

界面のモデル化と超音波の反射・透過特性

INTERFACE MODELING AND PROPERTY OF REFLECTION AND TRANSMISSION COEFFICIENTS

北原道弘*

印 建華**

Michihiro KITAHARA, and Jian-hua YIN

The properties of reflection and transmission of ultrasonics by an interface layer are heavily dependent on the transfer matrix which governs the relation of displacements and tractions on both surfaces of the interface layer. Of particular interest is the approximate models of the interface layer. Accuracy of several interface models is discussed. It is shown that the simple interface models are acceptable when the wavelength is large enough for a given thickness of the layer or the thickness of the layer is small enough for a given wavelength. Reflection and transmission properties are also shown for several interface conditions from a viewpoint of ultrasonic nondestructive evaluation.

Key Words: reflection and transmission, interface modeling, ultrasonics

1 はじめに

材料の界面をモデル化するに当たり、簡単かつ用途の広さから、界面に分布したバネモデルが利用されることが多い。実際に界面モデルにより得られた結果を実験計測と対応して利用しようとする場合、モデルの適用可能域を確認しておくことが必要になると思われる。ここでは、界面層を厚さ h の弾性層と仮定した場合を基本として、すでに提案されている Rokhlin-Wang モデル、バネマスモデル、バネモデルについて、界面層の上・下面上の変位と応力の関係を記述する伝達マトリックスという立場から、これらモデルの関係と適用可能域について検討してみる。数値的にモデルの適用性を確認するために選んだ物理量は、界面層による超音波の反射率と透過率である。最も単純なバネモデルについては、境界要素法などの数値解析手法に組み込み易いことから、界面層内の物性について、いくつかのパラメータスタディーを行い、やや詳細に検討してみる。一連の過程において、弾性界面層による超音波の反射・透過特性も一部明らかになるため、界面状態の変化と反射率・透過率の関係に関する数値結果も合わせて報告する。

超音波を利用して非破壊的に不完全界面の状態を推定しようとする場合、不完全界面のモデル化が重要となる。モデル化の一つの方向は、不完全な界面を平面的に分布したクラック¹⁾や分布したボイド²⁾で近似して、弾性波動論的に正確な反射・透過特性を調べようとする立場である。このような、より正確なモデル化を行っても最終的に数値を得るには複雑な数値計算に頼らざるを得ないことから、もう一方の立場として、より単純な近似界面モデルを利用して界面による反射・透過特性を調べようとする試みもなされている^{3)~6)}。近似界面モデルを Null field theory や境界要素法などの数値解析手法と組み合わせる利用したもの(文献 7), 8) があり、また散乱波動場の積分表現と関連させて各種界面モデルをレビューしたものに Martin の研究⁹⁾がある。本研究においては、定常場の平面波表現と界面条件だけにより反射率と透過率が決まるため、手法的にみて新鮮さはないが、近似界面モデルの適用性について検討しておけば、境界要素法などの数値解析法と組み合わせることにより、モデルのパラメータを界面に沿って変化させて一様でない不完全界面モデルを表現できるため、近似界面モデルの今後の利用範囲が広がることが期待できる。

2 弾性界面層による平面波の反射と透過

まず、近似を含まない弾性界面層について考える。Fig.1 に示すように弾性物質 D^1 と D^2 の界面を、厚さ h の弾性界面層 D^0 としてモデル化する。入射波は図に示す入射角 θ_i で領域 D^1 内を伝播する次のような平面波とする。

* 工博 東海大学助教授 海洋学部海洋土木工学科 (〒424 静岡県清水市折戸 3-20-1)
 ** Ph.D. 南京大学講師 声学研究所 (Nanjing 210008, P.R. China)

$$u_i^{1,I} = A^{1,I} d_i^{1,I} \exp[ik^{1,I}(p_k^{1,I} x_k - c^{1,I} t)], \quad I = L^+ \text{ or } T^+ \quad (1)$$

上付き指標の1は領域 D^1 内の物理量を, A は振幅, d_i は偏向ベクトル, k は波数, p_k は波動の進行方向を表す伝播ベクトル, c は波速である. 以下, 上付きの第一指標は関係する領域を, 第2指標は波動モード(縦波(L)または横波(T))を表すことにする. このとき, 領域 D^1 内への反射波 $u_i^{1,I}$, 領域 D^2 への透過波 $u_i^{2,m}$ は次のように書ける.

$$u_i^{1,I} = A^{1,I} d_i^{1,I} \exp[ik^{1,I}(p_k^{1,I} x_k - c^{1,I} t)], \quad I = L^-, T^- \quad (2a)$$

$$u_i^{2,m} = A^{2,m} d_i^{2,m} \exp[ik^{2,m}(p_k^{2,m} x_k - c^{2,m} t)], \quad m = L^+, T^+ \quad (2b)$$

ここに, u_i^{1,L^-} と u_i^{1,T^-} は領域 D^1 側への反射縦波と横波であり, u_i^{2,L^+} と u_i^{2,T^+} は領域 D^2 側への透過縦波と横波である. また, 界面層 D^0 内に生じる波動 $u_i^{0,n}$ は次のように書ける (Fig.2 参照).

$$u_i^{0,n} = A^{0,n} d_i^{0,n} \exp[ik^{0,n}(p_k^{0,n} x_k - c^{0,n} t)], \quad n = L^+, T^+, L^-, T^- \quad (2c)$$

ここに, u_i^{0,L^+} と u_i^{0,T^+} は D^0 内を上向き(正の x_2 軸方向)に伝播する縦波と横波, u_i^{0,L^-} と u_i^{0,T^-} は D^0 内を下向きに伝播する縦波と横波である. 各領域内の変位を微分して, 応力は次のようになる.

$$\sigma_{ij}^{M,N} = A^{M,N} s_{ij}^{M,N} \exp[ik^{M,N}(p_k^{M,N} x_k - c^{M,N} t)] \quad (3a)$$

ここに, s_{ij} は変位-応力関係から生じた波動の偏向ベクトル, 伝播ベクトル, 波数, 各領域の弾性定数に関する次のような量である.

