

# 弾性層内を伝播する波動に対する 一模型実験法とその適用例について

## A Model Experimental Method for Waves Propagating Through Elastic Layers, and its Applications

森地 重暉\* 江口 和人\*\*

by Shigeaki MORICHI and Kazuhito EGUCHI

This paper discusses an experimental method for waves propagating through elastic layers. Materials with a low modulus of elasticity, which are used for making models, are effective in carrying out an wave experiment: the use of such materials can reduce the velocity of propagating waves, thus it is effective in analysis of the wave propagating phenomenon. To further facilitate analysing wave propagating data, we introduced a digital analysis system in addition to the electromagnetic oscillograph we had previously used. This made it possible to analyse wave propagation more accurately than ever before. Further, the method was applied to clarify how the difference in wave exciting methods affects the waves propagating through the elastic layer. As well, phase difference between the vertical and horizontal motions, modes, etc. of propagating waves were examined from various aspects. At present we are in the process of examining these experimental results theoretically.

Key Words: experimental method, Rayleigh wave, and wave propagation

### 1. はじめに

地盤内を伝播する波動についての解明は、地中構造物やライフラインシステム等の耐震性についての究明に基本的である。また、そのような地震工学上の問題に限らず、交通振動等の環境問題に対して地盤内を伝播する波動の解明は重要である。そのような波動の解明の方法として、アレイ強震観測等の実測のほか、理論解析・数値解析及び実験解析がある。アレイ観測については、例えば、井合・土田の著書<sup>(1)</sup>に述べられており、また、理論解析・実験解析については、最近では、瀬戸<sup>(2)</sup>、竹中<sup>(3)</sup>の文献に解説されている。実測、理論解析・数値解析の著しい発展に呼応して、実験解析のより一層の進展が期待されている。

このような背景を考慮して、著者等は模型実験解析方法の改善を行ってきた。模型実験を実施するに当り、模型材料の選定が重要な課題になる。過去の研究においては、ジュラルミン<sup>(4) (5)</sup>、アルミニウム<sup>(6) (7)</sup>、アクリライト<sup>(8) (9)</sup>、プレキシグラス<sup>(10) (11)</sup>、ポリスチレン<sup>(11)</sup>、ポリウレタンフォーム<sup>(12)</sup>、フォームラバー<sup>(13)</sup>、ゼラチンゲル<sup>(14) (15)</sup>及びアクリルアミドゲル<sup>(15) (16)</sup>等が用いられた。実験目的や測定する量の種類により、用いるべき模型材料も異なるが、もし、地盤模型材料として低弾性材料を用いると波動現象の速さを低減することができる。その場合、模型の波動現象の発生や捕捉がしやすくなるので実験の実施が容易になる。当初、著者の一人が行っていた実験では、波動伝播に伴い地盤模型に生ずる変位を電磁式オシログラフにより、アナログ式に記録する方法を採用した<sup>(16)</sup>。その方法は、実験実施中に波動現象が即座に分かる利点があり、実験中に考察を加えて実験計画をより良くし得る等の活用性がある。しかし、デジタル式の記録方法に比べて、実験資料の数的処理の面で明らかに不利で

\* 正会員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278 野田市山崎2641)

\*\* 学生員 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (同 上)

ある。そこで、本文では、アナログ式とデジタル式の記録方法を併用して、より一層、実験手法の有用性を高めることを試みた。例題として、剛基層上の弾性層内を伝播するRayleigh波状の波動を取り扱った。

## 2. 実験計画・実験方法

### 2.1 実験計画

著者の行った実験<sup>(16)</sup>では、基礎的な例題として、剛基層上に直方体状の弾性層があり、その中に波動が伝播する場合の解析を行った。その結果、伝播方向に直交した水平面内に粒子が振動するSH波状の波動はLove波により、また、伝播方向を含む鉛直面内に粒子が振動する波動はRayleigh波により特性づけられることを示した。本文も、実験方法の改善を目的としているが、文献(16)よりも実験内容を詳細にしている。そのために、次のような実験計画を立てた。

波動の発生方法の相違が波動伝播状況に及ぼす影響を調べるために、模型の上面を線状に上下加振する場合と、模型の端面を線状に水平加振する場合の実験を行い、両者の波動伝播の相違を比較した。また、模型に生ずる変位の測定を上下方向だけでなく、水平方向にも行い、さらに波動のモードについても検討を加えて、より詳細に波動の伝播状況を調査することにした。そのような計画のもとで、上下加振により波動を発生する場合の模型と変位の測定状況の概略図を図-1に、また、水平加振による場合を図-2に示す。

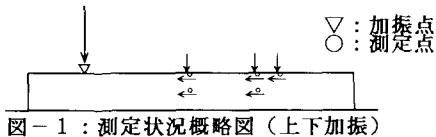


図-1：測定状況概略図（上下加振）

矢印：変位記録での $\oplus$ の方向

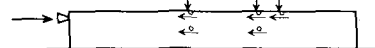


図-2：測定状況概略図（水平加振）

### 2.2 実験方法

模型材料としてアクリルアミドゲル（ギアソン比：0.5、単位体積重量：1.0t/m<sup>3</sup>）を用いた。本材料は高分子材料であり、作成には、主剤、開始剤の他に水を用いる。水の量を加減することで、横波速度を2.0m/s程度にすることができる。本実験模型では、横波速度を1.7m/sとした。プラスチックやアルミニウムなどの高い横波速度をもつものを模型材料として用いる場合に比べて、相当に波動現象の速さを低減することが可能となる。そのために、波動の発生や波動現象の捕捉が通常の機器でも行い得るので実験の実施が容易になる。

波動伝播に伴い模型に発生する変位の測定には、非接触変位計（キャプセン：電子応用(株)）を用いた。円柱状の変位計の端面近くに高周波コイルが内蔵されており、変位計の端面の法線方向に金属板が近付くとコイルの渦電流損が変動することを利用した変位計である。そして、本実験に用いた変位計の直径は20mmであり、金属板は変位計の端面を覆う以上の面積をもつものを使用した。地盤模型の1点での上下方向の変位並びに水平方向の変位を求めるために次のような工夫をした。まず、上下方向の変位は模型表面上にアルミニウム箔（厚さ：0.06mm、面積：25×25mm<sup>2</sup>）のをせ、箔の変位を測定し、その値をその箇所での上下変位とした。なお、測定する波動の波長の大きさによるが、この方法では約20mm程度の範囲での平均的な変位を測ることになり、波動の振幅は若干小さめの値を示すことになる。水平方向の変位の測定のために、測定箇所ToStrローを埋め込み、ストローの長手方向の変位を測定した。ストローの長さを模型の奥行き方向の寸法より大きめとし、ストロー先端に、アルミニウム箔を箔の法線方向が波動の進行方向と平行になるように取り付け、得られた箔の変位を測定箇所の水平変位とした。測定した変位量の出力電圧はアナログ量であるが、まず、電磁式ワットメーターで記録し、実験が良好に行われていることを確認してから、再度同じ実験を行い、変位計からの出力電圧をAD変換器(AD12-16TA(98):コソック(株))でデジタル量に換え、データをフロッピーに記録した。データ数は1秒間に500ヶとし、また、データ収集の継続時間は4~6秒とした。

波動の発生には、電磁式加振器を使用した。加振器の加振棒先端にアルミニウム角棒(断面：10×10mm<sup>2</sup>)を取り付けた。棒の長さは模型の奥行きと同じにした。模型を上下に加振するときは角棒を模型表面に圧接した後に加振した。また、模型を水平方向に加振するときは模型端部の鉛直境界に角棒を圧接し、波動の進行方向

