

鋼I形断面ばりの衝撃挙動に関する基礎的考察

A FUNDAMENTAL STUDY ON IMPULSIVE BEHAVIOR
OF THIN-WALLED STEEL I-SECTION BEAMS

岡村美好*, 深沢泰晴**

By Miyoshi OKAMURA and Yasuharu FUKASAWA

The elastic behavior of thin-walled steel I-section beams which are subjected to lateral impact load are analyzed by using the finite strip method and modal analysis. To observe the effect of cross-sectional deformation, the time histories of vertical displacements and bending strains for some points of cross-section are obtained and compared with the results of the classical beam theory. The dynamic deformation diagrams and the bending strain diagrams are also obtained and the characteristics of the propagation of local deformation in the beam are clarified.

Key Words: thin-walled steel beam, impulsive behavior, finite strip method

1. はじめに

プレートガーダーに列車荷重のような動的な荷重が作用すると腹板に面外曲げ振動が発生し、それに伴って騒音の放射やフランジと腹板の溶接部に疲労亀裂が生じることが知られている。このような振動問題を解明するには、断面変形を考慮した薄肉断面ばりの動的挙動の解析が必要となる。

断面変形を考慮した薄肉断面ばりの振動解析は、能町、角田、岸¹⁾や中村²⁾が行っており、能町らは、動的二次元弾性論および動的平面曲げ理論に基づいて薄肉H形断面ばりの波動伝播特性の解析を行い、最低次波動分散曲線は、はり理論による解析が有効な低周波領域、はりを構成する板要素の曲げ振動に支配される中間部周波数領域、自由端部におけるRayleigh波に支配される高周波領域の3領域に分けられることなどを示している。また、中村は、有限帯板法を用いて箱形断面部材の固有振動解析および地震応答解析を行い、中間ダイヤフラムの効果について検討し、横振動およびねじり振動において断面変形の影響が大きいことなどを明らかにしている。一方、著者ら^{3), 4)}もこれまでに有限帯板法を用いてI形断面および箱形断面の固有振動モード解析および波動伝播特性の解析を行い、波長が長い場合には低次モードの固有振動数ははり理論あるいは板理論による近似が可能であるが、高次モードでは断面変形の影響が大きくなり、薄肉断面を構成する薄板要素の連成振動を示すこと、波長が短い場合には薄肉断面を構成する薄板要素の中のいずれかの板の曲げ振動が卓越し、適当な境界条件の板の曲げ振動とはほぼ一致した固有振動数を示すことなどを明らか

* 工修 山梨大学助手 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田4丁目3-11)

** 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田4丁目3-11)

にした。

これらの研究結果によると、列車荷重や衝撃荷重のような高周波数領域や波長が断面寸法に比べて十分に大きくない場合の薄肉断面ばりの動的挙動に対しては断面変形の影響が大きいたことが予想される。このことから、断面変形を考慮した薄肉断面ばりの動的挙動を解明することは、橋梁の構成部材に発生する局部振動的な振動およびそれから放射される騒音問題における音響放射解析への基礎となるものであり、また、静的解析に基づいている現行の補剛桁の位置について動的な観点から再検討するための基礎研究となるものと考えられる。

そこで、本論文では、断面変形を考慮した場合の鋼薄肉断面ばりの動的挙動を明らかにするため、有限帯板法とモード解析法を用いて、横衝撃荷重を受ける単純支持鋼 I 形断面ばりについて弾性応答解析を行った。具体的には、断面上の数ヶ所についてスパンが異なる場合および荷重の継続時間が異なる場合の鉛直変位応答や曲げひずみ応答を求め、断面形不変を仮定したはり理論と比較することにより断面変形の影響について検討した。また、荷重載荷時点から時間経過に伴う I 形断面部材の変形状況および曲げひずみの分布を示すことにより、衝撃荷重によって生じた局部振動がはり全体に伝播する様子を明らかにした。

2. 解析方法

2.1 支配方程式⁵⁾

I 形断面ばりの有限帯板モデルを図-1 に示す。断面を構成する任意の帯板要素（図-2）について、局所座標系として部材軸方向に x 軸、幅方向に y 軸、x-y 平面に鉛直に z 軸をとり、部材軸方向の辺を節線 1, 2 とする。また、帯板要素は等方弾性体で、面外変形と面内変形は連成しないものとする。

有限帯板法では、帯板幅方向の変位成分を多項式で、部材軸方向変位成分を Fourier 級数で近似した変位場に基づいて定式化を行う。本研究では、両端が単純支持された帯板要素を対象として、図-2 に示した帯板の任意点の x, y, z 軸方向の変位成分を u, v, w として次式を用いる。

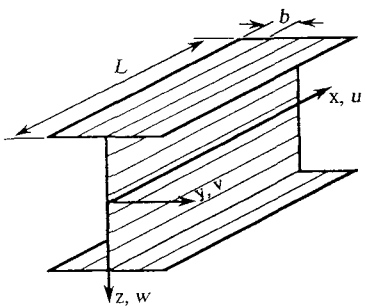


図-1 有限帯板モデル

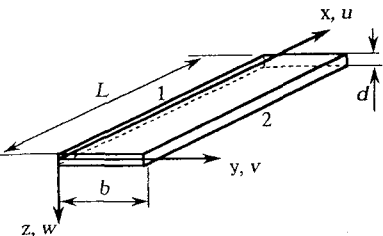


図-2 帯板要素と局所座標系

$$u = \sum_{m=1}^r \langle 1 - \eta \quad \eta \rangle \begin{Bmatrix} u_{1,m}(t) \\ u_{2,m}(t) \end{Bmatrix} \cos k_m x \quad (1a)$$