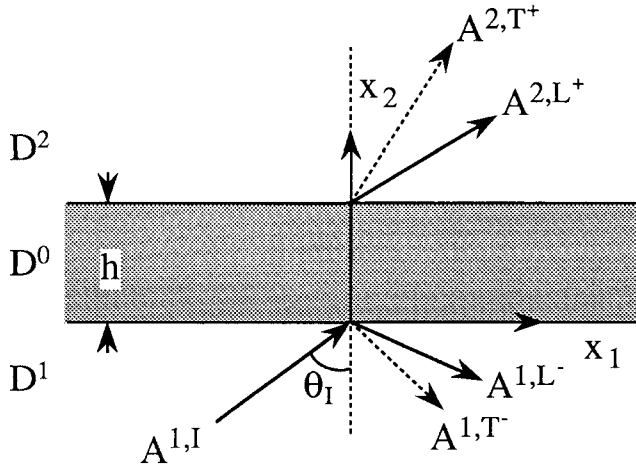


Fig.1 Wave interaction with elastic layer between two solids

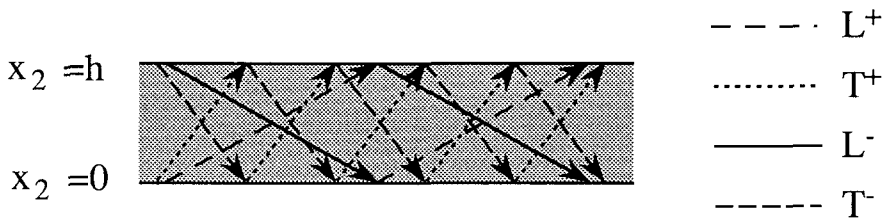


Fig.2 Wave modes in elastic layer

$$s_{ij}^{M,N} = ik^{M,N} [\lambda_M \delta_{ij} d_k^{M,N} p_k^{M,N} + \mu_M (d_i^{M,N} p_j^{M,N} + d_j^{M,N} p_i^{M,N})] \quad (3b)$$

ここで、 λ_M と μ_M は領域 D^M ($M=0,1,2$)内のラメ定数である。

3 界面層内の伝達マトリックス

界面層 D^0 の下側界面($x_2=0$)上の変位 u_j と応力 σ_{ij} は上側界面($x_2=h$)上の変位 u_j^+ と応力 σ_{ij}^+ により伝達マトリックス $\mathbf{B}$ を介して関係付けられる。ここでは、界面層 D^0 を弾性層とした場合の伝達マトリックスを導き、後に示す各種の近似表現の比較とする。

Fig.2 に示したように界面層 D^0 内では計4つの波動モードが存在しており、 D^0 内の全変位場 u_i と全応力場 σ_{ij} は4つのモードの重ね合わせとして次のように書ける。

$$u_i = \sum_{n=L^\pm, T^\pm} u_i^{0,n}, \quad \sigma_{ij} = \sum_{n=L^\pm, T^\pm} \sigma_{ij}^{0,n} \quad (4a, b)$$

上式(4)および D^0 内の変位と応力の各成分を表す式(2c)と(3)より、層 D^0 の上側($x_2=h$)界面上の変位と応力は次のようになる。

$$[u_1^+, u_2^+, \sigma_{21}^+, \sigma_{22}^+]^T = \mathbf{Q}_0 \mathbf{E}_0 [A^{0,L^+}, A^{0,T^+}, A^{0,L^-}, A^{0,T^-}]^T \quad \text{on } x_2 = h \quad (5)$$

また、下側($x_2=0$)界面上の変位と応力は次のようになる。

$$[u_1, u_2, \sigma_{21}, \sigma_{22}]^T = \mathbf{Q}_0 [A^{0,L^+}, A^{0,T^+}, A^{0,L^-}, A^{0,T^-}]^T \quad \text{on } x_2 = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_0$ と $\mathbf{E}_0$ は次のようなマトリックスである。

$$\mathbf{Q}_0 = [\mathbf{Q}_0^+, \mathbf{Q}_0^-], \quad \mathbf{Q}_M^\pm = [\mathbf{q}^{M,L^\pm}, \mathbf{q}^{M,T^\pm}], \quad \mathbf{q}^{M,N} = [d_1^{M,N}, d_2^{M,N}, s_{12}^{M,N}, s_{22}^{M,N}]^T, \quad (7a)$$

$$\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0^+ & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_0^- \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_M^\pm = \text{diag}[e^{M,L^\pm}, e^{M,T^\pm}], \quad e^{M,N} = \exp(ik^{M,N} p_2^{M,N} h) \quad (7b)$$