に加振した。加振振動数は10~34Hzとし、連続して9ヶの正弦波形を発振した。実験模型の詳細図を図-3、図-4に示す。

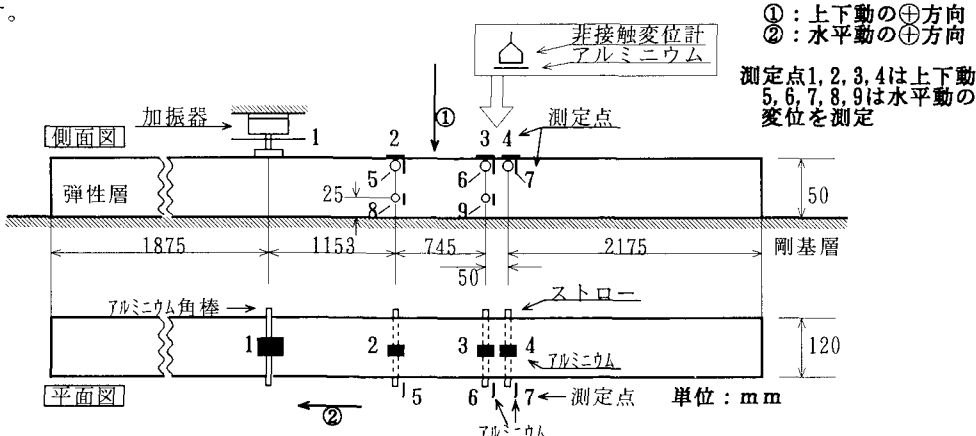


図-3 鉛直面内で粒子が運動する波動  
についての実験模型（上下加振）

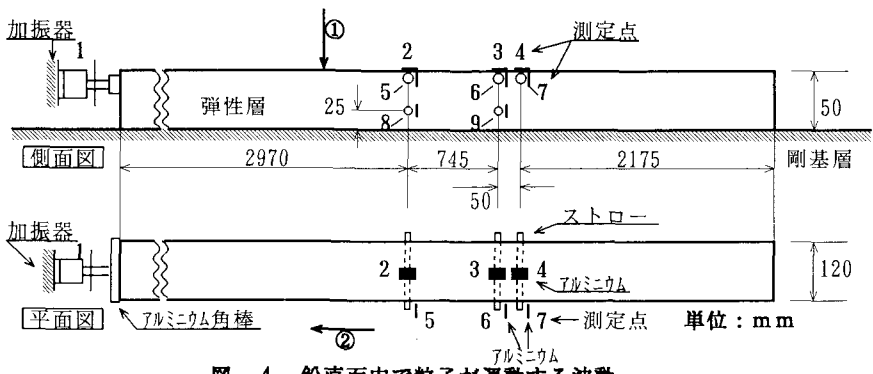


図-4 鉛直面内で粒子が運動する波動  
についての実験模型（水平加振）

### 3. 波形処理の方法

実験的に得られた波形は加振振動数以外の振動数も含んでいる。そのために、群速度等を求めやすい波形にするためには、加振振動数以外の振動数成分を取り除く必要がある。本文では、次のような方法で行った。

(1)式に示すように原波形 $f(t)$ をFourier変換し、スペクトル $g(\omega)$ を求める。 $t$ は時間、 $\omega$ は円振動数、また、 $i$ は虚数単位である。

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad \dots \dots (1)$$

スペクトル $g(\omega)$ のピーク値に対応する円振動数は加振振動数 $\omega_0$ にほぼ対応する。 $g(\omega)$ を円振動数 $(\omega_0 + 2\pi)$ と $(\omega_0 - 2\pi)$ の間を残して除去し逆変換する。すなわち、(2)式のようにして $f'(t)$ を得ることが出来る。

$$f'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - 2\pi}^{\omega_0 + 2\pi} g(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad \dots \dots (2)$$

まず群速度 $C_g$ を求める。図-5(a)に、図-3, -4における測定点(2)と(3)での実験結果を、(1), (2)式を用いて数的処理した例を示す。明らかに波群の進行していく様子が分かる。なお、本実験の加振振動数の範囲では、(2)式に示した逆変換の円振動数の積分の範囲を用いると、解析しやすい波群を得ることができる。2

々の波形の最大値を示す時間差を $t$ とし、両測点間の距離を $L$ とすると、(3)式に示すようにして群速度 $C_g$ を得ることが出来る。

$$C_g = L / t \quad \dots (3)$$

位相速度 $C$ は次のようにして求める。図-5(b)に示す測点(3)と(4)の間の距離 $\ell$ は5.0cmである。図-5(b)に示すように、測点(3)の波形記録におけるある位相の山に着目する。本文では最大値を示す時刻 $t$ に着目した。測点(4)の波形記録での $t$ 。より後の最初の位相の山が $\Delta t$ 秒後にあるとする。測点(3)を通る長さ $\ell$ 以上の波長をもつ波動の位相速度は $\ell$ を用いて(4)式で与えられる。

$$C = \ell / \Delta t \quad \dots (4)$$

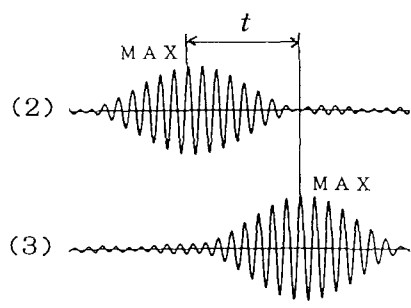


図-5 (a) 群速度の求め方

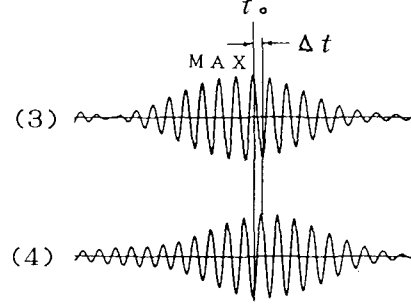


図-5 (b) 位相速度の求め方

本実験方法では、変位波形は1/500秒毎に得られることになる。5.0cmの距離間での位相の伝播する時間を用いて位相速度を求めてみる。伝播時間は1/500秒の整数倍になる。伝播時間内に含まれるデータ数とそれより算定される位相速度を表-1に示す。

表-1 伝播時間内に含まれるデータ数とそれより求まる位相速度の関係

| データ個数     | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 位相速度(m/s) | 2.5 | 1.3 | 8.4 | 6.3 | 5.0 | 4.2 | 3.6 | 3.1 |
| データ個数     | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  |
| 位相速度(m/s) | 2.8 | 2.5 | 2.3 | 2.1 | 1.9 | 1.8 | 1.7 | 1.6 |

また、位相速度と振動数より波長を求めることが出来る。測点(3)(4)間でのデータ個数が少ないと思われる場合には、波長と測点(2)(3)間での伝播時間を考慮して、より精度を高めることが出来る。

#### 4. 実験結果と考察

実験結果の一例を図-6-1、-2、-3及び-4に示す。図-6-1、-2は、上下加振により得られた実験結果を式(1)によりFourier変換し、式(2)を用いて加振振動数近く以外を除いてFourier逆変換して得られたものである。図-6-1は加振振動数が10Hzの場合のもので、水平動が上下動よりも大きい。測点(2)(3)での変位波形を比較すると、明らかに波群の伝播していく様子が分かる。また、測点(3)(4)の変位波形を利用して、位相速度を求めることが可能である。図-6-2は、加振振動数が19Hzの場合の結果であり、上下動が顕著に発生している様子が分かる。また、図-6-1において、①は地盤模型左端からの反射波で、②は右端からの反射波である。ただし、図中のチャンネル番号は、図-3での測定点番号を示す。