$$v = \sum_{m=1}^r \langle 1 - \eta \quad \eta \rangle \begin{Bmatrix} v_{1,m}(t) \\ v_{2,m}(t) \end{Bmatrix} \sin k_m x \quad (1b)$$

$$w = \sum_{m=1}^r \begin{Bmatrix} 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 & y(1 - 2\eta + 2\eta^2) & 3\eta^2 - 2\eta^3 & y(\eta^2 - \eta) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{1,m}(t) \\ \theta_{1,m}(t) \\ w_{2,m}(t) \\ \theta_{2,m}(t) \end{Bmatrix} \sin k_m x \quad (1c)$$

ここに

$$k_m = m\pi/L, \quad \eta = y/b$$

である。式(1)においては、 θ は x 軸回りの回転角を表わし、 $u_{1,m}(t), v_{1,m}(t), w_{1,m}(t), \theta_{1,m}(t)$ は時刻 t における節線 1 での第 m 項に対する各変位成分の振幅を表わす。また、 $\langle \quad \rangle, \{ \quad \}$ はそれぞれ行ベクトルおよび列ベクトルを意味する。

式(1)を仮想仕事式に適用すれば、帯板要素に対する運動方程式が求められる。これに座標変換マトリクスを用いて、局所座標系に関する各マトリクスおよびベクトル量を全体座標系に関する量に変換し、すべての帯板要素について重ね合わせることで、薄肉断面部材に対する運動方程式がつぎのように得られる。

$$[M]\{\ddot{U}(t)\}+[K]\{U(t)\}=\{P(t)\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリクス、 $[K]$ は剛性マトリクス、 $\{U(t)\}$ は節線変位ベクトル、 $\{P(t)\}$ は節線外力ベクトルである。また、 $\ddot{U}(t)$ は $U(t)$ の t に関する2階微分を表す。

2.2 振動解析²⁾

式(2)において、

$$\{U(t)\}=\{U_0\}\sin \omega t \quad (3)$$

$$\{P(t)\}=\{0\} \quad (4)$$

とおけば、固有方程式がつぎのように得られる。

$$[[K]-\omega^2[M]]\{U_0\}=\{0\} \quad (5)$$

式(5)より求められた第 n 次までの固有モードを用いて、節線変位ベクトル $\{d(t)\}$ について次式のような座標変換を行う。

$$\{U(t)\}=\sum_{i=1}^n\{\delta_i\}q_i(t)=[F]\{q(t)\} \quad (6)$$

ここに、 $\{\delta_i\}$ 、 $[F]$ は第 i 次の固有モードおよびモードマトリクス、 $\{q(t)\}$ は基準座標ベクトルである。式(6)を式(2)に代入し、モードマトリクスの転置 $[F]^T$ を左から掛けると、次式が得られる。

$$[F]^T[M][F]\{\ddot{q}(t)\}+[F]^T[K][F]\{q(t)\}=[F]^T\{P\} \quad (7)$$

固有モードの直交性より、式(7)は各モードごとに分離された次のような n 個の独立な運動方程式になる。

$$\ddot{q}_i(t)+\omega_i^2q_i(t)=\frac{1}{m_i}\sum_{j=1}^nF_{ij}P_j(t)(=Q_i(t)) \quad (8)$$

ここで、 i 次モードに対する減衰定数を ζ_i として、式(8)に以下のような減衰項を加える。

$$\ddot{q}_i(t)+2\omega_i\zeta_i\dot{q}_i(t)+\omega_i^2q_i(t)=Q_i(t) \quad (9)$$

式(9)において、時間刻み Δt の間に外力が直線変化するものとして数値積分を行い、各モードに対する応答 $q_i(t)$ を求めて式(6)に代入することにより節線変位ベクトル $\{U(t)\}$ を求めることができる。

3. 数値解析結果と考察

3.1 解析モデル

図-3、4に解析断面および衝撃応答解析モデルを示す。使用した材料定数は、ヤング率 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、単位質量 $\rho=0.785\times 10^{-4}\text{kg/m}^3$ である。衝撃荷重はスパン中央断面の

