

切欠きを持つ木質系はりの曲げ耐力について

ON THE ULTIMATE STRENGTH OF TIMBER BEAMS
WITH A RECTANGULAR NOTCH SUBJECTED TO BENDING

竹内則雄 * 辻野哲司 ** 川井忠彦 ***

By Norio TAKEUCHI, Tetsuji TSUJINO and Tadahiko KAWAI

This paper presents experimental and numerical studies on the ultimate strength of timber beams with a rectangular notch subjected to bending. These beams used in this experiment are pine from America. The experimental results indicated that tensile cracking grew from the corner at the notch along woody fiber. On the other hand, numerical method using Rigid Bodies-Spring Model (RBSM) are proposed to analysis of timber beams for which tensile cracking effects may play a vital role in their structural behavior. This method is applicable to analyse the coupled failure of solids due to slippage, tensile cracking. In case of the numerical analysis, a large tensile stress depended on the depth of the notch was computed at the corner of the notch. From these studies, it becomes clear that tensile crack grow from the corner at the notch and the initial cracking load is related to depth of the notch. Finally, it is shown that the initial cracking load can be estimate using simplified function.

Key Words : timber beam, RBSM, anisotropy, tensile cracking

1. まえがき

すぎやひのきあるいはまつなどは土木・建築用材として古くから用いられてきた。このような木質系の材料は繊維に沿った異方が極端に強い、繊維方向と繊維直角方向とは異なった挙動を示す。また、曲げを受けるはりとして、木質系材料を利用する場合、はりの引っ張り側に切欠きが存在すると、著しい強度低下を引き起こすことが知られている。このため、「木構造設計規準」[1]において、最大曲げモーメントが発生する付近に切欠きを有する材料は、はり材として好ましくないとされている。

杉山ら[2]は切欠きの存在によって曲げ耐力がどの程度減少するかといった観点から、えぞまつを用いた実物大の実験を行い、欠き込みの影響について検討した結果、簡便的に曲げ耐力を推定する方法を提案している。また、増田[3]は破壊条件として応力に関する2次式を用い、線形破壊力学を応用した有限小領域理論と呼ぶ方法により初期クラック発生荷重を推定し、小規模実験との比較を行っている。

著者らは、切欠き深さが大きい場合、強度低下の要因の1つは繊維方向に沿った引張クラックによるものと考え、増田と同様な小規模実験を行い、崩壊モードとクラック発生荷重について検討を行った。一方、川井によって提案されたRBSM[4]は要素境界辺上でエネルギーを評価するため、引張破壊やすべりなどの不

* 工博 明星大学助教授 理工学部土木工学科 (〒191 東京都日野市程久保 2-1-1)

** 農博 岩手大学教授 教育学部技術科 (〒020 岩手県盛岡市上田 3-18-33)

*** 工博 東京理科大学教授 工学部電気工学科 (〒162 東京都新宿区神楽坂 1-3)

連続性の導入が容易である [5]。また、要素境界辺に設けられたばねに異方性を持たせ、要素分割を工夫することで、木材における繊維構造によって生ずる異方性の解析も可能であると思われる。

本研究の最終目標は、切欠きを有した木質系はり材の実構造物への適用限界を検討することであるが、本論文では、それを検討する上で、有益な情報を与えると思われるRBSM による木質系材料の離散化極限解析法を提案すること、強度低下の原因と思われる崩壊モードを明らかにすること、また、設計上重要になるとと思われる初期クラック発生荷重の推定方法に対する考え方を提案することを目的とする。

2. 実験方法と供試体

杉山ら [2] は供試体としてえぞまつを用いており、また、増田 [3] はべいまつを使用している。本実験では、増田の実験と同じべいまつを用いた。実験に使用したべいまつの電子顕微鏡写真を写真 1 に示す。べいまつの木口は規則的な格子状となっており、まさ目方向、板目方向とも導管が直線的に形成されている。切欠きを持つはりの曲げ試験では、主に導管に沿って引張クラックが発生するものと思われる。

