

ISRM 破壊靱性試験法の数値シミュレーション

NUMERICAL SIMULATION OF ROCK TOUGHNESS TESTING OF ISRM

谷口健男*・廣瀬壯一**・宮地明彦***・福岡康文****

By Takeo TANIGUCHI, Sohichi HIROSE, Akihiko MIYAJI and Yasufumi FUKUOKA

Numerical simulation is achieved for surveying the rock toughness which is proposed by ISRM (International Society for Rock Mechanics). The model called Chevron Bend is used for the simulation, and the simulation is based on a three dimensional finite element method. For the numerical modelling, singular isoparametric elements are used at the crack tip area, and the residual with isoparametric elements. Taking into consideration of the characteristics of rock, anisotropic properties are introduced, and their influence to stress intensity factors is surveyed by changing the parameters, i.e., the Poisson's ratios and the Young's modulus.

Key Words : Chevron bend test, anisotropy, fracture mechanics, finite element method

1. まえがき

岩盤の破壊靱性値を評価する手法として International Society for Rock Mechanics より標準試験法が提案されている。この標準試験法で用いられる試験片の一つが Chevron Bend¹⁾と呼ばれるものであって、図 1 にその試験片の形状と試験法を示す。この Chevron Bend モデルによる岩盤の破壊靱性試験法を用い、今日様々な岩の破壊靱性が調査されているが、同時に同試験法の数値シミュレーション法の開発の要請もなされている。その開発の目的は破壊靱性値が試験片のもつ特性に大きく支配されること、き裂の進展・応力拡大係数等の詳細が不明であること、試験の実施において時間的・経済的制約がしばしば生じること等の諸問題の解決にある。岩盤等を考えたとき、他の材料と大きく異なるのはそれは異方性材である点である。従って、破壊靱性を算定しようとしたとき材料の異方性を考慮しなければならない。たとえ、異方性を考慮できるとしても、次に問題となるのは図 1 に示したような幾何学的に複雑な形状をした 3 次元体におけるき裂周辺に発生する特異応力分布を高精度で解析しなければならない点である。今日までのこの分野における研究のほとんどは有限要素法を数値解法として用いた等方性材としての破壊靱性値の評価である¹⁾。上に述べたように、対象が岩である以上、異方性材の破壊靱性値の評価を行わなければならない。以上の考察をふまえて、本研究では異方性を考慮した Chevron Bend モデルの破壊靱性値を算定できる数値シミュレーション法を開発する。数値シミュレーションの基本としての数値解法としては、対象物の形状の複雑さを考えて変位型有限要素法を採用する。変位型を採用した理由は低次の形状内挿関数を用いても比較的精度の良い解が得られ

* 工博 岡山大学教授 工学部共通講座 (〒700 岡山市津島中 3-1-1)

** 工博 岡山大学助教授 工学部共通講座 (同上)

*** 日本国土開発(株)土木営業部長 (〒107 東京都港区赤坂 4-9-9)

**** 川崎重工業(株)西部橋梁設計部 (〒675-01 兵庫県加古郡播磨町新島 8)

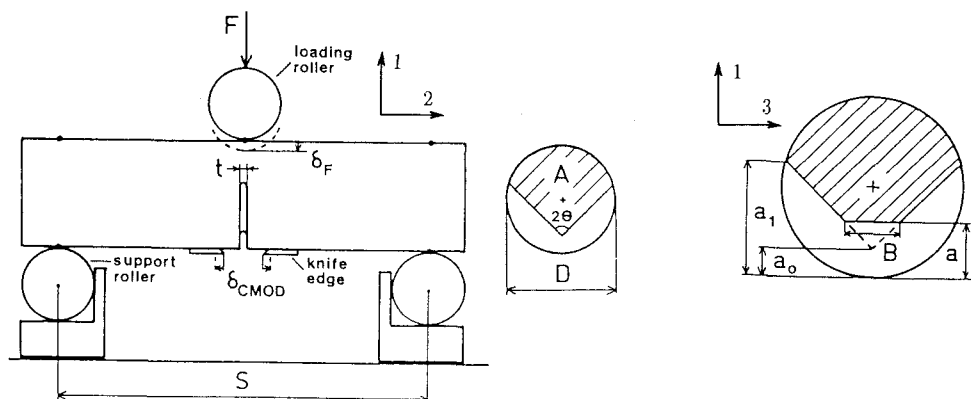


図 1 Chevron Bend 供試体.