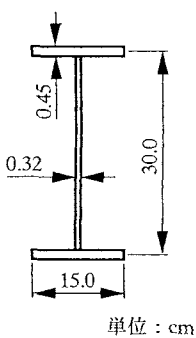


図-3 断面寸法

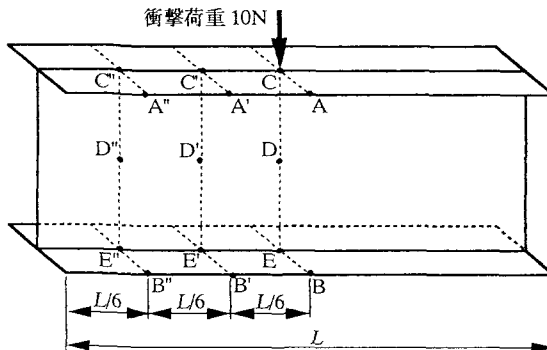


図-4 衝撃応答解析モデル

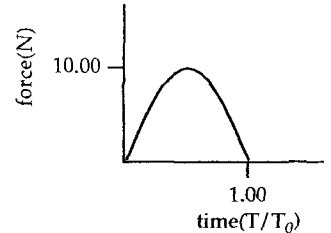


図-5 衝撃荷重

上フランジ中央に載荷し、スパン中央断面、スパンの3等分および6等分断面における上下フランジ自由縁、腹板と上下フランジの接合点、および図心の5箇所について変位応答を求めた。衝撃荷重は図-5に示すような大きさ10N、継続時間 T_0 の半周期正弦波パルスとした。減衰定数はすべてのモードについて0.02とし、応答計算の時間刻みは最小固有周期の約1/10とした。なお、帯板要素への分割は帯板の幅を一定として、フランジの要素数10、腹板の要素数20、合計40要素、41節線とした。また、モード解析に用いる項数および固有モードの次数は、変位応答の最大値が有効桁数3桁で収束するものを用いた。なお、ここでのモード次数は、項数1から最大項数 r までの固有円振動数を項数に関係なく値の小さい順に並べて第1次、第2次、…、第 n 次としたものである。

3.2 波動伝播特性

図-6は、図-3に示したI形断面ばりの強軸回りの曲げ波動分散曲線である。図中には、本解析方法による第3次までの位相速度分散曲線と、断面形不変を仮定したはり理論による位相速度分散曲線、およびフランジを2辺単純支持、1辺固定、1辺自由としたときの曲げ波動による位相速度分散曲線を示した。縦軸は、位相速度 c とせん断波速度 c_s の比 c/c_s 、横軸は桁高 h と波長 λ の比 α ($=h/\lambda$)である。第1次分散曲線は、 $\alpha < 0.1$ でははり理論と一致して0から増加し、 $\alpha = 0.1$ 付近で極大値を示した後、フランジの曲げ波動分散曲線と一致している。第2次および第3次分散曲線は、 α が小さい範囲ではそれぞれフランジの曲げ波動の第1次、第2次分散曲線と一致し、 α が大きくなるとフランジの曲げ波動の第2次、第3次分散曲線に漸近する。

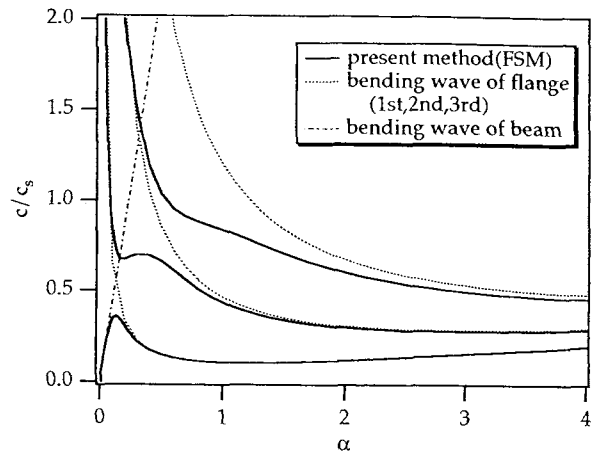


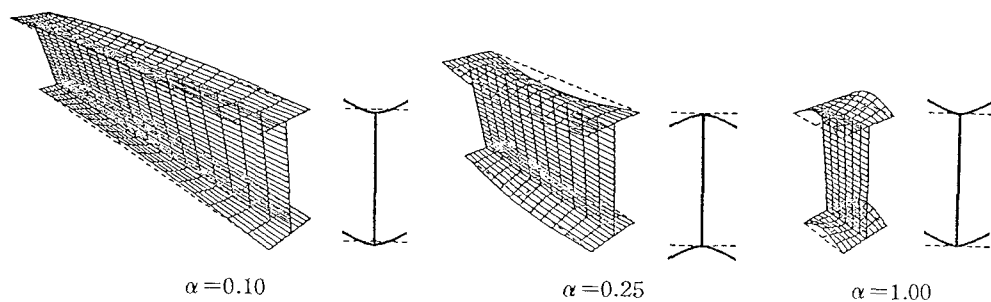
図-6 強軸回りの曲げ波動分散曲線

図-7は、 $\alpha = 0.10, 0.25, 1.0$ の時のはり全体の振動モードおよびスパン中央断面における断面変形モードを示したものである。第1次モードは、 $\alpha = 0.1$ でフランジの曲げ変形とはり全体の曲げ変形を示すが、波長が短くなると腹板は変形せずにフランジだけに曲げ変形が生じ、位相速度分散曲線の特徴を裏付けている。第2次モードは、 $\alpha = 0.1, 0.25$ でははり全体の变形は一致して上に凸となっているが、フランジの曲げ変形は $\alpha = 0.1$ で下に凸、 $\alpha = 0.25$ では上に凸と異なった向きを示している。また、 $\alpha = 1.0$ では第1次モードと同様にフランジの曲げ変形のみが生じているが、その形状は複雑になっている。第3次モードは、 $\alpha = 0.1$ で部材軸方向の变形が卓越し、 $\alpha = 1.0$ ではフランジと腹板の接合辺に变形が生じて、フランジの曲げ振動と腹板の面内振動の連成を示している。図-6に対応させると、フランジと腹板の連成振動が生じるような振動モードはフランジの曲げ波動の分散曲線あるいははりの位相速度分散曲線で近似できない領域のものであり、このような振動モードが卓越する動的応答では断面変形の影響が顕著に現われるものと考えられる。

