各国の疲労設計基準で規定される許容疲労応力範囲 $\Delta \sigma_a$ である。すなわち

$$\Delta \sigma_a = \left(\frac{c_a}{N_d} \right)^{-\frac{1}{m}} \quad (67)$$

そして

$$r_R = \left(\frac{r_c}{r_{ca}} \right)^{-\frac{1}{m}} \quad (68)$$

$$r_Q = r_q^{\frac{1}{m}} \quad (69)$$

とおくと、式 (66) は次式になる。

$$r_R \Delta \sigma_a \geq r_Q \Delta \sigma_{de} \quad (70)$$

この式は、設計等価応力範囲と許容疲労応力範囲を用いて表された疲労安全性の照査式であり、 r_R と r_Q は部分安全係数である。

4.7 数値計算例

部分安全係数 r_R と r_Q の決定の仕方を具体的な数値計算例で示す。

図-3 に示す垂直補剛材をウェブに連結する隅肉溶接に対して、日本鋼構造協会の「構造物の疲労設計指針・同解説」¹¹⁾ (以後JSSC疲労設計指針と呼ぶ) は疲労強度等級Eを与えている。疲労強度等級Eの200万回許容疲労応力範囲は80 MPaである。式(64) から c_a は 1.02×10^{12} (MPa)³ になる。図-3の構造詳細に対して表-1の荷重非伝達型リブ十字隅肉溶接継手(非仕上げ)を適用する。この溶接継手の疲労損傷パラメータ c の確率分布は対数正規分布に従い、 $\lambda_c = 28.64$ 、 $\xi_c = 0.6419$ 、 $\mu_c = 3.37 \times 10^{12}$ (MPa)³、 $\Omega_c = 0.7141$ である。

作用荷重パラメータ q に対して変動係数 $\Omega_q = 0.5$ の正規分布を仮定する。安全性指標 $\beta = 2$ (破壊確率 $p_f = 0.02275$) に対して部分安全係数 r_R と r_Q の値を求める。

式(42)と式(43)より

$$\Omega_c^N = \frac{s_c^N}{\mu_c^N} = \frac{\xi_c}{1 - \ln c^* + \lambda_c} = \frac{0.6419}{29.64 - \ln c^*} \quad (71)$$

式(44)と(45)より

$$\Omega_q^N = \frac{s_q^N}{\mu_q^N} = \frac{s_q}{\mu_q} = \Omega_q = 0.5 \quad (72)$$

式(37)に $\beta = 2$ と $\Omega_q^N = 0.5$ を代入すると

$$\theta^N = \frac{2}{1 - 4(\Omega_c^N)^2} \quad (73)$$

式(40)に $\beta = 2$ と $\Omega_q^N = 0.5$ を代入すると

$$r_c^N = 1 - \frac{2\theta^N(\Omega_c^N)^2}{\sqrt{(\theta^N)^2(\Omega_c^N)^2 + 0.25}} \quad (74)$$

式(43)に $\lambda_c = 28.64$ を代入すると

$$\mu_c^N = c^* (29.64 - \ln c^*) \quad (75)$$

最初 c^* に適当な値を仮定し、式(71)、(73)、(74)、

(75)、(38)を繰返し計算すると、 c^* 、 Ω_c^N 、 r_c^N はそれぞれ 8.8235×10^{11} 、0.30077、0.46857 に収束する。

式(52)に $r_c^N = 0.46857$ と $\Omega_c = 0.7141$ を代入して $r_c = 0.262$ を得る。式(41)に $\beta = 2$ 、 $\Omega_c^N = 0.30077$ 、 $\Omega_q^N = 0.5$ を代入して $r_q^N = 1.469$ を得る。さらに式(53)から $r_q = r_q^N = 1.469$ である。

式(65)に $c_a = 1.02 \times 10^{12}$ と $\mu_c = 3.37 \times 10^{12}$ を代入して $r_{ca} = 0.303$ を得る。

式(68)に $r_c = 0.262$ 、 $r_{ca} = 0.303$ 、 $m = 3$ を代入すると $r_R = 0.95$ を得る。式(69)に $r_q = 1.469$ と $m = 3$ を代入すると $r_Q = 1.14$ を得る。

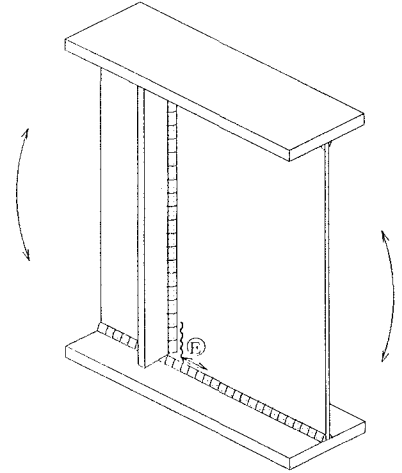


図-3 垂直補剛材下端の疲労照査

4.8 変動応力範囲の最大値 $\Delta \sigma_{\max}$ と一定振幅荷重下での疲労限 $\Delta \sigma_{caf}$ に関する疲労安全性の照査

