構造工学論文集 Vol. 40 A (1994年3月) 土木学会

マルティプルＴＭＤを用いた構造物の振動制御†

VIBRATION CONTROL OF STRUCTURES WITH MULTIPLE TUNED MASS DAMPERS

山口宏樹* 陳 清** 菊地準也***
By Hiroki YAMAGUCHI, Qing KABELOVA and Junya KIKUCHI

Vibration control of two-closely-spaced-modes response as well as well-separated-mode response of structures is considered by using multiple tuned mass dampers (MTMD). Effects of non-uniformity in MTMD on their performance are first discussed in the case of single-mode vibration. Characteristics of MTMD applied in order to suppress two-closely-spaced-modes response are next investigated and an idea on the optimization of MTMD is proposed. It is concluded that MTMD can be more effective and robust than single TMD if the parameters of MTMD are appropriately selected, while the improvement in the effectiveness is not very much significant.

Key Words: vibration control, multiple TMD, closely spaced modes

１．まえがき

建設系構造物の振動制御に用いられることの多い同調系ダンパー，ＴＭＤ（Tuned Mass Damper）は，構造物の応答振動数にＴＭＤの固有振動数を同調させることにその基本を置き，振動エネルギーをＴＭＤにて散逸させる合理的なパッシブコントロールである。その反面，制振効果が最大となるようにＴＭＤのパラメーターを最適に選ぶと，わずかな同調ミスや減衰設定誤差に対して性能が大きく低下するという欠点も有する[1)]。

これに対し，複数個のＴＭＤを用い，その固有振動数を制振対象とする構造物固有振動数のまわりに分布させたマルティプルＴＭＤ（ＭＴＭＤ）が提案され，その有用性が指摘されている[2)-8)]。ＭＴＭＤの最大の特徴としては，単一の最適ＴＭＤに比べて，パラメータ変動に対しても性能が低下し難くなり，いわゆるロバスト性が高くなることがあげられる。既往の研究では，ＭＴＭＤにおける個々のＴＭＤの質量，減衰定数はすべて同じ（等分布）とし，固有振動数を等間隔に分布させるという最も簡単で現実的な条件のもとに，構造物の１自由度応答に対するＭＴＭＤの特性が調べられている。

本研究では，ＭＴＭＤの可能性をさらに追究することを目的に，主として二つの点について検討した。第一は，ＭＴＭＤにおける１つ１つのＴＭＤパラメータ（質量，減衰定数，振動数）を個別にきめ細かく

† Proc. 4th East Asia-Pacific Conf. on Structural Eng, & Construction (20-22 Sep. 1993, Seoul, Korea) に一部発表済

* 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科（〒338 浦和市下大久保255）
** 工修 前埼玉大学大学院生
*** 前埼玉大学学生（現 大日本コンサルタント）

設定して不等分布とすることを考え，それによって制振効果の高いＭＴＭＤが得られるかどうかの検討である。第二は，構造物の固有振動数が近接していて２つのモードを同時に扱わなければならない場合へのＭＴＭＤの適用に関するものである。これは，構造物の固有振動数が近接して存在する場合，同調系ダンパーであるＴＭＤを多数個用いれば，構造物のそれぞれの固有振動数に同調できるＴＭＤが存在することから，振動制御が効率よく行われるのではないかと思われがちであるが，果たしてそうであるかどうかについて明らかにするものである。

なお，本研究では，調和周期外力による構造物の強制振動応答のみを対象として，数値パラメーター解析によってＭＴＭＤの特性を論ずる。

２．ＭＴＭＤを有する構造物の振動の定式化

図１に示すように，調和周期外力を受ける構造物の１点にＭＴＭＤがシステムとして取付けられている場合を考える。多数個のＴＭＤを１点に集中配置することは実際には難しい場合も多く，各ＴＭＤの取付け位置がＭＴＭＤの最適化を考える際の一つの重要なパラメーターになると思われるが，ＭＴＭＤの基本的な特性は変わらないと考え，解析上，問題を簡略化している。ｎ個のＴＭＤの固有振動数は構造物の固有振動数まわりに分布させるが，構造物が制御対象の固有振動数に近接してもう一つの固有振動数を有する場合には，２つの固有振動数を含むようにＭＴＭＤの振動数幅を考えるものとする（図２）。