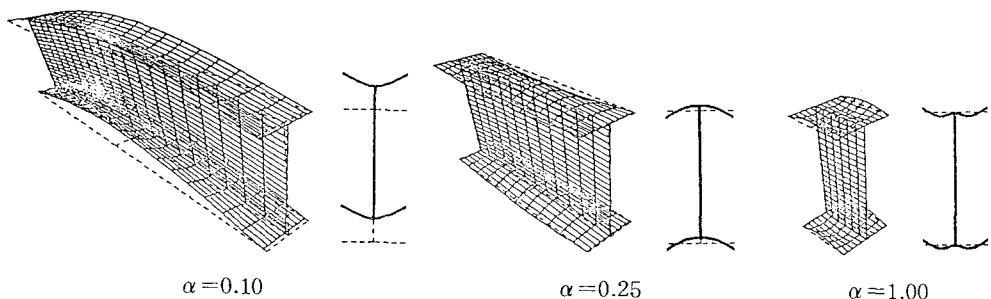
3.3 スパン長の変位応答への影響

3.2よりあまり大きくないスパン長では低次の振動でも断面変形の影響が生じることが明らかになった。そこで、スパン長の異なるはりについて、第1次固有振動が卓越するような荷重を作用させて変位応答を比較した。

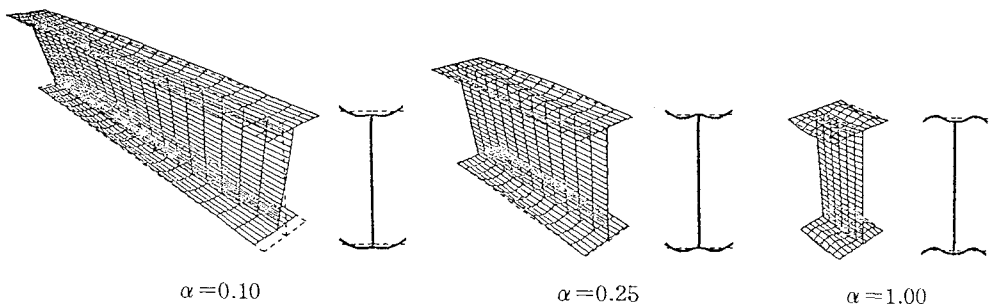
図-8に、スパン L と桁高 h の比 $L/h = 10, 4$ のはりにそれぞれの第1次固有周期の約1/2の継続時間の衝撃荷重を作用させたときのスパン中央断面の鉛直変位応答を示す。継続時間の具体的な値は、 $L/h = 10$ で



(a) 第1次モード



(b) 第2次モード



(c) 第3次モード

図-7 振動モード

は5 msec, $L/h = 4$ では1 msecである. モード解析には, $L/h = 10$ の時には項数28, モード次数120までを用い, $L/h = 4$ の時には項数16, モード次数100までを用いて解析を行った. 有限帯板法による解析結果は図-4に示した5箇所における応答を示し, はり理論による応答は一点鎖線で示している. また, 縦軸は鉛直変位, 横軸は時間と第1次固有周期の比 T/T_1 で表わした.

$L/h = 10$ では, 有限帯板法による各位置での応答は, 上下フランジの自由縁A, B点の振幅が腹板上のC, D, E点の振幅よりも3%程度大きい, 断面での各位置での応答周期はほぼ一致している. はり理論とは周期が異なるが同様の応答であり, 断面変形がほとんど生じていないはりとしての第1次固有振動が卓越した応答を示している.

$L/h = 4$ では, 腹板上のC, D, E点の応答はほぼ一致しているが, 上下フランジ自由縁A, B点において波動の立ち上がりに遅れが生じ, B点では荷重とは逆方向の変位を示している. 継続時間の短い荷重が上フランジ中央に作用して, フランジの幅方向腹板の深さ方向には縦波としての波動が伝播すると同時に上フランジの幅方向には自由縁に向かう曲げ波が伝播し, さらに, 腹板と下フランジ接合辺に到達した波動が下フランジに曲げ波として伝播する. すなわち, 載荷初期に腹板には縦波が伝播し, フランジには速度の遅

