

フラッターにおける諸モードの寄与について

THE CONTRIBUTION OF NATURAL VIBRATION MODES TO THE AERODYNAMIC FLUTTER

松本 勝* 陳 新中**

By Masaru MATUMOTO and Xin-Zhong CHEN

In this paper, the finite element-based flutter analysis of a long-span cable stayed bridge is presented by a modal technique. This study concerns on the contribution of natural vibration modes to the aerodynamic flutter. It has been pointed, for the slender bridge decks, though, coupling-flutter may be occurs from the different branch when considering different combination of natural vibration modes, the fundamental modes characterizing flutter are basically the first symmetric flexural mode and the first symmetric torsional mode. It is also cleared that, from an energy viewpoint, the flutter can be classified into two types: the aerodynamic stiffness-coupling flutter type for the slender bridge deck and aerodynamic damping-driven flutter for the bluff bridge deck in this study.

Key words: bridge, aerodynamics, instability, flutter

1. まえがき

長大橋梁の設計にあたっては、耐風安全性が最も重要な検討項目となる。特に空力不安定現象であるフラッターに対する検討は肝要である。中央径間が2000m級以上の長大吊橋に対しては、従来、主として検討されてきたねじれフラッターだけでなく、曲げねじれフラッターも検討する必要が出てくる[1]。

長大橋梁の耐フラッター性を検討するには、(1)二次元部分模型試験、(2)タウトストリップ模型試験および三次元全橋模型試験などの風洞実験法がよく用いられているが、二次元部分模型試験から得られた空力特性に基づいて、三次元構造物のフラッター特性を解析的に検討する例も数多く報告されている[2, 3, 4, 5]。

空気を正しく評価できれば、三次元構造物のフラッター解析問題は、自励空気を加えた構造系の運動方程式、いわゆる固有値問題を解くことになる。フラッター解析法に関しては、古くから議論されているが、大まかに直接法とモード解析法に分類できる。膨大な計算量を必要とする直接法よりは、モード解析法の方がよく用いられている。モード解析法には考慮したモード数が多いほど、解析結果はより安定した正解に近いが、有数個の低次モードのみを考慮すれば、かなり精度の良い結果が与えられることは通常である。これらの支配モードは対象となっている構造系の構造特性と空力特性によって違うわけであるが、それを明らかにすることは、多自由度モードフラッターの発生機構を解明するには重要なものであると考えられる。今までの研究では、多自由度モードフラッター解析結果は、考慮したモード数の違いによって、または対象とし

* 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 工修 京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)

た構造系の構造特性及び空力特性の違いによって、微妙に変わることが指摘されているものの[2,3]、その原因はまだ説明されているとは言えないであろう。

本研究は、航空工学によく用いられているフラッター解析法、いわゆる拡張した状態変数法[6]を用いて、長大斜張橋を対象にして多自由度モードフラッター解析を行ない、フラッター発達分枝における諸モードの寄与に着目し、フラッター解析に考慮すべきモードの選択について検討を加え、多自由度フラッター発生機構を考察する。

2. フラッター発達分枝における諸モードの寄与

流れの中に置かれた多自由度系の振動変位 $\{z(t)\}$ をモーダルマトリックス $[X]$ と一般化座標 $\{\Phi(t)\}$ を用いて次のように

$$\{Z(t)\} = [X]\{\Phi(t)\} \quad (1)$$

と表すと、自励空気を加えた構造系の運動方程式は

$$[M]\{\ddot{\Phi}\} + [C]\{\dot{\Phi}\} + [K]\{\Phi\} = \frac{1}{2}\rho U^2([A_d]\{\Phi\} + \frac{b}{U}[A_s]\{\dot{\Phi}\}) \quad (2)$$

となる。

フラッター分枝の振動変位の発散が緩やかであると仮定して

$$\{\Phi(t)\} = \{Q_i \sin(\omega t + \varphi_i)\} \quad (3)$$

と書き、構造減衰を無視すると、フラッターの1サイクルにおけるエネルギーの増分は

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2}\rho U^2 \pi \sum_i \sum_j Q_i Q_j [A_{d1ij} K \cos(\varphi_i - \varphi_j) - A_{s2ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \\ &= \frac{1}{2}\rho U^2 \pi \sum_i \sum_j (\Delta E_{dij} + \Delta E_{sij}) \end{aligned} \quad (4)$$

