

解特性に着目した離散的2目的最適塑性設計法に関する一考察

A DISCRETE TWO-OBJECTIVE OPTIMAL PLASTIC DESIGN METHOD CONSIDERING THE CHARACTERISTICS OF DISCRETE SOLUTIONS

三原徹治* 千々岩浩巳**

by Tetsuji MIHARA and Hiromi CHIJIWA

This paper proposes a discrete two-objective optimal plastic design method based on the satisficing trade-off method. An advanced enumeration method is developed by using the following matters from the characteristics of discrete solutions:

- *1) The difference between the "satisficing" of continuous optimal solution and the one of discrete solution is approximated by the function of structural weight which can be calculated without the structural analysis.
- *2) The coefficient for limiting the research region is introduced to sure judgement of the possibility for advancing discrete solution.
- *3) The initial discrete solution is found from the continuous optimal design values.

Two frame structures are designed as numerical examples to illustrate the characteristics of the proposed method, numerically.

Key words : discrete two-objective optimal plastic design, frame structures, satisficing trade-off method, enumeration method

1. 緒 言

近年、土木・建築構造物の解析・設計・施工における最適化技術の応用範囲を拡大するためのひとつの方向性として離散変数・非連続関数を含む離散的最適化手法の開発が関心を集めている^{1)~5)}。特に、明解な理論構成が特色であるGA (genetic algorithm) の最適構造設計への応用⁶⁾には高い汎用性が期待される。ただし、得られる解の最適性に関しては本質的に保証不能であり、組合せの総数が天文学的に大きく通常の方法ではいわゆる「ほどほどの解」を得ることも困難な問題への適用に非常に効果的と判断される。一方、従来の研究において離散的最適化問題として定式化される最適構造設計問題は、設計変数のとり得る値に関して非常に強い制約のある連続最適化問題と解釈できるものが、現在の時点では大半を占めており、このような問題では離散最適解と連続最適解との何らかの関連などの最適解特性を有する場合もあるように予想され、これを活用することにより真の離散最適解を容易に得ることができる手法の開発にも可能性が残されていると考えられる。

* 工博 九州共立大学助教授 工学部土木工学科 (〒807 北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)

** アルファコンサルタント(株) 九州支社 (〒812 福岡市博多区綱場町5-15)

また、構造設計のプロセスは必ずしもあるひとつの目的関数の最適化に留まらず同時に複数の目的を最適化するものという観点から、著者らは2目的最適塑性設計を対象として離散的な多目的構造設計法に関して基礎的な検討を行ってきた⁴⁾が、離散的な単一目的問題に関して実績ある分枝限定法に基づく解法では真の離散最適解が得られない場合もあることが数値計算結果から判明した。さらに、真の離散最適解を求めるだけであれば列挙法を用いることができるが、従来から指摘されているようにその計算量が膨大になり効率性の面から適用対象が制限される。

本研究は、離散的な最適構造設計問題において予想される最適解特性を明らかにしたうえで、その解特性を取込むことによって「列挙法のように真の離散最適解を得ることができ、しかも分枝限定法のように効率的な解法」の開発を企図するという研究目的から、先の研究⁴⁾と同様に取扱い容易な離散的2目的最適塑性設計を対象とした設計法の開発手順と提案法の適用性について検討するものである。すなわち、文献4)の数値計算例から列挙法による離散最適解探索過程で得られた離散解の性質を「満足度」の観点から数値的に検討し直す。この際検討パラメータにはその算定に構造解析を必要としない構造重量を選ぶ。次に得られた解特性から評価関数の近似式の設定、探索域拡張係数と名付けた正定数の導入による改良可能性判定式を提示し、単純なフローで表現できる解法アルゴリズムを構築する。このとき計算効率向上のため連続最適解から初期離散解（初期段階における離散最適解の有力候補）を決定する方法を採用する。最後に数値計算を行い、本提案法の解の保証性と効率性について列挙法および分枝限定法に基づく解法との比較検討を行う。

なお、本研究では慣用の剛塑性理論にしたがい、分布荷重は等価な集中荷重に置換できるものとする。

2. 離散的2目的最適塑性設計基本式

本研究で対象とする設計問題は、安全性と経済性を同時に目的とする連続的2目的最適塑性設計基本式に満足化トレードオフ法におけるスカラー化手法を適用したLP問題を基礎とし、設計変数 $\mathbf{X}$ を離散量とする最適化問題⁴⁾である。離散解の最適性規準を、文献4)での検討結果から満足度偏差 n （離散解の満足度と連続最適解のそれとの距離の2乗）の最小化を図る $n_{\min}$ 規準とすると設計基本式は式(1)のように定式化される。

