

スタークラックの動的解析

DYNAMIC ANALYSIS OF STAR CRACKS

廣瀬壮一*

By Sohichi HIROSE

Dynamic behaviors of star cracks are analyzed using a time-domain boundary element method. The star cracks are radial cracks of alternating lengths radiated from a circular hole subjected to a stepwise time variation of normal pressure. Dynamic stress intensity factors are obtained as a function of time for various geometries of star cracks with different lengths and arm numbers. The results show basic information on non-uniform initiation of crack growth.

Key Words : time-domain boundary element method, stress intensity factor, rock blasting

1. まえがき

岩盤掘削工法には様々なものがあるが、その代表的工法である発破工法は、穿孔技術の急速な進歩と安価な火薬類の使用により発展、普及してきた。特に大量の岩盤掘削や硬岩掘削に適した工法である。発破工法の最近の話題の一つは、周辺環境への影響や掘削の効率性、経済性を考慮した発破制御の問題であろう。現在、制御発破工法の一つとして爆破孔の周辺に切欠きやディスクをつけてクラックの発生や進展を制御する方法が行われているが、その制御は多分に実験あるいは技術者の経験によるものが多く、理論的基礎を持つ制御方法はまだ確立されていないようである。

発破による岩盤掘削は衝撃応力波を伴う動的破砕であるから、制御発破工法の理論的裏付けを行うにはクラックの動的解析を行う必要がある。このような背景をもとに、本研究では、円孔から放射状に出た複数のクラック、いわゆる、スタークラックの動的挙動を数値的に明らかにする。ここで用いたスタークラックモデルはかなり単純なものであるが、クラックの数や長さを変化させることにより、発破時のクラック進展に関する基礎的情報が得られる。

スタークラックに関する静的解析は Ouchterlony¹⁾によって行われている。彼は、図 1 に示すような各種スタークラックモデルに対して等角写像法を適用して解析を行い、クラックの長さや数、また、荷重条件を変化させることにより、クラック進展の不均一性や発破にともなうガス圧の影響などを検討している。本研究での解析モデルは、図 1(b)、あるいは図 1(f) に対応するものである。数値解析法には時間域境界要素法を用いる。様々な形状のスタークラックに対してクラック先端における動的応力拡大係数を計算し、クラック進展に関する基礎的考察を行う。特に、動的解析を通して静的解析結果の妥当性を確認するとともに、動的効果の影響を検討する。

* 工博 岡山大学助教授 工学部共通講座 (〒700 岡山市津島中 3-1-1)

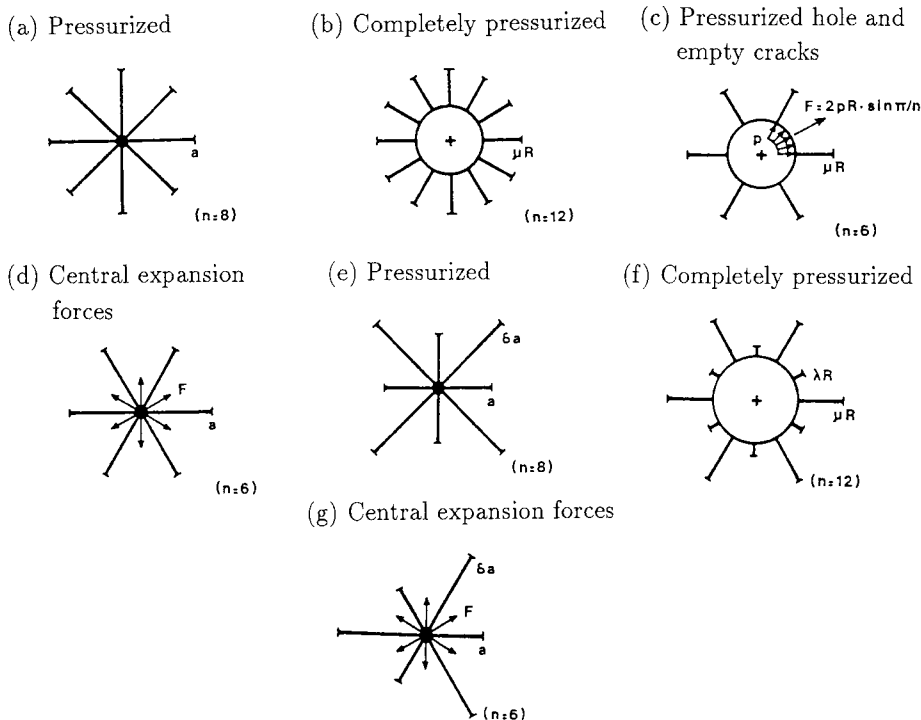


図 1 様々な荷重を受けるスタークラックモデル. n : クラックのアームの数.