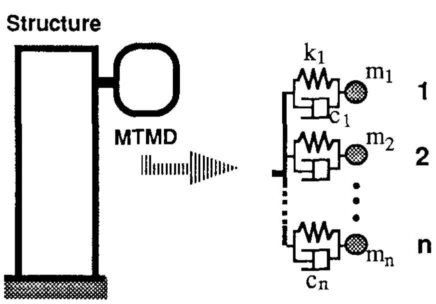


図１　構造物とＭＴＭＤ

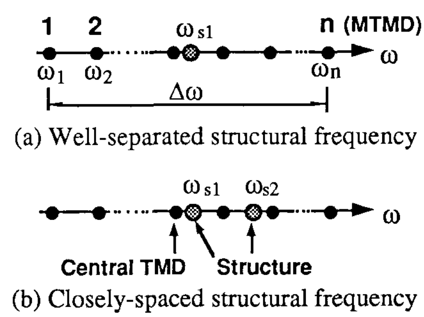


図２　ＭＴＭＤの振動数分布と構造物の固有振動数

構造物の１次モード振動を制御対象としてモード解析法を適用する。その際，構造物の減衰は無視し，振動モードはＭＴＭＤの取付点が大きさ１となるように正規化するものとする。厳密には，構造物の各モードはＭＴＭＤを介して連成するが，構造物の固有振動数が十分離れている場合にその連成は無視できる。一般には，固有振動数比で２．０がその目安とされている[9]。したがって，制御対象となる構造物の１次固有振動数が２次のそれとは十分離れている場合に構造物の振動は１自由度でモデル化され，近接している場合には２つのモードを表わす２自由度系モデルとする必要がある。

外力と同じ振動数を有する調和周期解を仮定し，制御対象モードでの構造物の動的応答倍率（ＤＭＦ）を求めると，構造物の固有振動数が十分に離れている場合には以下のようになる[10]。

$$DMF = \frac{1}{\sqrt{\left\{\left(1-\beta^2\right)+C_1\right\}^2 + C_2{}^2}} \tag{1}$$

ここでC_1，C_2は構造物の応答に対するＭＴＭＤの影響を表わし，次式で与えられる。

$$C_1 = -\sum_{k=1}^{n} \frac{\mu_k \beta^2 \left\{ \gamma_k^2 \left(\gamma_k^2 - \beta^2 \right) + \left(2\xi_k \gamma_k \beta \right)^2 \right\}}{\left(\gamma_k^2 - \beta^2 \right)^2 + \left(2\xi_k \gamma_k \beta \right)^2}, \qquad C_2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{2\mu_k \xi_k \gamma_k \beta^5}{\left(\gamma_k^2 - \beta^2 \right)^2 + \left(2\xi_k \gamma_k \beta \right)^2} \tag{2.a, b}$$

また，β は構造物の１次固有振動数ω_{s1}で無次元化した外力振動数p，μ_k，γ_k，ξ_kはk番目のＴＭＤの質量比，振動数比，減衰比であって，次式で定義している（添字s1は構造物の１次モードに関するもの，添字kはＭＴＭＤのk番目のＴＭＤに関するものを意味している）。

$$\beta \equiv \frac{p}{\omega_{s1}}, \quad \mu_k \equiv \frac{m_k}{m_{s1}}, \quad \gamma_k \equiv \frac{\omega_k}{\omega_{s1}}, \quad \xi_k \equiv \frac{c_k}{2m_k \omega_k}, \quad k = 1,2,\ldots,n \tag{3.a, b, c, d}$$