るためである。モデルの材料特性としては一般的な異方性材も扱うことができるが、その場合には考慮すべきパラメータの個数が余りに多すぎる。また、多くの岩は横等方性の性質を有している。これらのことを考慮して、本研究ではより独立変数の少ない横等方性を取り上げて数値解析を行う。

2. 有限要素法による応力拡大係数の算定

上に述べたように数値解析での解の安定性を考慮して、変位法を採用する。また、高精度の解を得ようとした場合、要素サイズを十分に小さくすること以外に、用いる要素の種類にも配慮が必要となる。本研究では要素サイズに関しては 3 次元解析である点を考慮してき裂（破面）前縁近傍には可能な限り小さな要素を配置することにする。なお、後に述べる特異な応力分布を表現でき、またその部分での幾何学的な制約条件を解決できる三角柱型の要素をき裂（破面）前縁に接する位置に配置し、その他の部分には六面体型要素を置くことにする。要素の種類としては、三角柱要素は 20 節点アイソパラメトリック要素を縮合してできる 15 節点アイソパラメトリック特異要素であり、六面体要素は通常の 20 節点アイソパラメトリック要素である²⁾。

破壊解析で要求される応力拡大係数はき裂前縁に位置する要素の節点変位を用いて算定することができる。いま、対象が等方性であるとする、3 次元体解析の結果、得られるき裂近傍の要素の節点変位を用いて、モード I、II、III のそれぞれに対応する応力拡大係数 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} はそれぞれ下式により算定できることが知られている²⁾。

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{Bmatrix} = [B]^{-1} \{A\} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \quad (1)$$

ただし、行列 $[B]$ 、 $\{A\}$ は次式で定義される。

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{4(1-\nu^2)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4(1-\nu^2)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4(1+\nu)}{E} \end{bmatrix} \quad (2)$$

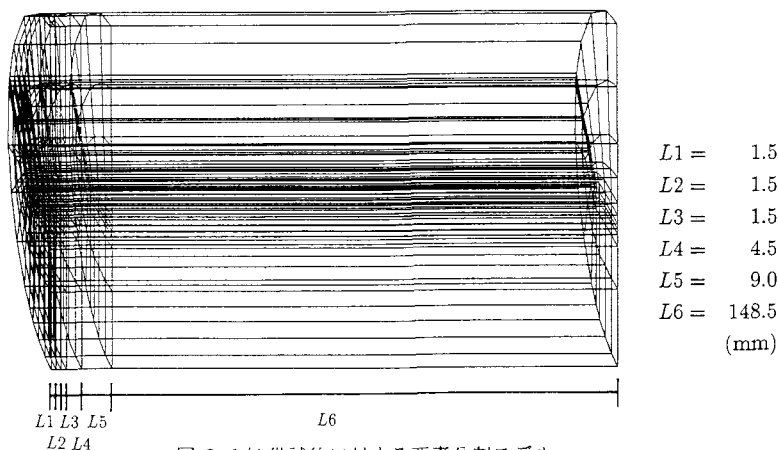


図 3 1/4 供試体に対する要素分割モデル.