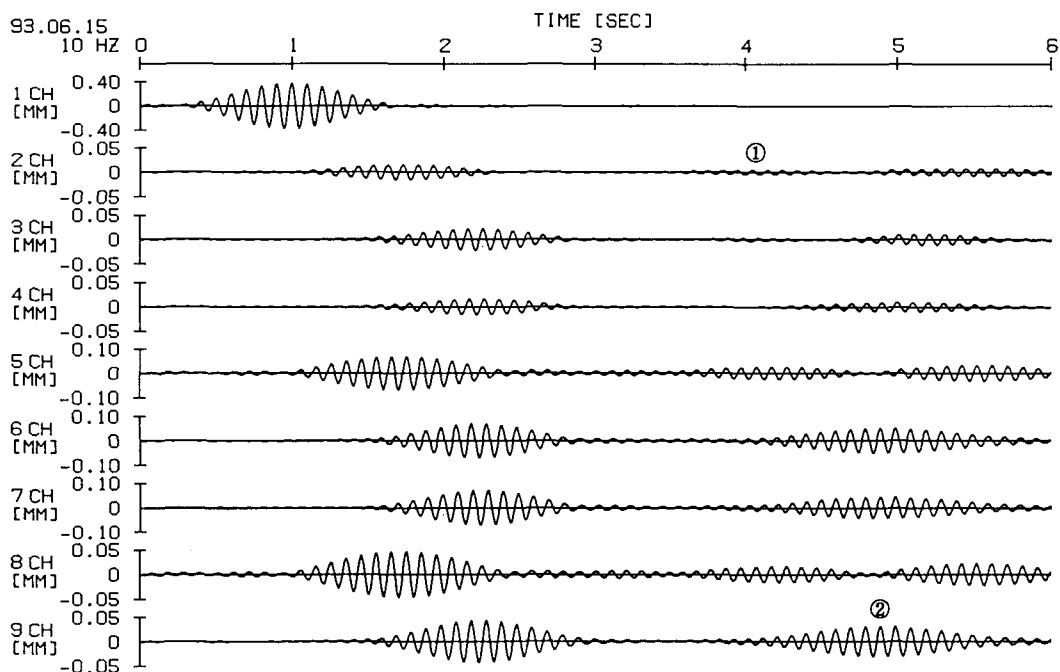


図-6-1 (上下加振、10Hz: 上下動(2~4ch)より水平動(5~9ch)が大きい)

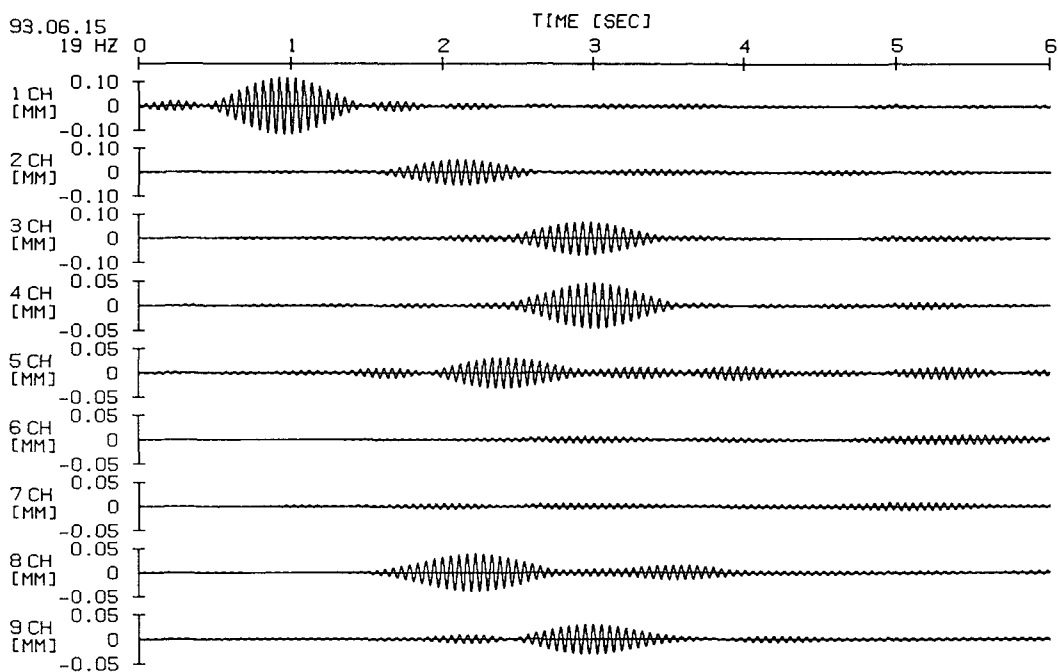


図-6-2 (上下加振、19Hz: 水平動(5~9ch)より上下動(2~4ch)が大きい)

図-6-3、-4は水平加振によって得られた実験結果である。上下加振の場合と同様に、10Hz程度では、水平動が上下動よりも大きく、また、19Hzでは、上下動が水平動よりも大きくなっている。ただし、図中のチャンネル番号は、図-4での測定点番号を示す。

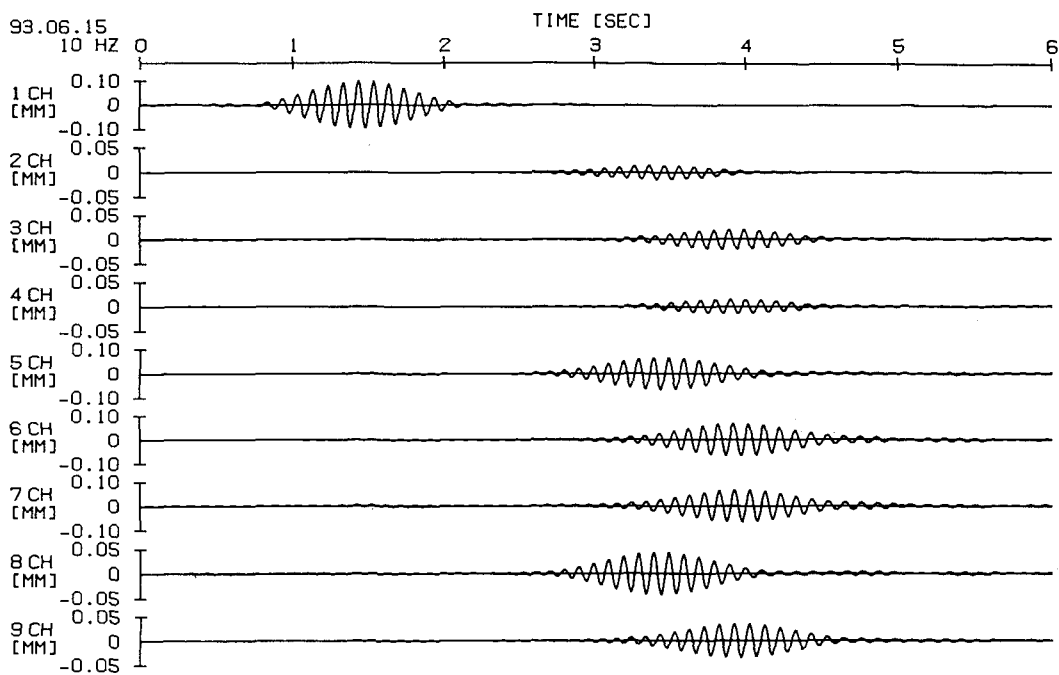


図-6-3 (水平加振、10Hz: 上下動(2~4ch)より水平動(5~9ch)が大きい)