構造物の固有振動数が近接している場合は，制御対象である１次モード応答は近接する２次モード応答に影響され，ＤＭＦは以下のように導かれる[11]。

$$DMF = \sqrt{\frac{\left\{ \mu_{21}\left(\gamma_{21}^2 - \beta^2\right) + \left(1 - f_{21}\right)C_1 \right\}^2 + \left\{ \left(1 - f_{21}\right)C_2 \right\}^2}{\left[\left(1-\beta^2\right)\mu_{21}\left(\gamma_{21}^2 - \beta^2\right) + \left\{ 1 - \beta^2 + \mu_{21}\left(\gamma_{21}^2 - \beta^2\right) \right\} C_1 \right]^2 + \left[\left\{ 1 - \beta^2 + \mu_{21}\left(\gamma_{21}^2 - \beta^2\right) \right\} C_2 \right]^2}} \tag{4}$$

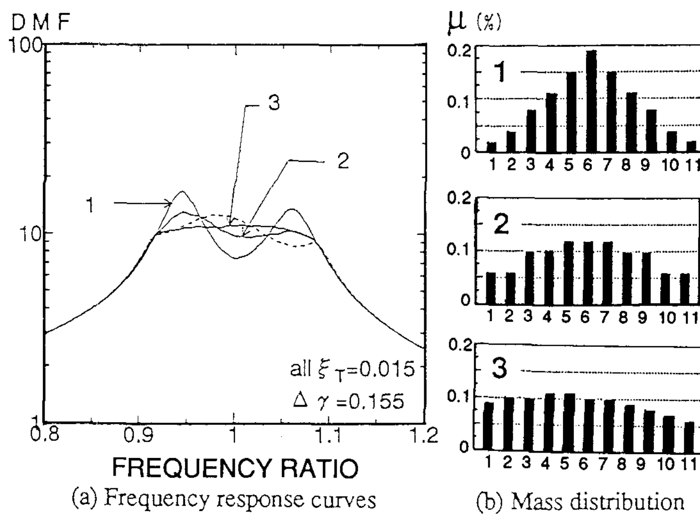
ここで，$\mu_{21}, \gamma_{21}, f_{21}$ は１次モードに対する２次モードの質量比，固有振動数比，モード外力比である。

$$\mu_{21} \equiv \frac{m_{s2}}{m_{s1}}, \quad \gamma_{21} \equiv \frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}}, \quad f_{21} \equiv \frac{f_{s2}}{f_{s1}} \tag{5.a, b, c}$$

３．固有振動数が十分に離れた構造物のＭＴＭＤによる振動制御

式（１）を基に，ＭＴＭＤの質量比μ_k，減衰比ξ_k，固有振動数比γ_kの分布をいろいろに変えた場合のＤＭＦの変化を数値的に検討し，不等分布ＭＴＭＤの制振効果について考察した。構造物の１次モード質量に対するＭＴＭＤの総質量の比は１％，ＴＭＤの個数は１１個とし，ＭＴＭＤの中心振動数は構造物の固有振動数に一致させている。

（１）質量分布の影響： 構造物の固有振動数に近い固有振動数を有する中央のＴＭＤの質量を大きくするように，質量を不等分布に設定した。このときのＤＭＦの振動数応答曲線を 図３に示す。図中の破線は等分布質量の場合であり，ＭＴＭＤの振動数幅$\Delta\gamma$（$=\gamma_n-\gamma_1$），および各ＴＭＤの減衰比は，等分布ＭＴＭＤの場合に最適値として得られている値[6]を用いている。質量を大きくしたＴＭＤの振動数近傍において動的応答は小さくなり，制振効果は高くなっているが，質量の小さいＴＭＤ近傍では逆に制振効果は落ちてい