$\Delta \sigma_{\max}$ が $\Delta \sigma_{caf}$ より大きいとき疲労破壊が起こり、 $\Delta \sigma_{\max}$ が $\Delta \sigma_{caf}$ より小さいとき疲労破壊が起こらない。このような関係に対する状態関数は次式で与えられる。

$$g = \Delta \sigma_{caf} - \Delta \sigma_{\max} \quad (76)$$

ここで式(76)において

$$c = \Delta \sigma_{caf} \quad (77)$$

$$q = \Delta \sigma_{\max} \quad (78)$$

とおくと、式(76)は式(25)と同じになる。したがって式(77)と(78)の文字の変換を通して、

式(25)から式(55)までの式が $\Delta\sigma_{caf}$ と $\Delta\sigma_{max}$ の信頼性関係に適用できる。

式(22)から

$$q = \Delta\sigma_{max} = a \Delta\sigma_d \quad (79)$$

したがって変数 q の平均値、標準偏差、変動係数はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_q = \mu_a \Delta\sigma_d \quad (80)$$

$$s_q = s_a \Delta\sigma_d \quad (81)$$

$$\Omega_q = \Omega_a = \frac{s_a}{\mu_a} \quad (82)$$

式(54)より

$$r_c \mu_{caf} \geq r_q \mu_a \Delta\sigma_d \quad (83)$$

ここに、 μ_{caf} ：変数 $\Delta\sigma_{caf}$ の平均値

各国の疲労設計基準で規定されている $\Delta\sigma_{caf}$ の値を $\Delta\sigma_{acaf}$ （以後これを許容疲労限と呼ぶ）で表し、 $\Delta\sigma_{acaf}$ と μ_{caf} の比率を r_{ca} で表す。すなわち

$$r_{ca} = \frac{\Delta\sigma_{acaf}}{\mu_{caf}} \quad (84)$$

設計最大応力範囲 $\Delta\sigma_{dmax}$ と設計応力範囲 $\Delta\sigma_d$ の関係が式(60)で定義された。式(60)と式(84)を式(83)に代入すると

$$\frac{r_c}{r_{ca}} \Delta\sigma_{acaf} \geq r_q \Delta\sigma_{dmax} \quad (85)$$

さらに

$$r_R = \frac{r_c}{r_{ca}} \quad (86)$$

$$r_Q = r_q \quad (87)$$

とおけば

$$r_R \Delta\sigma_{acaf} \geq r_Q \Delta\sigma_{dmax} \quad (88)$$

この式は、設計最大応力範囲と許容疲労限を用いて表された疲労安全性の照査式であり、 r_R と r_Q は部分安全係数である。

5 作用荷重に関する不確実性

作用荷重に関しては未だその確率分布を決定することができるだけの資料が存在しない。したがって式(57)と式(58)によってそれぞれ定義される作用荷重パラメータ q の平均値 μ_q と変動係数 Ω_q の値を決定することができない。次に作用荷重に関する不確実性について議論する。

5.1 変数 a の不確実性

式(22)で示したように、変数 a は最大応力範囲 $\Delta\sigma_{max}$ と疲労設計荷重に対して生じる設計応力範囲 $\Delta\sigma_d$ の関係を与える変数である。次式に示すように変数 a は4つのパラメータの積として与えられる。

$$a = a_1 a_2 a_3 a_4 \quad (89)$$

a_1 はある荷重振幅に対して橋に生じる実応力範囲と設計実務において計算される応力範囲の比である。通常の設計では、高欄、対傾構、横構などの2次部材の剛性が考慮されていない。さらにコンクリート床版の

荷重分配作用も考慮されていない。計算過程において不明瞭な点が生じると様々の安全側の仮定を設けて計算が遂行される。したがって、 a_1 は通常1より小さい値をとる。

a_2 は衝撃係数に関するパラメータで次式で与えられる。

$$a_2 = 1 + i \quad (90)$$

ここに、 i ：衝撃係数

現行の道路橋示方書¹²⁾に規定される衝撃係数は最大応力 $\sigma_{\max}$ に対して規定されており、これが応力範囲 $\Delta\sigma$ に適用できるかどうかは不明である。

a_3 は、最大応力範囲を生じさせる実最大荷重と、これをモデル化した疲労設計荷重の相違に起因するパラメータである。実最大荷重の大きさと、その分布形状にできるだけ近い活荷重モデルを設計疲労荷重として採用しなければならない。

a_4 は、設計疲労寿命期間中における活荷重の変化を考慮するためのパラメータである。設計疲労寿命期間中に、活荷重は設計疲労活荷重を規定した当初の活荷重から異なってくる可能性がある。設計疲労寿命期間中に橋に生じる応力の経年変化をモニタリングすることにより、 a_4 に関する資料を得ることができる。