式(5)と(6)より、弾性層 D^0 の下側と上側の界面上の変位と応力の関係は次のように書ける。

$$[u_1, u_2, \sigma_{21}, \sigma_{22}]^T = \mathbf{B} [u_1^+, u_2^+, \sigma_{21}^+, \sigma_{22}^+]^T \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{B}$ は次のような伝達マトリックスである。

$$\mathbf{B} = \mathbf{Q}_0 \mathbf{E}_0^{-1} \mathbf{Q}_0^{-1} \quad (9)$$

後の便宜上、 $\mathbf{B} = [b_{ij}]$ として各要素を書き下しておくと次のようになる。

$$\begin{aligned} b_{11} &= 2\alpha^2 \cos(\bar{h}\gamma) + (1 - 2\alpha^2) \cos(\bar{h}\beta) \\ b_{12} &= -i\alpha \left(\frac{1}{\gamma} (1 - 2\alpha^2) \sin(\bar{h}\gamma) - 2\beta \sin(\bar{h}\beta) \right) \\ b_{13} &= -\frac{1}{\mu_0 k^{0,T}} \left(\frac{\alpha^2}{\gamma} \sin(\bar{h}\gamma) + \beta \sin(\bar{h}\beta) \right) \\ b_{14} &= \frac{\alpha}{i\mu_0 k^{0,T}} (\cos(\bar{h}\gamma) - \cos(\bar{h}\beta)) \\ b_{21} &= -i\alpha (2\gamma \sin(\bar{h}\gamma) - \frac{1}{\beta} (1 - 2\alpha^2) \sin(\bar{h}\beta)) \\ b_{22} &= (1 - 2\alpha^2) \cos(\bar{h}\gamma) + 2\alpha^2 \cos(\bar{h}\beta) \\ b_{24} &= -\frac{1}{\mu_0 k^{0,T}} (\gamma \sin(\bar{h}\gamma) + \frac{\alpha^2}{\beta} \sin(\bar{h}\beta)) \\ b_{31} &= \mu_0 k^{0,T} (4\alpha^2 \gamma \sin(\bar{h}\gamma) + \frac{1}{\beta} (1 - 2\alpha^2)^2 \sin(\bar{h}\beta)) \\ b_{32} &= 2i\mu_0 k^{0,T} \alpha (1 - 2\alpha^2) (\cos(\bar{h}\gamma) - \cos(\bar{h}\beta)) \\ b_{42} &= \mu_0 k^{0,T} \left(\frac{1}{\gamma} (1 - 2\alpha^2)^2 \sin(\bar{h}\gamma) + 4\alpha^2 \beta \sin(\bar{h}\beta) \right) \\ b_{23} &= b_{14}, \quad b_{33} = b_{11}, \quad b_{34} = b_{21} \\ b_{41} &= b_{32}, \quad b_{43} = b_{12}, \quad b_{44} = b_{22} \end{aligned} \quad (10a)$$

ここに、 $\alpha, \beta, \gamma, \bar{h}$ は次のように定義されている。

$$\alpha = \sin \theta_T = \frac{c^{0,T}}{c^{0,L}} \sin \theta_L = \xi \sin \theta_L, \quad \beta = \cos \theta_T$$

$$\gamma = (\xi^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} = \xi \cos \theta_L, \quad \bar{h} = k^{0,T} h = k^{0,L} h / \xi, \quad \xi = \frac{c^{0,T}}{c^{0,L}} = \frac{k^{0,L}}{k^{0,T}} \quad (10b)$$

また、上式中の θ_L と θ_T は弾性層内の縦波と横波の屈折角である。

4 近似界面モデル

いま、 $\bar{h} = k^{0,T} h \ll 1$ として、式 (10) における各項を $\cos(\bar{h}\gamma) \approx \cos(\bar{h}\beta) \approx 1, \sin(\bar{h}\gamma) \approx \bar{h}\gamma, \sin(\bar{h}\beta) \approx \bar{h}\beta$ のように近似する。このとき、伝達マトリックス $\mathbf{B}$ は次のように簡単化できる。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} & -\frac{1}{K_t} & 0 \\ \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu_0} b_{12} & 1 & 0 & -\frac{1}{K_n} \\ \omega^2 m_p & 0 & 1 & \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2\mu_0} b_{12} \\ 0 & \omega^2 m_n & b_{12} & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここに、

$$b_{12} = i k^{1,I} h \sin \theta_I \quad (12a)$$

$$K_n = (\lambda_0 + 2\mu_0)/h, \quad K_t = \mu_0/h \quad (12b)$$

$$m_n = \rho_0 h, \quad m_p = [1 - 4 \frac{\lambda_0 + \mu_0}{\lambda_0 + 2\mu_0} (\frac{k^{1,I}}{k^{0,T}} \sin \theta_I)^2] \rho_0 h \quad (12c)$$

である。上式の整理において、スネルの法則から、関係式 $k^{0,T} \sin \theta_T = k^{1,I} \sin \theta_I$ を用いた。係数 b_{12} は界面上の変位と応力の接線成分と法線成分のカップリングの効果、 K_n と K_t は法線方向と接線方向の剛性を、 m_n と m_p は法線方向と接線方向への質量の影響を表しており、Rokhlin-Wang の界面モデル^{5),6)}と一致する。式 (11) の関係を、伝達マトリックスの定義 (8) に従い、界面層の下面と上面の変位と表面力の差として一般的に表現してみると次のように書ける。

$$\mathbf{u} - \mathbf{u}' = \mathbf{F}\mathbf{t}' + \mathbf{A}\mathbf{u}' \quad (13a)$$

$$\mathbf{t} - \mathbf{t}' = \mathbf{G}\mathbf{u}' + \mathbf{C}\mathbf{t}' \quad (13b)$$

ここで、 $\mathbf{F}, \mathbf{A}$ 等は式 (11) の成分を式 (13) の表現に適合するように再配置したマトリックスである。即ち、Rokhlin-Wang モデルでは変位と応力が不連続であり、かつ上・下面の変位と応力のカップリング効果を含んでいる。