3. 等方性と仮定した場合の数値解析結果

図 1 に示した Chevron Bend 供試体を見ると 2 つの対称面が存在することより、その 1/4 を取り出し、その有限要素モデルを作成する。その段階では、自由度と計算機容量を考慮してき裂全面に位置する部分を小さな要素で、他の部分を大きな要素でもって分割を行った。図 3 はその要素分割モデルを示している。なお、図 1 に示した諸元は次の様に設定した。

$$D = 100\text{mm}, S = 333\text{mm}, a_0 = 15\text{mm}, 2\theta = 90^\circ, t = 0\text{mm}$$

Chevron Bend モデルにおいてき裂の進展を次のような 5 ケースとした。

$$\text{Case 1 : } a - a_0 = 0.05D \quad \text{Case 2 : } a - a_0 = 0.10D$$

$$\text{Case 3 : } a - a_0 = 0.15D \quad \text{Case 4 : } a - a_0 = 0.20D$$

$$\text{Case 5 : } a - a_0 = 0.25D$$

応力拡大係数の算定には前節で紹介した Ingrafta の提案式 (1) を利用する。上記 5 ケースでの破面位置（太線）とき裂全面での要素分割およびき裂下縁（図 1 の B の部分）における応力拡大係数の計算値を示したのが図 4 である。なお、図中の A は $A = K_I D^{1.5} / F$ によって無次元化された応力拡大係数を表しており、横軸はき裂下縁の位置を示している。図中の記号は次の通りである。

(1) ○: Ouchterlony の計算結果¹⁾

(2) ●: 15 節点アイソパラメトリック特異要素をき裂前面部に使用したモデル

(3) ▲: 20 節点アイソパラメトリック要素だけでモデル作成

これらの結果をみると、いずれも破面中央部よりも端点の方がより大きな値を示している。また、15 節点の特異要素を利用した結果の方が Ouchterlony の結果に近い。表 1 は、図 4 に示した各ケースの無次元化応力拡大係数 A をき裂下縁 B に沿って平均した値 $\bar{A}$ を示している。表中の (1), (2), (3) はそれぞれ図 4 における ○, ●, ▲ の結果を平均した値に対応している。また、要素分割の違い、特にき裂近傍の要素分割を変更した場合の数値結果への影響を見るために、ケース 5 に対して図 4 (f) に示すような要素分割の異なるモデル（ケース 5'）を作成し、比較検討を行った。なお、ここではき裂先端での応力拡大係数のみに注目しているのでき裂先端から離れた要素の分割の違いによる影響は小さいものとして、例えば図 3 の $L6$ の長さなどは一定とした。結果は表 1 において Case 5' として示している。この表より、図 4 (e) と図 4 (f) の要素分割の違いは計算結果にほとんど影響しないことがわかる。これより、ある程度の精度で解は得られているものと考え、以下においては図 4 (a)~(e) に示すモデルに 15 節点特異要素を導入して計算を行った。