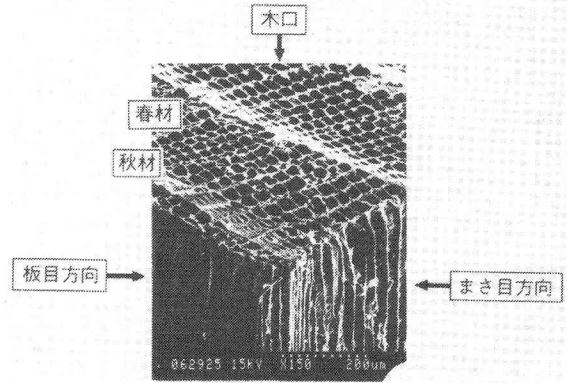


写真 1 べいまつの電子顕微鏡写真

供試体は、まさ目木取りを行ったまさ目板を、上下面が板目、側面がまさ目となるよう、裂いて作成した。供試体の寸法は、幅 $b=20\text{mm}$ 、高さ $h=30\text{mm}$ 、長さ 500mm （スパン $L=450\text{mm}$ ）とし、スパン中央部に高さ $h_n=15\text{mm}$ 、幅 6mm （スパン方向）の直方体状の切欠きを設けた。切欠きは図 1 に示すよう、引張側に設けるものとする。このとき、梁せい (h) から切欠き高さ (h_n) を引いた高さ ($h_e = h - h_n$) を有効梁せいと呼ぶことにする。

切欠きの無い小規模な木材の曲げ試験方法としては中央集中荷重による JIS Z 2113、実大試験としては日本木材学会による 4 点荷重による方法 [6] などがある。本論文では、増田の実験を参考に、スパン中央部で比較的応力状態が単純となる 2 点集中荷重による方法を用いた。図 1 は本実験方法を示したもので、スパン 450mm の単純ばりとして支持し、スパン間を 3 等分 (150mm) して、両支点から $1/3$ の距離に集中荷重を与える。載荷は荷重制御とし、載荷板と供試体の間に丸鋼を挿入して荷重が供試体に伝わるようにした。

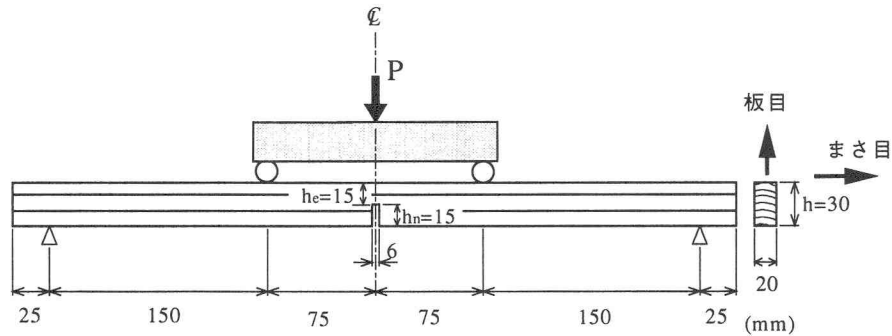


図 1 実験方法と供試体寸法

4. RBSM によるモデル化

RBSM の定式化については、文献[7][8] に詳細が記載されているため、ここでは、異方性の扱い方ならびに使用する構成則について述べる。

RBSM による離散化解析に異方性を導入するためには、鉄筋コンクリート構造物を解析する際に使用する直交異方性板要素を用いる方法がある[9]。この方法では、鉄筋軸方向にのみ有効となるばねを設定し、座標変換を行って全体剛性行列に組み込む。このため、任意の角度に対する異方性を導入することができるが、必ずコンクリート要素（通常の平面要素）に異方性要素を重ね合わせなければならない。一方、木材の場合には、同じ異方性であっても、コンクリートに該当する部分がないため、この異方性要素を直接用いることはできない。