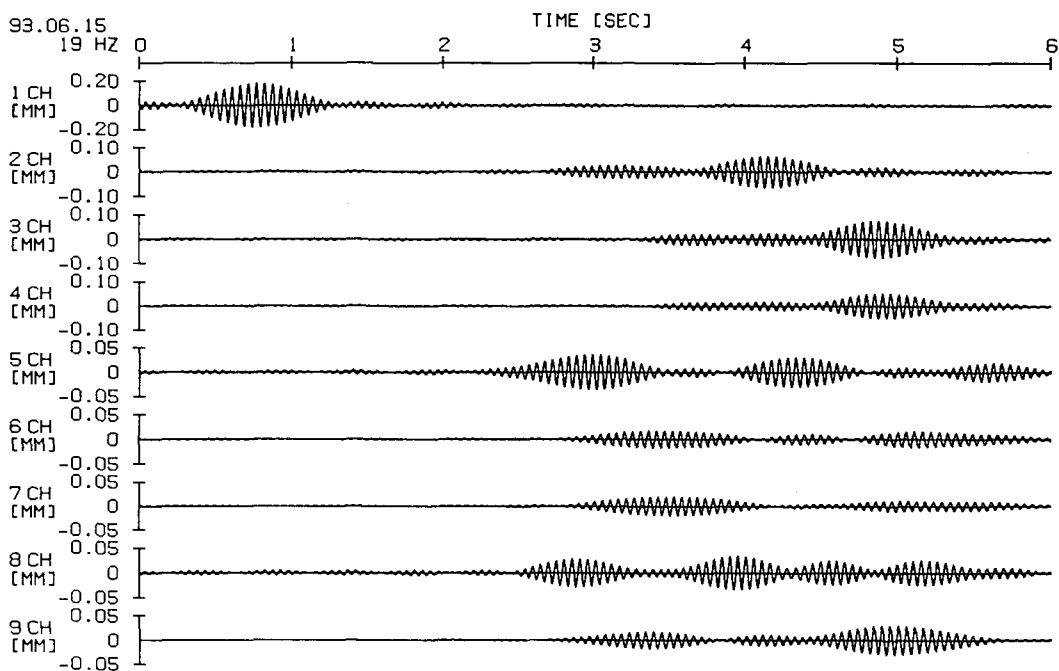


図-6-4 (水平加振、19Hz: 水平動(5~9ch)より上下動(2~4ch)が大きい)

表-2には、実験を行った各振動数について、位相(群)速度を得るために用いた加振方法と用いた測定点をまとめて示してある。表-2に従い、実験結果を式(3)と式(4)を用いて数的処理することができる。例えばCase-1の場合は、上下加振により得られた実験資料のうち、測点(2)と(3)に生じた上下動の波形を用いて群速度を、また、測点(3)と(4)に生じた上下動の波形を用いて位相速度を求めることを意味する。

表-2 群速度、位相速度の算出に用いた測点番号

|        | 加振方向 | 変位  | 群速度    | 位相速度   |
|--------|------|-----|--------|--------|
| Case-1 | 上下加振 | 上下動 | (2)(3) | (3)(4) |
| Case-2 | 上下加振 | 水平動 | (5)(6) | (6)(7) |
| Case-3 | 水平加振 | 上下動 | (2)(3) | (3)(4) |
| Case-4 | 水平加振 | 水平動 | (5)(6) | (6)(7) |

得られた結果を表-3(a)～(d)に示す。そして、表-3(a)～(d)の結果を用いて波動の分散状況を示す。上下加振により得られた結果(表-3(a)(b))を図-7に、また、水平加振により得られた結果(表-3(c)(d))を図-8に示す。各図中には剛基層上の弾性層内を伝播するRayleigh波の理論分散曲線を併記する。ただし、縦軸は(位相速度(群速度)/弾性層の横波速度)、横軸は(波長/弾性層高)である。本実験模型は厳密には3次元模型であり、2次的に考えても平面ひずみ状態と平面応力状態との中間の状態になっていると考える。著者は、剛基層を模型化した鋼材と弾性層を模型化したアクリルミッドゲルとの付着のために模型の奥行き方向の変形は極めて少ないと考え、理論的には平面ひずみ状態とした。およそ、群速度と位相速度の値に関しては、理論的に裏づけられるものと思われる。なお、理論については補遺において略述する。

表-3(a) Case-1

上下加振(上下動)  
せん断一次振動数 = 8.7 Hz 横波伝播速度  $V_s = 1.7$  m/s  
層厚  $H = 5.0$  cm

| Hz | $C(m/s)$ | $\lambda(m)$ | $C/V_s$ | $\lambda/H$ | $Cg(m/s)$ | $Cg/V_s$ |
|----|----------|--------------|---------|-------------|-----------|----------|
| 10 | 5.6      | 0.56         | 3.2     | 11.3        | 1.4       | 0.81     |
| 12 | 7.3      | 0.61         | 4.2     | 12.2        | 1.4       | 0.82     |
| 14 | 3.5      | 0.25         | 2.0     | 5.0         | 1.6       | 0.92     |
| 16 | 3.5      | 0.22         | 2.0     | 4.4         | 1.3       | 0.72     |
| 17 | 3.5      | 0.21         | 2.0     | 4.1         | 0.96      | 0.55     |
| 18 | 2.2      | 0.12         | 1.3     | 2.5         | 0.95      | 0.55     |
| 19 | 2.0      | 0.11         | 1.2     | 2.1         | 0.89      | 0.51     |
| 20 | 2.2      | 0.11         | 1.3     | 2.2         | 0.81      | 0.46     |
| 22 | 2.2      | 0.10         | 1.3     | 2.0         | 1.3       | 0.72     |
| 24 | 2.0      | 0.085        | 1.2     | 1.7         | 1.4       | 0.78     |
| 26 | 1.6      | 0.062        | 0.94    | 1.3         | 1.4       | 0.78     |
| 28 | 2.0      | 0.073        | 1.2     | 1.5         | 1.7       | 0.98     |
| 30 | 1.4      | 0.048        | 0.83    | 0.96        | 1.7       | 1.0      |
| 32 | 1.4      | 0.045        | 0.83    | 0.90        | 1.7       | 0.95     |
| 34 | 2.5      | 0.072        | 1.4     | 1.4         | 1.6       | 0.95     |

表-3(b) Case-2

上下加振(水平動)  
せん断一次振動数 = 8.7 Hz 横波伝播速度  $V_s = 1.7$  m/s  
層厚  $H = 5.0$  cm

| Hz | $C(m/s)$ | $\lambda(m)$ | $C/V_s$ | $\lambda/H$ | $Cg(m/s)$ | $Cg/V_s$ |
|----|----------|--------------|---------|-------------|-----------|----------|
| 10 | 5.6      | 0.56         | 3.2     | 11.3        | 1.4       | 0.81     |
| 12 | 7.6      | 0.63         | 4.4     | 12.7        | 1.7       | 0.99     |
| 14 | 4.9      | 0.35         | 2.8     | 7.0         | 1.2       | 0.69     |
| 16 | 3.5      | 0.22         | 2.0     | 4.4         | 1.0       | 0.59     |
| 17 | 3.5      | 0.21         | 2.0     | 4.1         | 1.0       | 0.59     |
| 18 | 3.5      | 0.19         | 2.0     | 3.9         | 1.0       | 0.59     |
| 19 | 2.0      | 0.11         | 1.2     | 2.1         | 1.2       | 0.69     |
| 20 | 2.0      | 0.10         | 1.2     | 2.0         | 0.64      | 0.37     |
| 22 | 2.5      | 0.11         | 1.4     | 2.2         | 1.6       | 0.92     |
| 24 | 6.1      | 0.26         | 3.5     | 5.1         | 0.93      | 0.53     |
| 26 | 3.5      | 0.14         | 2.0     | 2.7         | 1.3       | 0.74     |
| 28 | 4.9      | 0.18         | 2.8     | 3.5         | 1.4       | 0.82     |
| 30 | 3.1      | 0.10         | 1.8     | 2.0         | 1.8       | 1.0      |
| 32 | 4.1      | 0.13         | 2.3     | 2.6         | 1.3       | 0.74     |
| 34 | 4.1      | 0.12         | 2.3     | 2.4         | 1.4       | 0.78     |