2. 解析モデルと解析法

図 2 に示すような 2 次元平面ひずみ状態にある無限弾性体中の円孔 S から放射状に伸びたスタークラック S_c を考える。円孔の半径は a で時刻 $t = 0$ に p なる圧力が内壁に垂直に作用し、そのまま一定値を保つものとする。すなわち、円孔内壁 S での表面力 t は次式で与えられる。

$$t(x, t) = -pH(t)n, \quad x \in S. \quad (1)$$

ここに、 $H(t)$ は Heaviside ステップ関数であり、 n は内向き法線ベクトルを表す。実際の発破による圧力は時間的に変動する。しかし、ここで考えている問題は線形問題であるので、一定圧力に対する解を適当に重ね合わせるにより変動圧力の解も得ることができる。そこで、本解析では簡単のため一定圧力の場合のみを考える。円孔から放射状に伸びるクラックの総数は n とし (図 2 は $n = 8$ の場合を示している)、クラックの先端の位置は円孔中心からの距離 R により与えられる。2 種類の長さのクラックが混在する場合には、図 2 に示すように一方のクラック先端を $R = 2a$ に固定し、他方のクラック先端を $R = \lambda a$ として変化させることにする。また、円孔での発破に伴ってクラック面 S_c にはガス圧が作用する。しかし、ガス圧を厳密に解析しようとする、火薬の化学反応や気体と固体の連成解析など非常に複雑な現象を明らかにしなければならない。ガス圧はクラックの動的挙動に大きな影響を及ぼすことは明白であるが⁽¹⁾、本研究ではガス圧の影響を無視して、クラック面上の応力は常に 0 とした。また、場合によってはクラックが閉口して接触することも考えられるが、ここではそのような接触は考慮せずに接触力も含めて全応力を恒等的に 0 と仮定した。よって、クラック面 S_c では次の境界条件が与えられる。

$$t(x, t) = 0, \quad x \in S_c. \quad (2)$$

解析は時間域境界要素法を用いて行った。境界条件 (1)、(2) を考慮すると、円孔境界 S 上の点 x に対して次の変位型境界積分方程式を得る。

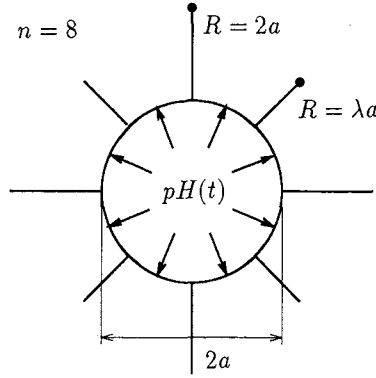


図 2 スタークラックの幾何形状.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u(x, t) = & - \oint_S ds_y H(t, x, y) * u(y, t) - \int_{S_c} ds_y H(t, x, y) * [u(y, t)] \\ & - \int_S ds_y G(t, x, y) * pH(t)n(y), \quad x \in S. \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 u 、 $[u]$ はそれぞれ変位、開口変位を表し、 G 、 H は一重層核、二重層核を表す。また、 $*$ は時間に関する合成積で、 $\oint$ は主値積分を表す。なお、 G 、 H を含む合成積は補遺に示している。同様に、クラック面 S_c 上の点 x に対して次の応力型境界積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} t(x, t) = & - \int_S ds_y \overset{n}{T}(\partial_x) H(t, x, y) * u(y, t) - \oint_{S_c} ds_y \overset{n}{T}(\partial_x) H(t, x, y) * [u(y, t)] \\ & - \int_S ds_y \overset{n}{T}(\partial_x) G(t, x, y) * pH(t)n(y) \\ = & 0 \quad x \in S_c. \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\overset{n}{T}(\partial_x)$ は表面力作用素を表し、 $\oint$ は積分の有限部分を表す。式 (3)、(4) を離散化すると、次のようなマトリックスを得る。

$$\begin{aligned} S \quad S^c \\ S \begin{pmatrix} \frac{1}{2}1 + H & H \\ \overset{n}{T} H & \overset{n}{T} H \end{pmatrix} * \begin{Bmatrix} u \\ [u] \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} G * pHn \\ \overset{n}{T} G * pHn \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