変数 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 が互いに確率的に独立であると仮定すると、変数 a の平均値 μ_a 、変動係数 Ω_a の近似値はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_a \doteq \mu_{a1} (1 + \mu_1) \mu_{a3} \mu_{a4} \quad (91)$$

$$\Omega_a^2 \doteq \Omega_{a1}^2 + \Omega_1^2 + \Omega_{a3}^2 + \Omega_{a4}^2 \quad (92)$$

ここに、 μ_{a1} 、 μ_1 、 μ_{a3} 、 μ_{a4} ：それぞれ変数 a_1 、 i 、 a_3 、 a_4 の平均値

$$\Omega_{a1} (= \frac{S_{a1}}{\mu_{a1}}), \Omega_1 (= \frac{S_1}{\mu_1}), \Omega_{a3} (= \frac{S_{a3}}{\mu_{a3}}), \Omega_{a4} (= \frac{S_{a4}}{\mu_{a4}}):$$

それぞれ変数 a_1 、 i 、 a_3 、 a_4 の変動係数

S_{a1} 、 S_1 、 S_{a3} 、 S_{a4} ：それぞれ変数 a_1 、 i 、 a_3 、 a_4 の標準偏差

5.2 変数 z の不確実性

式(21)で定義される変動応力影響係数 z は、式(20)が示すように、等価応力範囲 $\Delta\sigma_e$ と最大応力範囲 $\Delta\sigma_{\max}$ の関係を与える変数である。次式に示すように変数 z は3つのパラメータの積によって与えられる。

$$z = z_1 z_2 z_3 \quad (93)$$

z_1 は、一定振幅荷重に対する疲労限以下の長寿命領域におけるS-N曲線の妥当性に関するパラメータである。一定振幅荷重に対する疲労限以下の領域における設計S-N曲線の主なものとして、AASHTO¹³⁾タイプ、ECCS¹⁾タイプ、JSSC¹¹⁾タイプが挙げられる。一定振幅荷重に対する疲労限以下の領域において、この中のどのタイプの設計S-N曲線が最も妥当であるか現在明らかになっていない¹⁴⁾。同一の変動応力範囲スペクトルに対して、これら3種類のタイプの設計S-N曲線が与える疲労寿命の間には数倍の違いが生じる。

z_2 は、変動応力範囲スペクトルの形状が橋によって異なることに起因するパラメータである。道路橋においては、重量車混入率によって変動応力範囲スペクトルの形状が異なる。

z_3 は、設計疲労寿命期間中における活荷重の変化による変動応力範囲スペクトルの形状の変化に起因するパラメータである。前述の a_4 の場合と同様、設計疲労寿命期間中に橋に生じる応力の経年変化をモニタリングすることにより、 z_3 に関する資料を得ることができる。

変数 z_1 、 z_2 、 z_3 が互いに確率的に独立であると仮定すると、変数 z の平均値 μ_z 、変動係数 Ω_z の近似値はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_z \doteq \mu_{z1} \mu_{z2} \mu_{z3} \quad (94)$$

$$\Omega_z^2 \equiv \Omega_{z1}^2 + \Omega_{z2}^2 + \Omega_{z3}^2 \quad (95)$$

ここに、 μ_{z1} 、 μ_{z2} 、 μ_{z3} ：それぞれ変数 z_1 、 z_2 、 z_3 の平均値

$$\Omega_{z1} \left(= \frac{S_{z1}}{\mu_{z1}} \right), \Omega_{z2} \left(= \frac{S_{z2}}{\mu_{z2}} \right), \Omega_{z3} \left(= \frac{S_{z3}}{\mu_{z3}} \right) : \text{それぞれ変数 } z_1, z_2, z_3 \text{ の変動係数}$$

S_{z1} 、 S_{z2} 、 S_{z3} ：それぞれ変数 z_1 、 z_2 、 z_3 の標準偏差

5.3 変数 b の不確実性

式(24)に示したように、変数 b は、設計疲労寿命期間中の繰返し回数 N と設計車両台数 V の関係を与える変数である。次式に示すように変数 b は2つのパラメータの積として与えられる。

$$b = b_1 b_2 \quad (96)$$

b_1 は、橋を通過する車両台数と発生応力の繰返し回数とが必ずしも一致しないことに起因するパラメータである。縦桁等の短支間の桁では各車軸の通過ごとに応力が発生するので通過車両台数より発生応力の繰返し回数の方が多くなる。長支間の桁では連行する数台の車両によって1回の応力の繰返しが生じるので通過車両台数より発生応力の繰返し回数の方が少なくなる。

b_2 は、設計疲労寿命期間中における車両台数の変化に起因するパラメータである。各種の交通流動統計を利用することによってこのパラメータの確率特性を決定することができる。