未知数： $n, \mathbf{X}^d, \alpha^d$

$$\text{目的関数： } n = n_w + n_\alpha = (Z_w^c - Z_w^d)^2 + (Z_\alpha^c - Z_\alpha^d)^2 \rightarrow \min. \quad \text{----- (1a)}$$

$$\text{制約条件： } \mathbf{C}^T \mathbf{Q} - \alpha^d \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad \text{----- (1b)}$$

$$\mathbf{N}^T \mathbf{Q} - \mathbf{R}^T \mathbf{X}^d \leq \mathbf{0} \quad \text{----- (1c)}$$

$$Z_w^d = (\mathbf{a}^T \mathbf{X}^d - W_s) / (W_A - W_s) \quad \text{----- (1d)}$$

$$Z_\alpha^d = (\alpha^d - \alpha_s) / (\alpha_A - \alpha_s) \quad \text{----- (1e)}$$

$$Z_w^c = (\mathbf{a}^T \mathbf{X}^c - W_s) / (W_A - W_s) \quad \text{----- (1f)}$$

$$Z_\alpha^c = (\alpha^c - \alpha_s) / (\alpha_A - \alpha_s) \quad \text{----- (1g)}$$

ここに、式(1b)は内力 $\mathbf{Q}$ と外力 $\alpha^d \mathbf{F}$ が常につりあうという平衡条件を示し、式(1c)は内力 $\mathbf{Q}$ がその塑性容量 $\mathbf{R}^T \mathbf{X}^d$ を越えないという降伏条件を示しており、構造的に静的許容な状態にあることを保証している。目的関数値の算定に必要な離散解および連続最適解の満足度は式(1d)～(1g)で算定される。ただし、 n は満足度偏差、 $\mathbf{X}^d$ は離散設計変数ベクトル、 α^d は離散設計変数 $\mathbf{X}^d$ に対する崩壊荷重係数、 $\mathbf{C}$ は適合マトリックス、 $\mathbf{Q}$ は内力ベクトル、 $\mathbf{F}$ は基準となる外力ベクトル、 $\mathbf{N}$ は降伏面における単位法線マトリックス、 $\mathbf{R}$ は塑性容量の1次微係数マトリックス（ $\mathbf{R}^T \mathbf{X}^d$ は離散設計変数 $\mathbf{X}^d$ の塑性容量ベクトル）、 $\mathbf{a}$ は重量換算係数ベクトル、 Z_w, Z_α はそれぞれ構造重量 W および崩壊荷重係数 α に関する満足度であり、上付添字 d, c はそれぞれ

離散解および連続最適解を示し、下付添字 A, S はそれぞれ希求水準および理想点を示し、さらに上付添字 T は転置を示す記号である。なお、離散設計変数 X^d に対する塑性崩壊荷重係数 α^d は塑性解析の静的定理に基づき式(2)に示す LP 問題の解として別途求められる。

$$\alpha^d = \{ \max \alpha \mid C^T Q - \alpha F = 0, N^T Q \leq R^T X^d \} \quad \text{----- (2)}$$

また、満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法は各目的に関する満足度の均一化により Pareto 解を求める手法であるため式(1f, g)に示す Z^{w*} と $Z^{\alpha*}$ は一般に一致し、その値 Z は実際には次の連続的最適化問題の目的関数値として得られる⁶⁾。

未知数: Z, X^e, α^e

$$\text{目的関数: } Z \rightarrow \min. \quad \text{----- (3a)}$$

$$\text{制約条件: } C^T Q - \alpha^e F = 0 \quad \text{----- (3b)}$$

$$N^T Q - R^T X^e \leq 0 \quad \text{----- (3c)}$$

$$a^T X^e - (W_A - W_S) Z \leq W_S \quad \text{----- (3d)}$$

$$\alpha^e - (\alpha_A - \alpha_S) Z \geq \alpha_S \quad \text{----- (3e)}$$

ただし、 X^e は連続設計変数ベクトル、 α^e は連続設計変数 X^e に対する塑性崩壊荷重係数である。

3. 満足度を焦点とする解特性分析

(1) 列挙法および分枝限定法に基づく解法による解⁴⁾

式(1)に示す離散的最適化問題の解法として文献(4)では列挙法と分枝限定法に基づく解法を用いた。

列挙法によって離散最適解を求める手法は、まず、与えられた離散値データのある組合せ X^d に対して構造重量 $a^T X^d$ を算定し、式(2)による塑性解析結果から崩壊荷重係数を求め、式(1d)、(1e)を用いて各満足度を算出し、式(1a)から満足度偏差 n 値を求める。この一連の計算をすべての組合せについて行う。次に、それらの中から最も n 値を小さくする離散値データの組合せを離散最適解と判定する。このような列挙法によれば非常に大きな計算量を必要とするが、確実に離散最適解が得られる。

一方、分枝限定法は与えられた離散値データを用いて連続的最適化問題（基礎式）における変数の上下限値制約の設定を変えることにより変数の離散化を図るとともに、得られた評価関数値により解の改良の可能性を判断しながら分枝を繰返し、結果的に離散最適解を得る手法であり、この考え方に基づいて図-1に示すような解法アルゴリズムを構築することができた。ここに、評価関数の初期値 n^* は連続最適解の設計変数値を最も近い離散値データで置換した離散解に対する構造重量と崩壊荷重係数から算定される。