上式は、円孔 S での変位 u とクラック S_c での開口変位 $[u]$ を未知数とする連立一次方程式であり、時間ステップを更新しながら方程式を解くことにより、求めるべき解の経時変化が得られる。解析法の詳細については文献 2) を参照されたい。ただし、本研究では文献 2) で示されたクラックの接触条件は考慮されていない。

境界要素解析に用いたパラメータは次の通りである。境界要素として、空間的にはクラック先端を除いて一定要素を用いた。クラック先端での要素に対しては開口変位を $\sqrt{r}$ (r : クラック先端からの距離) なる内挿関数で補間した要素を用いた。また、時間的には変位を階段関数的に変化させ、応力の変化は一次関数によって補間した。要素分割は要素長さが $a/10$ 以下になるように行った。時間刻み幅は $c_T \Delta t / a = 0.15$ (c_T : S 波速度、 t : 時間、 a : 円孔半径) とし、周辺弾性体のポアソン比 ν は 0.25 とした。また、次節の解析例ではクラック先端における応力拡大係数 K_I の経時変化を示しているが、これらの K_I 値は式 (5) より計算されたクラック先端での開口変位の法線方向成分 $[u_N]$ を次の開口変位-応力拡大係数の関係式に代入して求めたものである。

$$K_I = \frac{\mu[u_N]}{4(1-\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{\epsilon}}. \quad (6)$$

ただし、 μ は、せん断剛性、 ϵ はクラック先端からの距離を表す。

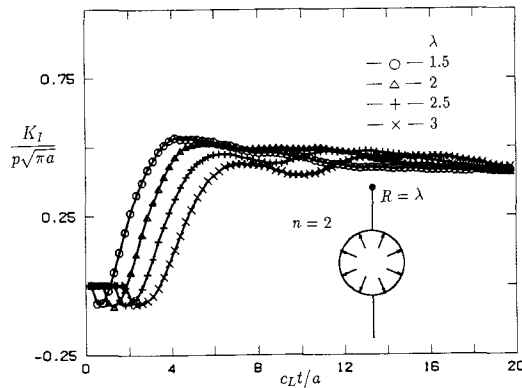


図 3 応力拡大係数 K_I の経時変化; $n=2$.

3. 結果と考察

ここでは、さまざまな幾何形状のスタークラックに対して、クラックの本数ごとに応力拡大係数 K_I の経時変化を示し、スタークラックの動的挙動に関する考察を行う。

(1) $n=2$ の場合

図 3 は、 $n=2$ の場合、すなわち、円孔から上下に出たクラックの先端における応力拡大係数 K_I の経時変化を示したものである。両クラックの長さは同じで、クラック先端位置が $R=1.5a$ 、 $2a$ 、 $2.5a$ 、 $3a$ の 4 通りについて計算を行っている。いずれも、クラック先端に縦波が到達した直後、 K_I が負の値を示している。これは、円孔内壁に衝撃的に作用した圧力により、まず、圧縮縦波が放射状に伝播し、それに伴ってポアソン比の効果により周方向に膨張してクラックが閉口するためである。ここではクラックの接触を考慮していないのでクラックの閉口によって K_I 値が負の値を取り得る。その後、 K_I 値は急激に増加してピーク値を示し、振動をしながらしだいに静的解に漸近していく。ただし、クラックの長さが長くなるにつれて、円孔からクラック先端までの距離が長くなり、最初のピークの出現時刻が遅れるとともにそのピーク値も小さくなるのがわかる。

(2) $n=4$ の場合

図 4(a)~(d) は $n=4$ の場合で、向かい合う一組のクラック先端 A を $R=2a$ とし、他方の B を $R=1.5a$ 、 $2a$ 、 $2.5a$ 、 $3a$ と変化させたときの応力拡大係数の経時変化を示したものである。図 3 に示した $n=2$ の場合に比べて、 $n=4$ の場合は複数のクラックの干渉により、複雑な経時変化を示している。 $n=4$ の場合、短いクラックの先端での K_I 値が $n=2$ の対応する場合に比べて小さくなっているのに対して、長いクラックの先端での K_I 値は大きく、かつ、突出したピークを示している点が特徴的である。また、そのピーク値に関しては、クラック長が長くなるにつれて最大値はしだいに小さくなり、出現時刻も遅くなるが、 $n=2$ の場合に比べてピーク値の低下はそれほど顕著ではない。以上のことから判断して、長さの異なる複数のクラックが存在する時は、長いクラックの方が破壊しやすくなっていると考えられる。一方、初動部分に着目すると、クラックの長短で波動の到達時間に差が生じることから、衝撃応力波が最初に到達する短いクラックの先端での K_I が常に大きい値を示す。したがって、破壊靱性値 K_{IC} が比較的小さい材料においては短いクラックの先端から破壊が進行する場合も有り得る。