Rokhlin-Wang モデル (11) において、カップリング項 b_{12} を無視すると、バネマスモデルに対応する伝達マトリックスを得る。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{K_t} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{K_n} \\ \omega^2 m_p & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega^2 m_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式 (13) と同様に、上記関係を界面上の変位と応力により表現すると次のようになる。

$$\sigma_{21} = K_t(u_1' - u_1) \quad , \quad \sigma_{22} = K_n(u_2' - u_2) \quad (15a)$$

$$\sigma_{21} - \sigma_{21} = -\omega^2 m_p u_1' \quad , \quad \sigma_{22} - \sigma_{22} = -\omega^2 m_n u_2' \quad (15b)$$

さらに、界面マスの影響を無視すると、式 (14) はバネマスモデルに対する伝達マトリックスとなる。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{K_t} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{K_n} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

この場合、界面上・下面で応力は連続であるが、変位が式 (15a) の意味で不連続なモデルとなっている。

上記過程より、これら近似モデルはすべて $k^0 h = 2\pi h / \Lambda^0 \ll 1$ に対して成立するモデルである。即ち、与えられた界面層厚 h に対し界面層内の波長 Λ^0 が十分に大きい、あるいは、与えられた界面層内の波長 Λ^0 に対し界面層厚 h が十分に小さい場合に成立する。関係式 (12a) に注意すると、入射角 θ_I が小さいか、入射波の波長に関係した条件 $k^{1,I} h \ll 1$

が満たされるとバネーマスモデルが近似的に成立する。さらに、(12c) より密度と層厚 h の積が小さい ($\rho_0 h \ll 1$) とバネモデルが近似的に成立することになる。

5 反射率と透過率

界面層の下面と上面それぞれで変位と応力は連続とする。このとき、下面 ($x_2 = 0$) と上面 ($x_2 = h$) における連続条件は式 (1) ~ (4) より次のように書ける。

$$u_i^{1,I} + \sum_l u_i^{1,l} = \sum_n u_i^{0,n}, \quad \sigma_{2i}^{1,I} + \sum_l \sigma_{2i}^{1,l} = \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} \quad \text{on } x_2 = 0 \quad (17a)$$

$$\sum_m u_i^{2,m} = \sum_n u_i^{0,n}, \quad \sum_m \sigma_{2i}^{2,m} = \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} \quad \text{on } x_2 = h \quad (17b)$$

ここで、 $I = L^+$ または T^+ は入射波のモードを表している。また、 $l = L^-, T^-$ は反射波の、 $m = L^+, T^+$ は透過波の、 $n = L^+, T^+, L^-, T^-$ は層内の波動モードを表している。

各領域内の波動の表現式 (1) ~ (4) を連続条件 (17) に代入して、下面と上面における変位と応力の表現を得る。

$$[u_1, u_2, \sigma_{21}, \sigma_{22}]^T = \mathbf{Q}_1^{1,I} A^{1,I} + \mathbf{Q}_1^- [A^{1,L^-}, A^{1,T^-}]^T \quad \text{on } x_2 = 0 \quad (18a)$$

$$[u_1, u_2, \sigma_{21}, \sigma_{22}]^T = \mathbf{Q}_2^+ \mathbf{E}_2^+ [A^{2,L^+}, A^{2,T^+}]^T \quad \text{on } x_2 = h \quad (18b)$$

ここに、 $\mathbf{Q}_1^{1,I}, \mathbf{Q}_M^\pm, \mathbf{E}_2^\pm$ は式 (7) に定義されている。式 (18) に上・下面上の変位と応力の関係を記述する伝達マトリックス $\mathbf{B}$ の表現 (8) を代入すると次のようになる。

$$-\mathbf{Q}_1^- [A^{1,L^-}, A^{1,T^-}]^T + \mathbf{B} \mathbf{Q}_2^+ \mathbf{E}_2^+ [A^{2,L^+}, A^{2,T^+}]^T = \mathbf{Q}_1^{1,I} A^{1,I} \quad (19)$$

入射波のモードと振幅を与えると上式 (19) の右辺は既知となり、上式より、反射波の振幅 A^{1,L^-}, A^{1,T^-} と透過波の振幅 A^{2,L^+}, A^{2,T^+} を決めることができる。このとき、縦波の反射率を R_L 、横波の反射率を R_T 、縦波の透過率を T_L 、横波の透過率を T_T とすると、これらは次のように書ける。

$$R_L = A^{1,L^-} / A^{1,I}, \quad R_T = A^{1,T^-} / A^{1,I}, \quad T_L = A^{2,L^+} / A^{1,I}, \quad T_T = A^{2,T^+} / A^{1,I} \quad (20)$$

6 計算結果

以下の数値例において弾性母材 D^1 と D^2 は同じ材質とし、ここではアルミ材を想定して次のように物性を設定した。

$$E_1 = E_2 = 72 \text{ GPa}, \quad \nu_1 = \nu_2 = 0.33, \quad \rho_1 = \rho_2 = 2700 \text{ kg/m}^3$$

また、界面層内の物性は、層内の物性をパラメータに選ぶ場合を除き、次のようにおいた。

$$E_0 = 7.2 \text{ GPa}, \quad \nu_0 = 0.33, \quad \rho_0 = 1200 \text{ kg/m}^3$$

これら界面層内の物性から各近似モデルの定数への変換は式 (12) に与えられている。

Fig.3 に各界面モデルによる縦波と横波の反射率 R_L と R_T 、縦波と横波の透過率 T_L と T_T をまとめて示す。入射波は入射角を $\theta_I = 30^\circ$ とする平面縦波であり、図の横軸は界面層厚 h で無次元化した界面層内の縦波の波数 $hk^{0,L}$ である。図の右端の数値は、先に示した4つの界面モデルを意味している。