表-3(c) Case-3

水平加振(上下動)  
せん断一次振動数 = 8.7 Hz 横波伝播速度  $V_s = 1.7$  m/s  
層厚  $H = 5.0$  cm

| Hz | $C(m/s)$ | $\lambda(m)$ | $C/V_s$ | $\lambda/H$ | $Cg(m/s)$ | $Cg/V_s$ |
|----|----------|--------------|---------|-------------|-----------|----------|
| 10 | 5.6      | 0.56         | 3.2     | 11.3        | 1.4       | 0.80     |
| 12 | 4.0      | 0.33         | 2.3     | 6.6         | 1.4       | 0.82     |
| 14 | 2.7      | 0.19         | 1.6     | 3.9         | -         | -        |
| 16 | 3.1      | 0.19         | 1.8     | 3.8         | 1.0       | 0.59     |
| 17 | 3.1      | 0.18         | 1.8     | 3.6         | 0.95      | 0.55     |
| 18 | 2.0      | 0.11         | 1.2     | 2.3         | 1.0       | 0.58     |
| 19 | 2.0      | 0.11         | 1.2     | 2.1         | 0.96      | 0.55     |
| 20 | 2.2      | 0.11         | 1.3     | 2.2         | 0.90      | 0.51     |
| 22 | 2.0      | 0.092        | 1.2     | 1.9         | 0.97      | 0.55     |
| 24 | 1.9      | 0.079        | 1.1     | 1.6         | 1.7       | 1.0      |
| 26 | 1.8      | 0.067        | 1.0     | 1.3         | 2.3       | 1.3      |
| 28 | 2.2      | 0.080        | 1.3     | 1.6         | 1.4       | 0.83     |
| 30 | 1.0      | 0.36         | 6.4     | 7.2         | 1.2       | 0.70     |
| 32 | 3.1      | 0.096        | 1.8     | 1.9         | 1.4       | 0.83     |
| 34 | 4.1      | 0.12         | 2.3     | 2.4         | 1.4       | 0.83     |

表-3(d) Case-4

水平加振(水平動)  
せん断一次振動数 = 8.7 Hz 横波伝播速度  $V_s = 1.7$  m/s  
層厚  $H = 5.0$  cm

| Hz | $C(m/s)$ | $\lambda(m)$ | $C/V_s$ | $\lambda/H$ | $Cg(m/s)$ | $Cg/V_s$ |
|----|----------|--------------|---------|-------------|-----------|----------|
| 10 | 5.8      | 0.58         | 3.3     | 11.6        | 1.4       | 0.80     |
| 12 | 4.0      | 0.33         | 2.3     | 6.6         | 1.1       | 0.62     |
| 14 | 2.5      | 0.18         | 1.4     | 3.5         | 1.2       | 0.69     |
| 16 | 3.1      | 0.19         | 1.8     | 3.8         | 0.95      | 0.54     |
| 17 | 3.5      | 0.21         | 2.0     | 4.1         | 0.95      | 0.55     |
| 18 | 3.5      | 0.19         | 2.0     | 3.9         | 1.3       | 0.78     |
| 19 | 3.1      | 0.16         | 1.8     | 3.2         | 0.96      | 0.55     |
| 20 | 3.1      | 0.15         | 1.8     | 3.1         | 0.85      | 0.49     |
| 22 | 1.8      | 0.08         | 1.0     | 1.6         | 0.81      | 0.46     |
| 24 | 12.0     | 0.51         | 7.0     | 10.0        | 0.60      | 0.34     |
| 26 | 4.1      | 0.16         | 2.3     | 3.1         | 1.7       | 0.96     |
| 28 | 4.1      | 0.15         | 2.3     | 2.9         | 1.5       | 0.88     |
| 30 | 3.5      | 0.12         | 2.0     | 2.3         | 1.2       | 0.66     |
| 32 | 4.1      | 0.13         | 2.3     | 2.6         | 1.2       | 0.70     |
| 34 | 4.1      | 0.12         | 2.3     | 2.4         | 1.1       | 0.61     |

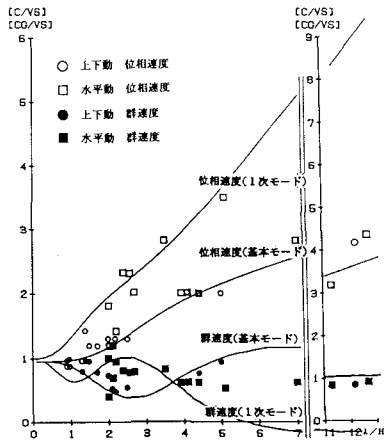


図-7 (上下加振)

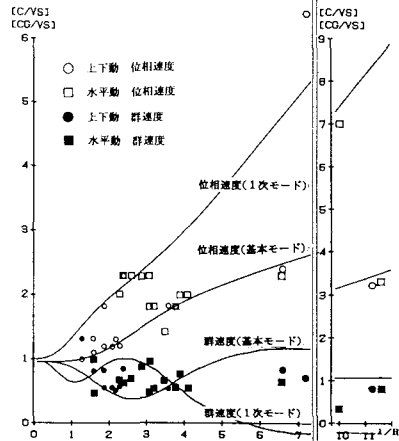


図-8 (水平加振)

位相速度と横波速度の比 ( $C/V_s$ ) を振動数毎に、表-3に示す4つの方法で求めた値を比較する。表-4にその状態が示されている。22Hz以下の振動数では、表-4に示した資料は略同様な値を示すと思われるが、24Hz以上になると、Case-1と-3に示したものと、Case-2と-4に示したものととは、例外はあるが、各々似たような値を示す。つまり、同一の振動数に関して、上下動で求めた値と水平動で求めた値とは異なるようである。

表-4 位相速度と横波速度の比 ( $C/V_s$ )

| 振動数 (Hz) | 10  | 12  | 14  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 22  | 24  | 26   | 28  | 30   | 32   | 34  |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|------|-----|
| Case-1   | 3.2 | 4.2 | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 1.3 | 1.2 | 1.3 | 1.3 | 1.2 | 0.94 | 1.2 | 0.83 | 0.83 | 1.4 |
| Case-2   | 3.2 | 4.4 | 2.8 | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 1.2 | 1.2 | 1.4 | 3.5 | 2.0  | 2.8 | 1.8  | 2.3  | 2.3 |
| Case-3   | 3.2 | 2.3 | 1.6 | 1.8 | 1.8 | 1.2 | 1.2 | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0  | 1.3 | 7.0  | 1.8  | 2.3 |
| Case-4   | 3.3 | 2.3 | 1.4 | 1.8 | 2.0 | 2.0 | 1.8 | 1.8 | 1.0 | 7.0 | 2.3  | 2.3 | 2.0  | 2.3  | 2.3 |

次に、モード等についての検討を行う。図-9に示すように、測点(3)と(6)とから得られる上下動と水平動の位相差を用いて模型表面上の粒子の回転方向を求めることができる。又、振幅比を求めることで、回転軌跡の概略を得ることができる。同図中に示すような波動の進行方向のとき、反時計回りの場合を(+)、また、時計回りの場合を(-)とする。測点(6)と(9)とで得られる水平動を用いて水平動の鉛直方向の分布を求める。測点(6)と(9)とで水平動が同位相になる場合を(+)、逆位相になる場合を(-)とする。また、(測点(6)の水平動振幅/測点(9)の水平動振幅)の値も合わせて表示する。水平動並びに上下動より求めた位相速度や群速度が略同様と思われる22Hz位までの実験結果に対してこの検討を行った。それらの結果を表-5、-6に示し、理論的に計算したものを併記している。実験的に得られた結果は厳密には理論分散曲線上には乗らないので、理論的にモード等を計算するときには、実験的に得られた(波長/弾性層高:  $\lambda/H$ )を用いている。