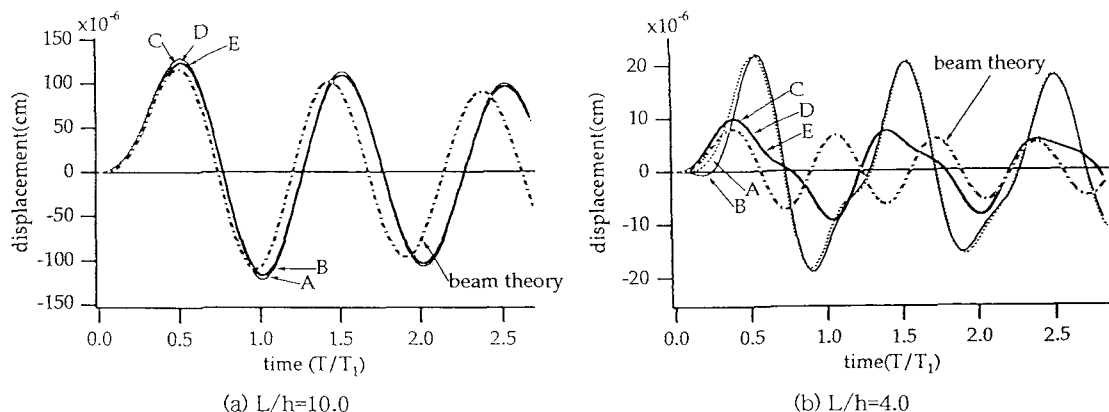


図-8 スパン長の変位応答への影響

い曲げ波が伝播するために、このような立ち上がりの遅れが生じるものと考えられる。また、フランジ自由縁の振幅は腹板の約2倍でフランジの振動が卓越しており、腹板より遅れて除荷後に最大振幅を示している。図心D点の応答をはりの応答とすれば、フランジ自由縁のピークは、はりが荷重方向にたわむ時にははりの変位のピークよりも遅れるが、逆方向にたわむ時には先行して生じ、腹板とは異なった応答となっている。はり理論による結果と比較すると、腹板の応答は荷重時ははり理論とほぼ同様であるが、その後は有限帯板法のほうが長い周期の応答を示し、はり理論のような正弦振動にはなっていない。本解析ではフランジの幅方向への曲げ波を考慮できることから、位相の異なるフランジの曲げ振動と腹板の面内振動の合成が評価されて、このようなはり理論と違いが生じるものと思われる。

3.4 荷重継続時間の変位応答への影響

図-9は、スパンと桁高の比 $L/h=4$ のはりについて、荷重の継続時間を2.0msec、0.5msec、および0.2msecと変化させた時の、スパン中央断面における各位置での鉛直方向変位応答の比較である。このときの計算は、項数41、モード次数620までを用いた。

$T_0=2.0\text{msec}$ では、波動の立ち上がりにずれが生じて最大変位に違いがあるが、除荷後の応答は上下フランジ自由縁A、B点および腹板上のC、D、E点でそれぞれ一致し、固有周期2.13msecに一致した正弦波形に近い応答波形を示している。腹板およびフランジ自由縁における変位のピークが生じる時間にはわずかのずれがあり、図-8(b)とは異なって、フランジのピークははりが荷重方向にたわむときに先行し、逆方向にたわむときには遅れて生じている。はり理論による結果は、荷重初期には腹板の応答と一致しているが、除荷後は急速に振幅が小さくなり、有限帯板法による結果と全く異なったものとなっている。