分枝限定法に基づく解法は列挙法に比較して非常に効率的であることを数値計算結果から確認することが

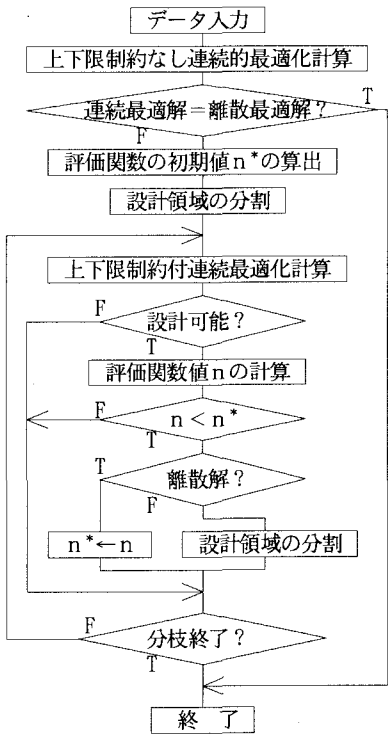


図-1 分枝限定法に基づく解法アルゴリズム

できた。しかし、基礎式（式(3)に設計変数の上・下限值制約を付加した連続的最適化問題）の目的関数（式(3a)）と問題全体の評価関数（式(1a)）が異なるため真の離散最適解が得られない場合があるという欠陥があることも判明した。

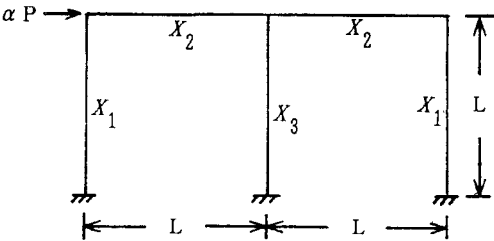


図-2 1層2スパンラーメン

表-1 離散値データ (tf・m)

No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント
1	2.102	12	11.400	23	24.960
2	2.448	13	12.600	24	27.120
3	3.696	14	13.008	25	30.720
4	3.768	15	13.392	26	31.920
5	3.768	16	13.560	27	33.840
6	5.016	17	17.184	28	34.800
7	5.904	18	19.320	29	36.000
8	7.416	19	20.616	30	36.720
9	7.656	20	20.832	31	38.640
10	8.784	21	23.040		
11	8.856	22	24.480		

(2)解特性

列挙法のように真の最適解を得ることができ、しかも分枝限定法に基づく解法のように効率的な解法を模索するため、列挙法による離散最適解探索過程で得られた離散解の性質を「満足度」の観点から数値的に検討し直した。その際、この種計算においては構造解析に必要な計算量が全計算量のほとんどを占めることから、少ない構造解析回数ですむ解法を目標とし、単純な計算で求めることができる構造重量を検討パラメータに選んだ。

検討に用いた解析モデル（1層2スパンラーメン、 $L = 4.0\text{m}$ 、 $P = 10.0\text{tf}$ ）を図-2に、表-1に離散値データ⁷⁾、図-3に検討結果の一例として $\alpha_A = 1.9$ 、 $\alpha_s = 10.0$ 、 $W_A = 180.0$ 、 $W_s = 0.0$ （ただし、本研究の数値計算にはすべて曲げモーメントが支配的なラーメン構造を対象とするので構造重量 W には重量関数⁸⁾を用いる。その単位は $\text{tf}\cdot\text{m}^2$ 、以下同じ）の場合の構造重量 W と満足度偏差 n との関係を示す。