そこで、RBSM におけるエネルギー評価が要素境界辺上に設けたばねに対して行われること、べいまつ繊維がほぼ直線的であることの2つの点に着目し、図3に示すような方法により異方性を導入した。この方法は要素形状を矩形とし、左右の境界辺と上下の境界辺のばねに、それぞれ、繊維方向と繊維直角方向の定数を適用する方法である。この方法では、要素境界辺と異方性の方向を合わせなければならないため、一般的には要素分割に手間がかかるが、実際には、べいまつの繊維分布がほぼ直線的であるため、はりのような単純な問題の場合には規則的な格子状の要素分割が利用できる。図では、 (k_n, k_s) を繊維方向の垂直ばね定数とせん断ばね定数とし、 (k_n', k_s') を繊維直角方向のばね定数としている。なお、ばね定数は、平面応力状態を仮定し、以下のように設定した[7]。

$$k_n = \frac{E_L}{h(1-\nu_L^2)} \quad k_s = \frac{2G_L}{h} \quad k_n' = \frac{E_R}{h(1-\nu_R^2)} \quad k_s' = \frac{2G_R}{h} \quad (1)$$

ここで、 E_L, G_L, ν_L は繊維方向の弾性係数、せん断弾性係数、ポアソン比であり、 E_R, G_R, ν_R は繊維直角方向の弾性係数、せん断弾性係数、ポアソン比である。また、 h は要素図心から境界辺に下した垂線の高さである。この方法は、ばね定数の考え方以外、従来の RBSM とまったく同じであり、特殊な要素を用いる必要がないため比較的容易にプログラム化することができる。

次に、計算に用いた応力-ひずみ関係を図4に示す。引張側については、ばねの受け持つ力が引張強さ（ σ_t ）に達した時点で垂直、せん断両方のばねを切断し、応力の解放を行う。一方、圧縮側については、ばねの力が圧縮強度（ σ_c ）に達した時点で垂直方向ばね（ k_n あるいは k_n' ）のみを切断し、応力を保持するものとした。図5は計算に用いた降伏破壊曲面を示したものである。図中、 C はせん断強さ、 ϕ は内部摩擦角を表している。ただし、本論文ではべいまつの内部摩擦角を特定できなかったため、 $\phi = 0$ として解析を行っている。

非線形解析法としては、 r_{min} 法[10]を応用した文献[5]に示す方法を採用した。この方法では、弾性状態のばねが、せん断、引張あるいは圧縮破壊をするために必要となる荷重増分

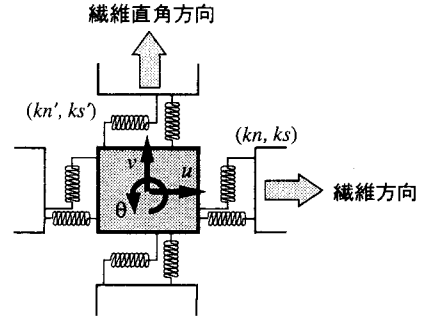


図3 RBSM のばね定数設定法

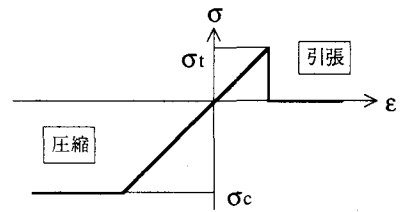


図4 応力-ひずみ関係

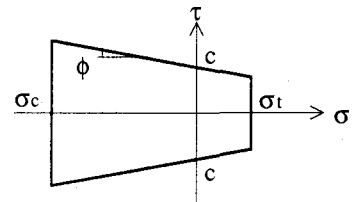


図5 降伏破壊曲面

3. 実験結果

1) 崩壊モード

写真2は切欠き先端から発生した引張クラックが載荷部まで進展した状態における載荷状況を示したものである。この状態から荷重を取り除くと、引張クラックに伴って開口した部分は写真3のように、再び閉じる。

実験は10本の供試体について行ったが、平均的な引張クラックの進展状況を図2に示す。引張クラックは切欠き先端から繊維方向に沿って、ほぼ水平に約30mm～40mm程度進展し、その後、載荷部へ向かって有効梁せい(he)を減少させるよう、斜めに伸びる傾向がみられた。この傾向は杉山ら[2]の実大試験においても生じている。本実験における載荷部の有効梁せいは、平均13mm程