(3) $n=6$ の場合

図 5 は $n=6$ の場合で、向かい合う一組のクラック先端 A を $R=2a$ とし、他方の B を $R=1.5a$ としたときの応力拡大係数の経時変化を示したものである。 $n=4$ の図 4(a) と比較すると、クラック先端 B での K_I がかなり減少しているのがわかる。これは長短クラック相互の距離が小さくなった分、長いクラックが開口しようとする作用が短いクラックに影響し、短いクラックが開口しにくくなったためであると考えら

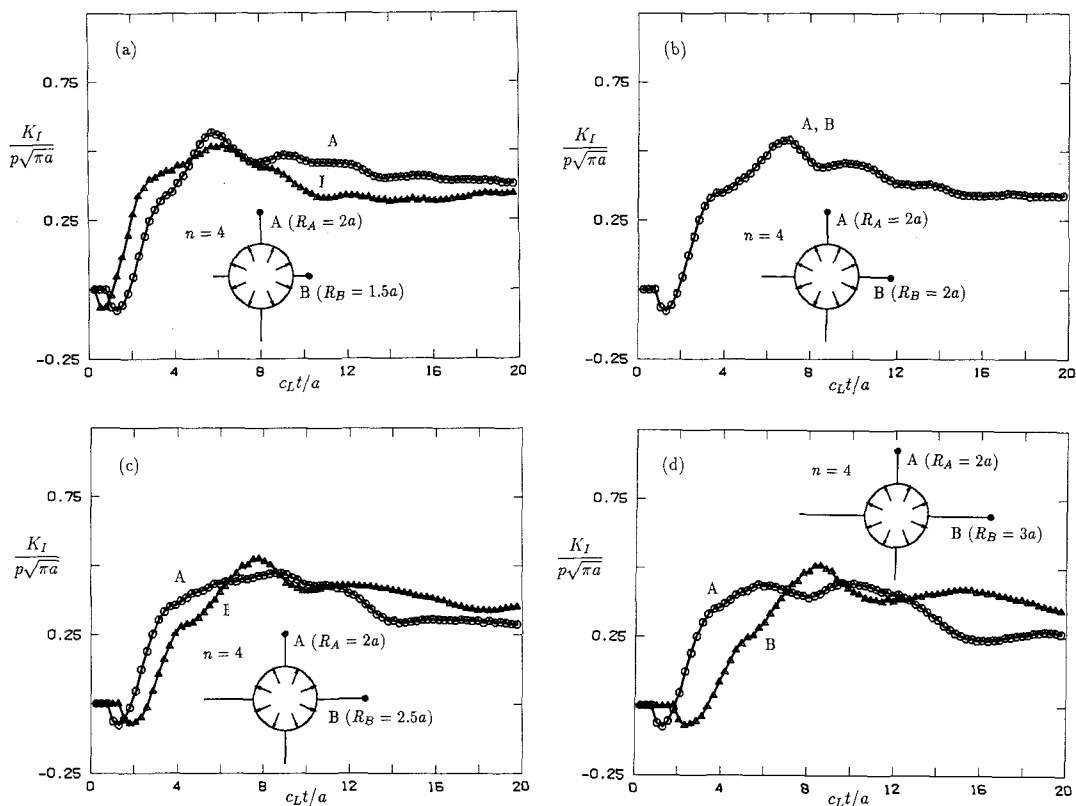


図 4 応力拡大係数 K_I の経時変化; $n=4$; $R_B =$ (a) $1.5a$, (b) $2a$, (c) $2.5a$, (d) $3a$.