図-3(a)は全体的な関係図であり、図-3(b)は離散最適解が存在する可能性が高い連続最適解近傍の関係図である。他の計算パラメータを設定した場

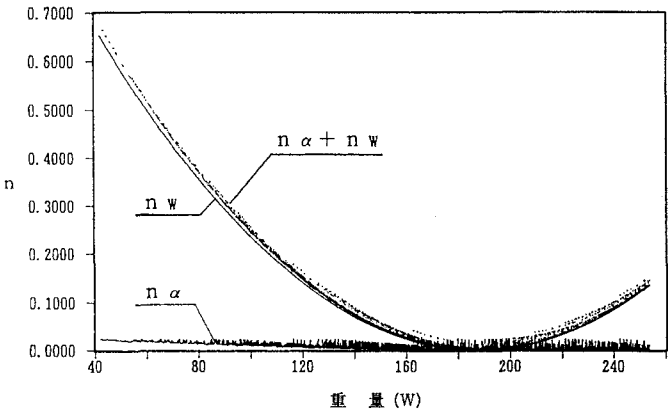


図-3(a) 構造重量～満足度偏差関係（全体）

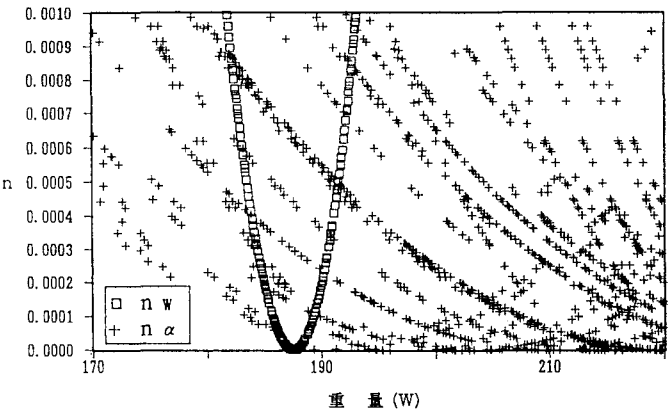


図-3(b) 構造重量～満足度偏差関係（連続最適解近傍）

合にも同様の関係を得ることができた。

図-3(a)より全体的に n_a は比較的小さな値であること、 n_w は連続最適解において $n_w=0.0$ となる放物線であるため連続最適解の構造重量と離散解の構造重量との差の2乗に比例して増加し、全般的に支配的であることがわかる。しかし、図-3(b)より連続最適解近傍においては n_a が比較的不規則な変化を示し、さらに $n_w < n_a$ となることもある。これは離散解の構造総重量 W は構造各部材の組合せによらず単純にそれらの重量の和で求められるものであるのに対し、塑性崩壊荷重係数 α は部材の組合せによっては崩壊モードが異なることもあることから、構造重量と一義的な関係にないためと考えられる。

以上の結果より離散的2目的最適塑性設計の構造重量 W と n の関係に関する解特性を次のようにまとめることができる。

- ①全体的には単純な計算で求めることができる n_w が支配的である。
- ②連続最適解近傍では n_w よりも構造解析結果より算定される n_a が支配的となることもある。

4. 解特性に基づく解法アルゴリズムの構築

上記解特性を考慮すれば、離散的2目的最適塑性設計のより効率的な解法の指針として、まず n_w によってある離散解が最適離散解である可能性を大略判定し、連続最適解近傍では $n (= n_w + n_a)$ を用いてその最適性を判定することによって小さな計算量で離散最適解を求めることができると考えられる。以下この指針に基づく解法アルゴリズムを構築する。

(1)初期離散解の決定法

本研究で対象とする設計問題の場合、すべての離散値データの組合せが可能離散解となる。よって、より良い(n が小さい)離散解を初期の離散最適解の有力候補とすることができれば、その後の離散最適解探索が効率的に行われることになる。離散最適解が結果的に連続最適解近傍に存在することから、1ランクアップ設計を初期値に採用することが考えられる。しかし、後述する数値計算例で示すように、すべての設計変数に連続最適解より1ランク大きい離散値データを用いる1ランクアップ設計では、満足度偏差が比較的大きな値となることがある。このため、本研究では次のように初期値を決定する方法を用いた。

- ①求められた連続最適解から与えられた離散値データに基づいて1ランクアップおよび1ランクダウンの離散値データを各設計変数について求める。
- ②求められた各設計変数につき2種の離散値データのすべての組合せ(設計変数が M 個の場合 2^M 個)の満足度偏差を厳密に求める。
- ③満足度偏差の最小値を初期値 n^* とし、その組合せを最適離散解の有力候補とする。

この方法によれば設計変数の数が増えると、初期値 n^* を求めるためにかなり大きな計算量を必要とすることになる。その場合には次項に述べる評価関数の近似式を導入するなどの方策が考えられる。ただし、本研究では解法の提案とその特性分析を重点とし、取扱う計算例の設計変数の数も最大4であるから、あえて満足度偏差を厳密に求めることとした。

(2)評価関数の近似式と探索域拡張係数の導入

離散解の最適性を評価する評価関数値 $n (= n_w + n_a)$ の n_w は、構造重量～満足度偏差空間において点 $(W^*, 0.0)$ を頂点とする下に凸な放物線で表され、ある構造重量 W^d の満足度偏差 n_w^d 値は構造解析を行うことなく簡単に求めることができる。また、連続最適解では一般に満足度の均一化が図られ、次式の関係が成立する⁹⁾。

$$Z_w^c = Z_{\alpha}^c \quad \text{-----} \quad (4)$$

離散最適解においても同様に満足度が均一化されると仮定すると $Z_w^d \doteq Z_{\alpha}^d$ から $n_w^d \doteq n_{\alpha}^d$ の関係が得られ、次式に示す n_{AP} は評価関数の近似値となる。

$$n_{AP} = 2 n_w^d \quad \text{-----} \quad (5)$$

式(5)で算定される近似値 n_{AP} は $n_w^d \doteq n_{\alpha}^d$ を仮定しているためこの仮定が成立しない場合には近似度が低下する。いま、 n^* を第 $(k-1)$ 番目までの離散解の満足度偏差の最小値、 $(X^d)^k$ を第 k 番目の離散値データの組合せ、 n_{AP}^k を $(X^d)^k$ に対して式(5)で算定される n_{AP} 、 n^k 、 n_w^k 、 n_{α}^k をそれぞれ $(X^d)^k$ に対する真の n 、 n_w 、 n_{α} とすると、 $(X^d)^k$ が離散最適解の最も有力な候補であるか否かの判定は n^k と n^* の大小関係から次のようになされる。

- 1) $n^k \leq n^*$ の場合： $(X^d)^k$ は離散最適解の最も有力な候補（改良離散解）
- 2) $n^k > n^*$ の場合： $(X^d)^k$ は離散最適解の候補から除外。