$T_0=0.5\text{msec}$ では、腹板上のC、D、E点の波動の立ち上がりにずれが見られ、腹板の深さ方向への縦波の伝播が評価されていることがわかる。最大変位は除荷直後に生じ、その後は腹板上のC、D、E点の応答は一致して1msecまではり理論とほぼ同様の応答を示すが、3.3でも述べたように腹板の面内振動とフランジの曲げ振動の合成により1msec以降にはり理論との応答の違いが生じている。上下フランジの自由縁A、B点は、荷重時に荷重方向とは逆方向の変位が生じた後に正方向の変位を示し、腹板との位相のずれは $T_0=2.0\text{msec}$ のときよりも大きくなっている。

$T_0=0.2\text{msec}$ では、断面上の各位置における波動の立ち上がりの違いが一層顕著になり、第1次振動のピークの前に複数のピークが現われて高次振動の影響が生じている。腹板上のC、D、E点の応答は最大変位を示した後はほぼ一致しているが、上下フランジ自由縁A、B点は上フランジの方が高次成分が卓越する傾向を示している。また、フランジ自由縁の最大振幅は腹板の約2.4倍となった。

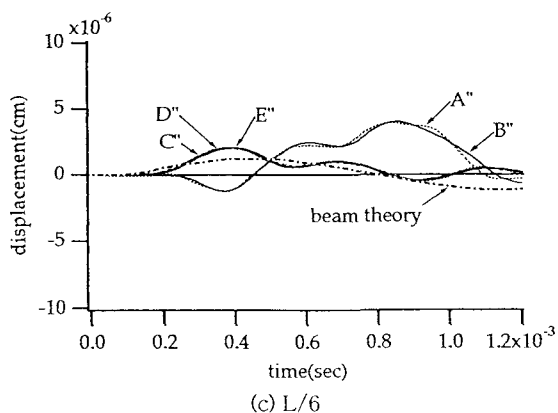
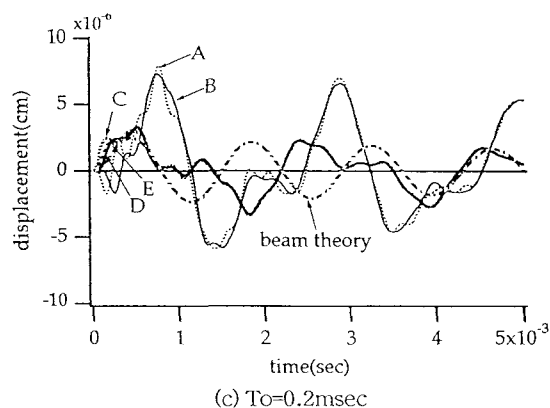
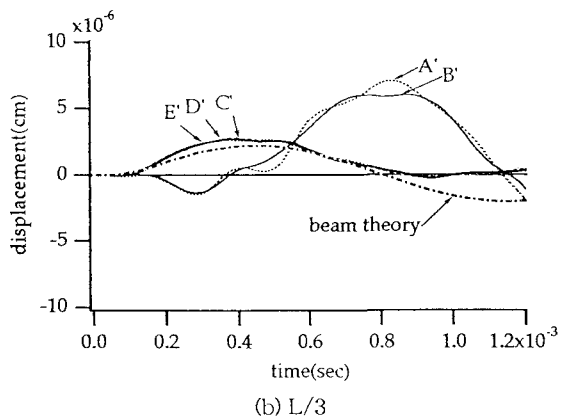
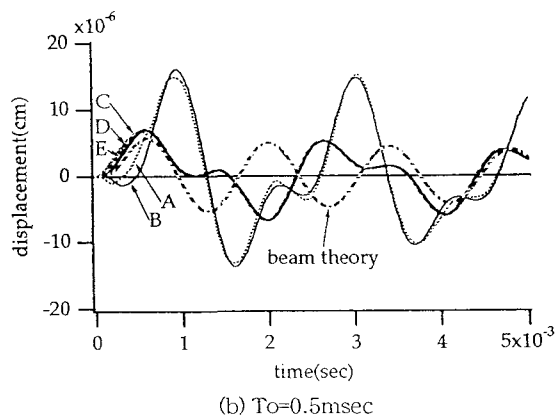
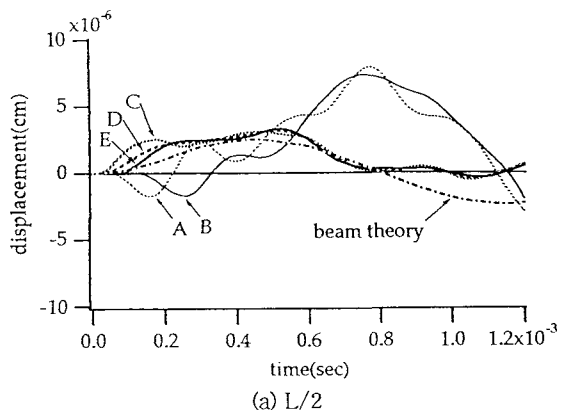
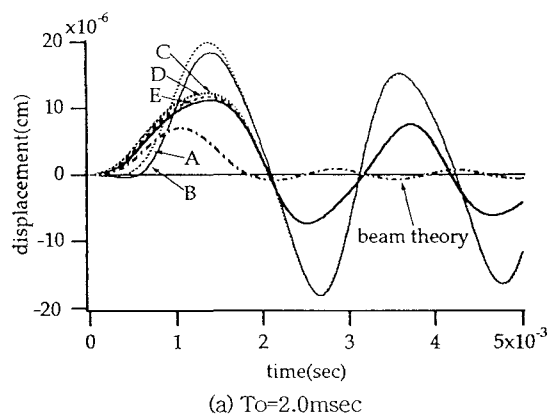