となる[7,8]。

対数減衰率は

$$\delta = -\Delta E / 2E_{max} \quad (5)$$

フラッター発生の必要条件は

$$\Delta E \geq 0 \quad (6)$$

ただし：

$$\Delta E_{dij} = \frac{1}{2}\rho U^2 \pi Q_i Q_j A_{d1ij} K \cos(\varphi_i - \varphi_j)$$

：i モードと j モード間の自励空気力減衰連成項によるエネルギーの増分

$$\Delta E_{sij} = -\frac{1}{2}\rho U^2 \pi Q_i Q_j A_{s2ij} K \sin(\varphi_i - \varphi_j)$$

：i モードと j モード間の自励空気力剛性連成項によるエネルギーの増分

$[A_{d1}] = [A_{d1ij}]$ ：自励空気力減衰マトリックス $[A_d]$ の対称部分

$[A_{s2}] = [A_{s2ij}]$ ：自励空気力剛性マトリックス $[A_s]$ の逆対称部分

$2b = B$ ：桁幅

$K = \omega b / U$ ：無次元振動数

Q_i, φ_i ：フラッター発達分枝における i モード成分の振幅と位相

式(4)からわかるように、構造系エネルギーの増分すなわち構造系への流れのエネルギーの流入は異なる二つの部分から構成されている。それに応じて、フラッターは異なる二つのタイプが存在するものと思われる。その一つは、式(4)の第一項すなわち自励空気力の減衰項によるものが支配的な要因となり発生した

Damping-driven flutterタイプであり、他方は式(4)の第二項すなわち自動空気力の剛性連成項によるものが支配的な要因となり発生したStiffness-coupling flutterタイプである。

本研究は、フラッター発達分枝における諸モード成分の振幅比と位相を基づいて、フラッター発達分枝の減衰に対する諸モードの寄与を検討し、フラッターの発生を決定する支配モードを明らかにすることによって、多自由度フラッターの発生機構を考察する。

3. 解析条件

図1に示した長大斜張橋（中央径間長890m）を対象とした。無風時の振動モード特性は表1に示す。構造

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2b) \left[K H_1^* \frac{\dot{h}}{U} + K H_1^* \frac{b \dot{\alpha}}{U} + K^2 H_1^* \alpha + K^2 H_1^* \frac{h}{b} \right] \\
 D &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2b) \left[K P_1^* \frac{\dot{h}}{U} + K P_1^* \frac{b \dot{\alpha}}{U} + K^2 P_1^* \alpha + K^2 P_1^* \frac{h}{b} \right] \\
 M &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2b^2) \left[K A_1^* \frac{\dot{h}}{U} + K A_1^* \frac{b \dot{\alpha}}{U} + K^2 A_1^* \alpha + K^2 A_1^* \frac{h}{b} \right]
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

減衰を無視し、自動空気力は式(7)で定義した非定常空気力係数 H_i^* 、 P_i^* 、 A_i^* ($i=1-4$)を用いて、有限要素法で計算する[4]。

本研究は橋桁部分の自動空気力のみを考慮する。また、非定常空気力係数 P_i^* ($i=1-4$)をすべてゼロとし、静的な変位による非定常空気力係数の変化も無視している。異なる自動空気力の影響を検討するため、それぞれ平板翼空気力と $B/D=5$ の矩形断面の空気力を用いた。ただし、 $B/D=5$ の矩形断面の空気力は強制加振実験で測定したものである[9]。

表1 斜張橋無風時の振動モード特性

モード	振動数(Hz)
B1 曲げ対称1次	0.2144
B2 曲げ対称2次	0.3352
B3 曲げ対称3次	0.4588
H1 水平対称1次	0.0779
H2 タワー面内1次	0.3562
TH1 水平伴うねじれ対称1次	0.4364
T1 ねじれ対称1次	0.5709

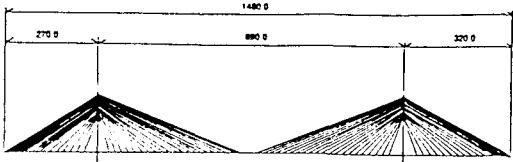


図1 解析に用いた長大斜張橋（単位：m）

表2 フラッター発現風速（平板翼空気力）

組み合わせモード	起点モード	発現風速	振動数(Hz)
B1, T1	T1	118.8	0.3601
B1, TH1	TH1	160.0	0.4153
B1, TH1, T1	TH1	114.0	0.3509
B1, H2, TH1, T1	H2	113.2	0.3484
B1, H2, TH1, T1	TH1	116.4	0.3584
B1, B2, H2, TH1, B3, T1	H2	112.9	0.3516
B1, B2, H2, TH1, B3, T1	TH1	115.3	0.3598
20次まで	H2	111.9	0.3528
20次まで	TH1	114.9	0.3597