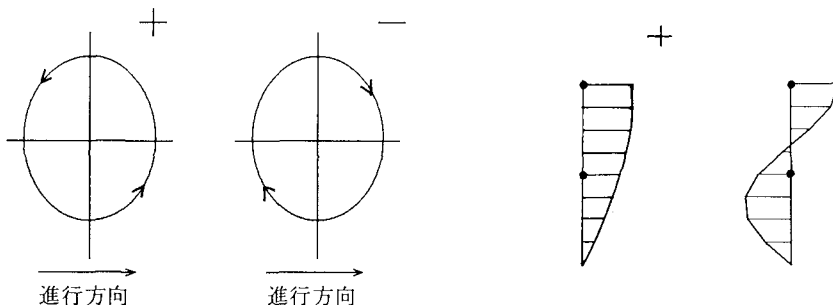


図-9 (回転方向とモード図)

表-5 (上下加振)

| 振動数(Hz) | 測点(3)の値/測点(6)の値 |      | 測点(6)の値/測点(9)の値 |       |
|---------|-----------------|------|-----------------|-------|
|         | 実験値             | 理論値  | 実験値             | 理論値   |
| 1.0     | 0.31            | 0.25 | 1.6             | 1.4   |
| 1.2     | 0.55            | 0.42 | 1.5             | 1.3   |
| 1.4     | 0.94            | 1.2  | -0.95           | 1.1   |
| 1.6     | 1.5             | 1.7  | 0.91            | 0.66  |
| 1.7     | 1.8             | 2.1  | 1.2             | 0.54  |
| 1.8     | 3.3             | -5.2 | 0.69            | 0.46  |
| 1.9     | 7.4             | -3.1 | 0.31            | -0.55 |
| 2.0     | 3.9             | -3.4 | 0.84            | -0.65 |
| 2.2     | 2.1             | -2.8 | 1.1             | -0.49 |

表-6 (水平加振) (-) は、波群が明確でないため求められなかった。

| 振動数(Hz) | 測点(3)の値/測点(6)の値 |      | 測点(6)の値/測点(9)の値 |       |
|---------|-----------------|------|-----------------|-------|
|         | 実験値             | 理論値  | 実験値             | 理論値   |
| 1.0     | 0.29            | 0.25 | 2.0             | 1.4   |
| 1.2     | 0.51            | 0.56 | 2.1             | 1.2   |
| 1.4     | 0.45            | 3.9  | (-)             | (-)   |
| 1.6     | 2.2             | 2.9  | 0.68            | 0.41  |
| 1.7     | 2.3             | 4.0  | 0.72            | 0.54  |
| 1.8     | 2.3             | -3.9 | 0.97            | 0.46  |
| 1.9     | 4.5             | -3.1 | 0.56            | 0.10  |
| 2.0     | -3.9            | -3.4 | -0.90           | 0.01  |
| 2.2     | 2.7             | -2.6 | 0.46            | -0.97 |

表-5、-6における10～17Hzの結果では、波動の伝播に伴う粒子の軌跡と回転方向がほぼ実験と理論とで合致していると思われる。18Hz以上になると回転方向が合わなくなってくる。この理由については検討中であるが、確実に言えることは、10～17Hzの場合には、図-10(a)に示すように水平動と上下動とが $90^\circ$ の位相差があるのに反して、18Hz以上では、図-10(b)に示すように位相差が少なくなってくる。このことが、理論と実験結果とが合致していないことと関連があると思われる。また、水平動のモードも高い振動数になるほど、理論と実験結果とは合致しなくなってくる。

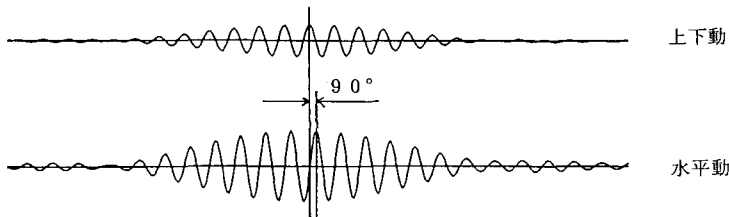


図-10(a) (加振振動数10.0Hzの場合)

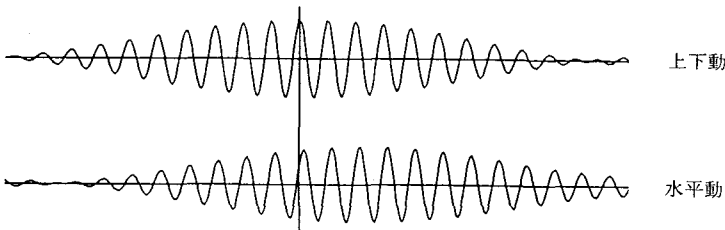


図-10(b) (加振振動数18.0Hzの場合：ただし、分かりやすいように時間軸を拡大してある。)

さて、先にも述べたように、24Hz以上の加振振動数では、上下加振並びに水平加振いずれの場合でも、上下動より求めた位相速度と水平動より求めた位相速度とが異なっている。このことは、図-11で例示されており、上下動の場合、水平動どうして求められる位相の時間差よりも明らかに大きな時間差になることが示されている。

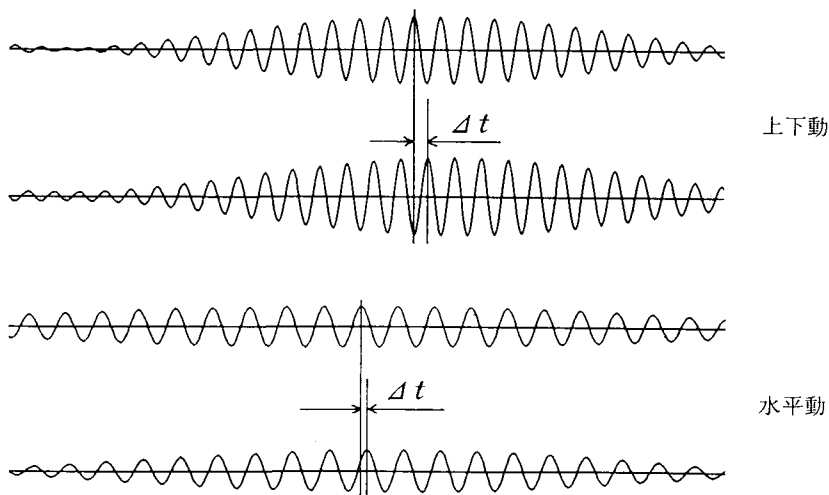


図-1 1 (加振振動数20.0Hzの場合：

ただし、分かりやすいように上下動と水平動の時間軸の拡大率を変えてある。)

振動数が同じでも、位相速度が異なるのは、波長に差があるわけで、分散曲線を用いれば次のように説明できる。図-12(a)に示されるとおり、剛基層上の弾性層内を伝播する表面波の理論分散曲線において、原点を通る直線の勾配は、 $((\text{振動数}) \times (\text{弾性層高}) / (\text{横波速度}))$ を意味する。基本モードの漸近線の勾配はせん断1次振動数のものに対応し、また、1次モードの漸近線の勾配はせん断2次振動数のものに対応する<sup>(17)</sup>。本実験模型のせん断1次振動数は8.7Hzで、また、せん断2次振動数は26Hzである。それ故、26Hz以上になると原点を通る直線が少なくとも2つの分散曲線を切ることになり、そのことは約24Hz以上で2つの位相速度(図-12(b)中に●印で表示)を持つことに対応している。