ただし、 n^k は厳密な満足度偏差値であるので上記関係により $(X^d)^k$ が改良離散解か否かを判定するときにはすべての離散値データの組合せに対して構造解析を行わなければならない、結果的には通常の列挙法と同じになる。そこで、構造解析を行うことなく構造重量値のみを用いて式(5)で算定される n_{AP}^k と n^* 、および n^k と n^* の関係を用いて $(X^d)^k$ の改良離散解の可能性をまとめると次の4通りに場合分けされる。

- 1) $n_{\alpha}^k \geq n_w^k$ の場合、 $n^k \geq n_{AP}^k$ より
 - a) $n^* \leq n_{AP}^k$ の場合： $n^* \leq n_{AP}^k \leq n^k \dots (X^d)^k$ は離散最適解の候補から除外（構造解析は不要）。
 - b) $n^* > n_{AP}^k$ の場合： $n^* > n_{AP}^k < n^k \dots (X^d)^k$ が改良離散解である可能性あり（ n^k を厳密に求めるため構造解析が必要）。
- 2) $n_{\alpha}^k < n_w^k$ の場合、 $n^k < n_{AP}^k$ より
 - c) $n^* < n_{AP}^k$ の場合： $n^* < n_{AP}^k > n^k \dots (X^d)^k$ が改良離散解である可能性あり（ n^k を厳密に求めるため構造解析が必要）。
 - d) $n^* \geq n_{AP}^k$ の場合： $n^* \geq n_{AP}^k > n^k \dots (X^d)^k$ は常に改良離散解（新たな n^* を求めるため構造解析が必要）。

すなわち、 $n^* > n_{AP}^k$ が成立するとき、 $(X^d)^k$ は改良離散解（Case d）かその可能性がある（Case b）ため構造解析が必要である。ただし、Case c) では $n^* < n_{AP}^k$ であるが、 $(X^d)^k$ が改良離散解である可能性が一部残り、単純に $n^* > n_{AP}^k$ の成立だけで構造解析の必要性を判定することができない。そこで、Case b), d) および Case C) をすべて判定できる関係式を次式のように設定した。

$$n_{AP}^k < \mu n^* \quad \text{-----} \quad (6)$$

ここに、 μ は正の定数である。 $n_{AP}^k < n^*$ が成立するとき（Case b), d)）式(6)が成立するのは自明である。一方、 μ をある程度以上大きく設定するとCase c)において式(6)が成立することになる。このとき、本来構造解析を必要としないCase a)においても式(6)が成立し構造解析が必要と判定される場面も生じるが、結局、構造解析が必要なすべてのCaseを n_{AP}^k 値を用いて判定することができる。なお、 μ を大きくすると式(6)から改良離散解が存在すると考える領域を拡張することになり、探索域に真の解が含まれない場合を回避しやすくなるのでこの μ を探索域拡張係数と呼ぶことにする。 μ 値については次節の数値計算例で述べる。

(3) 解法アルゴリズム

以上の近似式および探索域拡張係数を用いた離散的 2 目的最適塑性設計法の解法アルゴリズムは図-4のとおりである。

5. 数値計算例

(1) 計算例 1 : 1 層 2 スパンラーメン

比較的単純な構造を対象として本法の解法特性を検討するため、図-2に示す 1 層 2 スパンラーメンの数値計算を図-4に示す解法アルゴリズムにより行った。表-1に示す離散値データを昇順に組合せ、検討すべき離散解を順次生成した。

本法による計算結果の一例として、 $W_s=0.0$, $W_A=180.0$, $\alpha_s=10.0$, $\alpha_A=1.0$ の場合の解の改良過程を表-2に示す。探索域拡張係数 μ には $\mu=2.0$ を用いた。本例では設計変数の数が 3 であるので 8 個の初期離散解について構造解析を行ったうえで n ($=n_w+n_a$) 値を算定し、その最小値 0.00067×10^{-2} を初期の n^* とするとともにその初期離散解⑦を離散最適解の有力候補として図-4に示す解法アルゴリズムにそって解の改良を行うと、計 3 回の改良によって別途列挙法によって求めた真の最適離散解に一致する改良離散解[3]を得た。

初期離散解⑦の満足度偏差 n は、1 ランクアップ設計に相当する初期離散解⑧の n より 2 オーダー小さく真の離散解の n と同じオーダーであり、本法で用いた初期離散解の決定法がかなり効果的であることがわかる。真の離散解が得られるまでに必要とした構造解析回数は 123 回であり、列挙法に要する 31³ 回に比較して格段に効率的であることが認められる。

次に、 $\mu=1.0, 2.0, 3.0$ と設定し α_A のみ

を 0.2 刻みで変化させた場合の離散最適解および必要とした構造解析回数 N_a を表-3に示す。他の計算パラメータは $W_s=0.0$, $W_A=180.0$, $\alpha_s=10.0$ に固定した。表-3には列挙法による真の解 X_i ($i=1..3$), α , W 、分枝限定法に基づく解法による解および計算に要した全節点数 N_n を併記する。ただし、分枝限定法に基づく解法および本法の $\mu=1.0$ の欄には真の解と異なる解が得られた場合のみ、その解を示している。本法の $\mu=2.0, 3.0$ ではすべての場合に真の解と一致した解が得られたため N_a のみを示している。