4. 解析結果

4.1 平板翼空気力の場合

曲げ対称1次モードB1とねじれ対称1次モードT1は連成フラッターを構成する基本モードであることが知られている。この基本モードを含んだ異なるモードの組み合わせの解析結果を図2と表2に示す。2モード、3モード及び4モードを考慮した場合それぞれT1分枝、TH1分枝、H2分枝からフラッターが発生し、考慮したモードの違いによってフラッター起点モードの選択が異なるものの、いずれの場合、フラッターの発生機構はかなり一致しているものと考えられる。各モード分枝とは、空力特性を考慮した有風時の各モードが風速の上昇と共に

表3 各分枝における諸モードの振幅比（4モード、平板翼空気力）

風速 (m/s)	H2分枝				TH1分枝				T1分枝			
	B1	H2	TH1	T1	B1	H2	TH1	T1	B1	H2	TH1	T1
90.0	0.09	1.00	0.03	0.04	0.57	0.04	1.00	0.50	0.55	0.03	0.48	1.00
100.0	0.20	1.00	0.05	0.08	1.43	0.13	1.00	0.99	0.69	0.04	0.95	1.00
110.0	1.00	1.00	0.25	0.38	3.23	0.89	1.00	1.43	0.66	0.04	1.46	1.00
113.2	2.64	1.00	0.58	0.94	3.59	2.37	1.00	1.48	0.77	0.04	1.61	1.00
116.4	5.35	1.00	1.04	1.74	3.80	4.73	1.00	1.50	0.78	0.04	1.76	1.00

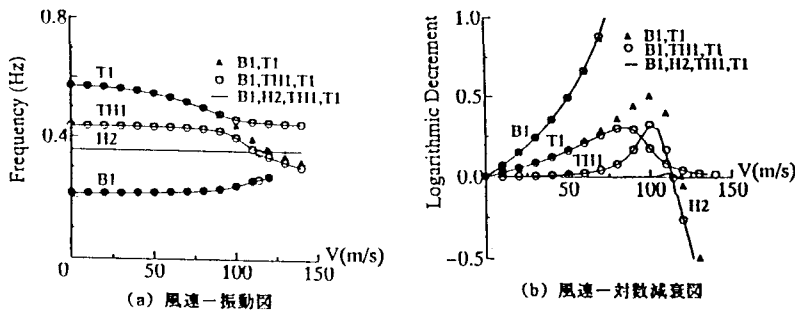


図2 フラッター解析結果 (平板真空気力)

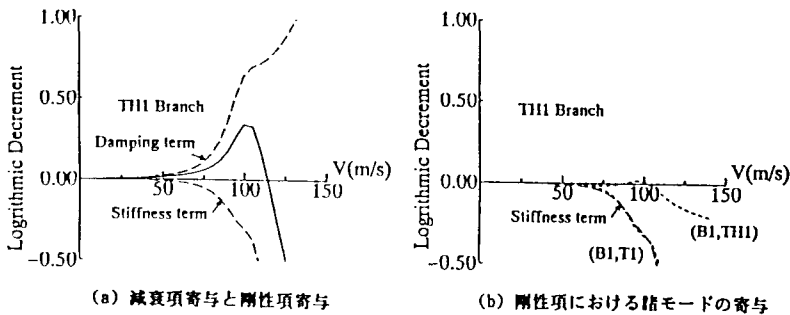


図3 TH1分枝減衰に対する諸モードの寄与
(平板真空気力)