- 1: 近似を含まない弾性界面層 (式 (9),(10))
- 2: バネモデル (式 (16))
- 3: バネーマスモデル (式 (14))
- 4: Rokhlin-Wang モデル (式 (11))

各近似モデルの理論上の成立範囲は $hk^{0,L} \ll 1$ であるが、実際に計算してみると、各モデルとも $hk^{0,L} < 1$ では、近似を含まない弾性界面層の結果にかなりよく追従していることがわかる。特に、 $hk^{0,L} < 0.1$ の範囲では4つのモデルに実質的な差はないと言える。境界要素法などの数値解析に界面モデルを組み込む観点からすると、最も単純なバネモデルの適用性を調べておくことが重要となる。Fig.4 は、界面層内のヤング率 E_0 を3通りに変化させて、弾性界面層とバネモデルによる反射率と透過率を比較したものである。入射波は $\theta_I = 30^\circ$ とする平面縦波である。弾性層内のヤング率が小さいほどバネモデルの近似度が良いことがわかる。Fig.5 は界面層内の密度 ρ_0 をパラメータに選んだ場合の結果である。

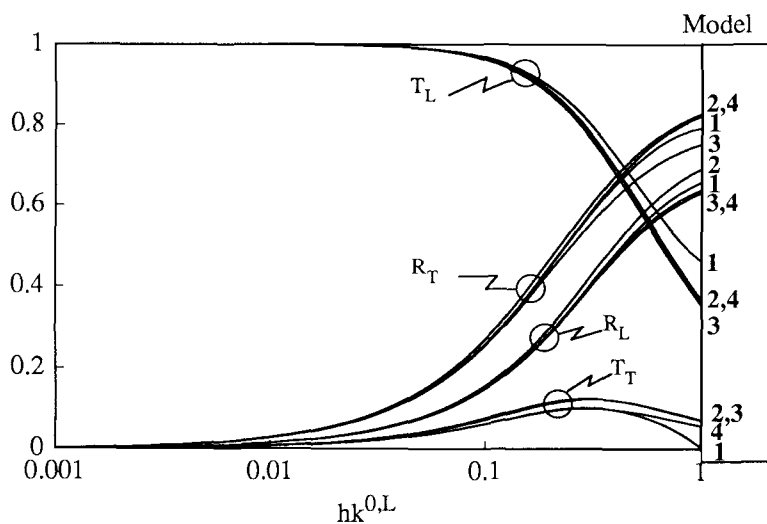


Fig.3 Reflection and transmission coefficients for L-wave incidence of $\theta_1=30^\circ$
(1:exact, 2:spring, 3:spring-mass, 4:Rokhlin-Wang model)

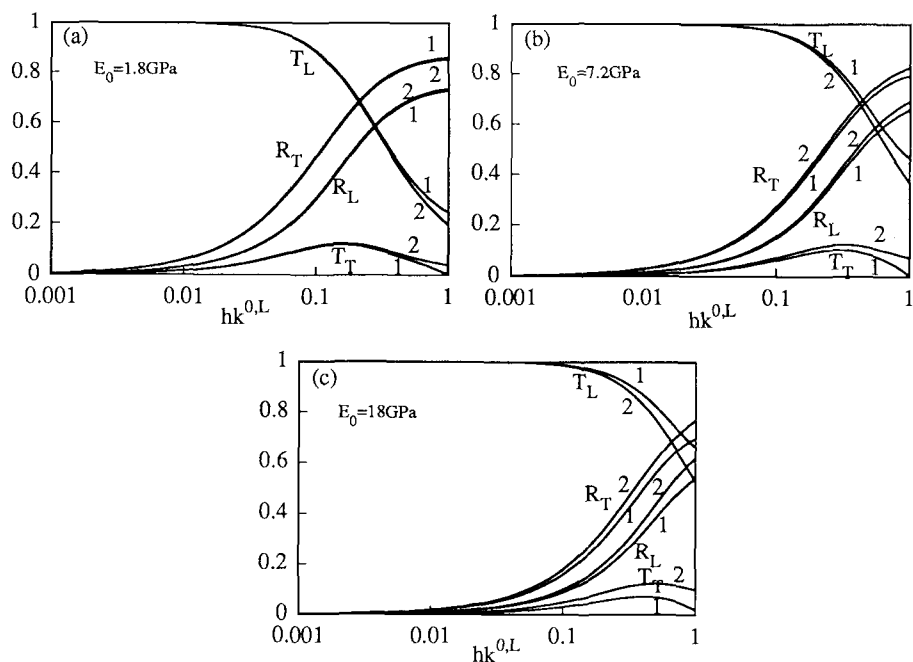


Fig.4 Comparison of reflection and transmission coefficients
for different E_0 (1:exact, 2:spring model, $\theta_1=30^\circ$)

ρ_0 が小さいほどバネモデルは良い近似モデルとなる。Fig.6はポアソン比 ν_0 をパラメータとした場合の結果であるが、ポアソン比が変化しても結果に有意な差は認められないことがわかる。なお、Fig.5と6の入射波は $\theta_I = 0^\circ$ の縦波である。これらの図から判断して、 $hk^{0,L} < 1$ においてバネモデルを利用するのが好ましいと言える。