表-3から、まず、探索域拡張係数 μ 値の影響について検討する。本法において、 μ を大きくすると探索域に真の解が含まれない場合を回避しやすくなる反面、評価関数 n の真値を求めるための構造解析を行う頻度が高くなる。探索域拡張係数を導入しない場合に相当する $\mu=1.0$ では $\mu=2.0, 3.0$ に比較して N_a 値は全般に小さいが、真の解と異なる解が得られた場合が 3 例あり、解の保証性において分枝限定法に基づく解法との差異を認めることができない。しかし、 $\mu=2.0, 3.0$ ではいずれの場合も真の解が得られており、真の解の確実な探索に関して探索域拡張係数を導入した効果が認められる。一方、 $\mu=2.0$ の方が $\mu=3.0$ の場合よりすべての α_A 値について N_a 値が小さいことがわかる。これらのことから μ 値は 2.0 程度が適当と判

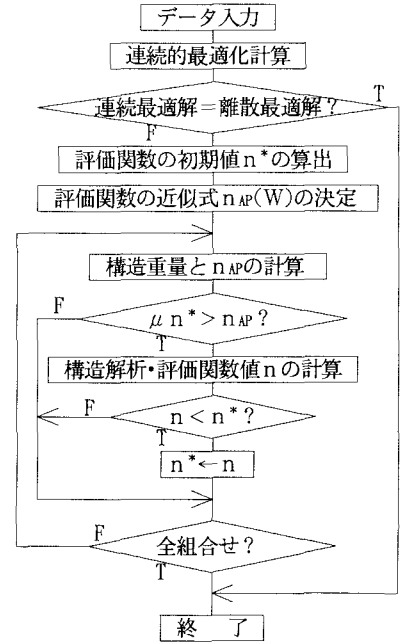


図-4 解法アルゴリズム

表-2 計算例 1 : 解の改良過程

($W_s=0.0, W_A=180.0, \alpha_s=10.0, \alpha_A=1.0$)

	X_1	X_2	X_3	W	$n (\times 10^{-2})$
連続最適解	7.143	7.143	14.286	171.43	—
初期離散解①	5.904	5.904	13.560	148.70	1.64521
②	5.904	5.904	17.184	163.20	0.22485
③	5.904	7.416	13.560	160.80	0.38034
④	5.904	7.416	17.184	175.30	0.00479
⑤	7.416	5.904	13.560	160.80	0.36901
⑥	7.416	7.416	17.184	175.30	0.00479
⑦	7.416	5.904	13.560	172.90	0.00067
⑧	7.416	7.416	17.184	187.39	0.08024
改良離散解[1]	5.904	5.904	19.320	171.74	0.00047
[2]	7.416	7.416	13.008	170.69	0.00033
[3]	7.416	7.416	13.392	172.22	0.00023

単位: $W: \text{tf} \cdot \text{m}^2$, $X_i (i=1..3): \text{tf} \cdot \text{m}$

表-3 計算例1: α_A ~最適解関係

α_A	列挙法						本 法								
							分枝限定法に基づく解法				$(\mu=)1.0$			2.0	3.0
	X_1	X_2	X_3	α	W		X_1	X_2	X_3	N_n	X_1	X_2	X_3	N_a	N_a
0.2	7.656	5.904	12.600	1.288	158.88					33				63	88
0.4	7.656	5.904	13.392	1.308	162.05	7.656	5.904	13.560		33				82	109
0.6	7.656	7.416	11.400	1.324	166.18					33				101	136
0.8	7.416	7.416	12.600	1.372	169.06					15				154	206
1.0	7.416	7.416	13.392	1.411	172.22					17	7.656	7.416	12.600	97	123
1.2	7.656	7.416	13.560	1.432	174.82					43				84	107
1.4	5.904	5.904	20.832	1.406	177.79	7.656	7.656	13.560		29				121	180
1.6	8.856	7.416	13.008	1.464	182.21					43				205	293
1.8	8.784	7.656	13.560	1.500	185.76	8.856	7.656	13.560		29				88	128
2.0	7.416	7.656	17.184	1.554	189.31	7.656	7.416	17.184		51				100	135
2.2	8.784	8.784	13.392	1.548	194.11	8.784	8.784	13.560		29				156	201
2.4	7.416	7.656	19.320	1.607	197.86	7.656	7.416	19.320		43				143	198
2.6	7.416	7.416	20.832	1.633	201.98	7.656	7.416	20.616		47				143	199
2.8	7.416	8.784	19.320	1.664	206.88	7.416	8.856	19.320		31				148	197
3.0	8.856	8.856	17.184	1.745	210.43					37	7.416	8.784	20.616	107	139
3.2	8.784	8.784	19.320	1.801	217.82					31				143	208
3.4	8.784	8.784	20.616	1.833	223.01					31				201	282
3.6	11.400	8.784	17.184	1.868	230.21					19	7.656	8.784	24.480	283	376
3.8	8.856	8.856	23.040	1.904	233.86					25				310	429
4.0	8.784	8.784	24.960	1.942	240.38	8.856	8.856	24.480		25				198	256