(a) Frequency response curves　　(b) Mass distribution

図３　ＭＴＭＤの質量分布の応答曲線への影響

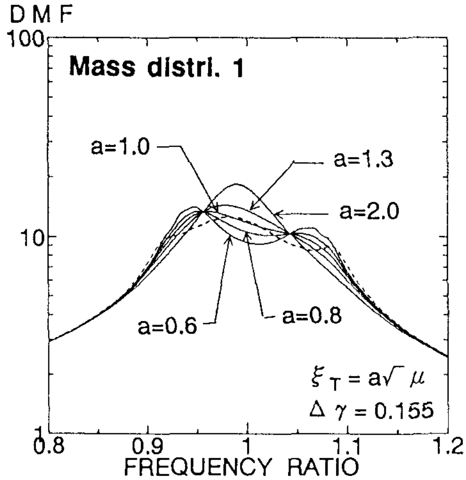


図4　MTMDの減衰分布が及ぼす応答への影響

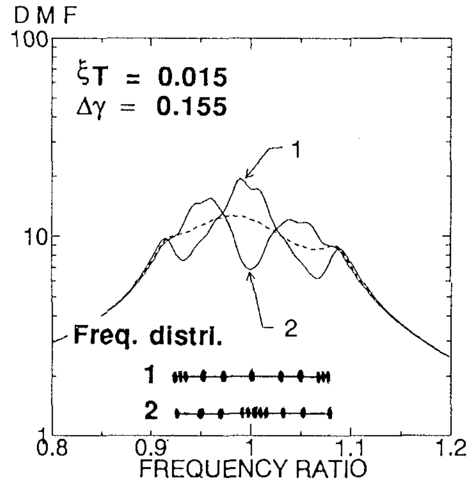


図5　MTMDの振動数分布が及ぼす応答への影響

る。質量分布を図3の3のようにうまく設定すると，DMFは共振振動数域でほぼ一定となり制振性が振動数に対して安定することがわかる。

（2）**減衰分布の影響：**各TMDの減衰比を質量比の平方根に比例する形（$\xi_k = a\sqrt{\mu_k}$，a：比例定数）で与えた。これは単一TMDの最適減衰が質量比の平方根になる[1)]ことを考慮したものである。図3の質量分布1の場合を例として，減衰の大きさaによる応答の変化を図4に示す。減衰が小さいと2つピーク，大きいと1つピークの応答曲線となっており，aに最適値が存在することがわかるが，このことは等質量，等減衰MTMDの場合と基本的に変わりはない。

（3）**振動数分布の影響：**図5の図中に示すように，振動数比の分布を中央を密に，また両サイドを密に設定した。図はこのときの振動数応答であるが，TMDの分布が密の振動数域でDMFは小さくなって制振効果が高くなるが，粗の場所においては逆にDMFが大きくなって制振効果は低くなる。全体として破線の等分布MTMDより制振効果は落ちているが，質量分布の場合と同様，もう少しきめ細かく振動数を分布させれば，制振性能は向上する。

（4）**等分布MTMDと不等分布MTMDの比較：**MTMDの設定を最も制振効果が高くなるように不等分布としたものと，等分布のときの制振効果を比較してみる。図6がその結果であるが，最適な単一TMD（Single TMD:STMD）の振動数応答も比較して示した。MTMDの場合，制振効果が最大となる最適パラメータの設定法は確立されていないことから，ここでは前述したような各パラメータに対する基本性状を参考に，試行錯誤的に求めた。図より明らかなように，不等分布とした場合に共振域で一様なDMFが得られ，等分布の場合より安定した制振効果が期待できるが，その差は有意とは言い難い。どちらの場合もMTMDは単一TMDよりも制振効果が高く、振動数の広い範囲で安定した制振効果が期待できることがわかろう。