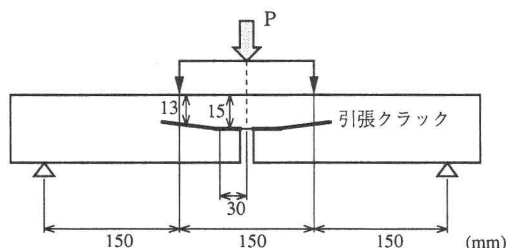


図2 実験による平均的な破壊モード

度となった。

10本の供試体のうち、5本については、上記の状態では載荷を終了し、残りの5本については、はりが完全に崩壊するまで、載荷を継続した。写真4は最終崩壊モードを示したものである。材料の不均一性や実験方法の誤差などにより、完全に対称な崩壊モードは得られなかったが、載荷部近傍で崩壊する傾向がみられた。これは、引張クラックの進展に伴い、有効梁せいが減少するためと思われる。

2) 崩壊荷重

切欠き先端にクラックが発生した時点の荷重(以後、これを初期クラック発生荷重と呼ぶ)を測定するためにはひずみゲージを用いる方法も考えられるが、本実験程度の供試体サイズでは測定値よりはるかに大きな応力が発生することが知られており、ひずみゲージを用いても定性的な域をでない場合も多々ある[12]。また、Stieda[13]は、視覚的な割れが確認できる以前に、多くの場合、破壊音が発生し、たわみの増加が大きくなると指摘している。そこで、本実験においても、ひび割れが生じたときに発生する音によって大まかな値をつかんだが、今後の検討の余地はある。本実験における初期クラック発生荷重は、 35 ± 5 kgfであり、増田[3]による実験と同程度の値であった。

また、引張クラックが載荷部まで進展した時点の荷重は 50 ± 2.5 kgfであり、この時点で水平方向の破壊は進展しなくなる。その後、荷重は徐々に上昇し、最終的に 72.5 ± 7.5 kgf で崩壊に至った。

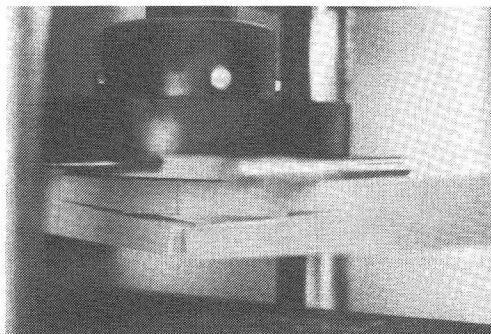


写真2 水平クラック発生時点の載荷状況

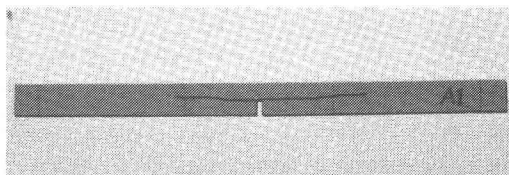


写真3 水平クラック発生後の除荷状態

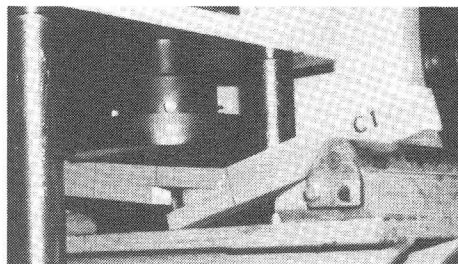


写真4 崩壊後の状態

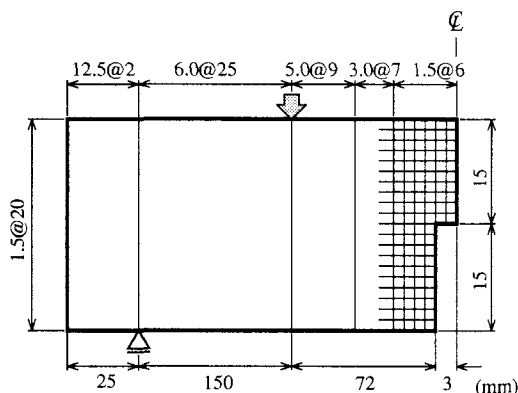


図6 解析モデルと要素分割

量を現在の応力と増分応力から求め、それらの値の内、最小のものを該当増分段階の荷重増分率と考える。引張によって破壊が発生する場合、応力解放が生ずるが、本論文では、この解放力を現荷重段階において残されている荷重に加えることで、近似的に荷重増分計算を行っている。