Fig.7は、縦波の入射角 $\theta_I = 0$ の場合について、 $hk^{0,L}$ をさらに大きくした場合の反射率・透過率を、近似を含まない弾性界面層とバネモデルについて比較したものである。無次元化波数 $hk^{0,L}$ が1を越えると、両者の結果は著しく異なり、特に、バネモデルでは界面層間の波動の干渉現象($hk^{0,L} = n\pi$)は表現できないことがわかる。Fig.8は、近似を含まない弾性界面層の場合について、層内のヤング率 E_0 をパラメータとして、 $hk^{0,L} = 0 \sim 10$ の範囲で反射率と透過率を計算した結果である。この場合の入射波は $\theta_I = 0^\circ$ なる平面縦波である。層内のヤング率 E_0 が変化したとき、 $hk^{0,L} = \pi/2 + n\pi$ において反射率 R_L と透過率 T_L の変化がかなり大きいことがわかる。これは、層厚 h が与えられたとき、送信周波数を調整して反射率あるいは透過率を測定することにより、層内の弾性定数の変化を推定できる可能性を示唆している。

7 界面層の上・下面での界面状態と反射率・透過率

ある厚さ h の弾性界面層を考えたとき、層の上面あるいは下面における界面条件が変化する場合が考えられる。片面でスリップが生じた場合などである。ここでは、次の3つのタイプの界面条件を想定する。(1)完全結合の場合であり、上面と下面上で変位と応力は連続である。(2)スリップ界面であり、界面に対して法線方向の変位と応力は連続であるが、界面の接線方向の応力が零となる場合である。(3)完全不連続界面であり、界面上の2つの応力成分が共に零となる場合である。これらの界面条件を、下面($x_2 = 0$)と上面($x_2 = h$)について整理すると次のようになる。

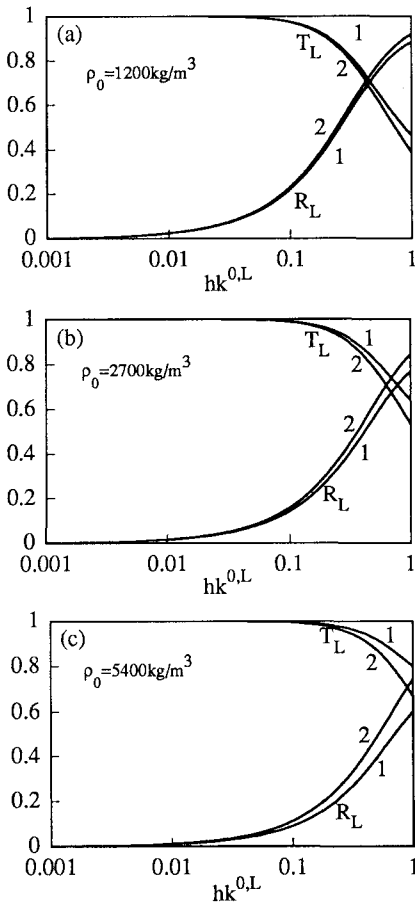


Fig.5 Comparison of reflection and transmission coefficients for different ρ_0

(1:exact, 2:spring model, $\theta_I=0^\circ$)

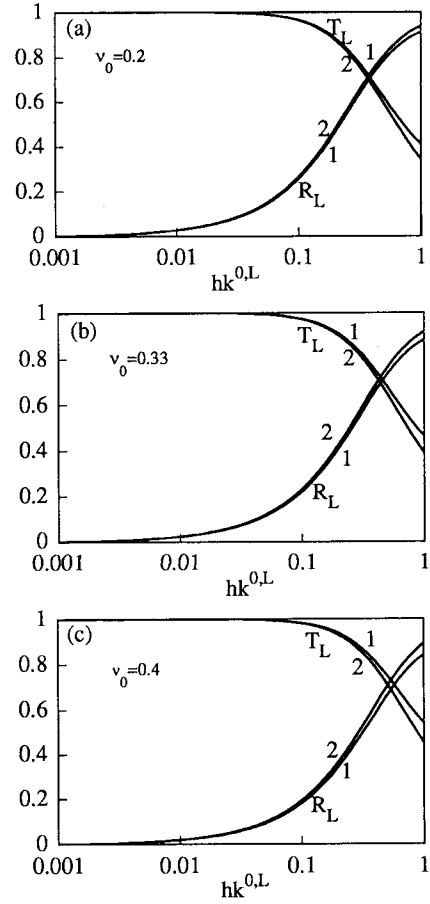


Fig.6 Comparison of reflection and transmission coefficients for different ν_0

(1:exact, 2:spring model, $\theta_I=0^\circ$)

下面 $x_2 = 0$ 上で：

(1) 完全結合

$$u_i^{1,I} + \sum_l u_i^{1,l} = \sum_n u_i^{0,n}, \quad \sigma_{2i}^{1,I} + \sum_l \sigma_{2i}^{1,l} = \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} \quad (21a)$$

(2) スリップ

$$u_2^{1,I} + \sum_l u_2^{1,l} = \sum_n u_2^{0,n}, \quad \sigma_{22}^{1,I} + \sum_l \sigma_{22}^{1,l} = \sum_n \sigma_{22}^{0,n}$$

$$\sigma_{21}^{1,I} + \sum_l \sigma_{21}^{1,l} = 0, \quad \sum_n \sigma_{21}^{0,n} = 0 \quad (21b)$$

(3) 完全不連続

$$\sigma_{2i}^{1,I} + \sum_l \sigma_{2i}^{1,l} = 0, \quad \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} = 0 \quad (21c)$$