無風時のどの固有モードを起点として変化してきたかを示したものである。あるモード分枝はその起点モード成分だけでなく、考慮したすべてのモード成分より構成されている。風速の上昇と共に各モード成分の寄与も変化する。卓越モード成分も変わる可能性があり、あるモード分枝にはその起点モードが常に卓越しているとは限らない。従って、分枝という概念に拘らず、各分枝特にフラッター発達分枝における諸モードの寄与を検討することは、多自由度フラッターの発生機構を解明するには重要なものであると考えられる。表3は4モードを考慮した場合、各分枝における諸モードの振幅比を示したものである。明らかに、低風速域では、各分枝にはそれぞれの起点モード成分が卓越しているものの、風速100m/s付近では、T1分枝とTH1分枝の振動数が接近し、空力干渉のため、両分枝の卓越成分が入れ替わる。さらに、風速110m/s付近では、TH1分枝とH2分枝が交差しないものの、振動数がきわめて接近し、それぞれの特性が交差したように入れ替わっていることが分かる。結局、フラッター発達分枝となっているH2分枝にはT1モード成分が卓越している。両分枝特性が入れ替わる時、両分枝の風速-振動数図および風速-減衰図が必ずしも交差しないということは、他の研究にもみられる[3]。H2モードはわずかな橋桁振れ変位を伴ったタワー面内1次モードであるので、他の振動数の近いモード分枝の影響を若干受けるものの、フラッターへの影響は小さい。従って、H2モードを考慮しなかった3モードの解析結果は4モードの解析結果とよく一致している。

3モードを考慮した時、フラッター発達分枝になっているTH1分枝の減衰に対する各モードの寄与は図3に示す。明らかに、自励空気力の減衰項は安定効果を果たす一方、自励空気力の剛性連成項特にB1モードとT1モードの剛性連成項は不安定効果をもたらしている。すなわち、本例に示した連成フラッターは本質的にB1モードとT1モードの連成により発生したStiffness-coupling flutterタイプである。従って、この基本モードのみを考慮した2モードフラッター解析でも精度の高い結果が得られている。

4.2 B/D=5の矩形断面の空気力の場合

異なるモードの組み合わせの解析結果を図4と表4に示す。また、表5には3モードを考慮した時、各分枝における諸モードの振幅比を示したものである。平板翼空気力の場合と比べると、各モード間の空力連成が弱く、各分枝にはいずれもその起点モード成分が卓越している。フラッター発現風速も低くなる。TH1分枝およびT1分枝から発達したフラッターは、本質的にそれぞれTH1モードおよびT1モード振動に生じる空力不安定効果によるものであると思われる。しかし、TH1分枝はT1モードを考慮しない時には減衰が小さいものの、T1モードを同時に考慮すると、不安定方向に大きく変化する。すなわち、TH1分枝はより高い風速域で、T1モードからの空力不安定効果の干渉を強く受けている。また、H2モードを考慮した4モードの場合、H2分枝はより低風速域で若干負減衰になるものの、通常の構造減衰を考慮すると、フラッターは発生しないものと考えられる。

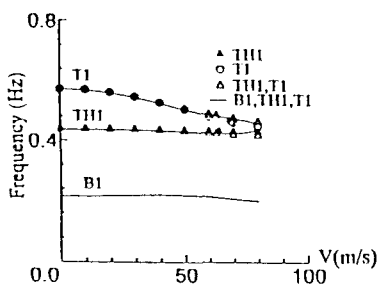
図5は3モードを考慮した時、T1分枝減衰に対する各モードの寄与を示したものである。明らかに、T1分枝から発達したフラッターはねじれ振動に生ずる空力減衰の不安定効果によるDamping-driven flutterタイプである。すなわち、本例に示したフラッターはねじれフラッターに近いものであることが分かった。

表4 フラッター発現風速 (B/D=5矩形断面空気力)

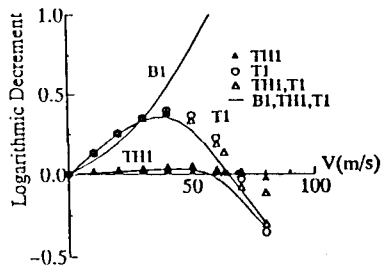
組み合わせモード	起点モード	発現風速	振動数(Hz)
TH1	TH1	64.19	0.4310
T1	T1	69.00	0.4633
B1, TH1	TH1	58.00	0.4317
B1, T1	T1	63.61	0.4738
TH1, T1	TH1	63.04	0.4233
TH1, T1	T1	70.52	0.4735
B1, TH1, T1	TH1	57.06	0.4266
B1, TH1, T1	T1	64.63	0.4810
B1, H2, TH1, T1	H2	49.40	0.3560
B1, H2, TH1, T1	TH1	57.06	0.4266
B1, H2, TH1, T1	T1	64.63	0.4810

表5 各分枝における諸モードの振幅比
(3モード, B/D=5矩形断面空気力)