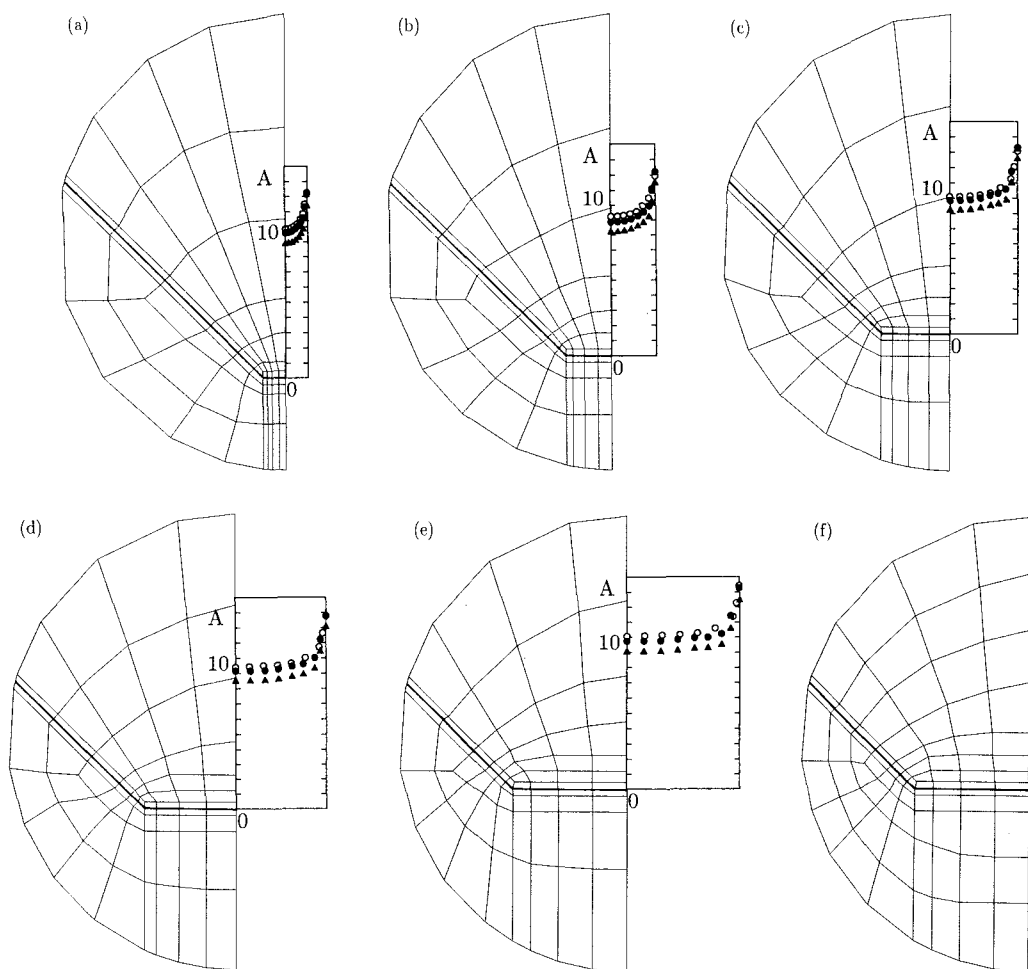


図 4 き裂全面での要素分割とき裂下縁における応力拡大係数. (a)～(e) は Case 1～5 に対応. (f) は Case 5' における要素分割図.

表 1 の結果を他の研究者の結果と比較したのが図 5 である。図中の実線は Ouchterlony¹⁾ による実験結果である。破線は Gerstle and Ingrassia⁷⁾ の BEM 解析による結果で、CFD、LPD はそれぞれクラック前縁中央の垂直変位と荷重点での変位から求められたコンプライアンスを用いて計算されている。また、□ は Gerstle and Ingrassia⁷⁾ の BEM 解析によるき裂先端開口変位から計算された応力拡大係数で、○ は Ouchterlony による FEM 解析の結果である。本解析結果は図 4 の記号に対応して、●、▲ によって表されている。各手法によりいくらかの差異があるが、これは解析手法の違い、応力拡大係数の計算法の違いのほか、他の研究者の結果の精度が十分でないことが考えられる。例えば、Gerstle and Ingrassia は BEM 解析の解に 10 パーセント程度の誤差が含まれる可能性があることを指摘している⁷⁾。

図 5 より $a/D = 0.3(a - a_0 = 0.15D)$ のとき、応力拡大係数が最小となることが判る。この最小応力拡大係数が Chevron Bend モデルの限界応力拡大係数となる。

表 1 各ケースにおける応力拡大係数の平均値 $\bar{A}$.

$a - a_0$	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 5'
	$0.05D$	$0.10D$	$0.15D$	$0.20D$	$0.25D$	$0.25D$
(1) Ouchterlony ¹⁾	10.438	9.826	9.551	9.882	10.469	—
(2) 特異要素を導入	10.209	9.570	9.393	9.633	10.166	10.167
(3) 特異要素なし	9.437	8.772	8.708	8.930	9.424	9.427

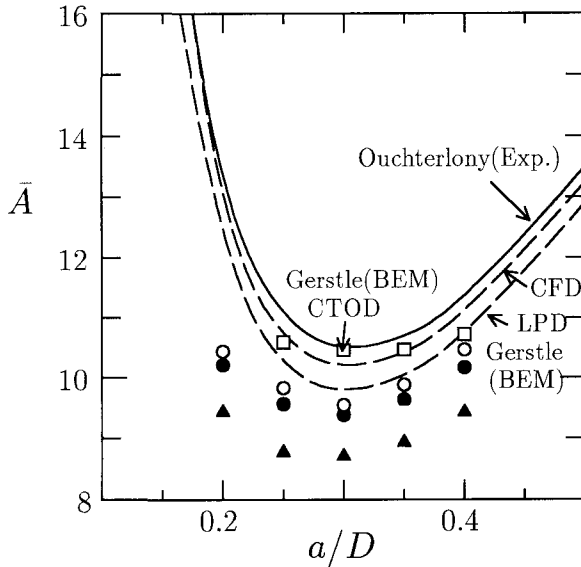


図 5 き裂深さ (a/D) と無次元化応力拡大係数 $\bar{A}$ の関係. ○、●、▲は図 4 の記号に対応.