5. 数値計算結果

計算に用いたモデルを図6に示す。解析は対称性を考慮して、左半分とした。要素分割は、スパン方向側面がまき目であることを考慮し、上下方向に20分割、左右方向（スパン方向）に49分割の格子状とした。ただし、左右方向については、中心から離れるにしたがい、要素間隔を広げている。本要素分割における要素数は927、節点数は1030、ばね数は1963である。材料定数についてはべいまつの標準的な値[11]と増田[3]の実験を参考に、表1のように仮定した。なお、RBSMのばね定数については、この値を式(1)に代入して求めた。

図7は20kgf 荷重時（弾性状態）におけるスパン直角方向断面の応力分布を中心からの距離毎に整理したものである。 x, y 方向応力（ σ_x , σ_y ）、せん断応力（ τ_{xy} ）とも、切欠き近傍において高い応力集中が発生している。図8は、梁せい中央部における応力状態をスパン方向に整理した結果である。この図は、 σ_y に関するものであるが、 σ_x, τ_{xy} についても同様な傾向が

表1 解析に用いた材料定数

	繊維方向	繊維直角方向
弾性係数 (kgf/cm ²)	110,000	10,000
ポアソン比	0.400	0.028
せん断強さ (kgf/cm ²)	80	300
引張強度 (kgf/cm ²)	1,400	50
圧縮強度 (kgf/cm ²)	530	60

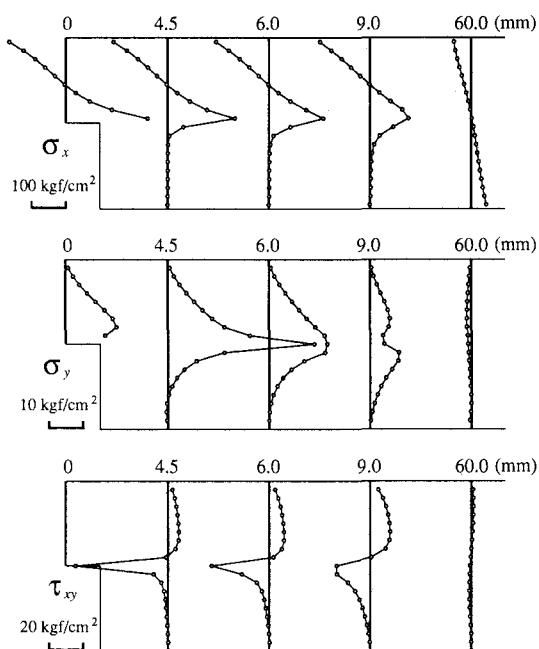


図7 はり断面の応力分布

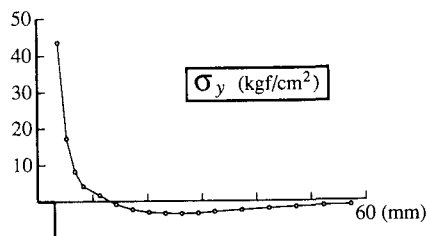


図8 はり中立軸付近の σ_y 分布

得られている。この図からも、切欠き部近傍、5mm程度の領域に高い応力集中が発生していることが理解できる。

図9は各荷重段階における破壊モードを示した図である。実験結果と同様、切欠き部から繊維方向（スパン方向）に沿って、水平に発生した引張クラックが主であり、せん断による破壊は引張クラック先端に一部みられた。ただし、破壊パターンは、引張およびせん断強度定数と切欠き深さに依存するため、常にこのような結果が得られるとはかぎらない。また、最終崩壊位置は、実験が載荷部であったのに対し、解析では中央部で発生した。これは、実験の場合、有効梁せいが中央部より載荷部で小さくなるのに対し、解析ではそのような破壊モードが要素分割に取り入れられていなかったため、載荷部より中央部で高い応力が発生したためと思われる。