上下加振、水平加振それぞれについて、24~34Hzでの結果を示したのが図-13(a)、(b)である。代表例として、図中に①、①'、②、②'の印を付けてあるが、これらはそれぞれ同一の振動数での上下動より求めた位相速度(①、②)と水平動より求めた位相速度(①'、②')である。この図より、水平動から求めた位相速度の方が上下動から求めた位相速度より速いことが分かる。ただし、図-12(a)中の $f$ は振動数である。

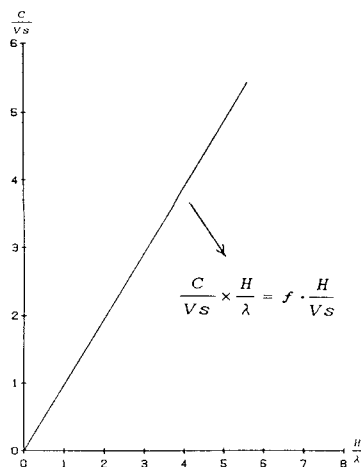


図-1 2 (a) 説明図

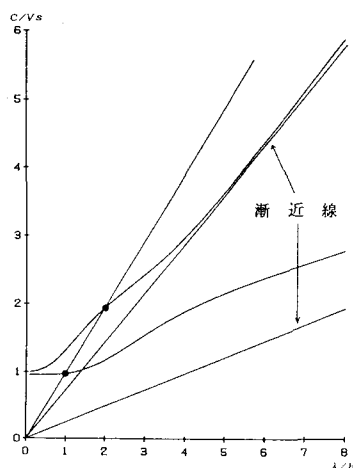


図-1 2 (b) 説明図

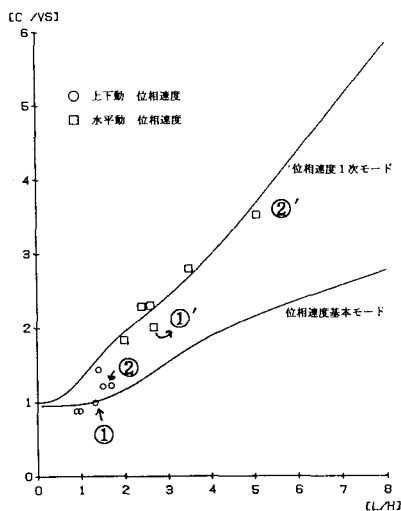


図-13(a)

(上下加振: Case-1、-2に相当)

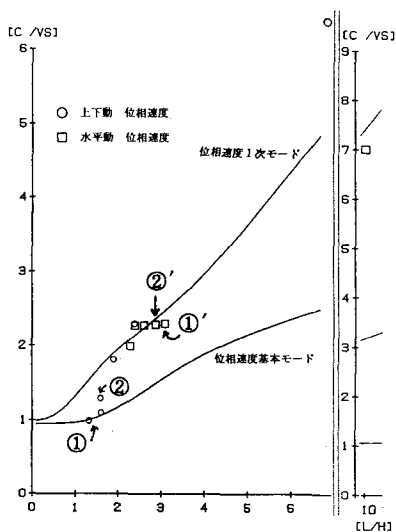


図-13(b)

(水平加振: Case-3、-4に相当)

図-13(a)(b)の結果より、加振振動数が24Hz以上では、伝播した波動に2つのモードが含まれていることを示している。そこで、図-13(a)の代表例①①'、②②'を理論的にモード計算をした結果を図-14(a)~(d)に、また、図-13(b)の代表例①①'、②②'の結果を図-15(a)~(d)に示す。

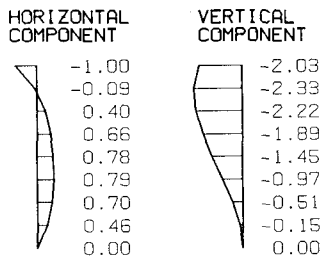


図-14(a) 上下加振、上下動

(図-13(a)の①)

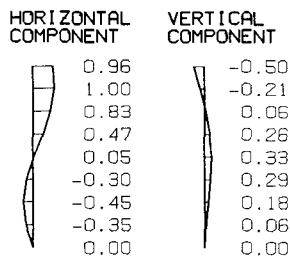


図-14(b) 上下加振、水平動

(図-13(a)の①')

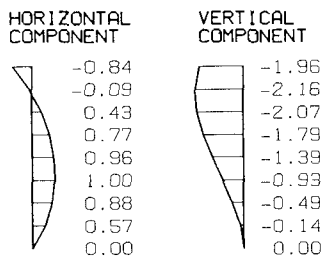


図-14(c) 上下加振、上下動

(図-13(a)の②)

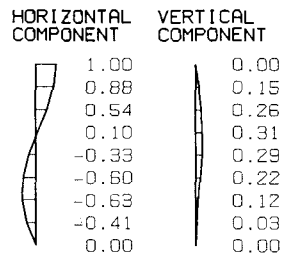


図-14(d) 上下加振、水平動

(図-13(a)の②')

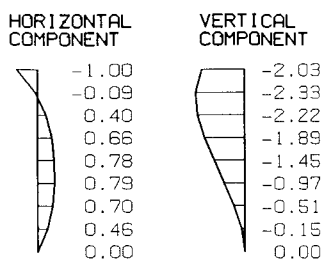


図-15 (a) 水平加振、上下動

(図-13(b)の①)

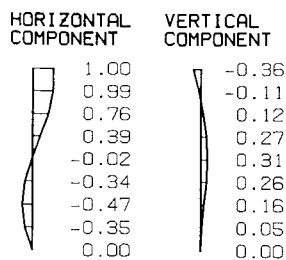


図-15 (b) 水平加振、水平動

(図-13(b)の①')

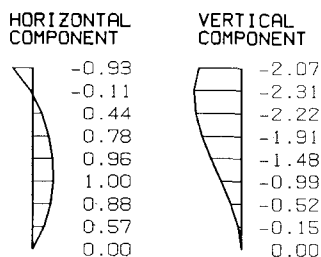


図-15 (c) 水平加振、上下動

(図-13(b)の②)

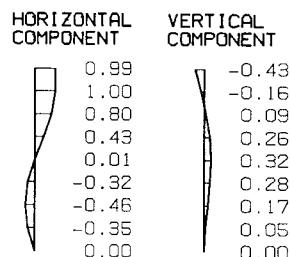


図-15 (d) 水平加振、水平動

(図-13(b)の②')

図-13(a)(b)の基本モードに対応するもの(図中の①、②)は、モード計算において、水平動より上下動が大きく(図-14(a)(c)、図-15(a)(c))、逆に1次モードに対応するもの(図中の①'、②')は水平動が上下動よりも大きい(図-14(b)(d)、図-15(b)(d))。このことも、前述のことを裏づけると考えられる。

## 5. 結び

弾性層内を伝播する波動に対する実験解析手法を改善し、一つの適用例を示した。横波速度の低い模型材料を用いて波動現象の速さを低減することで波動の発生や補足を容易にすることが出来る。著者らはこのような方法を利用して弾性層内を伝播する波動の解明をするのに、従来用いたアナログ的方法に加えてデジタル的方法を用いて実験を行った。このようにすると、波形の数的処理を行うのに有利で容易に波動の性質を把握することが出来る。