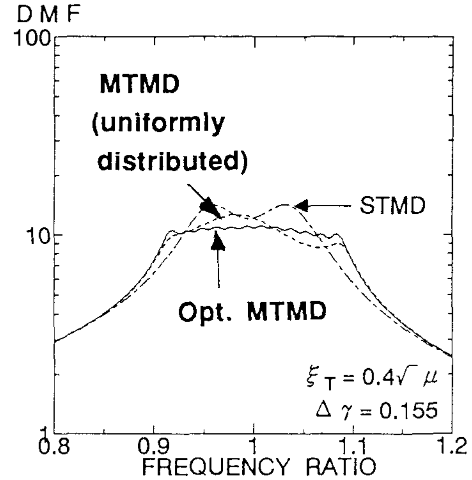


図6　最適MTMDと最適TMDの比較

以上より，ＭＴＭＤの各パラメータの設定を不等分布とするとその制振効果に影響を及ぼすことが明らかとなった。しかし，最も制振効果の高そうな不等分布のＭＴＭＤでも，共振振動数領域で応答曲線が平坦になるという意味でロバスト性が向上し制振効果も向上するが，その程度は大きくはない。等分布と比較して設計や製作が煩雑になる不等分布のＭＴＭＤとすることは，必ずしも有効ではないと結論される。

４．近接する固有振動数を有する構造物のＭＴＭＤによる振動制御

２次モードの１次モードに対する質量比μ_{21}が 1.0，固有振動数比γ_{21}が 1.05 の近接固有振動の場合を想定し，２１個のＴＭＤからなるＭＴＭＤの制振効果を，式（４）を基に，数値解析によって調べた。

図７，８は，ＭＴＭＤの振動数幅と減衰比の及ぼす１次モード応答への影響を示したもので，モード外力比 f_{21} が 2.0 の場合である。これらの図からわかるように，ＭＴＭＤのパラメーターは構造物の応答に大きく影響し，前章での単一モード応答の場合と同様に，ＤＭＦの最大値を最小とするような最適パラメーターが存在する。特徴的なのは，固定点A，Bの存在であって，各パラメーターを変えたときの応答曲線はすべてこの２点を通ることである。この２点はＭＴＭＤのパラメーターには依存せず，構造物のモード特性によって決定される。従って，共振領域にあるどちらか一方の固定点（この場合はA点）を用いてＭＴＭＤの最適設計が可能となる。

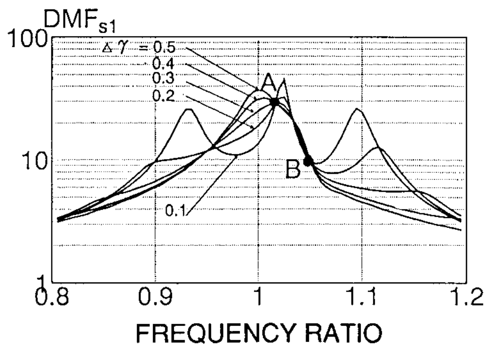


図７　$f_{21} = 2.0$ の場合の応答（振動数幅の影響）

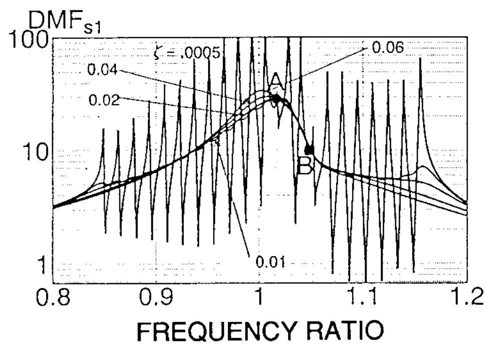


図８　$f_{21} = 2.0$ の場合の応答（減衰の影響）

図９は固定点Aを用いて求めた最適ＭＴＭＤに対する構造物の応答曲線を，近接固有振動数を有する構造物に対する最適単一ＴＭＤ[10)]により制御された応答曲線を比較して示したものである。ＤＭＦの最大値についてはＴＭＤを多数個とすることの効果は小さいが，応答曲線は一つピークとなり，共振振動数域全体としては応答低減が著しい。共振振動数あたりに振動数成分を多く持つような不規則強制振動応答を考えれば，ＭＴＭＤとＴＭＤとの差がより明確になると考えられる。しかし，いずれにしても，最大応答はＤＭＦで３０程度であり，単一モードの場合（図６）に比べてＭＴＭＤの効果ははるかに小さい。