4. 横等方性材と仮定した場合の数値解析結果

本節では Chevron Bend モデルの $a - a_0 = 0.15D$ 、すなわち、ケース 3 を用い、材料特性を横等方性と仮定して有限要素解析を行い、応力拡大係数を第 2 節で説明した Saouma and Sikiotis³⁾ によって提案された式で評価する。

等方性材料においてはヤング率とポアソン比の 2 個のパラメータを扱うだけで良いが、横等方性では 6 個のパラメータを扱う必要がある。しかしながら、6 個のパラメータでは組み合わせが多すぎ評価が困難となることが予想される。よって、ここではまずパラメータの個数の検討を行う。

いま、ひずみと応力の関係が $\epsilon_i = a_{ij}\sigma_j$ で表されるものとする。多くの 2 次元解析では次のように定義される λ と ρ なる二つのパラメータを用いて異方性体を解析することができる⁴⁾。

$$\lambda = \frac{a_{11}}{a_{22}}, \quad \rho = \frac{2a_{12} + a_{66}}{2\sqrt{s_{11}s_{22}}} \quad (8)$$

あるいは、工学的材料定数のヤング率 E 、せん断剛性 G 、ポアソン比 ν を用いて表せば

$$\lambda = \frac{E_2}{E_1}, \quad \rho = \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{2G_{12}} - \sqrt{\nu_{12}\nu_{21}} \quad (9)$$

となる。

一方、実際の岩石の破壊試験⁵⁾より以下のような特徴が得られている。いま、座標軸を 1, 2, 3 とし、横等方性の軸が座標軸と一致し、かつ、1-2 平面内で等方であるとする。この時、

1. ヤング率について $E_1 = E_2 > E_3$ なる傾向がある。
2. ポアッソン比について $\nu_{23} = \nu_{13} > \nu_{12}$ なる傾向がある。また、ポアッソン比の値は $0.06 < \nu < 0.45$ の範囲にある。
3. せん断弾性係数について $G_{23} = G_{31} < G_{12}$ なる関係がある。

本研究では上記の実際の岩石の破壊実験の結果と二次元問題のパラメータ選定を考慮して以下のように三次元問題に対するパラメータを選定した。

- i. ヤング率: $E_1 = E_2 = \gamma^{-1} E_3 (\gamma < 1)$
- ii. ポアッソン比: $\nu_{23} = \nu_{13} = \gamma^{-1} \nu_{12}$
- iii. せん断剛性: $1/G_{12} = 2(1 + \nu_{12})/E_1$, $1/G_{23} = 1/G_{31} \approx 1/E_2 + 1/E_3 + 2\nu_{23}/E_2$

ただし、せん断剛性 G_{23}, G_{31} に関する上式は Lekhnitskii⁶⁾ によって与えられた近似式である。

材料が横等方性であり、等方性（異方性）の軸が直交座標系と一致する場合、軸の取りかたによって、

- a) 1-2 平面等方 ($E_1 = E_2 = \gamma^{-1} E_3$, $\gamma < 1$),
- b) 2-3 平面等方 ($E_2 = E_3 = \gamma E_1$, $\gamma > 1$),
- c) 3-1 平面等方 ($E_3 = E_1 = \lambda^{-1} E_2$, $\lambda = E_2/E_1 < 1$)