図10はRBSMによる荷重－変位曲線を描いたもので、最大変位は12.5mmであった。実験では、14.5～21mmであり、RBSMの解は実験より小さめの値となっている。

表2は実験結果と計算結果ならびに Von Mises の条件を用いた場合の理論解を示したものである。理論解(P_b)は引張クラックが水平に発生した後、はりが図11に示すよう、中央部の有効梁せい ($h_e = 15\text{mm}$) のみで形成されたものとし、 $\sigma_y = 1400 \text{ kgf/cm}^2$ として次式により求めたものである。

$$P_b = \frac{2bh_e^2}{3L} \sigma_y \tag{2}$$

しかし、実験によれば、載荷部における有効梁せいは中央部における値より小さく、 $h_e = 13\text{mm}$ 程度となっている。() 内の数値は、これを考慮し、有効梁せいを13mmとして(2)式により求めた値である。有効梁せいをこのよう仮定すれば、理論より求めた崩壊荷重は実験値とほぼ一致する。解析による値がこれらの値より大きくなるのは、先に述べたように、崩壊が載荷部ではなく、中央部で発生したことに起因するものと思

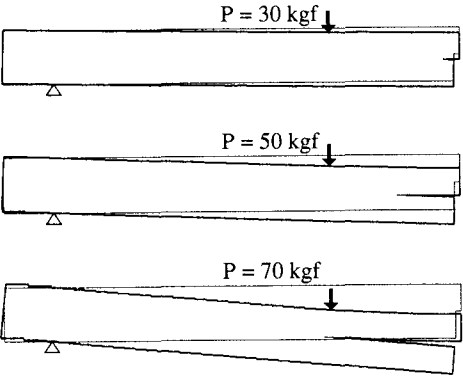


図9 各荷重ステップにおける変位モード

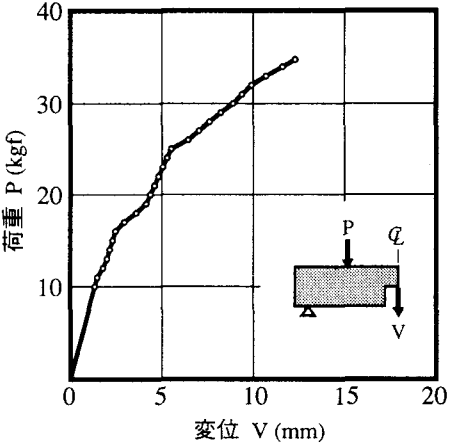


図10 RBSM による荷重－変位曲線

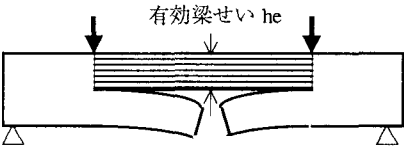


図11 有効梁せいの仮定

表2 各破壊状態における荷重 (kgf)

	初期クラック	水平クラック	崩壊
本実験	35 ± 5	50 ± 2.5	72.5 ± 7.5
RBSM 解析	23	59.1	82
Von Mises の条件	—	—	93 (70)

われる。初期クラック発生荷重は実験より解析の方が低めであるのに対し、水平クラックが載荷部に到達する荷重は逆の傾向が得られた。

もし、式(2)において、切欠きがない場合の値を求めると373kgfとなり、切欠きを有する実験結果や解析結果と大きく異なる。

6. 初期クラック発生荷重と梁せいの関係

崩壊荷重は、切欠きを持つはりの場合においても、崩壊した位置における有効梁せいを利用することで、理論解を利用することができる。しかし、設計上は、崩壊荷重より、初期クラック発生荷重の方が重要である場合が多い。ここでは、はり中央部における有効梁せいと初期クラック発生荷重との関係について述べる。

表2に示したように、解析による初期クラック発生荷重は実験値より小さい値であった。そこで、はり中央部における有効梁せいが15mmの場合の計算値を実験値と同じ値になるよう引張強度を76kgf/cm²と仮定し、はり中央部の有効梁せいを種々変化させ計算を行った。いま、繊維方向の弾性係数を E_L (=110,000 kgf/cm²)とすれば、べいまつの比重 γ_u は次のように計算される[14]。

$$\gamma_u = \frac{E_L}{2 \times 10^5} = \frac{1.1 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 0.55 \quad (3)$$