変数 b_1 、 b_2 が互いに確率的に独立であると仮定すると、変数 b の平均値 μ_b 、変動係数 Ω_b の近似値はそれぞれ次式で与えられる。

$$\mu_b \equiv \mu_{b1} \mu_{b2} \quad (97)$$

$$\Omega_b^2 \equiv \Omega_{b1}^2 + \Omega_{b2}^2 \quad (98)$$

ここに、 μ_{b1} 、 μ_{b2} ：それぞれ変数 b_1 、 b_2 の平均値

$$\Omega_{b1} \left(= \frac{S_{b1}}{\mu_{b1}} \right), \Omega_{b2} \left(= \frac{S_{b2}}{\mu_{b2}} \right) : \text{それぞれ変数 } b_1, b_2 \text{ の変動係数}$$

S_{b1} 、 S_{b2} ：それぞれ変数 b_1 、 b_2 の標準偏差

6 結論

本論文では、等価応力範囲と作用応力の繰返し回数の両者を同時に確率変数として取り扱うために、疲労損傷パラメータ c を提案した。疲労損傷パラメータ c の確率分布をいくつかの継手分類に対して明らかにした。改良2次モーメント法によって鋼橋の疲労安全性の照査式を誘導した。この照査式では、等価正規分布を用いることによって、非正規変数も考慮することができる。部分安全係数の決定の仕方を具体的な数値計算例で示した。最後に作用荷重の不確実性について議論した。

謝辞

本研究は、土木学会関西支部調査研究委員会「鋼橋の終局強度・疲労設計法委員会」（1989年～1991年、委員長 大阪大学 福本晴士 教授）の下で行われたものであり、本研究に御協力を賜った関係者各位に深謝致します。

参考文献

- 1) European Convention for Constructional Steelwork: Recommendations for the Fatigue Design of Steel Structures, Technical Committee 6 - Fatigue, 1985.
- 2) Smith, I.F.C. and Hirt, M.A. : Fatigue reliability---ECCS safety factors, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.113, No.3, pp.623-627, 1987.
- 3) Keating, P.B. and Fisher, J.W. : Evaluation of fatigue tests and design criteria on welded details, NCHRP Report 286, Transportation Research Board, National Research Council, USA, 1986.
- 4) 山田健太郎: 疲れ試験データベースの作成と疲労許容応力度の評価、昭和62年度科学研究費補助金(一般研究C) 研究成果報告書、名古屋大学工学部土木工学科、1988。
- 5) Ang, A.H-S. and Wilson, H.T. 著、伊藤學・亀田弘行訳: 土木・建築のための確率・統計の基礎、丸善株式会社、pp.259-260、1977。
- 6) Ang, A.H-S. : Structural Reliability and Probability-Based Design, 大阪大学で使用された特別講義資料、pp.63-85、May、1976。
- 7) Munse, W.H., Wilbur, T.W., Tellalian, M.L., Nicoll, K. and Wilson, K. : Fatigue Characterization of Fabricated Ship Details for Design, Ship Structure Committee, Project SR-1257, US Coast Guard, Contract No.DOT-CG-823889A, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois, USA, October, 1981.
- 8) Thoft-Christensen, P. and Baker, M.J. : Structural Reliability Theory and Its Applications, Springer-Verlag, pp.67-111, 1982.
- 9) Ang, A.H-S. and Tang, W.H. 著、伊藤學・亀田弘行・黒田勝彦・藤野陽三: 土木・建築のための確率・統計の応用、丸善株式会社、pp.357-467。
- 10) 鋼橋の設計と限界状態ー活荷重と終局・疲労限界、土木学会関西支部、平成3年度講習会テキスト、pp.112-129、1991。
- 11) 日本鋼構造協会: 構造物の疲労設計指針・同解説、技報堂出版、1993。
- 12) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編 II 鋼橋編、1990。
- 13) AASHTO: Standard Specifications for Highway Bridges, 14th Edition, The American Association of State Highway and Transportation Officials, 1989.
- 14) Smith, I.F.C., Castiglioni, C.A. and Keating, P.B. : Analysis of fatigue recommendations considering new data, IABSE, Proceedings P-137/89, pp.97-109, 1989.

(1993年9月16日受付)