図-9 荷重の継続時間による応答の違い

図-10 異なる断面位置での変位応答($T_0=0.2\text{msec}$)

図-10は、スパンと桁高の比 $L/h = 4$ のはりについて、荷重継続時間を 0.2msec としたときの、支点からの距離が $L/2$ 、 $L/3$ 、および $L/6$ の断面における鉛直変位応答の比較である。スパン中央断面の応答は図-9(a)の時間軸を拡大したものであり、腹板の深さ方向での波動の立ち上がりの遅れや第1次振動によるピークの前に複数のピークが存在していることなどが先の図よりも明確になっている。スパンの3等分断面および6等分断面では波動の立ち上がりに乱れはなく腹板上のC、D、E点の応答はほぼ一致する。支点に近い6等分断面では、第1次振動による変位よりも高次振動による変位が大きくなり、高次振動が卓越した応答を示している。3つの断面における腹板の応答を比較すると、スパン3等分断面には高次成分があまり

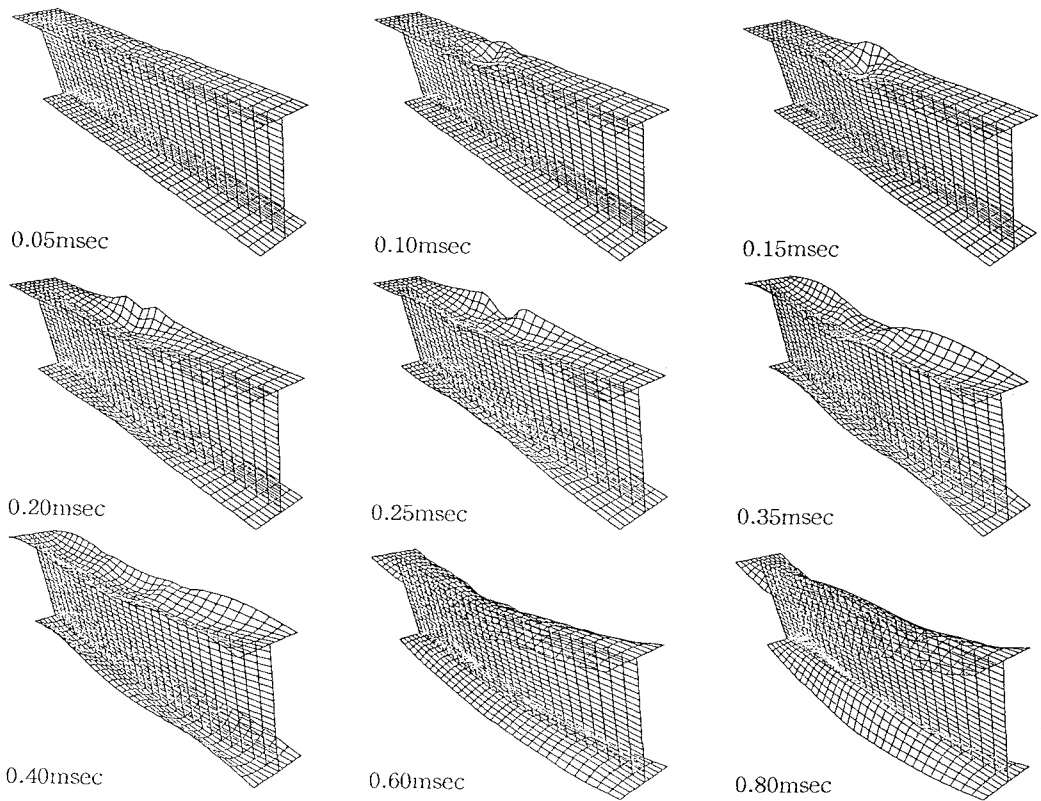


図-11 部材の変形状態の時間的变化

り現われていないことから、高次振動のモードはこの位置が節になっている項数3の振動モードであることが推測される。

衝撃荷重載荷直後のI形部材の挙動を波動伝播の観点から考察するため、スパンと桁高の比 $L/h=4.0$ の部材に継続時間0.2msecの荷重を作用させたときの適当な時間間隔ごとの部材の変形状態の変化を図-11に示す。変形図は、帯板要素の節線を部材軸方向に30等分した各位置での変位量に適当な倍率を掛けて描いており、実際よりは誇張されたものとなっている。0.05msecでは載荷点付近だけに変形が見られ、スパン中央断面のフランジ自由縁には大きな変形は見られない。0.10msecにはスパン中央断面の腹板上部に深さ方向の圧縮が生じ、上フランジ自由縁にはこれとは逆方向の変形が生じている。0.15msecには上フランジ自由縁の変位量はさらに大きくなり、下フランジにも変形が生じる。0.20msecには上フランジ自由縁の変形が2つに別れて両端支点に向かって伝播し始める。0.25msecには腹板は部材軸方向に1次の曲げ振動となり、0.35、0.40msecでは断面の変形を伴う高次モードの振動が支点に到達し、反射してフランジの変形はより全体に広がる。0.60、0.80msecでは部材軸方向に1次の曲げ振動が卓越しているが、上フランジ自由縁に高次の振動が見られる。

3.5 ひずみの伝播

図-12は、 $L/h=4.0$ 、 $T_0=0.2\text{msec}$ のときのスパン中央断面における部材軸方向ひずみ ε_x の応答である。なお、ここでの解析は、3.1で述べたような変位を精度の判定基準としている。図中には、はり理論による下フランジ中央のひずみ応答も示した。縦軸は部材軸方向ひずみであり、横軸は経過時間である。有限帯板法による結果とはり理論による結果では、振幅および周期はほぼ一致するが有限帯板法による結果の方

が高周波成分が卓越し、0.7msecから1.5msec、2.8msecから3.5msecの間では特に高次成分が卓越しては
り理論とは異なった応答を示している。載荷点であるC点では載荷時に圧縮ひずみのピークが発生し、除荷
後第1次振動による最大変位を示している。図心のD点はC点の応答から第1次振動による応答を除いたよ
うな応答であり、上フランジ自由縁A点は載荷時のピークはないが除荷後のC点とほぼ一致した応答を示し
ている。一方、下フランジ自由縁B点および腹板下縁D点は、波動の立ち上がりに遅れがある、0.7msecま
でに同程度の2つのピークを有するなど、上フラン
ジとは異なった応答を示している。

図-13は、スパンと桁高の比 $L/h=4.0$ の部材に
継続時間0.2msecの荷重を作用させたときの曲げひ
ずみ分布について、時間の経過に伴う変化を示した
ものである。実線が引張りひずみ、点線が圧縮ひず
みを表わし、端がスパン中央断面、右端が支点であ
る。0.06msecから0.1msecでは、上フランジには
支点に向かって圧縮ひずみと引張りひずみが交互に
現われ、支点に向かう波動の伝播を表わしている。
また、腹板では中立軸が上部にあってひずみは線形
分布を示さず、図心付近に大きなひずみが生じてい

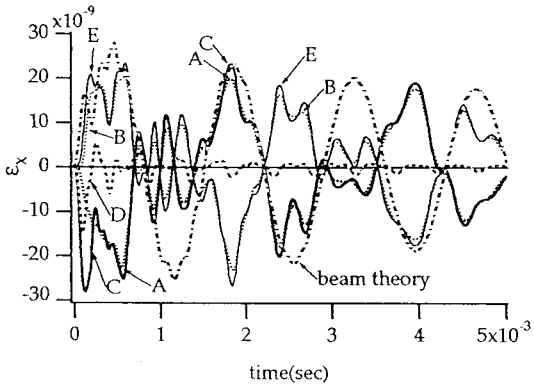


図-12 スパン中央断面での曲げひずみ応答($T_0=0.2\text{msec}$)