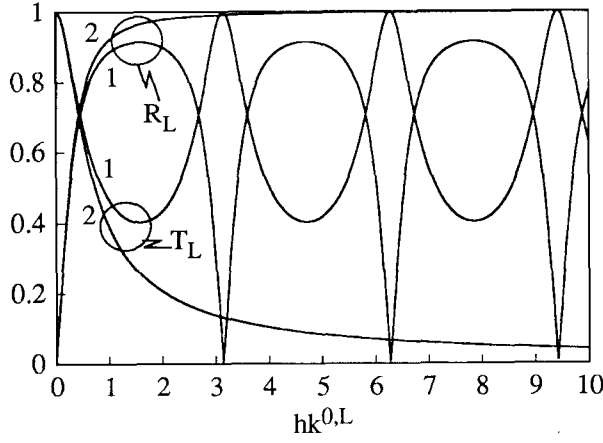


Fig.7 Reflection and transmission coefficients
for L-wave incidence of $\theta_I=0^\circ$
(1:exact, 2:spring model)

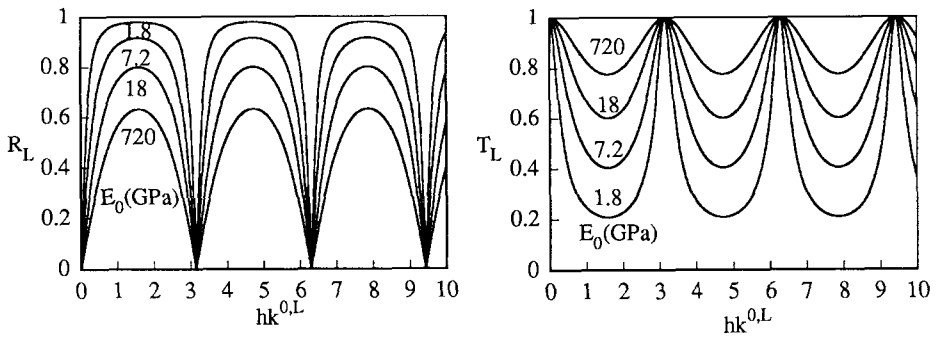


Fig.8 Reflection and transmission coefficients
for different E_0 (exact model)

上面 $x_2 = h$ 上で:

(1) 完全結合

$$\sum_m u_i^{2,m} = \sum_n u_i^{0,n}, \quad \sum_m \sigma_{2i}^{2,m} = \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} \quad (22a)$$

(2) スリップ

$$\begin{aligned} \sum_m u_2^{2,m} &= \sum_n u_2^{0,n}, & \sum_m \sigma_{22}^{2,m} &= \sum_n \sigma_{22}^{0,n} \\ \sum_m \sigma_{21}^{2,m} &= 0, & \sum_n \sigma_{21}^{0,n} &= 0 \end{aligned} \quad (22b)$$

(3) 完全不連続

$$\sum_m \sigma_{2i}^{2,m} = 0, \quad \sum_n \sigma_{2i}^{0,n} = 0 \quad (22c)$$

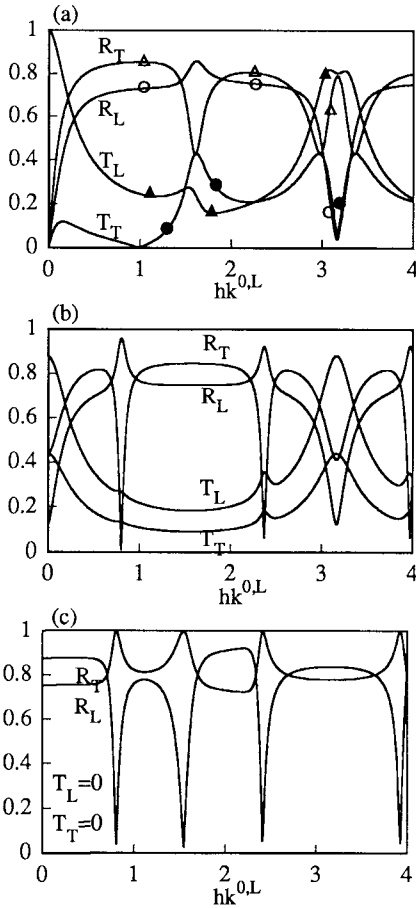


Fig.9 Reflection and transmission coefficients for different interface conditions. In all cases, lower interface is perfect bonding and upper interface is (a) perfect bonding, (b) slip contact, (c) stress free.

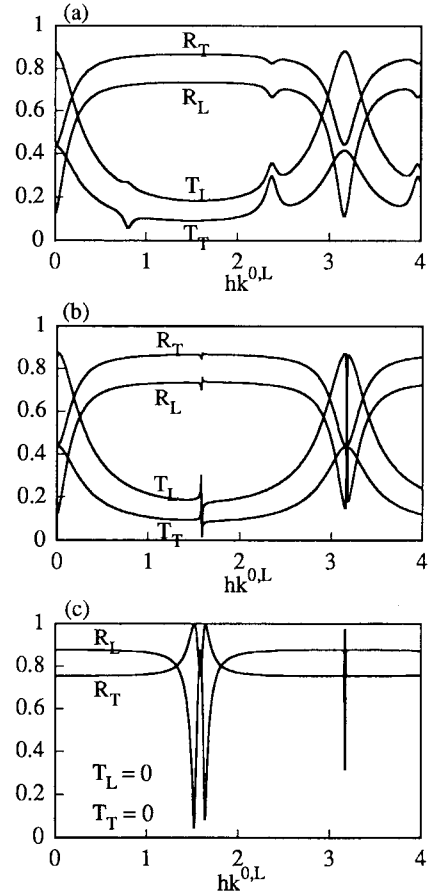


Fig.10 Reflection and transmission coefficients for different interface conditions. In all cases, lower interface is slip contact and upper interface is (a) perfect bonding, (b) slip contact, (c) stress free.