固定点の位置関係は構造物のモード特性に依存することから，最適ＭＴＭＤの決定もモード特性によって変わり得る。図１０はモード外力比f_{21}が -2.0 の場合の応答曲線を，

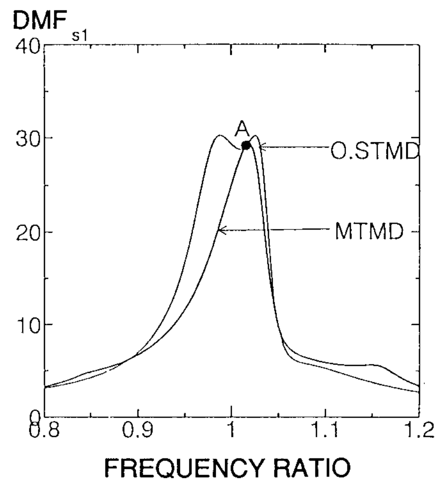


図９　外力比 $f_{21} = 2.0$ の場合の最適ＭＴＭＤ

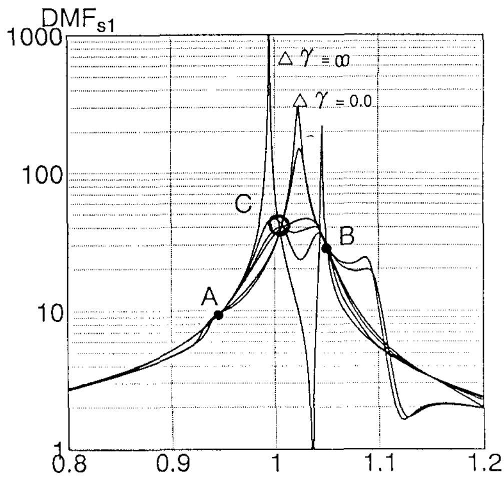


図１０　f_{21} = - 2.0 の場合の応答（振動数幅の影響）

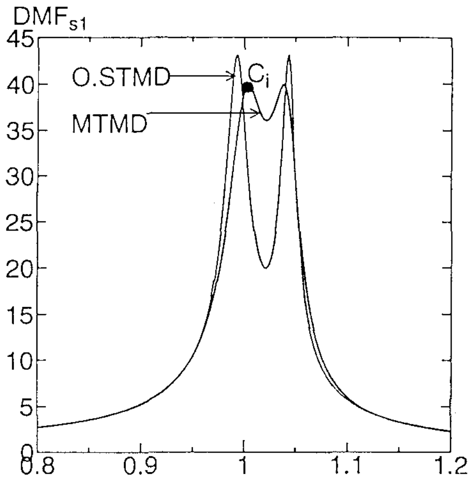


図１１　外力比 f_{21} = - 2.0 の場合の最適ＭＴＭＤ

ＭＴＭＤの振動数幅を変えて比較したものである。この場合には２つの固定点A，Bは共振振動数とは離れたところに位置し，したがって，固定点でのＤＭＦ値も最大とはなりえないことから，固定点をＭＴＭＤの最適化に利用することは出来ない。図にCとして示した小さな領域は，ＭＴＭＤのパラメーターを変えたときにすべての応答曲線が通過する領域である。厳密には固定点ではないものの，固定点と同様にＭＴＭＤの最適化に用いることが出来る。図１１は，この領域C内の１点のＤＭＦを最大値にするように最適化したＭＴＭＤと単一の最適ＴＭＤとの制振効果を比較したものである。ＭＴＭＤのほうがわずかながら効果が高くなっている。ＭＴＭＤの優位さはロバスト性にあり，このことは応答曲線の形状を比較することで理解できる。