の3通りが考えられる。2-3 平面等方、3-1 平面等方の場合には上で設定した 1-2 平面等方の場合のパラメータの指標を循環させれば必要な材料定数が求められる。ただし、 $\gamma \equiv E_3/E_1$ と定義したので、3-1 平面等方の場合には E_2/E_1 なる比を表すために $\lambda = E_2/E_1$ なる新しい定数を導入した。

以上より、独立な材料定数は1個のヤング率、 γ （あるいは λ ）、1個のポアッソン比の3個となる。ただし、ここで扱う問題は線形問題であるから、ヤング率の絶対値は応力拡大係数に影響しない。したがって、本研究で変動させるべきパラメータは γ （あるいは λ ）、1個のポアッソン比の2個である。

図6 (a)~(c) はそれぞれ a) 1-2 平面等方、b) 2-3 平面等方、c) 3-1 平面等方の場合に対応して、いくつかのポアッソン比に対して、ヤング率の比 γ （あるいは λ ）を変化させたときの無次元化応力拡大係数の平均値 $\bar{A}$ を示したものである。ただし、ここではポアッソン比を0.2とした等方性材料に対する無次元化応力拡大係数の平均値 $\bar{A}_{iso}$ で正規化している。横軸は対数軸である。また、ポアッソン比に関しては異方性を示す面内でのポアッソン比を0.1から0.4まで変化させてその影響を調べた。

以下においては E_1 が一定であるとして、 E_2, E_3 が $\bar{A}$ に及ぼす影響を中心に考察を進める。

a) 1-2 平面等方の場合 図6 (a) より、 γ 、すなわち、 E_3 が増加するにつれて $\bar{A}$ の値が大きくなる。また、その増加の傾向は片対数グラフにおいてほぼ直線的である。

c) 3-1 平面等方の場合 図6 (c) より λ が増加するに伴い、 $\bar{A}$ の値が直線的に減少している。これは、 λ の増加とともにき裂の開口方向のヤング率 E_2 が相対的に大きくなり、き裂が開きにくくなるためであろう。

b) 2-3 平面等方の場合 $E_2 = E_3 = \gamma E_1$ であるから、 γ を変化させると E_2 と E_3 の両方が変化する。すなわち、a) と c) の影響を同時に受けたのと同様な効果が期待される。図6 (b) より γ が増加すると $\bar{A}$ は減少している。しかし、a) または c) の場合と異なり、直線的な減少傾向はみられない。これは、 γ の増加につれて、 E_2 と E_3 の両方が増加するため、c) の場合にみられた減少傾向と a) の場合に見られた増加傾向が同時に生じたためであると考えられる。しかし、全体的には減少傾向を示していることから、 $\bar{A}$ に及ぼす影響は E_3 よりも E_2 のほうが大きいと考えられる。