本文では、一様な高さをもつ剛基層上の弾性層内を伝播する波動の内Rayleigh波状の波動に関し実験を行った。加振方法の相違による波動の発生や、上下動と水平動の位相差について、また、モードについて実験的検討を行った。結果は理論的にも調べてみたが、ほぼ、裏づけられたと考える。このように本実験方法の有効性について例示することが出来た。

また、本実験方法により数値解析では困難と思われる複雑な層構造をなす地盤や境界面のある地盤、また、不整形地盤における波動現象や伝播特性等を解析できる点で有効であると思われる。

補遺：剛基層上の弾性層内を伝播するRayleigh波について

2層の地盤内で、 $x$ 、 $z$ 面に粒子が運動する波動についての解析は、成書(例えば、佐藤泰夫著、弾性波動論(岩波書店))にも述べられている。本研究で用いた剛基層上の弾性層内を伝播する波動について、特性方程式とモードとを、以下に略述する。

次のように記号を定める。

$x, z$  : カルテシアン座標系、 $u, w$  :  $x, z$  方向の変位、 $t$  : 時間、 $\omega$  : 円振動数、 $i$  : 虚数単位、  
 $\rho$  : 密度、 $G$  : せん断弾性率、 $\nu$  : ポアソン比、 $V_p$  : 縦波速度、 $V_s$  : 横波速度、 $C$  : 位相速度、 $C_g$  : 群速度、  
 $k$  : 波数、 $\lambda$  : 波長、 $H$  : 弾性層高  
 $r, s$  は未知量で次に示す関係がある。

$$r^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{V_p^2} = 0 \quad s^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{V_s^2} = 0 \quad \dots (1)$$

または、

$$r^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{C^2}{V_p^2}\right) = 0, \quad s^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{C^2}{V_s^2}\right) = 0 \quad \dots (2)$$

また、

$$V_p = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{G}{\rho}} \quad V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \dots (3)$$

平面ひずみ状態の場合、特性方程式は次に示す関係がある。

$$1 + \frac{\frac{1-2\nu}{\nu}}{(r^2 - k^2) + \frac{1-2\nu}{\nu} \cdot r^2} \cdot \left( \frac{k^2 + s^2}{2} + rs \cdot \sinh rH \cdot \sinh sH - k^2 \cdot \cosh rH \cdot \cosh sH \right) - \\ - \frac{k^2 + s^2}{2rsk^2} \cdot (rs \cdot \cosh rH \cdot \cosh sH - k^2 \cdot \sinh rH \cdot \sinh sH) = 0 \quad \dots (4)$$

式(2)、(3)を考慮して、式(4)が成り立つように  $(\lambda/H)$  と  $(C/V_s)$  との関係を求めれば、分散曲線を得ることになる。

また、変位は次式にて求めることが出来る。

$$u = \{A(\cosh rz - \cosh sz) + B(\sinh rz - \frac{sr}{k^2} \cdot \sinh sz)\} \cdot \exp\{i(\omega t - kx)\} \\ w = i \frac{r}{k} \{A(\sinh rz - \frac{k^2}{sr} \cdot \sinh sz) + B(\cosh rz - \cosh sz)\} \cdot \exp\{i(\omega t - kx)\} \quad \dots (5)$$

式中、 $A, B$  は未知量で次に示す関係がある。

$$B = - \frac{2rk \cdot \sinh rH - (k^2 + s^2) \cdot \frac{k}{s} \cdot \sinh sH}{2rk \cdot \cosh rH - (k^2 + s^2) \cdot \frac{r}{k} \cdot \cosh sH} \cdot A \quad \dots (6)$$

または、

$$B = - \frac{\{(r^2 - k^2) + \frac{1-2\nu}{\nu} \cdot r^2\} \cdot \cosh rH - \frac{1-2\nu}{\nu} \cdot k^2 \cdot \cosh sH}{\{(r^2 - k^2) + \frac{1-2\nu}{\nu} \cdot r^2\} \cdot \sinh rH - \frac{1-2\nu}{\nu} \cdot sr \cdot \sinh sH} \cdot A \quad \dots (7)$$

式(3)(4)及び式(7)において  $\nu$  を  $(\nu/(1+\nu))$  と変更すれば、平面応力状態での同じ意味の式を得ることが出来る。

#### <参考文献>

- (1) 井合 進・土田 肇：建設技術者のための耐震工学、山海堂、ISBN 4-381-00846-4、1991。
- (2) 額縁一起：不整形地盤における地震動、土木学会論文集、No. 437/I-17, pp. 1~18、1991年10月。

- (3) 竹中博士：不整形地盤における波動伝播の数値計算法、地震、第2輯、Vol. 46, No. 2, pp. 191~207, 1993年9月。
- (4) Martel, I., M. Munasinghe and G. W. Farnell: Transmission and Reflection of Rayleigh Wave through a Step, *Bul. Ses. Soc. Am.*, Vol. 67, No. 5, pp. 1277~1290, 1977.
- (5) Pilant, W. L., L. Knopoff and F. Schwas: Transmission and Reflection of Surface Waves at a Corner 3. Rayleigh Waves (Experiment), *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 69, No. 2, pp. 2912-2917, 1964.
- (6) Rogers, A. M., L. J. Katz and T. J. Benett: Topographic Effects on Ground Motion for Incident P Waves, *Bull. Ses. Soc. Am.*, Vol. 64, No. 2, pp. 437~456, 1974.
- (7) Bullett, J. T. and M. N. Toksoz: Three-dimensional Ultrasonic Modeling of Rayleigh Wave Propagation, *Bul. Ses. Soc. Am.*, Vol. 75, No. 4, pp. 1087~1104, 1985.
- (8) Fujii, K., S. Takeuchi, Y. Okano and M. Nakano: Rayleigh Wave Scattering at Various Corners, *Bul. Ses. Soc. Am.*, Vol. 74, No. 1, pp. 41~60, 1984.
- (9) 藤井和成・中山善律・今井健二・中野正吉：溝を通過するレイリー波群について(Ⅰ)、(Ⅱ)、地震、第2輯、Vol. 33, pp. 110, pp. 1122, 1980.
- (10) Kuo, J. T. and G. A. Thompson: Model Studies on the Effect of a Sloping Interface on Rayleigh Waves, *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 68, No. 22, pp. 6187~6167, 1963.
- (11) McGarr, A. and L. E. Alsop: Transmission and Reflection of Rayleigh Waves at Vertical Boundaries *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 72, No. 8, pp. 2169~2180, 1967.
- (12) King, J. L. and J. N. Blune: Modelling the Seismic Response of Sedimentary Basins, *Bul. Ses. Soc. Am.* Vol. 71, No. 5, pp. 1469~1487, 1981.
- (13) Anoushehpour, A. and J. N. Blune: Foam Rubber Modeling of Topographic and Dam Interaction Effects at Pacoima Dam, *Bul. Ses. Soc. Am.*, Vol. 79, No. 5, pp. 1347~1360, 1989.
- (14) 森地重暉・田村重四郎：ゲル状材料を用いた動力学的模型実験解析の一方法について、土木学会論文報告集、No. 310, pp. 33~44, 1981.
- (15) Konagai, K., M. Takahashi and S. Ogawa: Experiments Study on Soil-pile Dynamics Using Electromagnetic Induction Type Shock Wave Source, *Proc. of JSCE*, No. 356/I-3, pp. 175~184, 1985.
- (16) 森地重暉・大西康之：弾性層内を伝播する表面波に対する一模型実験法、構造工学論文集、Vol. 38A, pp. 625~638, 1992.
- (17) 森地重暉・大町達夫・年縄巧・宮井明世：Rayleigh波として特性づけられる弾性層の振動モードについての基礎的研究、構造工学論文集 Vol. 33A, pp. 631~644, 1987.

(1993年9月16日受付)