一方、繊維方向の引張り強さ F_u は、比重 γ_u を用いて次ぎのように与えられる[14]。

$$F_{uL} = 354 + 1673\gamma_u \approx 1274 \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (4)$$

この実験式は、日本産材のものであるが、沢田[15]は、米国産も含めて検討しており、日本産と米国産の間に大差は無いものと思われる。繊維直角方向の引張り強さ F_R は文献[14][16]によると次のように計求められる。

$$F_{iR} = \frac{6.8}{100} F_{iL} \quad (\text{文献14}) \quad (5)$$

$$F_{iR} = \frac{2 \approx 10}{100} F_{iL} \quad (\text{文献16})$$

いま、これらを参考にして

$$F_{iR} = \frac{6}{100} F_{iL} \quad (6)$$

と仮定すれば、 $F_R = 76.4 \text{ kgf/cm}^2$ となる。このことから、本論文において仮定した76 kgf/cm²はほぼ妥当な値であると思われる。

図12は、横軸に梁せい(h)と有効梁せい(he)の比をとり、縦軸に(1)式による崩壊荷重(P_b)と初期クラック発生荷重(P_i)の比をとって計算結果ならびに実験結果をプロットした図である。

これらの計算結果をもとに曲線あてはめを行った結果、(he/h)をパラメーターとする次の関数 α (この係

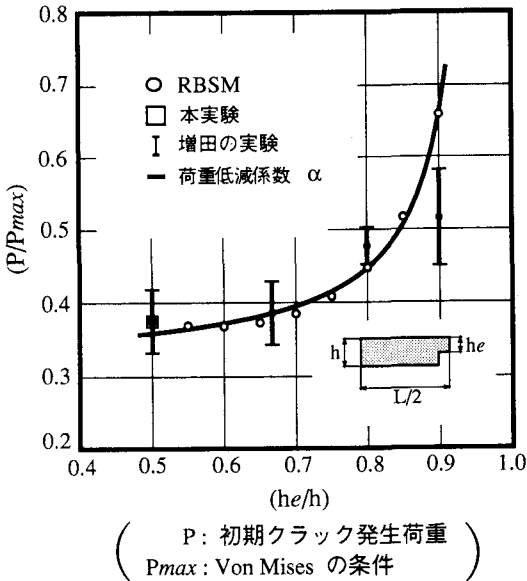


図12 初期クラック発生荷重と有効梁せいの関係

数を荷重低減係数と呼ぶことにする) が得られた。

$$\alpha = -\frac{0.022}{\left(\frac{h_c}{h}\right) - 0.963} + 0.311 \quad (7)$$

この係数は、増田[3]の実験と比較すると、 (h_c/h) が 0.9 付近でありより一致を示さないが、それより大きな切欠きを持つはりの場合には比較的よい近似となっている。この原因は、曲線あてはめの元となる RBSM による計算が引張クラック発生荷重のみを前提としているのに対し、 (h_c/h) が 1 に近い場合、せん断破壊などの他の要因により初期破壊が発生するためであると思われる。このため、式(7)の適用範囲は (h_c/h) が 0.5~0.8 程度である。

式(7)によって与えられる荷重低減係数 (α) を用いれば、Von Mises の条件による 式(2) から、次のように初期クラック発生荷重 (P_{ini}) を推定することができる。

$$P_{ini} = \alpha \cdot P_b \quad (8)$$

杉山ら[2] は曲げ応力を求める際の割増し係数という観点から、荷重低減係数と同様な議論を行っており、割増し係数として、切欠き深さに関係なく一定値を与えている。この値を大きくとれば安全性は増すが経済性は損なわれる。本論文で示した荷重低減係数 α は RBSM による解析のみにより作成した関数であるため、実験などのデータにより精度を向上させる必要は残るが、より経済的な設計が可能になるものと思われる。