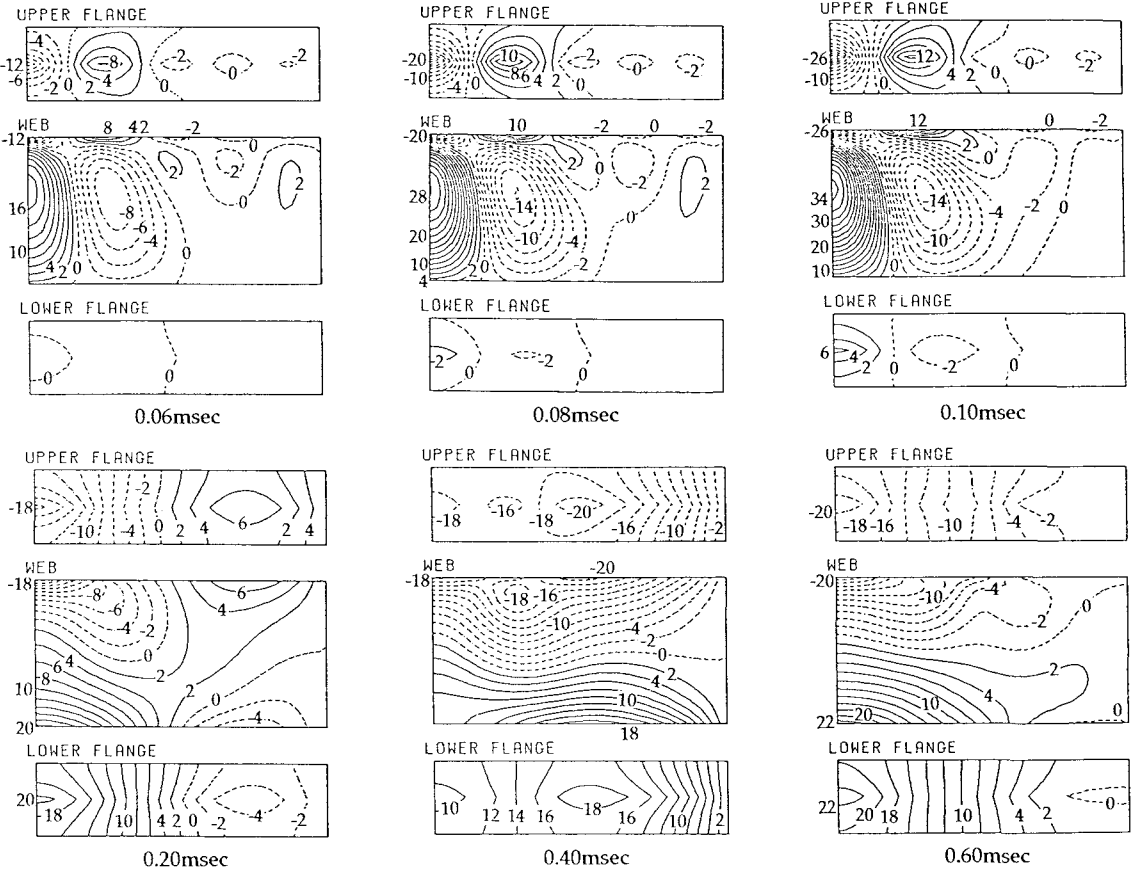


図-13 曲げひずみ分布 ($\times 10^{-9}$)

る。0.2msecになるとスパン中央断面近くの中立軸は下方に移り、0.4msecでは、上フランジ全体が圧縮、下フランジが引張りとなって腹板のひずみ分布ははり理論による曲げひずみ分布に近いものとなっている。

4. まとめ

単純支持鋼 I 形断面はりについて、スパン中央断面の上フランジ中央に横衝撃荷重が作用する場合の弾性応答解析を、有限帯板法とモード解析法を用いて行った。本研究の成果をまとめると以下のようになる。

(1) 桁高30cm, フランジ幅15cm, 腹板厚0.32cm, フランジ幅0.45cm, スパンと桁高の比4の鋼 I 形断面はりについて、断面各位置における鉛直変位および曲げひずみの応答を求め、衝撃荷重載荷直後の断面形状の変化およびひずみの伝播の様子を把握することができた。

(2) 衝撃荷重によるフランジ自由縁と腹板の鉛直変位応答は応答周期はほぼ一致するが、最大変位の生じる時刻は異なり、フランジ自由縁の最大変位は腹板が荷重方向にたわむときには先行し、反対方向のときには遅れて生じる。また、フランジ自由縁の鉛直変位は腹板よりも大きな振幅を示し、その割合は荷重の継続時間が短くなるほど大きくなる。

(3) 上下フランジの鉛直変位応答は、荷重の継続時間が長いときにはほぼ一致するが、荷重の継続時間が短くなると違いが生じ、載荷点側のフランジに高次振動の影響が現れる。

(4) 継続時間の短い衝撃荷重を作用させたときの曲げひずみは、載荷点付近に圧縮ひずみが集中するとともに断面図心において大きな引張りひずみが生じる。

参考文献

- 1) 能町純雄, 角田与史雄, 岸徳光: 薄肉H形断面ばりの弾性波位相速度について, 土木学会論文報告集, 第244号, pp.37~45, 1975.
- 2) 中村秀治: 断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析, 土木学会論文報告集, 第223号, pp.11~22, 1974.
- 3) 岡村美好, 深沢泰晴: 鋼薄肉断面ばりの固有振動モード解析, 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, I-480, 1991.
- 4) 岡村美好, 深沢泰晴: 薄肉断面部材の波動伝播特性について, 山梨大学工学部研究報告, No.42, pp.73~84, 1991.
- 5) Cheung, Y. K. : Finit Strip Method in Structural Analysis, PERGAMON PRESS, 1976.
- 6) 三上修一, 大島俊之, 能町純雄: 複合材料長方形ばりの応力波動解析とその健全度評価への応用, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.795~804, 1989.
- 7) Takano, H., Kishi, N., and Nomachi, S., G. : On Dynamic Behavior on Beams with Rectangular Cross Section under Impact Load, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.28, pp.369~378, 1980.
- 8) Takano, H., Nomachi, S. G., and Kishi, N. : On the Bending Impulse of Simple Supported Composite Beams, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.29 pp.213~223, 1981.
- 9) 菅田紀之, 岸徳光: 衝撃荷重による矩形梁の動的応答倍率, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1501~1511, 1993.

(1993年9月16日受付)