この場合にも下面と上面の条件を組み合わせることにより、式(17) - (20)と同様に、反射率と透過率を決めることができる。以下の計算例では、すべての場合において弾性層の伝達マトリックス(9),(10)を用いている。Fig.9に界面層の下面が完全結合である場合の反射率と透過率を示す。上面の条件が異なっており、上面で(a)が完全結合、(b)がスリップ、(c)が完全不連続の場合である。Fig.10は界面層の下面がスリップを生じている場合の反射率と透過率をまとめたものである。このとき、上面の条件は(a)が完全結合、(b)がスリップ、(c)が完全不連続である。入射波は入射角を $\theta_I = 30^\circ$ とする縦波であり、母材と界面層の物性は、 $E_1 = E_2 = 72 \text{ GPa}$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.33$, $\rho_1 = \rho_2 = 2700 \text{ kg/m}^3$, $E_0 = 1.8 \text{ GPa}$, $\nu_0 = 0.33$, $\rho_0 = 1200 \text{ kg/m}^3$ である。

界面の上、下面共に完全結合である場合の Fig.9(a) について考察してみる。縦波の反射率 R_L は界面層内における縦波の干渉により $hk^{0,L} = \pi$ において極小値を有する。層内のポアソン比 $\nu_0 = 0.33$ より $hk^{0,T}/hk^{0,L} \approx 2$ となることに注意すれば、界面層内での横波の干渉効果は $hk^{0,L} \approx \pi/2$ における横波の反射率 R_T の極小値として現れていることがわかる。同様の考察は Fig.9(b),(c) および Fig.10 についても成立する。例えば Fig.9(b) においては、下側界面が完全結合、上側界面がスリップ状態にあることから、層内における横波の干渉モードは下側固定の $1/4$ 波長モードに近くなることが予想できる。この影響が $hk^{0,L} \approx 0.8$ と 2.4 付近における横波の反射率 R_T の極小値として現れている。

低周波数域に着目して Fig.9 と Fig.10 の結果を総合してみると次のことが言える。 $hk^{0,L}$ の値が小さくなると(零に近付くと)、(1) Fig.9(b), Fig.10(a),(b) の反射率、透過率は零でない同じ値となる。これはスリップ界面を特徴付けている。(2) Fig.9(c), Fig.10(c) の反射率は零でない同じ値であり、透過率は零となる。これは完全不連続界面を特徴付けている。(3) Fig.9(a) の完全に結合した界面の場合には、縦波の透過率が値 1 に近付き、他の反射率と透過率は零に近づく。

8 おわりに

界面のモデル化と超音波の反射と透過特性について、近似界面モデルの適用限界という観点と界面による反射率・透過率の界面評価への利用という観点から考察してみた。近似界面モデルについては、界面層を厚さ h の弾性層とした場合の伝達マトリックスをもとに、Rokhlin-Wang モデル、パネーマスモデル、パネモデルについてそれらの関連性と適用可能域を明らかにした。特にパネモデルについては、界面層内の物性に関していくつかのパラメータスタディーを実行し、適用性についてより詳細な検討を行った。これより、本研究において設定した物性の範囲においては、近似モデルの適用可能域のおおよその目安は、層厚 h で無次元化した波数 k で表現して $hk < 1$ であると言える。界面評価の観点からは、反射率・透過率が層内の弾性定数の変化に対し、かなり敏感に変化する周波数域が存在し、送信周波数を調整すれば反射率・透過率から層内の弾性定数を推定できる可能性があること、また、界面層の界面条件が変化したとき、界面層内の波動の干渉による反射率の極小値の位置が周波数軸上でかなり明確に変化することから、周波数可変の計測を行えば、この変化から界面状態の変化を推定できる可能性があることがわかった。実際に周波数を変化させて反射率、透過率を計測するには、トランスデューサーのバンド幅の問題がクリアされる必要がある。

参考文献

- 1) Angel, Y.C. and Achenbach, J.D.: Reflection and transmission of elastic waves by a periodic array of cracks, J. Appl. Mech., Vol.52, pp. 33-41, 1985.
- 2) Achenbach, J.D. and Kitahara, M.: Reflection and transmission of an obliquely incident wave by an array of spherical cavities, J. Acoust. Soc. Am., Vol.80, pp. 1209-1214, 1986.
- 3) Margetan, F.J., Thompson, R.B. and Gray, T.A.: Interfacial spring model for ultrasonic interactions with imperfect interfaces: theory of oblique incidence and application to diffusion-bonded butt joints, J. Nondestr. Eval., Vol.7, pp. 131-152, 1988.
- 4) Thompson, R.B.: Interaction of ultrasound with imperfectly contacting interfaces, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol.12, pp. 179-186, 1993.
- 5) Rokhlin, S.I. and Wang, Y.J.: Analysis of ultrasonic wave interaction with imperfect interface between solids, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol.10, pp. 185-192, 1991.
- 6) Rokhlin, S.I. and Wang, Y.J.: Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids, J. Acoust. Soc. Am., Vol.89, pp. 503-515, 1991.
- 7) Olsson, P., Datta, S.K. and Bostrom, A.: Elastodynamic scattering from inclusions surrounded by thin interface layers, J. Appl. Mech., Vol.57, pp. 672-676, 1990.
- 8) Hirose, S. and Kitahara, M.: Scattering of elastic waves by a crack with spring-mass contact, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.31, pp. 789-801, 1991.
- 9) Martin, P.A.: Boundary integral equations for the scattering of elastic waves by elastic inclusions with thin interface layers, J. Nondestr. Eval., Vol.11, pp.167-174, 1992.

(1993年9月16日受付)