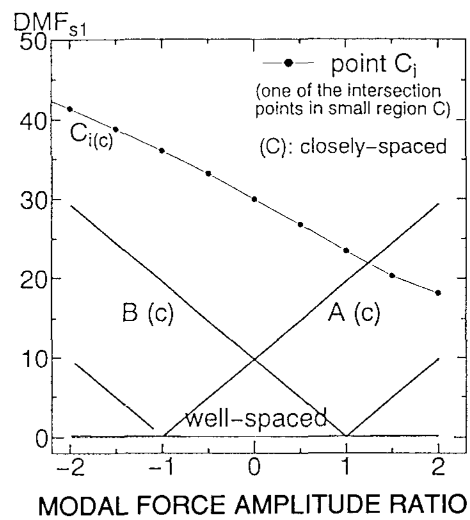


図１２　固定点等でのＤＭＦ値とモード外力比

図１２には，モード外力比に対する固定点A，Bと領域C内の一点でのＤＭＦ値の変化を示した。モード外力比が１．０より大きい場合には固定点AでのＤＭＦが最大となり，ＭＴＭＤの最適化に際して用いられることになる。これに対し，モード外力比が１．０より小さい場合には，領域C内の１点を用いて最適化が可能となることがわかる。固定点Bはこの場合，最適化に用いられることはない。

５．まとめ

構造物の調和外力による振動をマルティプルＴＭＤ（ＭＴＭＤ）にて制御する場合，構造物の固有振動数の分布として，十分に離れている場合と，近接する２つの固有振動数を有する場合とに分けてＭＴＭＤの特性を論じた。得られた主な結論は以下の通りである。

(1) ＭＴＭＤの質量比や減衰比を不等分布とすることで，構造物の応答曲線を共振領域の広範囲の振動数に対して平坦にすることが出来，制振効果やロバスト性を向上させることが出来る。しかし，その程度は必ずしも大きくなく，設計や製作が煩雑になることを考えると，質量，減衰が等しく，固有振動数が等間隔のＴＭＤを考えるほうが合理的である。

(2) 近接する２つの固有振動数を有する構造物の振動制御でも，ＭＴＭＤには最適なものが存在する。構造物のモード特性にのみ依存した固定点，あるいは小領域を用いることで最適化が可能である。

(3) 多数のＴＭＤが２つの固有振動数をカバーするとはいえ，近接する２つのモードの振動制御は，同調系ダンパーであるＴＭＤ，ＭＴＭＤではあまり効率よく行えない。

[参考文献]

1) 山口宏樹・藤野陽三・津村直宜：構造物のパッシブコントロールーＴＭＤを中心としてー，土木学会振動制御コロキウム Part A, pp.36-60, 1991.7.
2) Igusa, T. and Xu, K.: Wide band-response characteristics of multiple subsystems with high modal density, Proc. 2nd Int. Conf. Stochastic Struct. Dyn., Florida, U.S.A., 1990.
3) Igusa, T. and Xu, K.: Vibration reduction characteristics of distributed tuned mass dampers, Proc. 4th Int. Conf. Struct. Dyn.: Recent Advances, pp.596-605, 1991.
4) 藤野陽三・孫利民・山口宏樹：マルティプルTMD・TLDの特性の把握，構造工学論文集，Vol.38A, pp.825-836, 1992年3月.
5) Xu, K. and Igusa, T.: Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp.1059-1070, Dec. 1992.
6) Yamaguchi, H. and Harnpornchai, N.: Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp.51-62, Jan. 1993.
7) 阿部雅人・藤野陽三：マルティプル同調質量ダンパー（ＭＴＭＤ）の基本的特性，土木学会論文集 No. 465/I-23, pp.87-96, 1993.4.
8) 阿部雅人・藤野陽三：マルティプル同調質量ダンパー（ＭＴＭＤ）の性能評価式，土木学会論文集 No. 465/I-23, pp.97-106, 1993.4.
9) Warburton, G.B.: Optimum absorber parameters for minimizing vibration response, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp.251-262, 1981.
10) Harnpornchai, N.: Study on effectiveness and sensitivity of TMD, *Master of Eng. Thesis*, Asian Inst. of Tech., April 1991.
11) Kabelova, Q.: Multiple TMD's for suppression of closely-spaced modes vibration, *Master of Eng. Thesis*, Saitama Univ., March 1993.

（1993年9月16日受付）