7. まとめ

切欠きを持つ木質系はりの曲げ耐力ならびに崩壊モードを明らかにするため、べいまつを用いた小規模実験と RBSM による数値解析を行い、次の結果が得られた。

(崩壊モード)

- ・切欠きが 15mm の場合、切欠き先端の応力集中により繊維方向に沿って引張クラックが進展する。
- ・当初、引張クラックは水平に発生し、中央部から離れるにしたがい、有効梁せいが減少し、載荷部では、中央部における有効梁せいより 15% 程度減少する。

(崩壊荷重)

- ・本実験による最終耐力は有効梁せいをを用いた Von Mises の条件による崩壊荷重より低い、崩壊位置の有効梁せいをを用いて崩壊荷重を求めれば比較的よい一致を示す。
- ・切欠き深さが大きいほど、RBSM による初期クラック発生荷重と Von Mises の条件による耐力の比は小さくなる。

以上の結果から次の結論を得た。

- 1) 引張クラックは必ずしも水平に進展しないため、はり中央部の有効梁せいだけで崩壊荷重を議論することはできない。崩壊位置における有効梁せいが求められれば解析は良好な崩壊荷重を与える。
- 2) 設計上は初期クラック発生時の荷重が重要であり、この場合、Von Mises の条件による耐力に荷重低減係数を掛けることで、簡便的に初期クラック発生荷重を推定することができる。
- 3) 荷重低減係数は、一定値ではなく、 (h_c/h) をパラメーターとする、切欠き深さに依存した関数で表現すべきである。

本研究で提案した荷重低減係数は引張破壊のみを前提とした RBSM 解析に基づいて決定したものである。

しかし、切欠き深さが小さい場合にはせん断破壊などの他の要因により破壊することも想定されるため、関数そのものについては、実大試験などのデータを参考にし、より精度を向上させる必要がある。

本論文を作成するにあたり、清宮義博博士（明星大学高分解能分析電子顕微鏡センター）には供試体の電子顕微鏡写真撮影に協力していただいた。実験ならびに解析は田村茂樹君（明星大学学生）によるところが大である。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 日本建築学会編：木構造設計規準、日本建築学会
- 2) 杉山英男、中田和夫：木質系はりの曲げ耐力と剛性に及ぼす欠き込みの影響について（続報）、日本建築学会論文報告集、No.200, pp15-21, 1972.
- 3) 増田稔：木材の破壊条件に関する理論的考察、京都大学農学部演習林報告、No.58, pp241-250, 1986.
- 4) Kawai,T.: New element models in discrete structural analysis, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No.141, pp187-193, 1977.
- 5) 竹内則雄、川井忠彦：すべり・接触・引張破壊を考慮した離散化極限解析法について、日本鋼構造協会「構造工学における数値解析法シンポジウム」論文集、Vol.12, pp311-316, 1988.
- 6) 日本木材学会編：木材科学実験書 I. 物理・工学編、中外産業調査会、1989.
- 7) 川井忠彦、竹内則雄：離散化極限解析プログラミング、培風館、1990.
- 8) 竹内則雄：地盤力学における離散化極限解析、培風館、1991.
- 9) 上田真稔他：引張・圧縮破壊を考慮したRC建造物の離散化極限解析、構造工学論文集、Vol.36A, pp315-323, 1990.
- 10) Yamada,Y. et al.: Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problems by finite element method, International Journal of Mechanical Science, Vol.10, pp343-354, 1968.
- 11) 岡田清他：土木材料学、国民科学社、1965.
- 12) 平井卓郎、沢田稔：切り欠きを持つ木材梁の曲げ剛性と耐力、北海道大学農学部演習林研究報告、Vol.36,N0.2, pp387-419、1979
- 13) Stieda,C.K.A.: Stress Concentrations Around Holes and Notches and Their Effect on the Strength of Wood Beams, Journal of Materials, Bol.1, No.3, pp560-582, 1966
- 14) 中戸莞二編著：木材工学、養賢堂
- 15) 沢田稔：木質平面材料の強度性能、木材学会誌、Vol.16,No.6,1970
- 16) 北原覚一：木材物理、森北出版

(1993年9月16日 受付)