単位: $W: \text{tf} \cdot \text{m}^2$, $X_i (i=1..3): \text{tf} \cdot \text{m}$

断される。

また、 α_A 値が大きくなると全般的に N_a 値が大きくなる傾向が認められる。これは安全性に関する希求水準が高くなるため離散最適解もより大きな離散値データの組合せとして得られるようになるが、本例では離散値データの組合せを常に昇順に固定していることが影響しているためと考えられる。

次に、 $\mu=2.0$ における本法と分枝限定法に基づく解法について効率性を比較する。分枝限定法に基づく解法の N_n 値は最適設計問題を解いた回数であり本法の N_a 値は構造解析回数であるため、 N_n と N_a の単純な比較によって効率性を論じることは本質的ではない。しかし、本例の場合にはいずれも1回のLP計算であるので単純比較からおおよその傾向をみると、 N_a はすべての場合において N_n より大きく、その比は最大約20倍($\alpha_A=3.6$ の場合)を示しており、本例の場合には本法の効率性が発揮されていないと判断せざるを得ない。

(2) 計算例2: 2層3スパンラーメン

比較的簡単な構造形式を対象とした計算例1では本法は期待ほど効率的ではなかったが、ここではより複雑な構造形式における適用性・効率性を検討するため、図-5に示す2層3スパンラーメン($H_1=L_1=5.0\text{m}$, $H_2=L_2=4.0\text{m}$, $L_3=3.0\text{m}$, $P_1=8.0\text{tf}$, $P_2=10.0\text{tf}$, $V_1=V_4=5.0\text{tf}$, $V_2=V_5=4.0\text{tf}$, $V_3=V_6=3.0\text{tf}$)へ計算例1と同じ離散値データ(表-1)を用いて本法を適用した。探索域拡張係数 $\mu=2.0$, $W_s=0.0$, $W_A=1200.0$, $\alpha_s=10.0$ に固定し、 α_A を0.1刻みに2.0~3.5に設定すると、 α_A 値によらず真の離散最適解が得られた。表-4に列挙法による真の解、分枝限定法に基づく解法での全節点数 N_n および真の解と異なる解が得られたときの解、本法で必要とした構造解析回数 N_a を示す。

計算例1と比較すると、構造規模の拡大と設計変数の増加により列挙法では極めて大きな計算量を必要とした。分枝限定法に基づく解法では N_n 値が全般に大きくなり、具体的には N_n の最大値が計算例1では51回、計算例2では143回と約3倍に増え、しかも計算例2の N_n で計算例1の N_n の最大値51回より小さな値がないなど、特に設計変数の増加が N_n の増加に直結していると判断される。しかし、本法の N_a の最大値は計算例1の429回に対して本例では252回であり、設計変数の増加が必ずしも N_a の増加に直接的には影響しないことがわかり、分枝限定法に基づく解法の特性和大きく異なる点が注目される。

次に、計算例1と同様に N_n と N_a を単純に比較すると、全般に N_a の方がやや大きい計算例1ほどの差は認められず N_a の方が小さい例も1例($\alpha_A=2.3$ の場合)あり、問題規模が大きくなると本法と分枝限定