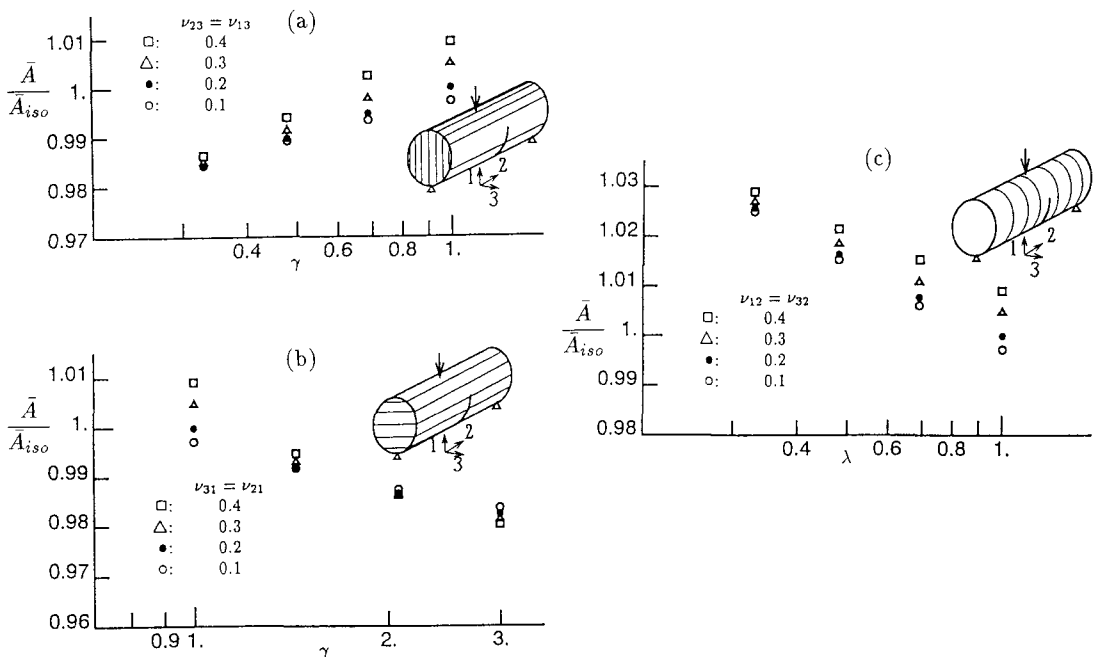


図 6 ヤング率の比 γ (あるいは λ) と $\bar{A}$ の関係. (a) 1-2 平面等方、(b) 2-3 平面等方、(c) 3-1 平面等方の場合.

また、等方性材料に近づくにつれて（すなわち、 γ, λ が 1 に近づくにつれて）ポアソン比の及ぼす影響が大きくなるが、その影響は全体的にヤング率比の影響よりも小さいといえる。図 6 よりわかるように、いずれの場合にも応力拡大係数の変化率は等方性の場合と比べて数パーセント内の範囲にある。これらの結果は現場での破壊靱性試験の誤差範囲にあり、本研究の数値シミュレーション結果を見る限りでは破壊靱性値に及ぼす異方性の影響はほとんどないといえる。しかし、ここではすべての場合を解析し尽くしたわけではないので、異方性の影響が全く無いと断定するのは妥当でない。

5. あとがき

ここでは、ISRM により提案された標準試験法を用い、数値シミュレーション法の開発とき裂進展・応力拡大係数等の解明のための基礎研究を行った。その結果、横等方性（異方性）が応力拡大係数に及ぼす影響は等方性における値の数パーセント内にあることがわかった。ただし、本研究では解析手法の簡略化のために横等方性条件に限定したこと、さらに材料パラメータの数を減らすためにパラメータの設定に一部近似式を用いたこと、また、ごく限られた解析例についてしか計算していないことなどを考えると、破壊靱性への異方性の影響が全く無いと結論づけるのは早計であろう。今後、横等方性をはじめ異方性条件下での E, ν, G の相関関係を解明し、より適切なパラメータの設定とそれによる広範な範囲での評価を行う必要があると思われる。また、もう一つの標準試験法である Short Rod モデルでの解析を行い、比較検討する予定である。最後に、本研究を遂行するにあたって財団法人中国電力技術研究財団より研究助成を受けたことを付記し、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Ouchterlony, F.: A FEM calibration of a core bend specimen with Chevron edge notch for fracture toughness measurements, Report DS 1987:11, SveDeFo, Stockholm, Sweden, 1987.

- 2) Inghraffa, A. R. and Manu, C.: Stress-intensity factor computation in three dimensions with quarter-point elements, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.15, pp.1427-1445, 1980.
- 3) Saouma, V. E. and Sikiotis, E. S.: Stress intensity factors in anisotropic bodies using singular isoparametric elements, *Eng. Fract. Mech.*, Vol.25, pp.115-121, 1986.
- 4) Suo, Z., Bao, G., Fan, B. and Wang, T. C.: Orthotropy rescaling and implications for fracture in composites, *Int. J. Solids Structures*, Vol.28, pp.235-248, 1991.
- 5) Ouchterlony, F.: private communication, 1992.
- 6) Lekhnitskii, S. G.: *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*, Mir Publ., Moscow,, 1981.
- 7) Gerstle, W. H. and Inghraffa, A. R.: Compliance and stress-intensity factor calibration of the CENRBB specimen using the boundary element method, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.28, pp.85-92, 1991.

(1993 年 9 月 16 日 受付)