れる。このことから、クラックの本数が増えると長いクラックがより進展しやすくなると考えられる。このことは静的解析¹⁾における傾向と一致している。

4. おわりに

本研究では時間域境界要素法を用いて衝撃圧力を受ける円孔から延びたスタークラックの動的解析を行った。クラックの長さや数を変化させて計算を行い、次のような結論を得た。i) 長さの異なるクラックが混在するモデルにおいては短いクラックの先端での K_I 値が小さくなるのに対して、長いクラックでの K_I は大きく突出したピーク値を示す。このため、長いクラックの方が破壊しやすくなると考えられる。ii) ただし、初動部分では衝撃応力波が短いクラックの先端に最初に到達して K_I が大きい値を示すことから、場合によっては短いクラックの先端から破壊が進行する場合も有り得る。iii) クラックの本数が増えると短いクラックでの K_I 値が抑制され、長いクラックがより進展しやすくなると考えられる。

本研究ではかなり理想化したモデルに対して解析を行ったが、現実には円孔内壁に作用する圧力の時間変動の影響、発破に伴って発生するクラック面 S_c でのガス圧の影響、クラック先端の破壊進行の影響など様々な不確定因子が存在する。これらの影響を考慮した解析は今後の課題である。

参考文献

- 1) Ouchterlony, F.: Analysis of cracks related to rock fragmentation, *Rock Fracture Mechanics*, (ed.) H. P. Rossmanith, Springer, Wien, pp.31-67, 1983.
- 2) Hirose, S.: Scattering problems by an inplane crack with contact boundary conditions (submitted for publication in *Wave Motion*).
- 3) 福井卓雄: 動弾性問題の境界要素解析, 境界要素法研究会第4回例会研究発表資料, BEM-84-4-1, 境界要素法研究会, 1984.

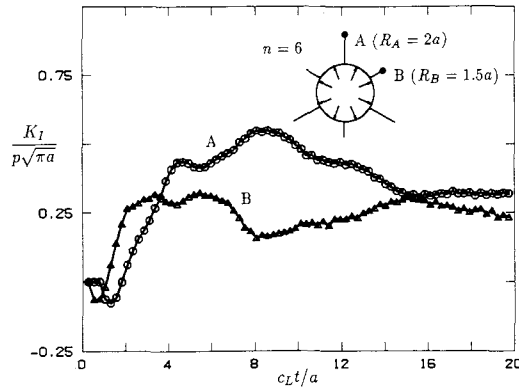


図 5 応力拡大係数 K_I の経時変化; $n=6$.

補遺 I 合成積

$f(t)$ をある滑らかな関数として、合成積 $G * f$ ならびに $H * f$ を以下に示す。詳しい導出は福井³⁾ によってなされている。

$$G_{ij}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) * f(t) = \frac{1}{2\pi c_T \rho r} \{ \delta_{ij}, r_{,i} r_{,j} \} \left\{ \begin{array}{l} -\kappa \sqrt{\chi_L^2 - 1} + \frac{\chi_T^2}{\sqrt{\chi_T^2 - 1}} \\ \kappa \frac{2\chi_L^2 - 1}{\sqrt{\chi_L^2 - 1}} - \frac{2\chi_T^2 - 1}{\sqrt{\chi_T^2 - 1}} \end{array} \right\} * f(t) \quad (\text{I.1})$$

$$H_{ik}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) * f(t) = \frac{n_j}{2\pi r} \left(\frac{c_T}{r} \{ A_{ijk} \} \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ -8 \end{array} \right\} \left[\frac{\kappa(2\chi_L^2 - 1)}{\sqrt{\chi_L^2 - 1}} - \frac{2\chi_T^2 - 1}{\sqrt{\chi_T^2 - 1}} \right] * f(t) \right. \\ \left. + \{ A_{ijk} \} \left\{ \begin{array}{l} \frac{(2\kappa^2 - 1)\chi_L}{\sqrt{\chi_L^2 - 1}} \\ -\frac{\chi_T}{\sqrt{\chi_T^2 - 1}} \\ -\frac{2\kappa^2 \chi_L}{\sqrt{\chi_L^2 - 1}} + \frac{2\chi_T}{\sqrt{\chi_T^2 - 1}} \end{array} \right\} * \dot{f}(t) \right) \quad (\text{I.2})$$

ただし、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 $r_{,i} = \partial r / \partial y_i$ 、 $\kappa = c_T / c_L$ 、 $\chi_\alpha = c_\alpha t / r$ であり、 c_T 、 c_L は横波と縦波の波速、 ρ は密度である。また、 $\{ A_{ijk} \} = \{ \delta_{ij} r_{,k}, \delta_{ik} r_{,j} + \delta_{jk} r_{,i}, r_{,i} r_{,j} r_{,k} \}$ である。

(1993 年 9 月 16 日 受付)