風速 (m/s)	TH1分枝			T1分枝		
	B1	TH1	T1	B1	TH1	T1
40.0	0.07	1.00	0.11	0.14	0.14	1.00
57.1	0.23	1.00	0.27	0.31	0.33	1.00
64.6	0.36	1.00	0.38	0.40	0.47	1.00
70.0	0.46	1.00	0.46	0.48	0.58	1.00
80.0	0.68	1.00	0.70	0.72	0.90	1.00

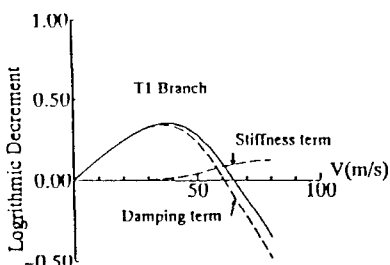


(a) 風速-振動図

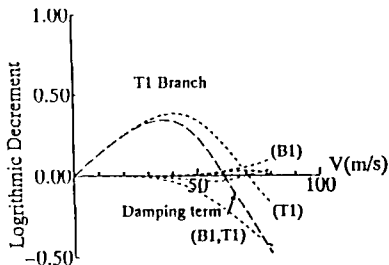


(b) 風速-対数減衰図

図4 フラッター解析結果 (B/D=5矩形断面空気力)



(a) 減衰項寄与と剛性項寄与



(b) 減衰項における諸モードの寄与

図5 T1分枝減衰に対する諸モードの寄与
(B/D=5矩形断面空気力)

5. まとめ

本論文は長大斜張橋を対象として、多自由度フラッター解析を行い、多自由度フラッターにおける各モードの寄与及び多自由度フラッターの発生機構について考察した。得られた結論は以下の通りである。

- ・三次元構造系のフラッター特性は桁断面の空力特性の違いによって大きく違うことがわかった。

- ・平板翼のような偏平断面の場合、発生したフラッターは非定常空気力連成項の剛性項の不安定効果によるStiffness-coupling flutterタイプである。解析に考慮した固有モードの選択の違いによってフラッター発達起点モードが異なるものの、フラッターに対する諸モードの寄与から見ると、本質的には曲げ対称1次モードとねじれ対称1次モードの連成によって発生した連成フラッターであることがわかった。したがって、本検討対象とした斜張橋では、この二つの基本モードのみを考慮した2モードフラッター解析でも精度の高い結果が得られるものと考えられる。

- ・ $B/D=5$ の矩形断面のようなbluffな断面の場合、発生したフラッターはねじれフラッターに近いDamping-driven flutter タイプである。横たわみを伴うねじれモードTH1を起点としたTH1分枝は T1分枝より低い風速でフラッターが発生する可能性があるものの、T1モードからの空力連成の影響を強く受けているものと考えられる。

謝辞 本研究の実施に際して、ご協力を頂いた京都大学工学部白石成人教授、白土博通助手をはじめ、橋梁研究室の学生諸氏に謝意を表する。

参考文献

- [1]金崎, 宮田, 横山, 保田, 鈴木: 明石海峡大橋のフラッター特性, 第12回風工学シンポジウム論文集, 1992年
- [2]宮田, 山田, 太田: 立体骨組解析法による横たわみしたトラス補剛吊橋の曲げねじれフラッター解析, 土木学会論文集, 第404号/I-11, 1989年4月
- [3]Agar, T. J. A.: Aerodynamic flutter analysis on suspension bridges by a model technique, Eng. Structures, Vol. 11, 1989
- [4]Namini, A. H.: Finite element-based flutter analysis of cable-suspended bridges, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 6, June, 1992
- [5]松本, 白石, 新原, Stoyan, 小林, 秋山: 長大橋梁の多自由度フラッターにおける非定常空気力係数の影響, 日本風工学会誌, 第55号, 1993年
- [6]Karpel, M.: Design for Active flutter suppression and gust alleviation using state-space aeroelastic modeling, Journal of Aircraft, Vol. 19, No. 3, March, 1982
- [7]中村, 吉村: 吊橋断面の2自由度フラッターについて, 土木学会論文報告集, 第226号, 1974年6月
- [8]Scanlan, R. H.: The action of flexible bridges under wind, I: flutter theory, Journal of Sound and Vibration(1978)60(2), 187-199
- [9]松本, 白石, 新原, 小林, 秋山: 各種矩形断面のflutter Derivativesに関する実験的研究, 日本風工学会誌, 第55号, 1993年

(1993年9月16日受付)