法に基づく解法の効率面での差が縮まり、真の離散最適解を得ることができる本法の有用性を認めることができる。

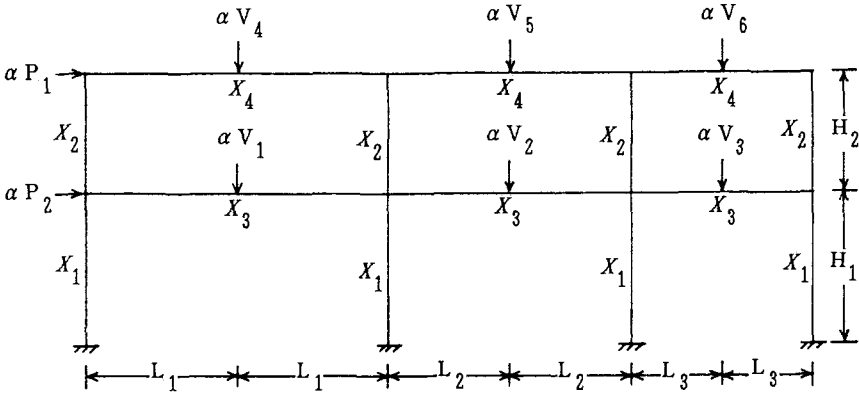


図-5 計算例2：2層3スパンラーメン

表-4 計算例2： α_A ～最適解関係

α_A	列挙法						分枝限定法に基づく解法					本 法
	X_1	X_2	X_3	X_4	α	W	X_1	X_2	X_3	X_4	Nn	
2.0	23.040	13.008	19.320	11.400	1.010	1344.8	23.040	12.600	19.320	12.600	105	163
2.1	20.616	17.184	19.320	11.400	1.017	1363.1					91	141
2.2	24.480	13.392	19.320	11.400	1.043	1379.7					59	141
2.3	24.480	12.600	19.320	12.600	1.048	1393.4					75	65
2.4	24.960	13.008	19.320	12.600	1.063	1409.6					109	108
2.5	24.960	13.560	19.320	13.008	1.075	1427.4	24.960	13.560	19.320	11.400	77	121
2.6	24.960	13.392	20.616	12.600	1.085	1444.2					75	136
2.7	27.120	13.560	19.320	12.600	1.098	1461.6					57	96
2.8	27.120	13.392	19.320	13.560	1.109	1480.0					77	128
2.9	24.480	17.184	20.832	12.600	1.127	1500.0					79	186
3.0	24.480	17.184	20.832	13.392	1.137	1517.5	24.960	17.184	20.832	13.008	95	152
3.1	24.480	19.320	20.616	13.008	1.140	1538.5					143	252
3.2	24.960	17.184	23.040	12.600	1.165	1558.2	24.960	17.184	23.040	13.560	65	182
3.3	24.960	17.184	23.040	13.392	1.175	1575.7					73	237
3.4	27.120	17.184	23.040	12.600	1.205	1601.4					97	190
3.5	27.120	17.184	23.040	13.392	1.217	1618.9					61	154

単位: W: $\text{tf} \cdot \text{m}^2$, $X_i (i=1..4)$: $\text{tf} \cdot \text{m}$

6. 結 言

本研究は、離散的2目的最適塑性設計を満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法の考え方によって解く場合について正確かつ効率的な解法アルゴリズムの開発を企図し、解特性分析、解特性に基づく解法アルゴリズムの構築、数値計算による適用性の検討を試みたものであり、得られた成果・知見は以下のようにまとめることができる。

(1) 満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法が多目的の満足度を均一化する手法であることから離散解の解特性を構造重量～満足度空間で見直したところ、次の解特性を見出すことができた。

① 全体的には構造解析を必要とせず簡単な計算で求めることができる構造重量に関する満足度偏差 n_w が支配的である。

② 連続最適解近傍では n_w よりも塑性崩壊荷重係数に関する満足度偏差 n_a が支配的となることもある。

(2) 上記解特性に基づき離散解の最適性の評価関数である満足度偏差 n を n_w のみで近似した n_{AP} 、探索域拡張係数 μ および連続最適解から求められる初期離散解（最適離散解の有力候補）の決定法を用いることにより、極めて明解かつ単純な解法アルゴリズムを構築することができた。

- (3)本法による数値計算結果から真の離散最適解を得ることができ、かつ効率性を追求するため探索域拡張係数 μ 値には2.0程度が適当であることがわかった。
- (4)本法は列挙法に比較して極めて効率的であるが、分枝限定法に基づく解法に比較すると必ずしも効率的ではないことがわかった。ただし、分枝限定法に基づく解法には真の解が得られない場合や対象構造規模が大きくなると計算量も確実に増大するという欠点があるのに対し、本法では真の最適解を得ることができ、対象構造規模が大きくなっても必要構造解析回数の増大に直結しないことが判明し、本法の有用性を認めることができた。
- (5)本研究では設計変数が少ない例しか取扱っていないため多くの設計変数を設定する場合にまで拡張して断言することはできないが、設計変数が増えても本法の必要構造解析回数は列挙法のように指数関数的に増加することはないようであり、真の最適解を得ることができるという本法のメリットを生かし、より一層の効率化を図る方向で今後さらに改善を検討する必要がある。

なお、離散的最適構造設計問題において本研究で目指した「解特性を活用した解法」と現在のところGAに代表される「汎用性を目指す解法」との関係は、従来の連続的最適構造設計問題の解法として互いにそれぞれの弱点を補完してきた「最適性規準法」と「数理計画法」との関係に近いものがあるように感じられ、離散的な最適構造設計の実用化のため、汎用化のみならず個別の特性活用に関してもさらに種々の検討が必要と思われる。

謝 辞

本研究を行うにあたり、数値計算には九州共立大学情報処理センターのご助力を得た。図表の整理等には九州共立大学工学部土木工学科学生 木村貴之、福本善之君の労を得た。記して厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1)石川信隆, 千々岩浩巳, 田中孝昌, 香月智:離散型非線形計画法による鋼管杭基礎の最適設計, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第12巻, pp. 115~120, 1988. 7.
- 2)杉本博之:近似の概念を利用したトラス構造物の離散的最適設計法に関する研究, 土木学会論文集, 第432号 / I-16, pp. 79~88, 1991. 7.
- 3)杉本博之, 山本洋敬:骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 457~466, 1992. 3.
- 4)三原徹治, 千々岩浩巳:満足化トレードオフ法に基づく離散的2目的最適塑性設計に関する基礎的考察, 構造工学論文集, Vol. 39A, pp. 475~484, 1993. 3.
- 5)杉本博之, 鹿沓麗, 山本洋敬:離散的構造最適設計のためのGAの信頼性向上に関する研究, 土木学会論文集, 第471号 / I-24, pp. 67~76, 1993. 7.
- 6)三原徹治, 千々岩浩巳, 中山弘隆:骨組構造の塑性設計における多目的最適化に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 477~486, 1992. 3.
- 7)川崎製鉄(株):H型钢構造設計便覧, 1983. 1.
- 8)石川信隆, 大野友則:入門・塑性解析と設計法, pp. 142~143, 森北出版, 1988. 5.

(1993年9月16日受付)